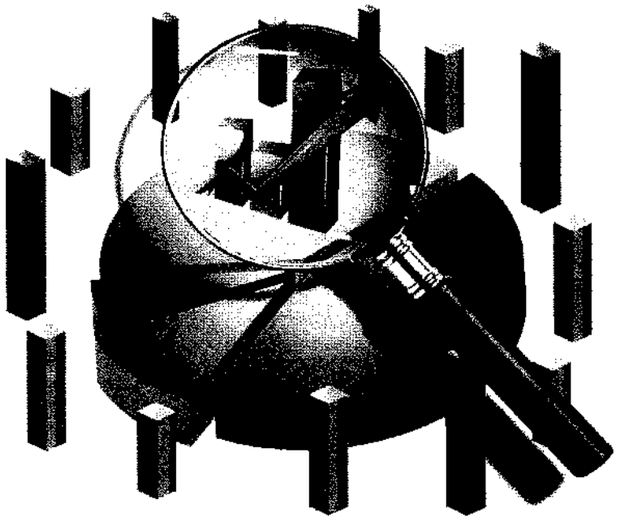
مجموعة أوراق في

مبدأ العد ، الاحتمالات ، الإحصاء

(2019)

(الفرع الأدبي)



إعداد الأستاذ :

احمد حسن

0796821236

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

(الفهرس)

الرقم	الموضوع	الصفحة
٠١	المضروب	(١-٤)
٠٢	التباديل	(٥-١١)
٠٣	التوافيق	(١٢-١٢)
٠٤	مبدأ العد (المسائل المتعلقة على التباديل والتوافيق)	(٢٢-٣٦)
٠٥	تدريب (تمارين إضافية) .	(٣٧-٤٣)
٠٦	الاحتمالات ← المتمم لعناصر المنفصل والتجارب العشوائية	(٤٤-٦٤)
٠٧	العلامة المعيارية	(٦٥-٧١)
٠٨	التوزيع الطبيعي ← النوع العادي ← النوع المعاكس (ماضي ٢٠٠١)	(٧٢-٩٠)
٠٩	الارتباط ← الانحدار ← معادلة خط الانحدار ، إنشاء الخط المستقيم	(٩١-١١٠)

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

تميز بـ : أحمد حسن

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

أوراق عمل

مدارس العروبة

رياضيات أدبي + IT

المضروب:

① يُرمز لمضروب العدد (ن) بالرمز التالي: ن!

② يوجد شرطين على (ن)

يجب أن يكون عدد صحيح موجب.

③ لا يوجد مضروب لعدد سالب

لا يوجد مضروب لعدد كسري.

لا يوجد مضروب لعدد جذري.

④ قاعدة المضروب:

$ن! = ن(ن-١)(ن-٢)\times\dots\times ١$

تدريب: $٤! = ٤\times٣\times٢\times١ = ٢٤$

$٣! = ٣\times٢\times١ = ٦$

بهكذا!

حفظ: $٠! = ١$

$١! = ١$

$٢! = ٢\times١ = ٢$

$٣! = ٣\times٢\times١ = ٦$

$٤! = ٤\times٣\times٢\times١ = ٢٤$

$٥! = ٥\times٤\times٣\times٢\times١ = ١٢٠$

$٦! = ٦\times٥\times٤\times٣\times٢\times١ = ٧٢٠$

$٧! = ٧\times٦\times٥\times٤\times٣\times٢\times١$

$= (٣\times٥)$

$= ١٨\times٢٠ = ٣٦٠$

⑤ يجب لنا التوقف عند أي مرحلة من مراحل المضروب بشرط وضع علامة التوقف وهي ! ويستفاد من هذه الخاصية لغايات الاختصار. (توضع في الإجابة أحيانًا).

⑥ تذكري جيدًا أنه لا يجوز توزيع المضروب على الجمع أو الطرح.

أي أن: $(ب+ج)! \neq ب! + ج!$

$(ب-ج)! \neq ب! - ج!$

$(ب\times ج)! \neq ب!\times ج!$

$\left(\frac{ب}{ج}\right)! \neq \frac{ب!}{ج!}$

تدريب: $(٢+٣)! \neq ٢! + ٣!$

$١٢٠ \neq ٨$

$(٥-٣)! \neq ٥! - ٣!$

$٢ \neq ١٤٤$

تجهيز: أحمد حسن

أوراق عمل

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

مـــــدارس العـــــروبـــة

رياضيات أدبي + IT

تميز بـ : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

رياضيات أدبي + IT

الأن في لامثلة (١١ ← ١٥) لحقنا
التنازل فلم نتوقف عند اي مرحلة
من المراحل وذلك لعدم وجود
اي حالة من الحالات ⓐ او ⓑ

لذلك الخطوات التالية:
① نحدد الأكبر (ويتم تنازله)
② نحدد الأصغر (ويبقى كما هو)
③ يتم الاختصار بعد التنازل

⑪ $\frac{١٤!}{١٢!} \times \frac{١٣!}{١٢!}$ ← الأكبر (تنازل)
← الأصغر (يبقى)

الحل: $= \frac{١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢}{١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢} \times \frac{١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢}{١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢}$

$= ١٣ \times ٣ \times ٢ \times ٤ = ١٣ \times ١٢ =$ ⑩

⑫ $\frac{١٠٠!}{١٩٩}$ ← الأكبر (تنازل)
← الأصغر (يبقى)

الحل: $= \frac{١٩٩ \times ١٠٠}{١٩٩} = ١٠٠$

⑬ $\frac{٢٠! \times ٦! \times ٢!}{١٩ \times ١٤!}$ ← الأكبر (تنازل)
← الأصغر (يبقى)
← يبقى (تشرح لنكمل)

الحل: $= \frac{٢٠ \times ١٩ \times ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢}{١٩ \times ١٨ \times ١٧ \times ١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢} \times \frac{٢ \times ١ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢}{١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢}$

$= \frac{٢ \times ١ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢}{١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢} = ٢ \times ٣ \times ٢ \times ٤ =$ ⑭

⑭ $\frac{١٢٠٣!}{١٢٠!} + \frac{١٩٩!}{١٠٠!}$ ← الأكبر (تنازل) ← الأصغر (تنازل) ← الأصغر (يبقى)

الحل: $= \frac{١٩٩ \times ١٩٨ \times \ldots \times ١٠١ \times ١٠٠!}{١٢٠ \times ١١٩ \times \ldots \times ١٠١ \times ١٠٠!} + \frac{١٩٩!}{١٠٠!}$

$= \frac{١}{١٢٠ \times ١١٩ \times ١١٨} + \frac{١}{١٠٠}$

⑮ $\frac{(ن)!}{(ن-١٥)!}$ ← الأكبر (تنازل)
← الأصغر (يبقى)

الحل: $= \frac{(ن)(ن-١)!}{(ن-١)!} = ن$

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

تميز بـ: أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

رياضيات أدبي + IT

(١٦) $\frac{(ن+٣)!}{(ن+١)!}$ ← كبير (تبادلي)

← صغير (يبقى)

الحل: $\frac{(ن+٣)(ن+٢)(ن+١)!}{(ن+١)!} = (ن+٣)(ن+٢)$

(١٧) $\frac{(ن+٣)!}{(ن+٥)!}$ ← صغير (يبقى) ← كبير (تبادلي)

الحل: $\frac{(ن+٣)!}{(ن+٥)(ن+٤)(ن+٣)(ن+٢)!} = \frac{1}{(ن+٥)(ن+٤)(ن+٣)}$

(١٨) $\frac{(ن+٣)!}{(ن+١)!} + \frac{ن!}{(ن+١)!}$ ← صغير (يبقى) ← كبير (تبادلي)

$\frac{(ن+٣)(ن+٢)(ن+١)!}{(ن+١)!} + \frac{ن!}{(ن+١)ن!}$

$(ن+٣)(ن+٢) + \frac{1}{(ن+١)}$

(١٩) $\frac{(ن!)(ن-١)!}{(ن+٢)!\times(ن+١)!}$ ← صغير (يبقى) ← كبير (تبادلي)

الحل: $\frac{ن!\times(ن-١)!}{(ن+٢)(ن+١)!\times(ن+١)!} = \frac{ن!}{(ن+٢)(ن+١)(ن+١)ن!}$

$= \frac{1}{(ن+٢)(ن+١)^2}$

(٢٠) $\frac{(ن+٥)!}{(ن+٥)}$

الحل: دائماً الأكبر صور + أضرب

$\frac{(ن+٥)(ن+٤)(ن+٣)!}{(ن+٥)} = (ن+٤)(ن+٣)!$

دعاية

ملاحظة:

① $-٢! =$ لا يوجد مضروب لسالب

② $-٧! =$ لا يوجد مضروب لسالب

③ $(\frac{٥}{٢})! =$ لا يوجد مضروب لعدد كسري

④ $(\frac{١}{٢})! =$ نقسم $(٣)!$

⑤ $(٧\frac{١}{٢})! =$ لا يوجد مضروب لعدد كسري

⑥ $(١٦\frac{١}{٢})! = (٣)!\times(٤)!$

تميز د: أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

التباديل:

① تُرمز لتباديل مجموعة مـ (ن) عن مأخوذة (ر) في كل مرة بالرمز

ل (ن ، ر)

التالي:

ل (ن ، ر) حيث ن ≥ ر

تدريب: ما عدد الأعداد التي يمكن تكوينها من الأرقام {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧} بحيث يحتوي كل عدد على رقمين مختلفين

الحل: الأعداد المطلوبة هي:

٣٤ ، ٣٥ ، ٣٦ ، ٣٧ ، ٤٣ ، ٤٥ ، ٤٦ ، ٤٧ ، ٥٣ ، ٥٤ ، ٥٦ ، ٥٧ ، ٦٣ ، ٦٤ ، ٦٥ ، ٦٧ ، ٧٣ ، ٧٤ ، ٧٥ ، ٧٦

لاحظ أن عدد هذه الأعداد هو (١٢) عدد وهو عبارة عن عدد ترتيبات (أو تباديل) الأربعة أرقام الموجودة لدينا مأخوذة مثنى مثنى

ولاحظ أنه يُرمز لتباديل أربعة أشياء مختلفة مأخوذة مثنى مثنى بالرمز التالي ل (٤ ، ٢) = ١٢

② قوانين التباديل:

القانون الأول: $ل(ن ، ر) = \frac{(ن)!}{(ن-ر)!}$

القانون الثاني: ل (ن ، ر) = تضع فواصل عددها (ر) موضع ونضع فيها (ن) ثم تنزل من كل مرة واحد

③ قواعدها مفيد

أ) ل (ن ، ن) = ن (ن-١) (ن-٢) × ... × ٣ × ٢ × ١ = (ن)! أخر عنصر

ب) ل (ن ، ٠) = ١ مثل: ل (٥ ، ٠) = ١ ، ل (٤ ، ٠) = ١ ، ل (١٦ ، ٠) = ١

ج) ل (ن ، ١) = ن مثل: ل (١١٥) = ٥ ، ل (٩ ، ١) = ٩ ، ل (١٠ ، ١) = ١٠

د) ل (ن ، ن) = ن! مثل: ل (٤ ، ٤) = ٤! = ٢٤ ، ل (٣ ، ٣) = ٣! = ٦ ، ل (٧ ، ٧) = ٧! = ٥٠٤٠

هـ) ل (ن ، ن-١) = ن! مثل: ل (٥ ، ٤) = ٥! = ١٢٠ ، ل (٣ ، ٢) = ٣! = ٦

مثال: احسب قيمة كل مما يلي:

① ل (٥ ، ٢)

الحل: الطريقة (١): $ل(٥ ، ٢) = \frac{(٥)!}{(٥-٢)!} = \frac{١٢٠}{٣!} = \frac{١٢٠}{٦} = ٢٠$

الطريقة (٢): ل (٥ ، ٢) = (٥) (٤) = ٢٠ (نضع ٢ أعداد أقل بواحد نبدأ بالعدد ٥ نقفز موقعين)

② ل (٧ ، ٣)

الحل: الطريقة (١): $ل(٧ ، ٣) = \frac{٧!}{(٧-٣)!} = \frac{٧!}{٤!} = \frac{٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{٤ \times ٣ \times ٢ \times ١} = ٧ \times ٦ \times ٥ = ٢١٠$

تميز د: أحمد حسن

ورقة عمل

حساب المثلثات

ثانوي ثانوي أدبي + IT

بند ١ : أكمل ما يلي : (٦)

① إذا كان $\cos(\theta) = \frac{4}{5}$ فإن $\sin(\theta) = \sqrt{1-\cos^2(\theta)} = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$

$\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{3}{4}$

② $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

③ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

④ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

⑤ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

⑥ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

⑦ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

⑧ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

⑨ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

⑩ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

⑪ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

⑫ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

⑬ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

⑭ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

⑮ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

⑯ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

⑰ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

⑱ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

⑲ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

⑳ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㉑ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㉒ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㉓ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㉔ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㉕ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㉖ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㉗ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㉘ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㉙ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㉚ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㉛ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㉜ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㉝ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㉞ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㉟ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㊱ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㊲ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㊳ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㊴ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㊵ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㊶ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㊷ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㊸ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㊹ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㊺ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㊻ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㊼ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㊽ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

㊾ $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

㊿ $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(51) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(52) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(53) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(54) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(55) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(56) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(57) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(58) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(59) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(60) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(61) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(62) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(63) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(64) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(65) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(66) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(67) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(68) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(69) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(70) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(71) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(72) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(73) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(74) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(75) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(76) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(77) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(78) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(79) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(80) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(81) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(82) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(83) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(84) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(85) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(86) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(87) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(88) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(89) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(90) $\frac{\sin(\theta)}{1+\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)} = \frac{\sin^2(\theta)+(1+\cos(\theta))^2}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2+2\cos(\theta)}{\sin(\theta)(1+\cos(\theta))} = \frac{2}{\sin(\theta)}$

(91) $\frac{\cos(\theta)}{1-\sin(\theta)} - \frac{1+\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{\cos^2(\theta)-(1+\sin(\theta))^2}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2-2\sin(\theta)}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))} = \frac{-2(1+\sin(\theta))}{\cos(\theta)(1-\sin(\theta))}$

(92) $\frac{\sin(

أوراق عمل

مـــــدارس العـــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

① إذا كان : $ل(ن+1، ن+1) = 0.04$ فجد قيمة ن؟

الحل : $ل(ن+1، ن+1) = 0.04$

هذه من القواعد

$= (ن+1)!$ هي 0.04

الآن $(ن+1)! = 0.04$

بالمقارنة ← $(ن+1)! = 0.04$ ← من شرط ①

$(ن+1)! = 0.04$

$(ن+1)! = 0.04$

$ن+1 = 7$

$ن = 7-1 = 6$ ①

② إذا كان : $ل(ن، 2) = 12$ فجد قيمة (ن) ؟

الحل : $ل(ن، 2) = 12$

نفتح موجبة

$(ن)(ن-1) = 12$

الطريقة الأولى: بفك القوسين

$ن^2 - ن = 12$

$ن^2 - ن - 12 = 0$ صفر

$(ن-4)(ن+3) = 0$

إما $ن = 4$ ✓ أو $ن = -3$ ✗ مرفوض لأن ن عدد طبيعي

الطريقة الثانية: تحليل العدد (12):

$(ن)(ن-1) = 12$

$(ن)(ن-1) = 4 \times 3$

$ن = 4$ ①

$ن - 1 = 3$

$ن = 3 + 1 = 4$ ②

③ إذا كان : $ل(ن، ن-1) = 6$ فجد قيمة ن؟

الحل : $ل(ن، ن-1) = 6$

هذه من القواعد

$= (ن)!$ هي 6

الآن : $(ن)! = 6$

بالمقارنة ← $(ن)! = 6$ ← من شرط ①

$(ن)! = 6$

$(3)! = 6$

$ن = 3$ ⟸

④ إذا كان : $ل(ن، 1) = 0$ فجد قيمة (ن) ؟

الحل : $ل(ن، 1) = 0$

هذه من القواعد ← $ن = 0$

⑤ إذا كان $ل(ن، 2) = 12$ فجد قيمة (ن) ؟

الحل : $ل(ن، 2) = 12$

نفتح موجبة

$(ن)(ن-1) = 12$

الطريقة الأولى: بفك القوسين

$ن^2 - ن = 12$

$ن^2 - ن - 12 = 0$ صفر

$(ن-4)(ن+3) = 0$

إما $ن = 4$ ✓ أو $ن = -3$ ✗ مرفوض لأن ن عدد طبيعي

الطريقة الثانية: تحليل العدد (12):

$(ن)(ن-1) = 12$

$(ن)(ن-1) = 4 \times 3$

$ن = 4$ ①

$ن - 1 = 3$

$ن = 3 + 1 = 4$ ②

تميز بـ : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

⑥ إذا كان: $ل(ن+3، 2) = 20$

أوجد قيمة $(ن)$ ؟

الحل: $ل(ن+3، 2) = (20)$ ← تقع موقعين

$(ن+3)(ن+2) = 20$

الطريقة الأولى: نضرب الأقواس

$ن^2 + 5ن + 6 = 20$

$ن^2 + 5ن + 6 - 20 = صفر$

$ن^2 + 5ن - 14 = صفر$

$(ن - 2)(ن + 7) = صفر$

إما: $ن = 2$ أو $ن = -7$ مرفوض

الطريقة الثانية: نحلل العدد (20)

$20 = 4 \times 5$

$ن + 3 = 5$

$ن = 5 - 3 = 2$ ← ⑤

⑦ إذا كان:

$\frac{ل(ن+2، 4)}{ل(ن، 3)} = 30$

أوجد قيمة $(ن)$ ؟

الحل: $\frac{ل(ن+2، 4)}{ل(ن، 3)} = 30$ نفك بالتعويض

$\frac{(ن+2)(ن+1)(ن)(ن-1)!}{(ن)(ن-1)!} = 30$

$(ن+2)(ن+1) = 30$ ⇐

الطريقة الأولى: نضرب الأقواس

$ن^2 + 3ن + 2 = 30$

$ن^2 + 3ن + 2 - 30 = صفر$

$ن^2 + 3ن - 28 = صفر$

$(ن + 7)(ن - 4) = صفر$

إما: $ن = 4$ أو $ن = -7$ مرفوض

الطريقة الثانية: نحلل العدد (30)

$30 = 5 \times 6$

$ن + 1 = 5$

$ن = 5 - 1 = 4$ ← ④

$ن + 2 = 6$

$ن = 6 - 2 = 4$ ← ④

تميز بـ : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

⑧ إذا كان :

$ل(ن+٤) = ٤٢ \times ل(ن+٢)$

جا مجموعة $(ن)$ ؟

الحل: $ل(ن+٤) = ٤٣ \times ل(ن+٢)$

نفتح (٤) جواجح في نفتح حوسمين

$(ن+٤)(ن+١)(ن-٢)(ن-٣) = ٤٢ \times (ن+٢)(ن+١)$

$\Leftarrow (ن-٢)(ن-٣) = ٤٢$

الطريقة الأولى: تعلم الاقواس

$(ن-٢)(ن-٣) = ٤٢$

$ن^٢ - ٣ن - ٢ن + ٦ = ٤٢$

$ن^٢ - ٥ن + ٦ - ٤٢ = صفر$

$ن^٢ - ٥ن - ٣٦ = صفر$

$(ن - ٩)(ن + ٤) = صفر$

$\therefore$ إما: $ن = ٩$ ⑨ أو $ن = -٤$ ⑩ يرفض

الطريقة الثانية:

$(ن-٢)(ن-٣) = ٤٢$

$(ن-٢)(ن-٣) = \frac{٤٢}{٦} \times \frac{٤٢}{٧}$

$ن - ٢ = ٧$

$ن = ٩$ ⑨

$ن - ٣ = ٦$

$ن = ٩$ ⑨

⑨ إذا كان :

$ل(ن+١)(ن+٢)ل(ن-١)(ن-٢) = ل(٥)(٣)$

جا مجموعة $(ن)$ ؟

الحل:

$ل(ن+٢)(ن+١)ل(ن-١)(ن-٢) = ل(٥)(٣)$

$(ن)(ن-١)(ن-٢) = (٥)(٤)(٣)$

$\therefore (ن)(ن-١)(ن-٢) = (٥)(٤)(٣)$

إما $ن = ٥$ ⑤ أو $ن - ٣ = ٤$ ⑦ $ن = ٧$

أو $ن - ٢ = ٣$ ⑥ $ن = ٥$

مسألة على إيجاد مرفق $(ر)$:

① إذا كان $ل(٥ ر) = ٦٠$

أوجد قيمة $(ر)$ ؟

خطوات الحل: إذا جاء المجهول مرفق $(ر)$ بعد العاصلة

نتبع:

① نقسم الجواب المعطى لنا على الرقم الموجود قبل العاصلة ونتبرك في كل مرة واحد.

② نستمر هكذا حتى نصل للعدد فيكون قيمة $ر$ = عدد مرات القسمة

تميز د : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

الأمثلة على كتابة البرنامج على صورة تتابع

الأمثلة: عشرة أمثلة متدرجة

حلول التمارين:

① ٦٧٧٨٧٩

الحل: تحقق الشرط B

الجواب: ل (٤، ٩)

② ١٧٢٧٣٧٤٧٥

الجواب: تحقق الشرط B

ل (٥، ٥)

③ ٣٠٥٦٧٩٠

الحل: تحقق الشرط الأول فقط

أما الشرط الثاني (فشل)

لذلك نلغي التحليل

٣٠٨٥٦٧٩٠

٥٧٦٧٧٨٧٩١٠

الجواب هو: ل (٦، ١٠)

④ ٣٠٧٢١

الحل: نفس السؤال ③

الأمثلة على كتابة البرنامج على صورة تتابع

خطوات الحل: ① يجب أن تكون الأعداد الرقم الأخير فيها هو أول رقم

② يجب أن تكون الفرقة واحد

ستكون الإجابة

ل (الرقم الأكبر، عددهم)

الأن: ٦٠ | ٥

↳ تنزل واحد

١٢ | ٤

٣ | ٣ ↳ تنزل واحد

STOP | ١

∴ قيمة ر = عدد مرات القسمة = ٣ مرات

---

① إذا كان: ل (١٢، ر) = ١٣٢٠

فما قيمة ر ؟

الحل:

١٣٢٠ | ١٢

١١٠ | ١١ ↳ تنزل واحد

١١٠ | ١٠ ↳ تنزل واحد

STOP | ١

∴ قيمة ر = عدد مرات القسمة = ٢ مرات

---

② إذا كان ل (١٠، ر) = ٥٠٤٠

فما قيمة ر ؟

الحل:

٥٠٤٠ | ١٠

٥٠٤ | ٩ ↳ تنزل واحد

٥٦ | ٨ ↳ تنزل واحد

٧ | ٧ ↳ تنزل واحد

STOP | ١

∴ قيمة ر = عدد مرات القسمة = ٤ مرات

تميز د: أحمد حسن

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

$\frac{١٣}{٤} \times ٣٠$

$٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦$

ل(٦، ٤) : ل(٦، ٤) .

⑥ ٦

الحل : لها ٣ حالات

ل(٦،٦) ← ٦

ل(٣،٣) ← خالها ٣×٣ ← ٩

ل(٣،٣) ← خالها ١×٣×٣ ← ٩

① ١ ⟸ ل(ن، ٠) .

اما اسئلة المسائل الحقانية فهي تحيرها في درس مبدأ العد.

و الله يرحمكم

⑧ اطلب لزاع فيما يلي للحصول على عبارة صحيحة

④ ل(٧، ٣) = ٧ × ٦ × ٥ × .....

⑤ ل(٥، .....) = ٥!

الحل : لها حالتان : ل(٥، .....) = ٥!

ل(٥، ٤) = ٥!

③ ل(ن، ن - ٣، .....) = $\frac{ن!}{(ن-٣)!}$.

④ ل(ن، .....) = ١

⑤ ل(ن، .....) = ل(ن، ن - ١)

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

تميز د : احمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

التوافيق:

① يُرمز لتوافيق مجموعة عدها $(ن)$ عناصر مأخوذة $(ر)$ في كل مرة بالرمز التالي: $\binom{ن}{ر}$ حيث $ن \geq ر$

② قانون التوافيق:

$$\binom{ن}{ر} = \frac{(ن)!}{(ر)! \times (ن-ر)!}$$

③ العلاقة بين التباديل والتوافيق:

$$\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن، ر)}{(ر)!}$$

④ قواعد جعفر هامة جداً:

① $\binom{ن}{٠} = ١$	⑤ $\binom{ن}{ن} = ١$
مثلاً: $\binom{٥}{٠} = ١$	مثلاً: $\binom{٩}{٩} = ١$
$\binom{١٠٠}{٠} = ١$	$\binom{١٢}{١٢} = ١$
③ $\binom{ن}{١} = ن$	④ $\binom{ن}{ن-١} = ن$
مثلاً: $\binom{١٢}{١} = ١٢$	مثلاً: $\binom{٩}{٨} = ٩$
$\binom{٢٠}{١} = ٢٠$	$\binom{١٢}{١١} = ١٢$

⑤ إذا كان: $\binom{ن}{ر_١} = \binom{ن}{ر_٢}$ فإنه:

إما: $ر_١ = ر_٢$

أو: $ر_١ + ر_٢ = ن$

⑥ طالما المطلوبة على التوافيق تم عزلها في بداية الحل.

الرجاء الدراسة جيداً وعدم التكاسل في التفكير في المسألة طويلاً

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

تميز بـ : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

أمثلة: احسب قيمة كل مما يلي

① $\binom{5}{3}$

الحل: $\binom{5}{3} = \frac{(5)!}{(3)!(5-3)!} = \frac{5!}{3!\times 2!}$

$= \frac{5\times 4\times 3!}{3!\times 2\times 1} = \frac{5\times 4}{2\times 1} = \frac{20}{2} = 10$

② $\binom{7}{5}$

الحل: $\binom{7}{5} = \frac{(7)!}{(5)!\times(7-5)!} = \frac{7!}{5!\times 2!}$

$= \frac{7\times 6\times 5!}{5!\times 2\times 1} = \frac{7\times 6}{2\times 1} = \frac{42}{2} = 21$

③ $\binom{12}{3}$

الحل: $\binom{12}{3} = \frac{(12)!}{(3)!(12-3)!} = \frac{(12)!}{3!\times 9!}$

$= \frac{12\times 11\times 10\times 9!}{3!\times 9!} = \frac{12\times 11\times 10}{3\times 2\times 1} = \frac{1320}{6} = 220$

④ $\binom{11}{8}$

الحل: $\binom{11}{8} = \frac{(11)!}{(8)!(11-8)!} = \frac{(11)!}{8!\times 3!}$

$= \frac{11\times 10\times 9\times 8!}{8!\times 3\times 2\times 1} = \frac{11\times 10\times 9}{6} = \frac{990}{6} = 165$

⑤ أوجد قيمة كل زوج مما يلي:

$\binom{6}{2}$ ، $\binom{6}{4}$

الحل: $\binom{6}{2} = \frac{6!}{2!\times 4!} = \frac{6\times 5\times 4!}{2\times 1\times 4!} = \frac{30}{2} = 15$

$\binom{6}{4} = \frac{6!}{4!\times 2!} = \frac{6\times 5\times 4!}{4!\times 2\times 1} = \frac{30}{2} = 15$

$\binom{6}{2} = \binom{6}{4}$

⑥ $\binom{9}{7}$ ، $\binom{9}{2}$

الحل: $\binom{9}{7} = \frac{9!}{7!\times 2!} = \frac{9\times 8\times 7!}{7!\times 2\times 1} = \frac{72}{2} = 36$

$\binom{9}{2} = \frac{9!}{2!\times 7!} = \frac{9\times 8\times 7!}{2\times 1\times 7!} = \frac{72}{2} = 36$

$\binom{9}{7} = \binom{9}{2}$

لاحظ ان كل زوج مما سبق لها نفس الجواب وهذا يؤكد القاعدة (5) : $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ من القواعد الهامة في باب التوافيق (التباديل)

⑦ $\frac{\binom{9}{1}+\binom{8}{0}+\binom{3}{2}}{\binom{5}{5}+\binom{7}{6}}$

الحل: حسب المولد:

$\frac{(9)+(1)+(3)}{(1)+(7)} = \frac{13}{8}$

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

حيث انه $\binom{6}{3}$ ، $\binom{6}{4}$

$\binom{6}{3} = \binom{6}{4}$ ⇐ $3+4=6$

وايضاً $\binom{9}{4}$ ، $\binom{9}{5}$ وهكذا

$\binom{9}{4} = \binom{9}{5}$ ⇐ $4+5=9$

⑦ $\binom{6}{3} + P(6,3)$

الحل: $\frac{(6)!}{(3)!(6-3)!} + (6)(5)(4)$ ← (3) حواضع

$\frac{6!}{3! \times 3!} + 6 \times 5 \times 4$

$\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 3!} + 6 \times 5 \times 4$

$4 \times 5 \times 4 + 6 \times 5 \times 4$

$80 + 120 = 200$

⑧ $\frac{\binom{n}{1}\binom{n-1}{1}\binom{n-2}{1}}{P(n,3)}$ ← 3 حواضع

الحل: $\frac{\text{ضوابط (قواعد) لتوافيقة والتباديل}}{\text{حواضع}} = \frac{(n)(n-1)(n-2)}{(n)(n-1)(n-2)} = 1$

⑨ $\binom{n}{3}$

الحل: $\frac{(n)!}{(3)!(n-3)!} = \frac{(n)(n-1)(n-2)(n-3)!}{3! \times (n-3)!} = \frac{(n)(n-1)(n-2)}{3!}$

⑩ $\binom{n+2}{n}$

الحل: $\binom{n+2}{n} = \frac{(n+2)!}{(n)!(n+2-n)!} = \frac{(n+2)!}{(n)!(2)!}$

$= \frac{(n+2)(n+1)(n)!}{(n)! \times 2!} = \frac{(n+2)(n+1)}{2}$

⑪ $\binom{n}{n-2}$

الحل: $\binom{n}{n-2} = \frac{(n)!}{(n-2)!((n)-(n-2))!}$

$= \frac{(n)!}{(n-2)! \times 2!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2!} = \frac{n(n-1)}{2}$

جهز بـ : احمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

رياضيات أدبي + IT

أمثلة على إيجاد المجاهيل:

① إذا كان $\binom{13}{س} = 1$ فما قيم س ؟

الحل: نحن نعرف أن: $\binom{ن}{0} = 1$

$\binom{ن}{ن} = 1$

أي: $(\text{لا يكون}) \binom{ن}{ن} = 1$ أو $(\text{كل يكون}) \binom{ن}{ن} = 1$

إما س = لا يكون ← س = صفر

أو س = كل شيء ← كل شيء ما عدا الصفر

س = 0 أو س = 13

∴ س ∈ {0 ، 13}

② إذا كان $\binom{19}{س-3} = 1$ فما قيم س ؟

الحل: نحن نعرف أن: $\binom{ن}{0} = 1$

$\binom{ن}{ن} = 1$

أي أن $(\text{لا يكون}) \binom{ن}{ن} = 1$ أو $(\text{كل يكون}) \binom{ن}{ن} = 1$

إما س − 3 = لا يكون ← س − 3 = صفر

أو س − 3 = كل شيء ← كل شيء ما عدا الصفر

س = 3 ← (3)

س − 3 = 19

س = 19 + 3

س = 22

∴ س ∈ {3 ، 22}

③ إذا كان: $\binom{ن}{0} = 1$ فما قيم ن ؟

الحل: نحن نعرف أن: $\binom{ن}{ن} = 1$

أي: $(\text{لا يكون}) \binom{ن}{ن} = 1$ أو $(\text{كل يكون}) \binom{ن}{ن} = 1$

إما 0 = لا يكون ← ن = صفر

أو 0 = كل شيء ← كل شيء ما عدا الصفر

ن = 0

∴ ن ∈ {0}

④ إذا كان: $\binom{ن-3}{7} = 1$ فما قيم (ن)

الحل: نحن نعرف أن: $\binom{ن}{0} = 1$

$\binom{ن}{ن} = 1$

أي أن: $(\text{لا يكون}) \binom{ن}{ن} = 1$ أو $(\text{كل يكون}) \binom{ن}{ن} = 1$

إما 7 = لا يكون ← ن = صفر

أو 7 = كل شيء ← كل شيء ما عدا الصفر

ن = 7 + 2

ن = 9

∴ ن ∈ {9}

ملاحظة:

$\binom{ن}{\text{لا يكون}} = 1$

$\binom{ن}{\text{كل يكون}} = 1$

نقول بكلمة لا يكون ، كل يكون الجواب واحد.

إعداد: أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي ادبي + IT

◎ اذا كان : $\binom{ن}{س} = ١٣$ فاوجد س ؟

الحل : نجد فرقان $\binom{ن}{١} = ن$ ، $\binom{ن}{ن-١} = ن$

أي أن $\binom{ن}{\text{واحد}} = ن$ أو $\binom{ن}{\text{اقل بواحد}} = ن$

اما : س = واحد ⟵ س = ١

او س = اقل بواحد من ١٣ ⟵ س = ١١

∴ س ∈ {١ ، ١١}

⑥ اذا كان $\binom{١٣}{س-٥} = ١٣$ فاوجد س ؟

الحل : نجد فرقان $\binom{ن}{٠} = ن$ ، $\binom{ن}{ن-١} = ن$

أي أن : $\binom{ن}{\text{واحد}} = ن$ أو $\binom{ن}{\text{اقل بواحد}} = ن$

اما : س - ٥ = واحد ⟵ س - ٥ = ١ ⟵ س = ٦

او س - ٥ = اقل بواحد من (١٣) ⟵ س - ٥ = ١٢ ⟵ س = ١٧

∴ س ∈ {٦ ، ١٧}

فالحل : $\binom{ن}{\text{واحد}} = ن$ ⟵ يمثل الكلة واحد ، اقل بواحد
$\binom{ن}{\text{اقل بواحد}} = ن$

⑦ اذا كان : $\binom{ن}{١} = ١٠$ فاوجد $\binom{ن}{٢}$

الحل : نجد فرقان $\binom{ن}{١} = ن$

$\Leftarrow$ ن = ١٠

⑧ امثلة على تساوي التوافيق :

اذا كان : $\binom{١٣}{١٠} = \binom{١٣}{ر٣}$

فاوجد ر ؟

الحل : $\binom{١٣}{ر٣} = \binom{١٣}{١٠}$

اما : ر٣ = ١٠ ⟵ ر = ١٠ - ٣ = ٧

او : ر٣ + ر = ١٣ ⟵ ٤ر = ١٣ - ٣ = ١٠

ر = ١٠ ÷ ٤ = ٢ ½

ل = ٥

ن = ١٢

∴ الجواب ر ∈ {٧ ، ٥}

⑨ اذا كان : $\binom{٩}{٧} = \binom{٩}{س+٥}$

فاوجد س ؟

الحل : $\binom{٩}{٧} = \binom{١٩}{س+٥}$

اما : س + ٥ = ٧ ⟵ س = ٧ - ٥ = ٢

او : س + ٥ + ٧ = ١٩ ⟵ س + ١٢ = ١٩

س = ١٩ - ١٢ = ٧

∴ س ∈ {٢ ، ٧}

تجميز : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــروبـــة

ثاني ثانوي ادبي + IT

① اذا كان: $(^{٢٨}_{٣ر-٥}) = (^{٢٨}_{ر})$.

حل آخر $(ر) \in ؟$

الحل: $(^{٢٨}_{٣ر-٥}) = (^{٢٨}_{ر})$

إما: $٣ر-٥ = ر$ ، أو: $(٣ر-٥)+ر = ٢٨$

$٢ر-ر = ٥$ ، $٤ر-٥ = ٢٨$

$ر = ٥$ ، $٤ر = ٢٨+٥$

$٣ر = ٣٣$

$ر = ١١$

$\therefore ر \in \{٥ ، ١١\}$

---

⑪ اذا كان: $(^{ن}_{٩}) = (^{ن}_{٣})$

حل آخر $(ن)$ ؟

الحل: $(^{ن}_{٩}) = (^{ن}_{٣})$

إما: $٩ = ٣$ (هذا مستحيل)

أو: $٩+٣ = ن$

$ن = ١٢$

$\therefore ن = ١١$

---

⑫ اذا كان: $ل(ن ، ٣) = ٣٦$

حل آخر $(^{ن}_{٣})$ ؟

الحل: تحقق الشروط ← ① $ن \in ط$ ، ② $ن \geq ٣$

$\therefore ل(ن ، ٣) = ٣٦$

$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)}{٦} = ٣٦$

$ن(ن-١)(ن-٢) = ٢١٦$

$ن(ن-١)(ن-٢) = ٦ \times ٦ \times ٦$

$\therefore ن = ٦$

امثلة على القانون لزف بوط التبديل بالتوافيق

يفضل متى تستخدم القانون "

يجب ان يتحقق السؤال شرطين:

① يجب ان يكون السؤال لواحد تبادل و توافيق

② يجب ان يكون ← يغير الحروف ← يغير الاماكن ← يغير الترتيب

الى المثلة:

① اذا كان $ل(ن ، ٣) = ١٢$

حل آخر $(^{ن}_{٣})$ ؟

الحل: تحقق الشروط ← ① $ن \in ط$ ، ② $ن \geq ٣$

$\therefore$ نطبق القانون:

$(^{ن}_{٣}) = \frac{ل(ن ، ٣)}{!٣}$

$(^{ن}_{٣}) = \frac{ل(ن ، ٣)}{١(٢)(٣)}$

$= \frac{١٢}{٦} = \frac{ك}{٦}$ ②

---

③ اذا كان: $ل(ن ، ٣) = ٣٦٠$

حل آخر $(^{ن}_{٣})$ ؟

الحل: تحقق الشروط ← ① $ن \in ط$ ، ② $ن \geq ٣$

$\therefore ك ل(ن ، ٣) = ١٢٠ ك$

$\therefore$ نطبق القانون:

$(^{ن}_{٣}) = \frac{ل(ن ، ٣)}{!٣} = \frac{١٢٠ ك}{٦}$

$= ٢٠ ك$ ③

تميز بـ : احترس

مجموعة أوراق عمل
لمبحث الرياضيات

للفروع : الأدبي والإدارة المعلوماتية والتنظيم الصحي

③ اذا كان ن :
$\binom{ن}{٢} = ١٥$
فما قيمة ل(ن ، ٢) ؟

الحل : تحققت الشروط
(١) ـ
(٢) نفس (ن)
(٣) نفس العدد (٢) .
ونفس الترتيب .

∴ نطبق : $\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن ، ر)}{ر!}$.

$\binom{ن}{٢} = \frac{ل(ن ، ٢)}{٢!}$.

$\frac{١}{١} \times \frac{ل(ن ، ٢)}{١٢٠} = ١٥$.

ل(ن ، ٢) = ٣٠ .

④ اذا كان ن $\binom{ن}{٣} = ٥$
فما قيمة ل(ن ، ٣) ؟

الحل : تحققت الشروط
(١) ـ
(٢) نفس (ن)
(٣) نفس الرقم (٣)
ونفس الترتيب
لكن نهتم بـ (٥) أولاً :

$\frac{٥}{٦} \binom{ن}{٣} = \frac{ن^٢}{٥} = ٤ \Leftarrow \binom{ن}{٣} = ٤$

∴ نطبق : $\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن ، ر)}{ر!}$.

$\binom{ن}{٢} = \frac{ل(ن ، ٢)}{٢!}$.

$\frac{٤}{١} \times \frac{ل(ن ، ٢)}{٦}$.

$\Leftarrow$ ل(ن ، ٢) = ٤ > .

⑤ اذا كان ل(ن ، ٣) = ٣٠
فما قيمة $\binom{ن}{٣}$ ؟

الحل : لم تتحقق الشروط وذلك لأن ٤ تختلف عن ٣ ، لذلك لا نطبق القانون ، بل نجد المطلوب لنا جرابه

∴ من التباديل ل(ن ، ٣) = ٣٠

نفتح بقوسين

(ن) (ن-١) = ٣٠

(ن) (ن-١) = (٦) (٥) نبدأ

ن = ٦ ← ن - ١ = ٥ ← ن > ٥

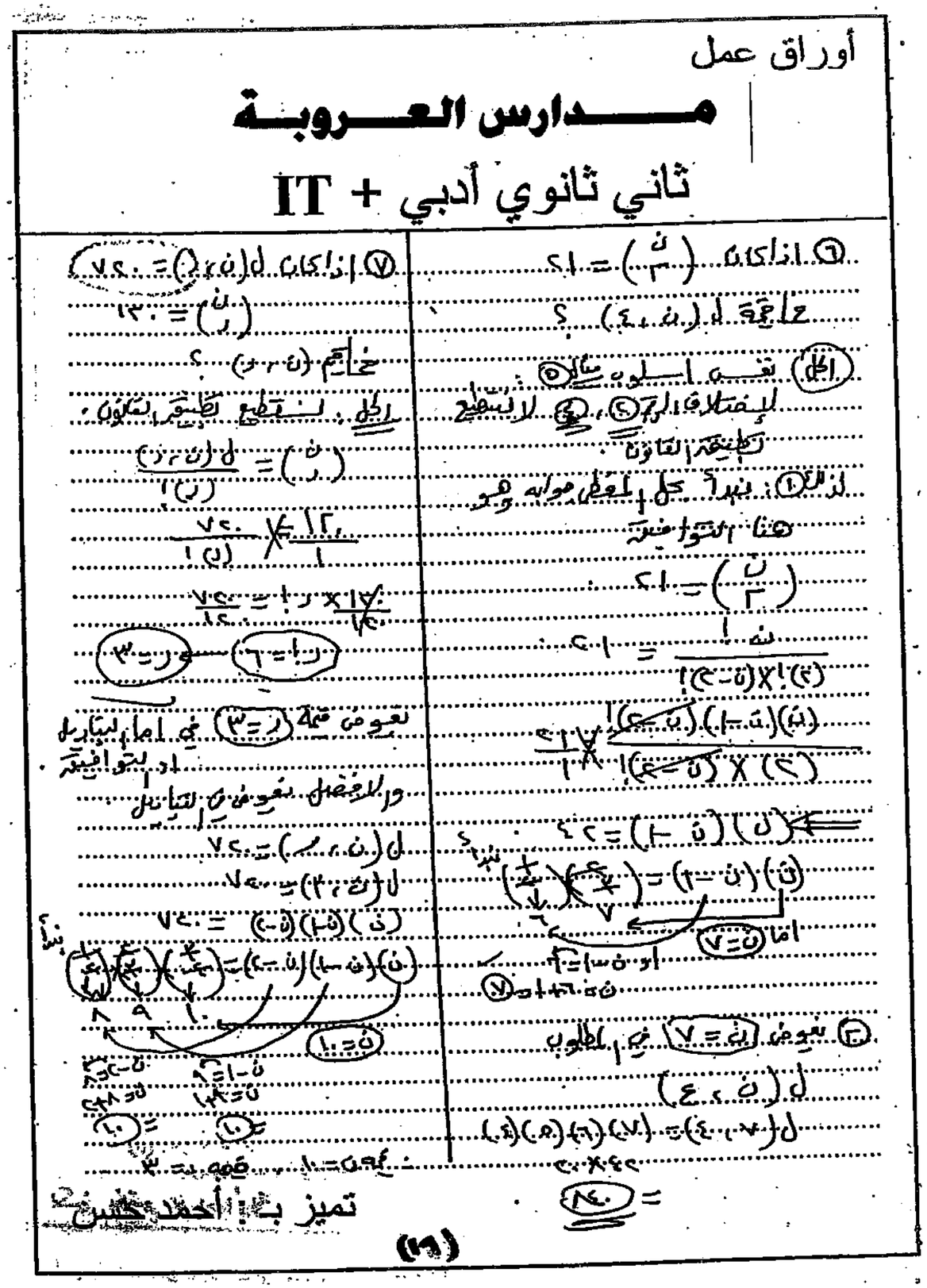
الآن نجد $\binom{ن}{٣}$: ∴ ن = ٦

$\binom{٦}{٣} = \frac{٦!}{٣!٣!} = \frac{٧٢٠}{٦ \times ٦} = ٢٠$

أوراق عمل

مـــــدارس العـــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT



مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

محظاظ كتابة اعداد مستخدما رمز الضروب

① يجب ان تبدأ الاعداد بالرقم الاكبر

② يجب ان يكون الفرق واحد فقط
يصل للعدد واحد او اثنين

عندها الجواب هو (العدد الاكبر)!

امثلة: اكتبي ما يلي مستخدمة رمز الضروب:

① ١X٢X٣X٤X٥ الجواب

الجواب: حققت الشروط ← (٥)!

② ٢X٣X٤X٥X٦X٧

الجواب: حققت الشروط الجواب (٧)!

③ ٢X١٢X٣٠

الحل: لم يحقق الشروط، لذلك نحلله:

٢X١٢X٣٠

الجواب ٦!

١X٢X٣X٤X٥X٦

محظاظ كتابة اعداد مستخدما رمز التباديل

① يجب ان تبدأ بالرقم الاكبر.

② يجب ان يكون الفرق واحد وليس بالضرورة ان يصل للعدد واحد او اثنين.

عندها الجواب هو ل(العدد الاكبر، عددهم)

امثلة: اكتبي ما يلي مستخدمة رمز التباديل:

① ٥X٦X٧ الجواب

الحل: حققت الشروط: ل(٧، ٣)

(العدد الاكبر، عددهم)

② ٢X٣X٤X٥X٦

الحل: حققت الشروط: ل(٦، ٥)

③ ٣٠X٥٦X٩٠

الحل: لم يحقق الشروط، نحلله:

٣٠X٥٦X٩٠

الجواب

٥X٦X٧X٨X٩X١٠ ⇐ ل(١٠، ٦)

الحل: ٦ = ١٢X٣ ⇐ ل(٣، ٢)

او ٦ = ٢X٣ ⇐ ل(٤، ٢)

تميز بـ : أحمد حسن

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

مثال ⊛ : إذا كان :

$$\binom{ن}{٣} = \frac{(ن+١)}{!٣} \times ل(ن، ٣)$$

↓ لها قانون

ما قيمة ن ؟

الحل:

$$\frac{ل(ن، ٣)}{!٣} = \frac{(ن+١)}{!٣} \times ل(ن، ٣)$$

$$\frac{١}{٦} = \frac{ن+١}{!٣}$$

$$\frac{١}{٦} = \frac{ن+١}{٦}$$

$$٦ = (ن+١)٦$$

$$ن+١ = ١$$

$$ن = صفر \leftarrow ١-١-$$

مثال ⊛ : إذا كان :

$$\frac{ل(ن، ٦)}{!٦} = \binom{ن}{٧}$$

هذا هو قانون التوافق

الحل:

$$\binom{ن}{٦} = \binom{ن}{٧}$$

أضع : تساوي توفيقاه :

أ :	أ :
تحت = تحت	تحت + تحت = فوق
٦ = ٧	ن = ٦ + ٧
هذا مستحيل ×	ن = ١٣

∴ ن = ٢ + ٥

ن = ٧

مثال ⊛ إذا كان :

$$ن! = ل(ن، ١) \times \binom{ن-١}{١} \times ١٢٠$$

فواصل — فواصل

ما قيمة ن ؟

الحل:

$$ن! = ن(ن-١) \times ١٢٠$$

ن يتبادل

$$ن(ن-١) \times (ن-٢)! = ١٢٠$$

$$(ن-٢)! = ١٢٠$$

نعرف $٥! = ١٢٠$ — بالمقارنة $(ن-٢)! = ١٢٠$ ، $(٥)! = ١٢٠$

مثال ⊛ : إذا كان :

$$\frac{ل(٥، ٣)}{١٣} = \binom{٥}{د-١}$$

هذا قانون التوافق

ما قيمة د ؟

الحل:

$$\binom{٥}{٣} = \binom{٥}{د-١}$$

أما :	أ :
تحت = تحت	تحت + تحت = فوق
د-١ = ٣	د-١ + ٣ = ٥
د = ٤	د = ٥ + ١
	د = ٦

(د = ٤) (د = ٦)

تميز بـ : أحمد حسن

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدراسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة لبيلة كل امتحان
صاحبة الحاج حسن 0796465131

أوراق عمل

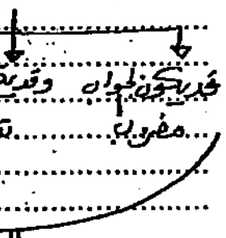
مـــــدارس العـــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

مبدأ العد:

تهتم مبدأ العد بمسائل كثيرة

وآلية الحل على طوا ضح لسابقة:



وقد يتم الجمع في الجواب.

بعض العبارات الهامة:

① إذا جاء السؤال فيه اختيار مع ترتيب يكون الجواب (تباديل).

② إذا جاء السؤال فيه اختيار تشكل عشوائي يكون الجواب (توافيق).

③ في المسائل تكون اللجان تكون عدد طرق الإجابة على أسئلة تكون من الترتيب توزيع + هدايا مع عدم الترتيب في كل حالة يكون السؤال (توافيق).

④ في المسائل التي فيها ترتيب (توزيع) لها صيغ (الوظائف) يكون (تباديل) مجلوس الأطفال على مقاعد يكون تباديل أو مضروب.

أدوات الربط:

و = ∩ : معناها X

أو = ∪ : معناها +

⑤ في حالة تكوين المنازل يكون على قاعدة العضو.

أي: (عدد طرق اختيار المنزل الأول) X (عدد طرق اختيار المنزل الثاني) X (عدد طرق اختيار المنزل الثالث) X (عدد طرق اختيار المنزل الرابع)

وهكذا ...

أمثلة:

① ما عدد طرق جلوس (٥) أولاد على (٤) مقاعد.

الجواب:

عدد الطرق = (عدد طرق اختيار الولد الأول) X (عدد طرق اختيار الولد الثاني) X (عدد طرق اختيار الولد الثالث) X (عدد طرق اختيار الولد الرابع)

= ١ X ٢ X ٣ X ٤

= ٢٤

أو: عدد الطرق = ل (عدد المقاعد، عدد المستخدم)

= ل (٤، ٤) = ١٤ = ٢٤

② ما عدد طرق جلوس (٣) بنات في (٦) مقاعد.

تتبع

تميز بـ : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

عدد طرق = (عدد طرق جلوس البنات) × (عدد طرق جلوس الأولاد) × (عدد طرق جلوس البنات)

= ٦ × ٥ × ٤ = ١٢٠ طريقة

أو: عدد طرق = ل (عدد المقاعد ، عدد الأشخاص)

= ل (٦ ، ٣) = (٦) × (٥) × (٤) = ١٢٠ طريقة

③ ما عدد طرق جلوس (٥) أطفال على خط مستقيم ؟

(الجواب): هنا لم يحدد عدد المقاعد في الخط المستقيم

لذلك نعتبر أن عدد المقاعد هنا حالياً تحدد الأطفال

أي كأن السؤال أصبح: ما عدد طرق جلوس (٥) أطفال على (٥) مقاعد

(الحل): نفس الأسلوب السابق (١) : عدد طرق = ل (عدد المقاعد ، عدد الأشخاص)

= ل (٥ ، ٥) = ٥! = ١٢٠ طريقة

④ ما عدد طرق جلوس (٣) أولاد و (٤) بنات في صف مستقيم ؟

(الجواب): بما أنه لا يوجد للأطفال أماكن لم يحدد عدد المقاعد في الصف ولم يحدد طريقة الجلوس لذلك نتبع الأسلوب السابق:

(١) نعتبر أن (٣) أولاد و (٤) بنات = (٧) أشخاص

(٢) نعتبر أن عدد المقاعد هنا = عدد الأشخاص = (٧) مقاعد

(الجواب): عدد طرق = ل (عدد المقاعد ، عدد الأشخاص)

= ل (٧ ، ٧) = ٧! = ٥٠٤٠ طريقة

⑤ ما عدد طرق جلوس (٣) أولاد متطابقين و (٤) بنات متطابقات ؟

(الحل): بما أنه هنا حدد طريقة الجلوس وهي الأولاد متطابقين و البنات متطابقات

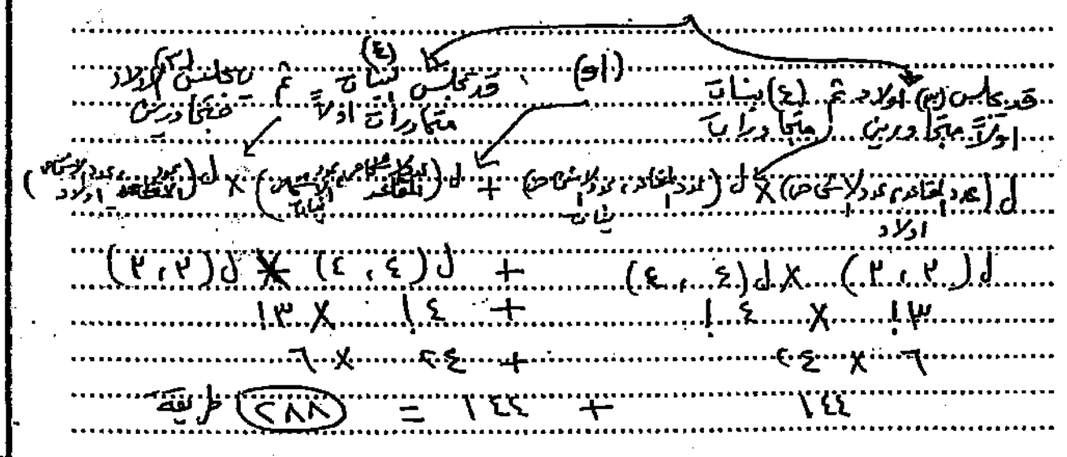
لذلك لا يوجد لدينا ما يتبين:

تميز بـ أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT



⑥ ما عدد طرق ترتيب (٥) كتب على رف يتسع لـ (٩) كتب ؟

(الحل): لوجود عبارة ترتيب ← مضاف تباديل

عدد الطرق = ل (عدد الرفوف ، عدد الكتب)

= ل (٩ ، ٥) = (٩)(٨)(٧)(٦)(٥)

= ١٥١٢٠ طريقة

⑦ ما عدد تباديل كلمة هدف ؟

(الجواب) عدد الحروف ص: هـ ، د ، ف ← ٣ حروف

∴ عدد التباديل = ل (عدد الحروف ، عدد الحروف الماخوذة الكلي)

= ل (٣ ، ٣) = ٦ = ٦ طريقة

⑧ ما عدد تباديل كلمة (نادر) ؟

(الجواب) عدد الحروف: ن ، ا ، د ، ر ← ٤ حروف

∴ عدد التباديل = ل (عدد الحروف ، عدد الحروف الماخوذة الكلي) = ل (٤ ، ٤) = ٢٤ طريقة

تميز بـ : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

⑨ ما عدد بدايل كلمة (لقين) مأخوذة حرفين من كل حرف ؟

(الحل) : عدد حرف لقين ← ل ، ق ، ي ، ن ← (٤) حروف

عدد الحروف المأخوذة من كل ← (٢) حرف

عدد البدايل = ل (عدد الحروف ، عدد الحروف المأخوذة) = ل (٤ ، ٢)

طريقة ① = (٤)(٥) = ٢٠

⑩ ما عدد طرق اختيار (٣) موظفين من بين (٥) موظفين ؟

(الحل) : بما أنه تم الإختيار عشوائي وبدون ترتيب للوظائف والمناصب

لذلك يكون السؤال توافيقي

وعندها : عدد الطرق = (العدد الكلي ، العدد المطلوب) = $\binom{٥}{٣}$

$= \frac{٥!}{٣! \times ٢!} = \frac{١٢٠}{٦ \times ٢} = ١٠$ طرق

طريقة ① = ١٠

⑪ ما عدد طرق اختيار (٤) معلمين من بين (٦) معلمين و (٣) إداريين من بين (٤) إداريين ؟

(الحل) : هنا أيضاً لم يحدد المناصب بل المطلوب هو اختيار تشكيل عشوائي

لذلك تم اختيار المعلمين (٤) من بين (٦) معلمين و تم اختيار (٣) إداريين من بين (٤) إداريين

عدد الطرق = (عدد المعلمين الكلي ، عدد المعلمين المطلوب) × (عدد الإداريين الكلي ، عدد الإداريين المطلوب)

$= \binom{٦}{٤} \times \binom{٤}{٣}$

$= \frac{٦!}{٤! \times ٢!} \times ٤$

$= \frac{٦ \times ٥ \times ٤!}{٤! \times ٢!} \times ٤ = \frac{٣٠}{٢} \times ٤$

طريقة ② ← ١٥ × ٤ = ٦٠

تميز بـ : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

(١٢) ما عدد طرق اختيار (٣) معلمين من بين (٥) معلمين أو اختيار طالبين من بين (٤) طلاب

(الحل) : نفهم مما سبق (١٢) : تم الاختيار بشكل عشوائي

∴ عدد الطرق = (العدد الكلي للمعلمين) C (العدد المطلوب) أو (العدد الكلي للطلاب) C (العدد المطلوب)

$= \binom{٥}{٣} + \binom{٤}{٢} = \frac{٥ \times ٤ \times ٣}{٣ \times ٢} + \frac{٤ \times ٣}{٢ \times ١} = ١٠ + ٦ = ١٦$ طريقة

(١٣) ما عدد طرق اختيار (٣) موظفين من بين (٥) موظفين

بحيث يكون أحدهم مدير والآخر نائب المدير والثالث سكرتير

(الجواب) : لاحظي هنا رتب الوظائف (الأسماء مهمة) ⟸ لذلك يكون تباديل

∴ عدد الطرق = ل (العدد الكلي ، العدد المطلوب)

$= ل(٥ ، ٣) = (٥)(٤)(٣) = ٦٠$ طريقة

(١٤) من عدد طرق اختيار (٤) طلاب من (٦) طلاب

بحيث يكون أحدهم عريف الصف ، والآخر نائب العريف

والثالث مسؤول النظام ، والرابع مسؤول المقصف

(الجواب) : لاحظي هنا رتب الوظائف (الأسماء مهمة) ⟸ لذلك يكون تباديل

∴ عدد الطرق = ل (العدد الكلي ، العدد المطلوب)

$= ل(٦ ، ٤)$

$= (٦)(٥)(٤)(٣)$

$= ٣٦٠$ طريقة

تميز بـ : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

(١٥) ما عدد طرق اختيار (٤) طلاب من (١٠) طلاب و إجلاسهم في طابور يتسع لـ (١٥) طالب.

(الحل): في هذا السؤال توافيق و تباديل.

وهي اختيار الطلاب → هي اجلاس (٤) طلاب في طابور يتسع لـ (١٥) طالب

أ (٤) تستكمل عملية من بين (١٠) طلاب

عدد الطرق = عدد طرق الاختيار × عدد طرق الإجلاس

= (العدد الكلي / العدد المطلوب) × ل (العدد الكلي ، العدد المطلوب)

= (١٠ / ٤) × ل (١٥ ، ٤)

= ١١٠ / ٤! × ١٥ × ١٤ × ١٣ × ١٢

= ١١٠ / ٢٤ × ١٥ × ١٤ × ١٣ × ١٢

= ١٠ × ٩ × ٨ × ٧ × ٦ × ١٥ × ١٤ × ١٣ × ١٢

= ٣٦٠٣٦٠٠ طريقة

(١٦) رجل لديه (٩) هدايا و لديه (٤) أطفال ، أراد توزيعها على الأطفال الأربع بحيث يأخذ الطفل الأصغر ٣ هدايا و باقي كل من الأطفال يأخذ نصف ما يأخذه الذي يليه كم عدد الطرق التي يمكن توزيع الهدايا على الأطفال.

الجواب: عدد الطرق = (عدد الهدايا بكل / يأخذ الطفل الأصغر) × (عدد الهدايا / الباقي / يأخذ الطفل الذي يليه) × (عدد الهدايا / الباقي / يأخذ الطفل الذي يليه) × (عدد الهدايا بكل / الباقي / يأخذ الطفل الأخير)

= (٩ / ٣) × (٦ / ٣) × (٣ / ٣) × (٣ / ٣)

تميز بـ : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

$= (\frac{9}{4}) \times (\frac{6}{c}) \times (\frac{4}{c}) \times (\frac{2}{c})$

$= \frac{9!}{13! \times 16} \times \frac{6!}{14! \times 12 \times 13} \times \frac{4!}{12 \times 13} \times 12$

$= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 13!}{13! \times 16} \times \frac{6 \times 5 \times 14!}{14! \times 14} \times \frac{4 \times 3 \times 12!}{12! \times 14} \times 1$

$= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 4}{16} \times \frac{3}{c} \times \frac{1}{4} \times 1$

$= 84 \times 10 \times 6 \times 1 =$ طبيعة

(١٧) اذا كان لدينا (٤) معلمين (٥) اداريين واردنا تشكيل لجنة ثلاثية فكم اوجد:

(أ) اذا كانت اللجنة تضم اداريين اثنين على الاكثر اوجد عدد طرق تكوين هذه اللجنة

(ب) اذا كانت اللجنة تضم معلمين فقط اوجد عدد الطرق التي يمكن بها تشكيل اللجنة ؟

(ج) اذا كانت اللجنة تضم اداريين اثنين على الاكثر اوجد عدد الطرق التي يمكن بها تشكيل اللجنة ؟

(د) اذا كانت اللجنة تضم معلمين فقط اوجد عدد طرق تشكيل اللجنة ؟

(هـ) اذا كانت اللجنة تضم اداريين فقط اوجد عدد طرق تشكيل هذه اللجنة ؟

(و) اذا كانت اللجنة تضم معلم واحد على الاقل اوجد عدد طرق تشكيل هذه اللجنة ؟

(أ) اذا كانت اللجنة تضم اداريين اثنين على الاكثر اوجد عدد طرق تكوين هذه اللجنة

(ب) اذا كانت اللجنة تضم (٢) معلمين على الاكثر (الاقل) ما الذي نعنيه بهذه العبارة ؟

تختار ٣ من بين ٢٥ أرقام موضحات وهي:

- المعلمين: عددهم (٤) ← اختار ٢ (لازما) لانه لا يجوز تجاوزه
- الاداريين: عددهم (٥)
- الهيئة المطلوبة: (٣) (لازما)

تميز بـ : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

معلمي ادارسة

② مجموع الاستخدام = ٤ + ٥ = ٩ الاستخدام

عدد الطرق = (العدد الكلي ٩ / ٣) = (العدد المطلوب ١ / ٣)

= ٩ / ١٣ × ١٦ = ١٢ × ١٧ × ١٨ × ١٩ / ٣ × ٢ × ١ = ٧ × ٨ × ٧ = ٣٤٣ طريقة

③ عدد الطرق = (المطلوب ٤ / ١) × (الادارسة ٥ / ٣)

بما ان المجموعة تحوي معلمين اذا يجب ان يكون في المجموعة ٣ ادارسة

= ١٠ × ٤ = ٤٠ طريقة

توضيح: هنا تم اختيار (١) معلم من بين (٤) معلمين

ولكن حتى المجموعة بطاريقة صحيحة يجب ان يكون بها (٣) ادارسة

يتبقى (٢) ونريدهم ادارسة من بين (٥) ادارسة

④ عدد الطرق = (المطلوب ٤ / ١) × (الادارسة ٥ / ٢)

توضيح: هنا اراد ان يكون في المجموعة ٢ ادارسة

(٥) ادارسة لذلك لكي يتم التقسيم لثلاثة لابد ان يكون معلم من بين (٤) معلمين

= ٤ × ١٠ = ٤٠ طريقة

⑤ بما ان المجموعة تحوي معلمين لذلك تم

اختيار (٣) معلمين من بين (٤) معلمين

و (٧) ادارسة من بين (٥) ادارسة

= عدد الطرق = (المطلوب ٤ / ٣) × (الادارسة ٥ / ٢)

= ٤ × ١٠ = ٤٠ طريقة

⑥ بما ان المجموعة تحوي معلمين لذلك يتم

اختيار (١) معلم من بين (٤) معلمين

و (٦) ادارسة من بين (٥) ادارسة

= عدد الطرق = (المطلوب ٤ / ١) × (الادارسة ٥ / ٣)

= ٤ × ١٠ = ٤٠ طريقة

⑦ عبارة ادارسة اسبق من الاكبر

نبدأ بـ (٣) ادارسة

لذلك قد يكون (١) ادارسة او (٢) ادارسة

وهم التقسيم ادارسة

= (الادارسة ٥ / ٣) × (المطلوب ٤ / ٣) + (الادارسة ٥ / ٢) × (المطلوب ٤ / ١) × (الادارسة ٥ / ٠)

= ١٠ × ٤ + ٥ × ٦ + ١ × ٤

= ٤٠ + ٣٠ + ٤ = ٧٤ طريقة

⑧ عبارة معلم واحد على الاقل

نبدأ بـ (١) معلم

نزيد في كل مرة واحد حتى نصل العدد (٣)

لذلك قد يكون (١) معلم (٢) معلم (٣) معلم

و بجانب كل منهم ٣ معلمين

= ١ × ٤ = ٤ طريقة

تميز بدن أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

عدد الطرق = (4 ع 1)(3 ع 1)(5 ع 1)(4 ع 1)(5 ع 1)

= 4 × 1 × 6 × 5 × 4 × 1

= 480 طريقة

(ب) عبارة عن 3 معلمين على الأكثر

تنزل في عمل صح واحدة صح تعمل للتوزيع:

(3) معلمين

لذلك: فيكون:

(3) معلمين أو (2) معلم أو (1) معلم أو (0) معلم

ونتيجة لهذا سيتم بعدين كل يوم

عدد الطرق = (3 ع 3)(5 ع 5)(4 ع 4)(5 ع 1)(4 ع 4)(5 ع 1)

= 1 × 1 × 24 × 5 × 6 × 1 × 4 × 1

= 480 طريقة

(ج) هنا صنف لأسئلة الشوائي

إلى إجباري واختياري

عدد طرق الإجابة = (عدد الإجباري بعدد نفسه) × (عدد الاختياري بعدد الباقي)

= (6 ع 6) × (8 ع 2)

= 1 × 28

= 28 طريقة

(18) يتقدم طالب امتحان مكون من (10) أسئلة

عليه الإجابة على (8) أسئلة منها

أوجدي:

(أ) عدد طرق الإجابة على الأسئلة؟

(ب) إذا كان عليه أن يجيب عن السؤالين

الأول والثاني إجباري، أوجدي عدد طرق

الإجابة على الأسئلة؟

(ج) إذا كان عليه الإجابة على الأسئلة

الثاني والثالث والرابع إجباري

أوجدي عدد طرق الإجابة على الأسئلة؟

(الحل): هنا تم الإجابة بشكل عشوائي لذلك يكون توافيق

وتم هنا سؤال الطلب رقم (أ) فقط

عدد الطرق = (عدد الأسئلة الكلي 10 ع عدد الأسئلة المطلوب 8)

= 10! / 8! × 2!

= (10 × 9 × 8!) / (8! × 2)

= 45 طريقة

تميز بـ: أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

(٩) بنود أسلوب (أ) :

عدد الطرق = (الاختيارات بنفس) × (الاختيار المتبقية)

$= \left(\frac{٣}{٣}\right) \times \left(\frac{٧}{٥}\right) \times ١ = \frac{٧}{١٢ \times ١٠}$

(٢١ طريقة) $= \frac{٤٢}{٢} = \frac{١٥ \times ٦ \times ٧}{١٢ \times ٥}$ =

(١٩) إذا كان لدينا مجموعة الأعداد {١، ٢، ٤، ٥، ٧، ٩}

أوجد: (أ) عدد طرق تكوين عدد من منازل من الحالات التالية:

١ إذا سمح بالتكرار.

٢ إذا لم يسمح بالتكرار.

(ب) عدد طرق تكوين عدد من ٣ منازل في الحالات التالية:

١ إذا سمح بالتكرار.

٢ إذا لم يسمح بالتكرار.

٣ إذا لم يسمح بالتكرار بحيث يكون العدد يقبل القسمة على (٣)

٤ إذا لم يسمح بالتكرار بحيث يقبل العدد القسمة على (٥)

٥ إذا لم يسمح بالتكرار بحيث يكون العدد أقل من (٦٠٠) ؟

الحل: تكون الإجابة على حسب القرب

(أ) ١ مع التكرار:

عدد الطرق = (عدد طرق اختيار المنزلة الأولى) × (عدد طرق اختيار المنزلة الثانية) × (عدد طرق اختيار المنزلة الثالثة)

= (٦ طرق) × (٦ طرق) × (٦ طرق)

= ٢١٦ طريقة

٢ مع عدم التكرار:

عدد الطرق = (الآحاد ٦ طرق) × (العشرات ٥ طرق) × (المئات ٤ طرق)

= ١٢٠ طريقة

(ب) ١ مع التكرار:

عدد الطرق = (الآحاد ٦ طرق) × (العشرات ٦ طرق) × (المئات ٦ طرق)

= ٢١٦ طريقة

٢ مع عدم التكرار وتقبل القسمة على (٣)

تعليل الحل: حتى يقبل أي عدد مهما كانت منازله القسمة على (٣)

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

إذا كانت منزلة آحاده = { ٠، ٢، ٤، ٦، ٨ }

ومن هذا السؤال يوجد ٣ طرق لإعداد
منعقة ... العدد (٣) التي لذا تكون منزلة
الآحاد بطريقتين

∴ عدد الطرق = (الآحاد) × (العشرات) × (المئات)
= (١) طريقة

٤ مع عدم التكرار وتمثل العشرة على (٥)
(تعليلها) : حتى تمثل أي عدد مهما كانت
منازله العشرة على (٥) يجب أن
تكون آحاده إحدى الأعداد { ٠، ٥ }
ومن الموجود لدينا فقط العدد (٥)
∴ الآحاد تم بطريقة

∴ عدد الطرق = (الآحاد) × (العشرات) × (المئات)
= (١٥) طريقة

٥ مع عدم التكرار ويكون العدد أقل من (٦٠٠)
يوجد شرطان هما أن تكون منزلة
المئات أقل من (٦)
ومن الموجود لدينا فقط { ٠، ٢، ٤، ٥ } أقل من (٦)

لو كانت منزلة المئات تم + (٣) طرق

∴ عدد الطرق = (الآحاد) × (العشرات) × (المئات)
تنفيذ الشرط هنا
= (٤) × (٣) × (٣) طرق
= (٣٦) طريقة

⑩ وعاء فيه (٤) كرات حمراء
(٦) سوداء
سحبت منه كرتان على التوالي :
أوجدي عدد طرق سحب الكرتين
حتى في الحالات التالية :

أ إذا كان السحب مع إرجاع . أمس

ب إذا كان السحب دون إرجاع . يتناول

ج إذا كان السحب معاً (مقصود مع)

ماكفن هام : حقق :

⑪ السحب مع إرجاع :
عدد الطرق = (الطرق) × (نفسه) = (العدد)
= ١٠ × ١٠ = ١٠٠ طريقة

⑫ السحب دون إرجاع = ل (العدد على ال)
عدد الطرق = (الطرق) × (الطرق − ١) = ل (ال)
= (١٠) × (٩) = (٩٠) طريقة

⑬ السحب معاً عدد الطرق = (الطرق) = (١٠)

تميز بـ : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

ثاني ثانوي أدبي + IT

(٢١) دولابين فيه ٥ كرات سوداء، ٤ بيضاء، ٦ حمراء، ٣ خضراء
سحبت منه (٣) كرات ... احسبي عدد الطرق
في الحالات التالية:

(أ) اذا كان السحب مع إرجاع.
(ب) اذا كان السحب دون إرجاع.
(جـ) اذا كان السحب معًا (دفعة واحدة)

الاجابة:

س	ب	ح	ص
٣	٥	٦	٤

س: سوداء
ب: بيضاء
ح: حمراء
ص: خضراء

(أ) عدد الطرق = (عدد الطرق)^(عدد السحبات) = (١٨)^٣ = ١٨ × ١٨ × ١٨ = ٥٨٣٢ طريقة

(ب) عدد الطرق = (المجموع) × (المجموع − ١) × (المجموع − ٢)
= ١٨ × ١٧ × ١٦ = ٤٩٠٨ طريقة

أو بتأويل = ل(١٨، ٣) = ١٨ × ١٧ × ١٦ = ٤٩٠٨

(جـ) عدد الطرق = (المجموع) / (عدد السحبات) = (١٨ / ٣)
= طريقة

(٢٢) اذا اردنا تشكيل لوحة سيارة تتكون من تسلسل رقمين من بين الأرقام (١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩)
وتسلسل (تشكيل) ثلاثة حروف من بين الحروف الإنجليزية على أن:

عدد الحروف الإنجليزية (٢٨) حرفًا

اوجدي عدد الطرق التي يمكن بها تكوين اللوحة في الحالات التالية:

(أ) اذا سمح بالتكرار.
(ب) اذا لم يسمح بالتكرار بتاتًا
(جـ) اذا سمح بتكرار الأحرف فقط

الجواب (أ) مع التكرار:

عدد الطرق = (عدد الطرق الممكنة لاختيار الأرقام)^(عدد الأرقام المختارة) × (عدد الطرق الممكنة لاختيار الحروف)^(عدد الحروف المختارة)
= (١٠)^٢ × (٢٨)^٣ = ١٠ × ١٠ × ٢٨ × ٢٨ × ٢٨ = ٢١٩٥٢ طريقة

(ب) مع التكرار:

عدد الطرق = (عدد الطرق الممكنة لاختيار الأرقام)^(عدد الأرقام المختارة) × (عدد الطرق الممكنة لاختيار الحروف)^(عدد الحروف المختارة)
= (١٠ × ٩)^٢ × (٢٨ × ٢٧ × ٢٦)^١ = ٩٠ × ٧٥٦٠ = ٦٨٠٤٠٠ طريقة

(جـ) مع التكرار بتاتًا ... الحروف بدون تكرار

عدد الطرق = (عدد الطرق الممكنة لاختيار الأرقام)^(عدد الأرقام المختارة) × (عدد الطرق الممكنة لاختيار الحروف)^(عدد الحروف المختارة)
= (١٠ × ٩)^٢ × (٢٨ × ٢٧ × ٢٦)^١ = ٩٠ × ٧٥٦٠ = ٦٨٠٤٠٠ طريقة

تميز بـ: أحمد حسن

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

مثال (٣٤): اذا كان لدينا (٥) معلمين و (٣) طلاب .

واردنا تشكيل لجنة من (٤) اشخاص

اوجدي: (أ) عدد طرق تشكيل الفريق إذا كان يضم (٣) معلمين .

(ب) عدد طرق تشكيل الفريق إذا كان يضم (٣) طلاب على الأقل ،

(ج) عدد طرق تشكيل اللجنة إذا كان رئيس الفريق اللجنة ونائبه من المعلمين والباقي من الطلاب .

الحل:

معلمين	طلاب
٥	٣

اختيار لجنة من (٤) أشخاص

اختيار لجنة متوافقة .

أ) عدد الطرق = $\binom{\text{معلمين}}{\text{المطلوب}}_{\text{منهم}}^{5} \times \binom{\text{طلاب}}{\text{الباقي}}_{3}$

$= \binom{5}{3} \times \binom{3}{1}$

$= \frac{ل(٥)}{ل(٣)ل(٢)} \times ٣$

$= \frac{(٥)(٤)(٣)}{(٢)(١)} \times ٣$

$= ١٠ \times ٣ =$ (٣٠) طريقة

(ب) يضم (٣) طلاب على الأقل ← تزيد واحد صح تفضل (٤) لجنة ← تنتج (٣)

فتكون

٤ طلاب	٣ طلاب
$\binom{\text{معلمين}}{0}_{5} \times \binom{\text{طلاب}}{4}_{3}$	$\binom{\text{معلمين}}{1}_{5} \times \binom{\text{طلاب}}{3}_{3}$
وهذا مستحيل	
X	٥ X ١
	٥ طريقة

(ج) هنا الاختيار

رئيس اللجنة ونائبه معلمين ∴ فيها ذكر مناصب ∴ تم المعلمين (تباديل)

والباقي من الطلاب فيها اختيار تشكل عشوائي ∴ توافيق

∴ عدد الطرق = $\binom{\text{معلمين}}{\text{منهم}}_{5} \times \binom{\text{طلاب}}{\text{الباقي}}_{3}$

$= ل(٥) \times \binom{3}{2}$

$= ٣ * (٤)(٥)$

$= ٣ \times ٢٠ =$ (٦٠) طريقة

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

مثال ④ وعاء فيه (٣) كرات حمراء .
(٢) صفراء .
(٤) سوداء .
سحبت منه عينة من (٣) كرات .
أوجدي عدد الطرق في الحالات التالية :
أ) عدد طرق سحب العينة مع الارجاع .
ب) عدد طرق سحب العينة دون ارجاع .
ج) عدد طرق سحب العينة دفعة واحدة (معاً) .
د) إذا كان السحب مع إرجاع وكانت العينة تحوي على (٣) كرة صفراء على الأقل .
هـ) إذا كان السحب مع إرجاع وكانت العينة تحوي على (كرة حمراء) على الأقل .

الحل:

٣	٢	٤
ح	ص	س

سحب ③ كرات

المجموع ⑨ كرات

① عدد الطرق مع ارجاع = يكون الجواب أس العدد الجواب = (عدد الكرات الكلي)

$= (9)^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$ طريقة

② عدد الطرق دون ارجاع = الجواب يكون تباديل العدد الكلي للكرات ، العدد المطلوب

$= ل(9 ، 3) = (9)(8)(7) = 504$ طريقة

③ عدد الطرق دفعة واحدة معاً = الجواب توافيق العدد الكلي للكرات ، العدد المطلوب

$= \binom{9}{3} = \frac{ل(9،3)}{!3} = \frac{(9)(8)(7)}{1 \times 2 \times 3} = 84$ طريقة

④ كرتان صفراء ، مع الارجاع ، على الأكثر
كرة صفراء مع الارجاع على الأكثر
تقييد واحد حتى تفعل للعدد الكلي
مقابل اسس
تنبيه

٣ صفراء ، ١ غير صفراء
$\binom{3}{2} \times (2)^2 \times \binom{7}{1} (7)^1$
عدد الطرق = صفراء ٢ ، غير صفراء ٧ ، صفراء ٣ ، غير صفراء ٧

٢ صفراء ، ٢ غير صفراء
$\binom{3}{2} \times (2)^2 \times \binom{7}{2} (7)^2$
عدد الطرق = صفراء ٢ ، غير صفراء ٧ ، صفراء ٣ ، غير صفراء ٧

$= (2)^2 (7)^1 + (2)^2 (7)^2 = 4 \times 7 + 4 \times 49 = 28 + 196 = 224$ طريقة

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

⑤ ١ كرة حمراء على الأقل مع إرجاع ← تنفيذ إجراءات حتى نحصل على العدد المطلوب
نهيئ الكرة

- ١ كرة حمراء
- ⑤ ٥ غير حمراء

(حمراء)(غير حمراء) + (غير حمراء)(حمراء)

$(٣)^{١}(٦)^{٢} + (٦)^{٢}(٣)^{١}$

$٣ \times ٣٦ + ٢١٦ \times ١$

$= ١٠٨ + ٢١٦$

$= ٣٢٤$ طريقة

عدد الطرق = ل (العدد الكلي ، العدد المطلوب)

③ حتما = دفعة واحدة ← معناها الجواب توافيقة .

عدد الطرق = $\binom{\text{العدد الكلي}}{\text{العدد المطلوب}}$

ملاحظة: التوافيقة يكون السحب بشكل فوضى

عدد الطرق = $\binom{\text{من أين}}{\text{عدد الكرات المطلوبة}}$ عدد الكرات الكلي

عزيزي الطالب / الطالبة :

① مع ارجاع = مع تكرار ← الجواب أسهل

∴ عدد الطرق = (العدد الكلي)^(العدد المطلوب)

② دون ارجاع = دون تكرار ← الجواب تباديل

تميز بـ : أحمد حسن

أوراق عمل

مدارس العروبة

رياضيات أدبي + IT

تدريب إلى تمارين اضافيه (١٣ - ٢٢)

س١ اكتب كل مما يلي مستخدمة رمز طضروب

① ١×٢×٣×٤×٥

الجواب: ٥!

② ٧×١٢×١١×٩×١٠×٨×٦×٥×٢×٣×٤

الجواب: نرتب: ١٢×١١×١٠×٩×٨×٧×٦×٥×٤×٣×٢

③ ١٠×٩×٨×٧!

الجواب: ١٠×٩×٨×٧×٦×٥×٤×٣×٢×١

١٠!

④ ٤٢×٣٠×٦

الجواب: ٨ ٨ ٨

٢×٣×٤×٥×٦×٧×٨

٨!

⑤ ١٢×١١×١٠×٩×٨×٧×٦×٥×٤×٣×٢×١

الجواب: ١٢×١١×١٠×٩×٨×٧×٦×٥×٤×٣×٢

١٢!

⑥ ٦

الجواب: ٦×٥×٤×٣×٢×١ = ٦!

⑦ ١

١!

الجواب: ١ < ١٠

س٢٠ أوجدي قيمة (ن) في الحالات التالية:

① اذا كان (ن - ١)! = ١٢٠

حاقلية ن ؟

الجواب: نبدأ بالمقارنة

١٢٠ = ٥!

(ن - ١)! = ١٢٠

(٥)! = ١٢٠

ن - ١ = ٥

ن = ٦

② اذا كان $\left(\frac{ن}{٢}\right)!$ = ٥٠٤٠

حاقلية ن ؟

الجواب: نبدأ بالمقارنة

٧! = ٥٠٤٠

(ن/٢)! = ٥٠٤٠

(٧)! = ٥٠٤٠

ن/٢ = ٧

ن = ١٤

تميز ب: أحمد حسن

تشيع

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

رياضيات أدبي + IT

③ إذا كان (٢ن - ٣)! = ٦
جـ/ قيمة (ن) ؟

الحل:
(٢ن - ٣)! = ٦
بالمقارنة
(٢ن - ٣)! = ٣!
٢ن - ٣ = ٣
٢ن = ٦
ن = ٣

④ إذا كان: ن! - ن = صفر
جـ/ قيمة (مجموعة)(ن) ؟

الحل: ن! = ن
إما ن = ١ أو ن = ٢

كبير ستارل

④ إذا كان: $\frac{ن!}{(ن-٣)!}$ = ٤٢
جـ/ قيمة (ن) ؟ ← مقدرة

الحل: $\frac{ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)!}{(ن-٣)!}$ = ٤٢
ن(ن - ١)(ن - ٢) = ٤٢
ن(ن - ١) = ٦(٧)
ن = ٧
ن + ١ = ٧ + ١
ن = ٦
ن = ٧

الكبير ستارل

⑤ إذا كان: $\frac{(ن+٣)!}{(ن+١)!}$ = ٩٠
جـ/ قيمة (ن) ؟ ← أصغر قيمة

الحل: $\frac{(ن+٣)(ن+٢)(ن+١)!}{(ن+١)!}$ = ٩٠
(ن + ٣)(ن + ٢) = ٩(١٠)
ن + ٢ = ١٠
ن = ٨
ن + ٣ = ٩
ن = ٦
ن = ٨

تجميز: أحمد حسن

تابع ←

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

أوراق عمل

مدارس العروبة

رياضيات أدبي + IT

اكبر تنازل

⑥ اذا كان $\frac{(ن-٢)!}{(ن-٤)!} = ٦$ ، جد قيمة (ن)؟ ← اهض سرعة

الجواب: $\frac{(ن-٢)(ن-٣)(ن-٤)!}{(ن-٤)!} = ٦$

$(ن-٢)(ن-٣) = ٦$

$(ن-٢)(ن-٣) = ٣ \times ٢$

$ن-٢ = ٣ \Leftarrow ن = ٥$

$ن-٣ = ٢ \Leftarrow ن = ٥$

⑦ اذا كان: $\frac{ن! \times (ن-١)!}{(ن-٢)!} = (ن-١)$ ، جد قيمة (ن)؟

الجواب: $\frac{ن! \times (ن-١)(ن-٢)!}{(ن-٢)!} = (ن-١)$

$ن! \times (ن-١) = (ن-١)$

$ن! = ١ \Leftarrow ن = ١$ أو $ن = صفر$

⑧ اذا كان: $ل(ن، ١) = ٩$ ، جد قيمة ن ← بيضاوي

الجواب: $ن = ٩$

⑨ اذا كان: $ل(ن+١، ١) = ١٢$ ، جد قيمة (ن)؟ ← بيضاوي

الجواب:

$ن + ١ = ١٢$

$-١ \quad -١$

$ن = ١١$

تميز بـ: أحمد حسن

يتبع ←

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

رياضيات أدبي + IT

⑩ اذا كان: $ل(ن، ٢) = ٣٠$

جد قيمة (ن).

الجواب: $ل(ن، ٢) = ٣٠$

بتشبيه

$ن(ن-١) = ٣٠$

$ن(ن-١) = ٦ \times ٥$

$ن = ٦$

$ن - ١ = ٥$

$ن = ٦$

⑪ اذا كان: $ل(ن، ٣) = ٢١٠$

جد قيمة (ن).

الجواب:

$ن(ن-١)(ن-٢) = ٢١٠$

$ن(ن-١)(ن-٢) = ٧ \times ٦ \times ٥$

$ن = ٧$

$ن - ٢ = ٥$

$ن = ٧$

⑫ اذا كان:

$ل(ن-٢، ٣) = ٩٩٠$

جد قيمة (ن).

الجواب:

تميز بـ: أحمد حسن

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

رياضيات أدبي + IT

(١٣) إذا كان: $ل(ن، ن) = ٦$

أوجد قيمة (ن) ؟

الحل: $ل(ن، ن) = ٦$

مثل بعض الجواب مطلوب احدهم

$ن! = ٦$

بالمقارنة

نعرف $ل$

$ن = ٣$ $\quad$ $ن! = ٦$

$ن = ٣$ $\quad$ $ن! = ٦$

(١٤) إذا كان: $ل(ن-١، ن-١) = ٢٤$

أوجد قيمة (ن) ؟

الحل: $ل(ن-١، ن-١) = ٢٤$

مثل بعض مطلوب الأول

$(ن-١)! = ٢٤$

نعرف $٤! = ٢٤$ $\quad$ $(ن-١)! = ٢٤$

$٤ = ن-١$ $\quad$ $(٤)! = ٢٤$

$ن = ٥$

(١٥) إذا كان:

$ل(ن، ن-١) = ١٢٠$

أوجد قيمة (ن) ؟

الحل:

(١٦) إذا كان: $\frac{ل(ن، ٣)}{ل(ن، ٢)} = ٥$

أوجد قيمة (ن) ؟

٣ بسون

الحل:

$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)}{ن(ن-١)} = ٥$

$ن - ٢ = ٥$

$ن = ٧$

(١٧) إذا كان: بسيط

$\frac{ل(ن+٢، ن+٢)}{ل(ن+١، ن)} = ٩$

أوجد قيمة (ن) ؟

أوراق عمل

مـــــدارس العـــروبـــة

رياضيات أدبي + IT

الحل: $\frac{(ن+٤)(ن+٣)(ن+٢)!}{(ن+١)!} = ٩$

$ن+٤ = ٩$

$ن = ٥$ ← $ن = ٧$

(١٨) إذا كان: $ل(ن، ٣) = ٤٣ ل(ن-٢، ١)$

الجواب: ٣ بنون — بيتدام

$(ن-٠)(ن-١)(ن-٢)(ن-٣) = ٤٣ \times (ن-٢)(ن-٣)$

$ن(ن-١) = ٦ \times ٧$

$ن = ٧$

تذكر

(١٩) إذا كان:

$ل(ن+٤، ٤) = ١٢ \times ل(ن-٣، ٣)$

الجواب: ٤ بنون — بيتدام

$(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)(ن-٤) = ١٢ (ن-٣)(ن-٤)$

$(ن-١)(ن-٢) = ٤ \times ٣$

$ن = ٥$ ← $ن = ٤$

(٢٠) أثبت صحة كل مما يلي:

ⓐ $ل(ن، ٠) = ١$

البرهان:

ⓑ $ل(ن، ١) = ن$

البرهان:

ⓒ $ل(ن، ن) = ن!$

البرهان:

تبع ← تميز د : احمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــروبـــة

رياضيات أدبي + IT

③ ٥ × ٧ × ٣ × ٢ × ٤ × ٢

الجواب: تحادل جملتي خلف بعض وانفرغ واحد.

٥ × ٧ × ٦ × ٨

← ٥ × ٦ × ٧ × ٨ ← ل(٨، ٤)

④ ٢ × ٣ × ٤ × ٣٠ × ٥٦ × ٩٠

الجواب: ٨ ، ٨ ، ٨ × ١٠ ، ٥ × ٦ ، ٧ × ٨ ، ٣ × ٤

الجواب: ل(١٠، ٩)

⑤ ٦

الجواب: ٦ = ١ × ٢ × ٣ ← ل(٢، ٢)

أو ٦ = ٢ × ٣ ← ل(٣، ٢)

أو ٦ = ل(٦، ١)

⑥ ١ ← ل(٠، ١) = ١

ل(ن، ٠) = ١

الجواب:

(٢١) اكتب كل مما يلي مستخدماً رمز التباديل:

① ٦ × ٥ × ٤ × ٢ × ١

الجواب: حقق الشروط ل(الأكبر، عددهم)

ل(٦، ٦)

② ٨ × ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١

الجواب: مرتبهم:

٨ × ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١

الجواب: ل(الأكبر، عددهم)

ل(٨، ٨)

تجهيز: أحمد حسن

تابع ←

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

رياضيات أدبي + IT

واحد حوامل

(٣٤) أوجد قيمة (ن) لكل مما يأتي:

① إذا كان $\binom{ن}{٥} = ١$

مخاطبة (ن) ؟

الجواب: $\binom{ن}{٥} = ١$ أحد هذا واحد ∴ حوامل

إما | أو

تحت = لا شيء (٠) | تحت = كل شيء ما فوقه

ن = ٥

② إذا كان $\binom{ن-٣}{٩} = ١$ لحد هذا واحد ∴ حوامل

مخاطبة (ن) ؟

الجواب: إما | أو

تحت = لا شيء | تحت = كل شيء ما فوقه

$٩ = ٠$ مستحيل | $٩ = ن-٣$

$٩ = ن-٣$

$١٢ = ن$

③ إذا كان $\binom{٧}{س} = ١$ أحد حوامل

مخاطبة (س) ؟

الجواب: إما: | أو:

تحت = لا شيء (٠) | تحت = كل شيء ما فوقه

س = ٠ | س = ٧

④ إذا كان: $\binom{١٢}{س-٥} = ١$

مخاطبة (س) ؟

الجواب: إما | أو

تحت = لا شيء (٠) | تحت = كل شيء ما فوقه

$س-٥ = ٠$ | $س-٥ = ١٢$

$س = ٥$ | $س = ١٧$

⑤ إذا كان: $\binom{٩}{ن} = ٩$

مخاطبة (ن) ؟

الجواب: إما | أو

تحت = أقل عدد في الحوامل | أما تحت = حوامل

ن = ٨ | ن = ١

⑥ إذا كان: $\binom{١٣}{ن-٢} = ١٣$

مخاطبة (ن) ؟

تميز ب : أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

رياضيات أدبي + IT

الحوان:

⑦ إذا كان $\binom{١٣}{ن} = \binom{١٣}{٣}$

فما قيمة (ن) ؟

الجواب: إما: | أو:

تحت = تحت ← $ن = ٣$

تحت + تحت = فوق ← $ن + ٢ = ١٣$

$ن = ١١$

⑧ إذا كان: $\binom{١٣}{٢ر} = \binom{١٣}{٦}$

فما قيمة (ر) ؟

الجواب: إما: | أو:

تحت = تحت ← $٢ر = ٦$

$ر = ٣$

تحت + تحت = فوق ← $٢ر + ٦ = ١٣$

$ر = ١$

⑨ إذا كان:

$\binom{ن}{٧} = \binom{ن}{٩}$

فما قيمة (ن) ؟

الحوان: إما: | أو:

تحت = تحت ← $٧ = ٩$ ✗ صحيح

تحت + تحت = فوق ← $ن = ٧ + ٩$

$ن = ١٦$

⑩ إذا كان: $\binom{٣+ن}{٨} = \binom{٣+ن}{٥}$

فما قيمة (ن) ؟

الحل: إما: | أو:

تحت = تحت ← $٨ = ٥$ ✗ صحيح

تحت + تحت = فوق ← $٣+ن = ٨+٥$

$٣+ن = ١٣$

$ن = ١٠$

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

رياضيات أدبي + IT

⑩ إذا كان $\binom{ن}{٣} = ١٥$ ، فما قيمة (ن)؟

الحل: ١) نظيرة فاتون: $\frac{ل(ن،٣)}{٣!} = ١٥$

$\frac{(ن)(ن-١)(ن-٢)}{١٢٤} = ١٥$

٢) تبادلي: $(ن)(ن-١) = ٣٠$

٣) تحليل: $(ن)(ن-١) = (٦)(٥)$

$ن = ٦$

$ن - ١ = ٥$

$ن = ٦$

⑪ إذا كان $\binom{ن}{٣} = ٣٥$

فما قيمة (ن)؟

الحل: ١) نظيرة فاتون:

$\frac{ل(ن،٣)}{٣!} = ٣٥$

$\frac{(ن)(ن-١)(ن-٢)}{١٢٤} = ٣٥$

٢) تبادلي: $(ن)(ن-١)(ن-٢) = ٣٥ \times ٦$

$(ن)(ن-١)(ن-٢) = ٧ \times ٦ \times ٥$

$ن = ٧$

$ن - ٢ = ٥$

$ن = ٧$

⑫ إذا كان $\binom{ن+٣}{ن} = ل(٢١)$

فما قيمة (ن)؟

الحل: ١) نظيرة لفاتون:

$\frac{(ن+٣)!}{(ن)! \times (٣)!} = ٢١$

$\frac{(ن+٣)!}{(ن)! \times ٦} = ٢١$

$\frac{(ن+٣)(ن+٢)(ن+١)(ن)!}{(ن)! \times ١٢٤} = ٢١$

٢) تبادلي: $(ن+٣)(ن+٢)(ن+١) = ٢١ \times ٢٤$

٣) تحليل: $(ن+٣)(ن+٢)(ن+١) = (٧)(٦)(٥)$

$ن + ٣ = ٧$

$ن = ٤$

$ن + ١ = ٥$

$ن = ٤$

تميز د: أحمد حسن

أوراق عمل

مـــــدارس العـــــروبـــة

رياضيات أدبي + IT

(١٣) إذا كان : $\binom{ن}{ن-٢} = ٤٥$

خاصية $(ن)$ ؟

الحل : ١) نظرية ماتون :

$$\frac{(ن)!}{(ن-٢)! \times (ن-(ن-٢))!} = ٤٥$$

$$\frac{(ن)!}{(ن-٢)! \times ٢!} = ٤٥$$

$$\frac{ن!}{(ن-٢)! \times ٢} = ٤٥$$

$$\frac{(ن)(ن-١)(ن-٢)!}{(ن-٢)! \times ٢} = ٤٥$$

$$\frac{ن(ن-١)}{٢} = ٤٥$$

$$ن(ن-١) = ٩٠$$

٢) كالعادة : $٥(ن-١) = (١٠)(٩)$

$ن = ١٠$

$٥ = ٩$

$٤ن = ٩$

$ن + ١ = ١٠$

(١٤) إذا كان :

$$ل(١٤٣) = \binom{ن}{ن-١} + \binom{ن}{١} + \binom{ن}{٠}$$

يسير دام

خاصية $(ن)$ ؟

الحل : $(ن) = ن + ن + ١$

$ن = ٣ \Leftarrow ٢ن + ١ = ٧$

$ن = ٢ \Leftarrow ٢ن = ٤$

$٥ = ١$

(١٥) إذا كان :

$$ل(٢٠٢) = \binom{ن+١}{١}\binom{ن}{١}$$

بسيط

خاصية ن ؟

الحل : $(٣)(٢) = (ن)(ن+١)$

$ن = ٣ \Leftarrow ٢ن = ٦$

$ن = ٢ \Leftarrow ٥ن = ١٠$

(١٦) إذا كان :

$(ن+٢)! + ٣ = ٢٧$

خاصية ن ؟

(١٧) إذا كان $٣ن! + ١٢ = ٣٦٦$

خاصية ن ؟

تجميز : أحمد حسن

- المتغيـــر العشوائـــي .
- الإحتمـــالات .
- نظريـــة ذات الحديـــن .

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدروسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

الاحتمالات :

المتغير العشوائي المنفصل ، نظرية ذات الحدين :

① المتغير العشوائي المنفصل :

← رمز : هـ ، س ، ص ، ....

← تعريف : اقتران مجاله التجربة (Ω) ومداه ح ، مجموعة جزئية من ح

← إذا س = {$س_1$ ، $س_2$ ، $س_3$ ، ... ، $س_ن$}

← احتمال كل قيمة هو :
ل($س_1$) ، ل($س_2$) ، ل($س_3$) ...

← جدول التوزيع الاحتمالي :

قيم س	$س_1$	$س_2$	$س_3$	...	$س_ن$
احتمالاتها ل(س)	ل($س_1$)	ل($س_2$)	ل($س_3$)	...	ل($س_ن$)

مجموع الاحتمالات = ١

② نظرية ذات الحدين (تجربة برنولي) .

إذا أجريت تجربة (ن) مرة .

وكان : إحتمال النجاح (تحقق الهدف) في المرة الواحدة يساوي (P) .

فإن : إحتمال تحقق الهدف في (ر) مرة هو :

$$ل(ر) = \binom{ن}{ر} (P)^{ر} (1-P)^{ن-ر}$$

خطوات الحل :

① نكوّن صندوق على وزنة

ن = عدد المرات الكلي
P = رقم كسري ، فيه احتمال ، فيه مرة واحدة
1-P = رقم كسري
ر = قيم المطلوبة = {0، 1، 2، ... ، ن}

② نطبق : $ل(ر) = \binom{ن}{ر} (P)^{ر} (1-P)^{ن-ر}$

(أنواع المسائل)

① مسائل فيها P جاهزة

② مسائل فيها تجارب .
- مجرد مطعمة نقد
- العائلة (أولاد بنات)
- حي تراث مع ارتفاع

مسائل فيها جدول مجهول فيه مجهول

أمثلة

① تقدم طالب لإمتحانين .
إذا كان احتمال نجاحه في الامتحان الواحد يساوي ($\frac{1}{5}$)
اذا دل المتغير العشوائي س على : عدد الامتحانات التي قد ينجح بها الطالب

تميز بـ : أحمد حسن

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدروسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

أوجدي: ① متى طوى س ؟
② ما احتمال نجاحه في الامتحانين .
③ ما احتمال نجاحه في امتحان واحد .
④ ما احتمال عدم نجاحه في اي امتحان .
⑤ كوني جدول التوزيع الاحتمالي .

الحل:

ن = ٢ امتحان
ل = رمي قطعة نقد مرة واحدة
ر = عدد مرات ظهور الصورة
ر = {٠ ، ١ ، ٢}

① ل(ر) = $(ن_ر)(ل)^ر(١-ل)^{ن-ر}$

② مدى س = {٠ ، ١ ، ٢}

③ $ل(٢) = (٢_٢)(\frac{١}{٥})^٢(\frac{٤}{٥})^{٠} = ١ \times \frac{١}{٢٥} \times ١ = \frac{١}{٢٥}$

④ $ل(١) = (٢_١)(\frac{١}{٥})^١(\frac{٤}{٥})^{١} = ٢ \times \frac{١}{٥} \times \frac{٤}{٥} = \frac{٨}{٢٥}$

⑤ $ل(٠) = (٢_٠)(\frac{١}{٥})^٠(\frac{٤}{٥})^{٢} = ١ \times ١ \times \frac{١٦}{٢٥} = \frac{١٦}{٢٥}$

س = ر	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{١٦}{٢٥}$	$\frac{٨}{٢٥}$	$\frac{١}{٢٥}$

② زرع نادر (٣) بذرات .
إذا كان احتمال نمو البذرة الواحدة يساوي (٠,٦) .
إذا كان دالة المتغير العشوائي س: هي عدد البذور التي قد تنمو .

أوجدي: ① متى مدى س .
② كوني جدول التوزيع الاحتمالي .

الحل:

ن = ③ بذرات
ل = كبري = ٠,٦ = $\frac{٣}{٥}$ = نقطة ③
ل = ١ - ل = ١ - $\frac{٣}{٥}$ = نقطة ④
ر = عدد مرات النمو = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} .

① ل(ر) = $(ن_ر)(ل)^ر(١-ل)^{ن-ر}$

② مدى س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

③

س = ر	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{٨}{١٢٥}$	$\frac{٣٦}{١٢٥}$	$\frac{٥٤}{١٢٥}$	$\frac{٢٧}{١٢٥}$

$ل(٠) = (٣_٠)(\frac{٣}{٥})^٠(\frac{٢}{٥})^{٣} = ١ \times ١ \times \frac{٨}{١٢٥} = \frac{٨}{١٢٥}$

$ل(١) = (٣_١)(\frac{٣}{٥})^١(\frac{٢}{٥})^{٢} = ٣ \times \frac{٣}{٥} \times \frac{٤}{٢٥} = \frac{٣٦}{١٢٥}$

$ل(٢) = (٣_٢)(\frac{٣}{٥})^٢(\frac{٢}{٥})^{١} = ٣ \times \frac{٩}{٢٥} \times \frac{٢}{٥} = \frac{٥٤}{١٢٥}$

$ل(٣) = (٣_٣)(\frac{٣}{٥})^٣(\frac{٢}{٥})^{٠} = ١ \times \frac{٢٧}{١٢٥} \times ١ = \frac{٢٧}{١٢٥}$

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

③ لعب فريق كرة قدم (٤) مباريات .
اذا كان احتمال فوزه في المباراة الواحدة يساوي $(\frac{1}{3})$.
اذا دلّ المتغير العشوائي س على :
عدد المباريات التي قد يفوز بها الفريق .
أوجد : ⓐ مدى س ؟
ⓑ كوني جدول التوزيع الاحتمالي ؟
ⓒ ما احتمال فوزه في مباراتين ؟
ⓓ ما احتمال فوزه في مباراتين على الأقل ؟
ⓔ ما احتمال فوزه في مباراة واحدة على الأكثر ؟
ⓕ ما احتمال فوزه في ثلاث مباريات على الأقل ؟
ⓖ ما احتمال فوزه في أربع مباريات على الأقل ؟
ⓗ ما احتمال فوزه في ٤ مباريات على الأكثر ؟
ⓘ ما احتمال فوزه في مباراة واحدة على الأكثر ؟
ⓙ ما احتمال فوزه في ٣ مباريات على الأكثر ؟

الحل :

① ن = (٤) مباريات
ح = نجاح = $\frac{1}{3}$
ف = فشل = $\frac{2}{3}$
ر = قيم المدى = {٠، ١، ٢، ٣، ٤}

② $ل(ر) = (ن\ ر)(ح)^{ر}(ف)^{ن-ر}$

③ المدى = {٠، ١، ٢، ٣، ٤}

س	٠	١	٢	٣	٤
ل(س)	$\frac{16}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{24}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{1}{81}$

$ل(٠) = (٤\ ٠)(\frac{1}{3})^{٠}(\frac{2}{3})^{٤-٠} = 1 \times 1 \times \frac{16}{81} = \frac{16}{81}$

$ل(١) = (٤\ ١)(\frac{1}{3})^{١}(\frac{2}{3})^{٤-١} = 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{8}{27} = \frac{32}{81}$

$ل(٢) = (٤\ ٢)(\frac{1}{3})^{٢}(\frac{2}{3})^{٤-٢}$

$= \frac{ل(٤،٢)}{!٢} \times \frac{1}{9} \times \frac{4}{9}$

$= \frac{(٤)(٣)}{٢} \times \frac{1}{9} \times \frac{4}{9} = 6 \times \frac{4}{81} = \frac{24}{81}$

$ل(٣) = (٤\ ٣)(\frac{1}{3})^{٣}(\frac{2}{3})^{٤-٣} = 4 \times \frac{1}{27} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{81}$

$ل(٤) = (٤\ ٤)(\frac{1}{3})^{٤}(\frac{2}{3})^{٤-٤} = 1 \times \frac{1}{81} \times 1 = \frac{1}{81}$

ⓐ $ل(٢) = \frac{24}{81}$

ⓑ احتمال فوزه في مباراتين على الأقل .
$ل(س \geq ٢)$ ← نثبت (٢) ← له الفوز مرة واحدة على الأقل
$= ل(٢) + ل(٣) + ل(٤)$
$= \frac{24}{81} + \frac{8}{81} + \frac{1}{81} = \frac{33}{81}$

ⓒ احتمال فوزه في مباراة واحدة على الأقل .
$ل(س \geq ١)$ ← نثبت واحد ← له الفوز مرة واحدة على الأقل
$= ل(١) + ل(٢) + ل(٣) + ل(٤)$
$= \frac{32}{81} + \frac{24}{81} + \frac{8}{81} + \frac{1}{81} = \frac{65}{81}$

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

أو: عبارة مرة واحدة على الأقل

لبرهان: $ل(س \geq ١) = ١ - ل(٠)$

قانون متمم

$\therefore ل(س \geq ١) = ١ - ل(٠)$

$= ١ - \frac{١}{٨١} \times ١$

$= \frac{٦٥}{٨١}$

⑨ احتمال فوزه في ٣ مباريات على الأقل

نبحث عن ٣ — نفترض واحدة تضل (٤)

$ل(س \geq ٣) = ل(٣) + ل(٤)$

$= \frac{٨}{٨١} + \frac{١}{٨١}$

$= \frac{٩}{٨١}$

⑩ احتمال فوزه في ٤ مباريات على الأقل

نبحث عن (٤) — نفترض واحدة تضل

$ل(س \geq ٤) = ل(٤)$

$= \frac{١}{٨١}$

⑪ احتمال فوزه في (٤) مباريات على الأكثر

نبحث عن (٤) — نفترض واحدة تضل كذلك

$ل(س \leq ٤) = ل(٠) + ل(١) + ل(٢) + ل(٣) + ل(٤)$

$= \frac{١}{٨١} + \frac{٨}{٨١} + \frac{٢٤}{٨١} + \frac{٣٢}{٨١} + \frac{١٦}{٨١}$

$= \frac{٨١}{٨١} = ١$

⑫ احتمال فوزه في مباراة واحدة على الأكثر ؟

نبحث عن (١) — نفترض حتى تضل

$ل(س \leq ١) = ل(٠) + ل(١)$

$= \frac{١}{٨١} + \frac{٣٢}{٨١} = \frac{٣٣}{٨١}$

⑬ احتمال فوزه في (٣) مباريات على الأكثر

نبحث عن ٢٤ مباريات — نفترض واحدة تضل

$ل(س \leq ٣) = ل(٠) + ل(١) + ل(٢) + ل(٣)$

$= ١ - ل(٤)$

$= ١ - \frac{١}{٨١} \times ١$

$= \frac{٨٠}{٨١}$

⑭ الطلقة صياد (٣) طلقات لسنارة على هدف ، اذا كان:
احتمال إصابة الهدف بالطلقة الواحدة يساوي (٨٠٪)
اذا دل المتغير العشوائي س على: عدد الطلقات التي قد تصيب الهدف

أوجدي: ① مدى المتغير س

② ما احتمال إصابة الهدف بطلقتين على الأقل ؟

③ ما احتمال إصابة الهدف بطلقة واحدة على الأقل ؟

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

① ما احتمال إصابة الهدف بطلقتين على الأكثر؟

الحل:
ن = (٣) طلقات
ح = ٨٠٪ = ٤/٥
ق = ١ - ح = ١/٥
ر = قيم المتغير = {٠، ١، ٢، ٣}

② ل(ر) = $\binom{ن}{ر}$ $(ح)^{ر}$ $(ق)^{ن-ر}$

③ المدى = {٠، ١، ٢، ٣}

④ احتمال الهدف بطلقتين على الأقل ؟
نسبته (٢) تفيد واحدة
نفصل لنون = ٣
ل(ر ≥ ٢) = ل(٢) + ل(٣)
$= \binom{٣}{٢}(\frac{٤}{٥})^{٢}(\frac{١}{٥})^{٣-٢} + \binom{٣}{٣}(\frac{٤}{٥})^{٣}(\frac{١}{٥})^{٣-٣}$
$= ٣ \times \frac{١٦}{١٢٥} \times \frac{١}{٥} + ١ \times \frac{٦٤}{١٢٥} \times ١$
$= \frac{٤٨}{١٢٥} + \frac{٦٤}{١٢٥} = \frac{١١٢}{١٢٥}$

⑤ احتمال إصابة الهدف بطلقة واحدة على الأقل
نسبته (١) تفيد واحدة
نفصل لنون = ٣
ل(ر ≥ ١) = ل(١) + ل(٢) + ل(٣)
$= ١ - ل(٠)$
$= ١ - \binom{٣}{٠}(\frac{٤}{٥})^{٠}(\frac{١}{٥})^{٣-٠}$
$= ١ - ١ \times ١ \times \frac{١}{١٢٥}$
$= \frac{١٢٤}{١٢٥} = \frac{١٢٥}{١٢٥} - \frac{١}{١٢٥}$

⑤ إصابة بطلقتين على الأكثر ؟
نسبته (٢) تفيد واحدة على الأكثر
نفصل لنون = ٣
ل(ر ≤ ٢) = ل(٠) + ل(١) + ل(٢)
$= ١ - ل(٣)$
$= ١ - \binom{٣}{٣}(\frac{٤}{٥})^{٣}(\frac{١}{٥})^{٣-٣}$
$= ١ - ١ \times \frac{٦٤}{١٢٥} \times ١$
$= \frac{١٢٥}{١٢٥} - \frac{٦٤}{١٢٥}$
$= \frac{٦١}{١٢٥}$

⑥ طائرة تقل بـ (٣) محركات ، إذا كان احتمال تعطل المحرك الواحد يساوي $(\frac{١}{٤})$
إذا دل المتغير العشوائي س على: عدد المحركات التي قد تتعطل
أوجد: أ) مدى س
ب) كون جدول التوزيع الاحتمالي؟
ج) ما احتمال تعطل ٣ محركات على الأقل؟
د) ما احتمال تعطل محرك واحد على الأكثر؟

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

الحل:

ن = (٣) محركات

① م = كسري = ١/٤ ، نجاح

١-م = ٣/٤

ر = قيم لدى = {٠، ١، ٢، ٣} .

② ل(ر) = $(ن\ ر)(م)^{ر}(١-م)^{ن-ر}$.

③ قيم لدى س = {٠، ١، ٢، ٣} .

④

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٢٧/٦٤	٢٧/٦٤	٩/٦٤	١/٦٤

ل(٠) = $(٣\ ٠)(١/٤)^{٠}(٣/٤)^{٣-٠}$ = ١×١×٢٧/٦٤ = ٢٧/٦٤

ل(١) = $(٣\ ١)(١/٤)^{١}(٣/٤)^{٣-١}$ = ٣×١/٤×٩/١٦ = ٢٧/٦٤ .

ل(٢) = $(٣\ ٢)(١/٤)^{٢}(٣/٤)^{٣-٢}$ = ٣×١/١٦×٣/٤ = ٩/٦٤ .

ل(٣) = $(٣\ ٣)(١/٤)^{٣}(٣/٤)^{٣-٣}$ = ١×١/٦٤×١ = ١/٦٤

⑤ احتمال ٣ محركات على الأقل ← نسبة (٣) ← تزيد واحدة نصل لعون = ٣ .

ل(س ≥ ٢) = ل(٣) .

= ١/٦٤

⑥ احتمال تعطل محرك واحد على الأكثر ؟

ل(س ≤ ١) = ل(١) + ل(٠)

= ٢٧/٦٤ + ٢٧/٦٤ = ٥٤/٦٤

⑦ مصنع تكل بضاعاته ، أخذت منه عينة من (٤) قطع . اذا كانت نسبة وجود قطع معيبة واحدة يساوي (٢٠٪) .

اذا دل المتغير العشوائي س على: عدد القطع المعيبة في العينة .

أوجد: ⓐ قيم لدى س .

ⓑ ما احتمال وجود قطعتين معيبتين .

ⓒ ما احتمال عدم وجود اي قطعة معيبة .

ⓓ ما احتمال عدم وجود اي قطعة صالحة .

ⓔ ما احتمال وجود قطعة صالحة واحدة .

ⓕ ما احتمال وجود اكثر من قطعة معيبة ؟

ⓖ ما احتمال الذي يزيد عدد القطعة المعيبة عن واحدة ؟

الحل:

① ن = ٤ قطع ← المعيبة

م = ٢٠٪ = ١/٥ = كسري

١-م = ٤/٥

ر = قيم لدى = {٠، ١، ٢، ٣، ٤} .

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

④ $ل(ر) = (ن\ ر)(ح)^{ر}(ح-1)^{ن-ر}$.

⑤ $ل_{طرق} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

⑥ $ل(\text{معيبة}_{2}) = (4\ 2)(\frac{1}{5})^{2}(\frac{4}{5})^{4-2}$

$= \frac{ل(4)}{!2} \times \frac{1}{25} \times \frac{16}{25}$.

$= \frac{(4)(3)}{!2} \times \frac{1}{25} \times \frac{16}{25} = \frac{96}{625}$.

⑦ $ل(\text{معيبة}_{\text{جهاز}}) = (4\ 0)(\frac{1}{5})^{0}(\frac{4}{5})^{4-0} = 1 \times 1 \times \frac{256}{625}$

$= \frac{256}{625}$. ← نجد لها الإشارة وهي معيبة

⑧ $ل(\text{صالحة}_{\text{جهاز}}) = ل(4) =$

← نوصل هذا للعدد (4)

$4 - 0 = 4$

∴ إصبح المطلوب: $ل(\text{معيبة}_{4}) = (4\ 4)(\frac{1}{5})^{4}(\frac{4}{5})^{4-4}$

$= 1 \times \frac{1}{625} \times 1$

$= \frac{1}{625}$. ← نجد لها معيبة

⑨ $ل(\text{صالحة}_{1}) = ل(\text{معيبة}_{3}) = (4\ 3)(\frac{1}{5})^{3}(\frac{4}{5})^{4-3}$

← نوصل هذا للعدد (4)

∴ $4 - 1 = 3$ ②

$= 4 \times \frac{1}{125} \times \frac{4}{5}$

$= \frac{16}{625}$.

⑩ $ل(\text{آلة}_{\text{معيبة}}) = ل(\text{أكبر من } 1)$

$= ل(2) + ل(3) + ل(4)$

$= (4\ 2)(\frac{1}{5})^{2}(\frac{4}{5})^{4-2} + (4\ 3)(\frac{1}{5})^{3}(\frac{4}{5})^{4-3} + (4\ 4)(\frac{1}{5})^{4}(\frac{4}{5})^{4-4}$

$= \frac{96}{625} + \frac{16}{625} + \frac{1}{625}$

$= \frac{113}{625}$.

⑪ $ل(\text{لا يزيد عدد المعيبة عن واحدة}) = ل(\text{أقل من أو يساوي } 1)$

$= ل(0) + ل(1)$

$= (4\ 0)(\frac{1}{5})^{0}(\frac{4}{5})^{4-0} + (4\ 1)(\frac{1}{5})^{1}(\frac{4}{5})^{4-1}$

$= 1 \times 1 \times \frac{256}{625} + 4 \times \frac{1}{5} \times \frac{64}{125}$

$= \frac{256}{625} + \frac{256}{625}$

$= \frac{512}{625}$. ← نحل على البورة

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

⑦ إذا كان س : متغير عشوائي ذو حدين
معالمه : ٣ ، $\frac{1}{4}$.
أوجد: أ) حيز المدى س ؟
ب) ل(٣) .
ج) ل(س=٢) .
د) ل(ر = ١) .
هـ) ل(س ≤ ٢) .
و) ل(س < ٣) .
ز) ل(١ ≤ س < ٣) .
ح) ل(٢ < س ≤ ٣) .
ط) ل(١ < س < ٢) .

الحل:
معالمه: ن = ٣ الصيغة
معناها: ل = احتمال الكرة
ن ← P: $\frac{1}{4}$ = P
$\frac{3}{4}$ = 1-P = ل
ر = عدد المرات الصحيح
ر = حيز المدى: {٠، ١، ٢، ٣}

① ل(ر) = $(ن_{ر})(P)^{ر}(1-P)^{ن-ر}$
② حيز المدى = {٠، ١، ٢، ٣}
③ ل(٣) = $(\frac{3}{3})(\frac{1}{4})^{3}(\frac{3}{4})^{3-3}$
= ١ × $\frac{1}{64}$ × ١ = $\frac{1}{64}$

④ ل(س=٢) = $(\frac{3}{2})(\frac{1}{4})^{2}(\frac{3}{4})^{3-2}$
= ٣ × $\frac{1}{16}$ × $\frac{3}{4}$ = $\frac{9}{64}$.
⑤ ل(ر=١) = $(\frac{3}{1})(\frac{1}{4})^{1}(\frac{3}{4})^{3-1}$
= ٣ × $\frac{1}{4}$ × $\frac{9}{16}$ = $\frac{27}{64}$.
⑥ ل(س ≤ ٢) ← نأخذ الأكبر من ل(٢) و ل(٣)
لم يوجد مساواة نأخذها ل(٢)
= ل(٠) + ل(١) + ل(٢)
= $\frac{1}{64}$ + $\frac{9}{64}$ + $\frac{27}{64}$.
⑦ ل(س < ٣) ← نأخذ الأكبر من ل(٠) و ل(١) و ل(٢)
لا يوجد مساواة لا نأخذها
= ل(٠) + ل(١) + ل(٢)
= $\frac{1}{64}$ + $\frac{9}{64}$ + $\frac{27}{64}$.
⑧ ل(١ ≤ س < ٣) ← يوجد مساواة نأخذها ل(١) + ل(٢)
لا يوجد مساواة لا نأخذها ل(٢)
= ل(١) + ل(٢)
= $\frac{9}{64}$ + $\frac{27}{64}$.

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

ل (١) + ل (٢)

$= \frac{٩}{٦٤} + \frac{٢٧}{٦٤} = \frac{٣٦}{٦٤}$

ⓑ ل (٢ ≤ س ≤ ٣)

يوجد مادة تناظرها ل (٣)

لا يوجد مادة لتناظرها ✗

لا يوجد عدد صحيح بينهما ✗

$\Leftarrow$ ل (٣) $= \frac{١}{٦٤}$

ⓒ ل (١ ≤ س ≤ ٢)

لا يوجد مادة لتناظرها ✗

لا يوجد عدد صحيح بينهما ✗

$\Leftarrow$ الجواب: ل (ϕ) = صفر .

ⓐ إذا كان س : متغير عشوائي ذو حدين

فيه ن = ٣ .

وكان : ل (٠) $= \frac{١}{٦٤}$.

أوجد: ١ قيمة م ؟

٢ ل (٣) ؟

الحل:

ن = ٣

م = مطلوبة

١ - م = ؟

ⓑ ل (ر) $= (ن\ ر)(م)^{ر}(١-م)^{ن-ر}$.

لكن : انتباه انتباه انتباه انتباه

هنا أعطانا ل (٠) $= \frac{١}{٦٤}$ منتبه لـ ر

نطبق القانون:

ل (ر) $= (ن\ ر)(م)^{ر}(١-م)^{ن-ر}$

ل (٠) $= (٣\ ٠)(م)^{٠}(١-م)^{٣-٠}$

منطقيًا

$\frac{١}{٦٤} = ١ \times ١ \times (١-م)^{٣}$

$\frac{١}{٦٤} = (١-م)^{٣}$

خذي: ٣ ← للطرفين:

$\sqrt[٣]{\frac{١}{٦٤}} = \sqrt[٣]{(١-م)^{٣}}$

$\frac{١}{٤} = ١-م \Leftarrow م = \frac{٣}{٤}$

ⓐ م $= \frac{٣}{٤}$.

ⓑ ل (٢) $= (٣\ ٢)(\frac{٣}{٤})^{٢}(\frac{١}{٤})^{٣-٢}$

$= ٣ \times \frac{٩}{١٦} \times \frac{١}{٤} = \frac{٢٧}{٦٤}$.

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

⑨ اذا كان : س متغير عشوائي ذو حدين فيه : ن = ٣ .

$ل(س=١) = \frac{٣٧}{٦٤}$.

اوجد : [١] قيمة م .
[٢] ل(٣) .

الحل :
① ن = ٣
م = مطلوبة
١-م =
ر = عدد المرات = ١ ، ٢ ، ٣ .

② $ل(د) = \binom{ن}{ر} (م)^{ر} (١-م)^{ن-ر}$.

لكن : انتباه انتباه انتباه

اعطانا : $ل(س=١) = \frac{٣٧}{٦٤}$ (هذه معطاة الحل)

بطريقة قانونية :

$ل(س=١) = \frac{٣٧}{٦٤}$ ←

← $١ - ل(٠) = \frac{٣٧}{٦٤}$.

$ل(٠) = ١ - \frac{٣٧}{٦٤} \times ١$

$ل(٠) = \frac{٢٧}{٦٤}$:

$\binom{٣}{٠} (م)^{٠} (١-م)^{٣-٠} = \frac{٢٧}{٦٤}$

$(١-م)^{٣} \times ١ \times ١ = \frac{٢٧}{٦٤}$

$(١-م)^{٣} = \frac{٢٧}{٦٤}$.

نأخذ $\sqrt[٣]{}$ للطرفين :

$\sqrt[٣]{(١-م)^{٣}} = \sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٦٤}}$

$١-م = \frac{٣}{٤}$ ⟸ $م = \frac{١}{٤}$.

[١] $م = \frac{١}{٤}$.

[٢] $ل(٣) = \binom{٣}{٣} (\frac{١}{٤})^{٣} (\frac{٣}{٤})^{٣-٣}$.

$= ١ \times \frac{١}{٦٤} \times ١ = \frac{١}{٦٤}$

⑩ اذا كان س : متغير عشوائي فيه : $م = \frac{١}{٥}$.

وكان : $ل(٠) = \frac{٢٥٦}{٣١٢٥}$

فما قيمة ن ؟

الحل :
ن = مطلوبة
$م = \frac{١}{٥}$ إذن
$١-م = \frac{٤}{٥}$
ر = عدد المرات = ٠ ، ١ ، ٢ ، ... ن .

② $ل(ر) = \binom{ن}{ر} (م)^{ر} (١-م)^{ن-ر}$.

لكن ، انتباه انتباه انتباه

اعطانا $ل(٠) = \frac{٢٥٦}{٣١٢٥}$ (هذا معطاة الحل)

لطريقة قانون :

تميز بـ : أحمد حسن

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

$ل(٠) = \frac{٥٦٢}{٦٢٥}$.

$(٠ن)(\frac{١}{٥})^{٠}(\frac{٤}{٥})^{ن-٠} = \frac{٥٦٢}{٦٢٥}$.

$١ \times ١ \times (\frac{٤}{٥})^{ن} = \frac{٥٦٢}{٦٢٥}$.

$(\frac{٤}{٥})^{ن} = \frac{٥٦٢}{٦٢٥}$ ← نحولها للأسس

$(\frac{٤}{٥})^{ن} = (\frac{٤}{٥})^{٤}$.

∴ $ن = ٤$

⑪ إذا كان س : متغير عشوائي فيه ن = ٣ ذرحرين

وكان $ل(س = ٢) = \frac{٨}{٢٧}$.

فما قيمة م ؟

الحل :

ن = ٣ .

م = مطلوبة .

١ - م = ؟

ر = عدد المرات = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣

② $ل(ر) = (ن ر)(م)^{ر}(١-م)^{ن-ر}$.

لكن : انتباه انتباه انتباه

أعطانا : $ل(س = ٢) = \frac{٨}{٢٧}$ ← هذا مفتاح الحل

نطبق قانون :

$ل(س = ٢) = \frac{٨}{٢٧}$.

لأنو صادفة لأنا عرفتها

نأخذ ٢ ؟

وهو ل(٣) $= \frac{٨}{٢٧}$.

$(٣)(م)^{٣}(١-م)^{٣-٣} = \frac{٨}{٢٧}$.

$١ \times (م)^{٣} \times ١ = \frac{٨}{٢٧}$.

$م^{٣} = \frac{٨}{٢٧}$.

خذ ∛ للطرفين : $م = \frac{٢}{٣}$.

⑫ الجدول التالي يمثل جدول التوزيع الاحتمالي :

س	١	٢	٣
ل(س)	٠٫٣	٠٫٥	م

فما قيمة م ؟

الحل : مجموع الاحتمالات = ١

٠٫٣ + ٠٫٥ + م = ١

٠٫٨ + م = ١

م = ١ - ٠٫٨

م = ٠٫٢

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

(١٣) الجدول التالي تمثل جدول التوزيع الاحتمالي :

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	أ	أ	أ	أ

غ؟ أ

الحل : مجموع الاحتمالات = ١

أ + أ + أ + أ = ١

أ = ١/٤ ⟸ ٤أ/٤ = ١

(١٤) الجدول التالي تمثل جدول توزيع احتمالي :

س	١	٢	٣	٤	٥
ل(س)	ب	ب	٢/٣	٢/٣	١/٣

غ؟ ب

الحل : مجموع الاحتمالات = ١

ب + ب + ٢/٣ + ٢/٣ + ١/٣ = ١

٢ب + ٥/٣ = ١

٢ب = ١ - ٥/٣ = ٣/٣ - ٥/٣

٢ب = -٢/٣

ب = -١/٣

(١٥) التوزيع التالي تمثل توزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي :

{(١ ، ٠,٣) ، (٢ ، ٠,٣) ، (٣ ، جـ)}

غ؟ جـ

الحل : مجموع الاحتمالات = ١

نحوله لجدول أفقي :

س	١	٢	٣
ل(س)	٠,٣	٠,٣	جـ

مجموع الاحتمالات = ١

٠,٣ + ٠,٣ + جـ = ١

٠,٦ + جـ = ١

جـ = ١ - ٠,٦ = ٠,٤

تميز بـ : أحمد حسن

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

التجارب : والفضاء (الفراغ) العيني :

الفضاء (الفراغ) العيني :

رمزها : $ك$ = { مجموعة جميع الحالات المختلفة الممكنة } أو فيجا

① أمثلة على التجارب وتكوين $ك$:

الكي $\leftarrow$ بذكر عناصرها للتجارب التالية :

① تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة.

الحل : $ك = \{١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦\}$.

② تجربة إلقاء قطعة نقد مرتين

أو : إلقاء قطعتي نقد مرة واحدة.

الحل : $ك = \{(ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ص)، (ك،ك)\}$.

③ عائلة لديها طفلين ، اكتب $ك$

الحل : $ك = \{(و،و)، (و،ب)، (ب،و)، (ب،ب)\}$.

④ إلقاء قطعة نقد مرة واحدة :

الحل : $ك = \{ص، ك\}$

ص : صورة
ك : كتابة .

⑤ تجربة ، اختيار طفل وتسجيله حسب الجنس وتسلسل الميلاد ؟

الحل : $ك = \{و، ب\}$

و : ولد
ب : بنت .

⑥ تجربة ، سحب كرة من وعاء فيه : كرة حمراء ، وكرة سوداء ، وكرة صفراء

الحل : $ك = \{ح، س، ص\}$.

ح : حمراء .
س : سوداء
ص : صفراء .

⑦ إلقاء قطعة نقد مرتين

أو : تجربة نرد مرة واحدة

الحل :

ك	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(١،١)	(٢،١)	(٣،١)	(٤،١)	(٥،١)	(٦،١)
٢	(١،٢)	(٢،٢)	(٣،٢)	(٤،٢)	(٥،٢)	(٦،٢)
٣	(١،٣)	(٢،٣)	(٣،٣)	(٤،٣)	(٥،٣)	(٦،٣)
٤	(١،٤)	(٢،٤)	(٣،٤)	(٤،٤)	(٥،٤)	(٦،٤)
٥	(١،٥)	(٢،٥)	(٣،٥)	(٤،٥)	(٥،٥)	(٦،٥)
٦	(١،٦)	(٢،٦)	(٣،٦)	(٤،٦)	(٥،٦)	(٦،٦)

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

① تجربة إلقاء قطعة نقد ٣ مرات .

أ) إلقاء ٣ قطع نقد مرة واحدة .

الحل :

ك = { (ص ص ص) ، (ص ص ك) ، (ص ك ص) ، (ص ك ك) ، (ك ص ص) ، (ك ص ك) ، (ك ك ص) ، (ك ك ك) }

② مخيم لعائلات ذات ثلاثة أطفال .

أكتب ك .

الحل :

ك = { (و و و) ، (و و ب) ، (و ب و) ، (و ب ب) ، (ب و و) ، (ب و ب) ، (ب ب و) ، (ب ب ب) }

الآن إلى أمثلة التجارب :

لكن أحب أن أعطيكم مخطط تجربة ذات الحدين لمسائل التجارب :

وهو :

ن = عدد المرات الكلي

① أ = حرف يكتب التجربة :
- ل = مرة = ؟
- ل = مرة = ؟

فيكون أ = عدد ؟ / عدد ك .

ر = قيم المدى = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ... ، ن }

② ل(ر) = (ن ر) (أ)^ر (١-أ)^(ن-ر)

⑦ إلقاء حجر نرد (٥) مرات .

ما احتمال الحصول على عدد أكبر من (٤) في (٣) مرات .

الحل :

ن = (٥) مرات .

① أ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } = ك مرة

ن = عدد الوجوه = ٢

ر = قيم المدى = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

أ = عدد ؟ / عدد ك = ٢ / ٦ = ١/٣

(١ - أ) = ٢/٣

② ل(ر) = (ن ر) (أ)^ر (١-أ)^(ن-ر)

ل(٣) = (٥ ٣) (١/٣)^٣ (٢/٣)^(٥-٣)

= ل(٣،٠) / ! ١٣ × ٤/٩ × ١/٢٧

= (٣)(٤)(٥) / (١×٢×٣) × ٤/٩ × ١/٢٧

= ١٠ × ١/٢٧ × ٤/٩ = ٤٠/٢٤٣

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

① إلقي حجر نرد (٧) مرات .
ما احتمال الحصول على عدد فردي في (٥) مرات .

الحل:
ن = (٧) مرات .
ح = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}
ف = {١، ٣، ٥}
ل = ف / ح
ل = ٣/٦ = ١/٢
ل' = ١ - ١/٢ = ١/٢
ر = ٥
ل(ر) = (ن ر) (ل)^ر (ل')^(ن-ر)
ل(٥) = (٧ ٥) (١/٢)^٥ (١/٢)^(٧-٥)
= (٧!/٥!) × ١/٣٢ × ١/٤
= (٧×٦×٥×٤×٣×٢×١ / ٥×٤×٣×٢×١) × ١/٣٢ × ١/٤
= ٢١ × ١/٣٢ × ١/٤ = ٢١/١٢٨ .

② إلقي حجر نرد (٧) مرات .
ما احتمال الحصول على عدد فردي في (٥) مرات .

الحل:
ن = (٧) مرات .
ح = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}
ف = {١، ٣، ٥}
ل = ف / ح
ل = ٣/٦ = ١/٢
ل' = ١ - ١/٢ = ١/٢
ر = ٥
ل(ر) = (ن ر) (ل)^ر (ل')^(ن-ر)
ل(٥) = (٧ ٥) (١/٢)^٥ (١/٢)^(٧-٥)
= (٧!/٥!) × ١/٣٢ × ١/٤
= (٧×٦×٥×٤×٣×٢×١ / ٥×٤×٣×٢×١) × ١/٣٢ × ١/٤
= ٢١ × ١/٣٢ × ١/٤ = ٢١/١٢٨ .

③ إلقي حجر نرد (٣٠) مرة .
ما احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على (٥) في (٢٠) مرة ؟

الحل:
ن = (٣٠) مرة
ح = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}
ف = {٥}
ل = ف / ح
ل = ١/٦
ل' = ١ - ١/٦ = ٥/٦
ر = ٢٠
ل(ر) = (ن ر) (ل)^ر (ل')^(ن-ر)
ل(٢٠) = (٣٠ ٢٠) (١/٦)^٢٠ (٥/٦)^(٣٠-٢٠)
= (٣٠ ٢٠) (١/٦)^٢٠ (٥/٦)^١٠ .

④ إلقيت قطعة نقد مرة واحدة .
إذا دل المتغير العشوائي س على:
عدد مرات ظهور الصورة
أوجد: ⓐ مدى س
ⓑ كون جدول التوزيع الاحتمالي

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

الحل:

نجرب التجربة مرة واحدة ⇐ ن = ①

ف = {ص ، ك}

ص ← مرة ← $\frac{1}{2}$ = ل

ك ← مرة ← $\frac{1}{2}$ = ١ − ل

ر = قيم المتغير = {٠ ، ١}

② $ل(ر) = \binom{ن}{ر} (ل)^{ر} (١-ل)^{ن-ر}$

③ مدى المتغير = {٠ ، ١}

س	٠	١
ل(س)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$ل(٠) = \binom{١}{٠} (\frac{1}{2})^{٠} (\frac{1}{2})^{١-٠} = ١ \times ١ \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$ل(١) = \binom{١}{١} (\frac{1}{2})^{١} (\frac{1}{2})^{١-١} = ١ \times \frac{1}{2} \times ١ = \frac{1}{2}$

④ العتبة لتجربة تعتمد على متغيرين.

إذا دلّ المتغير العشوائي على عدد مرات ظهور الكتابة.

الوحدي: ⓐ يتم المدى س.

ⓑ كوّن جدول التوزيع الاحتمالي.

ⓒ اكتبه ⇐ بذكر عناصرها.

الحل:

نجرب التجربة مرتين ⇐ ن = (٢) مرة

ف = {ص ، ك}

ص ← مرة ← $\frac{1}{2}$ = ل

ك ← مرة ← $\frac{1}{2}$ = ١ − ل

ر = قيم المتغير = {٠ ، ١ ، ٢}

② $ل(ر) = \binom{ن}{ر} (ل)^{ر} (١-ل)^{ن-ر}$

③ مدى المتغير = {٠ ، ١ ، ٢}

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$ل(٠) = \binom{٢}{٠} (\frac{1}{2})^{٠} (\frac{1}{2})^{٢-٠} = ١ \times ١ \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

$ل(١) = \binom{٢}{١} (\frac{1}{2})^{١} (\frac{1}{2})^{٢-١} = ٢ \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$ل(٢) = \binom{٢}{٢} (\frac{1}{2})^{٢} (\frac{1}{2})^{٢-٢} = ١ \times \frac{1}{4} \times ١ = \frac{1}{4}$

④ مجموعة الحل = {(ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك)}

⑤ عائلة لديها طفلين ، إذا دلّ المتغير العشوائي س على: عدد البنات لدى العائلة

تميز بـ : أحمد حسن

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

أوجدي: ⓐ حجم المدى س ؟
ⓑ كوني جدول التوزيع الإحتمالي ؟
ⓒ ما احتمال ان يكون لدى العائلة بنتين على الأقل ؟
ⓓ ما احتمال ان يكون لدى العائلة بنت واحد على الأقل ؟
ⓔ ما احتمال ان يكون لدى العائلة بنت على الأكثر ؟

الحل: ن = (٣) أطفال

$p = \frac{1}{2}$ ← س = {ولد} ، $q = \frac{1}{2}$ ← س = {بنت}

① $q = 1 - p = \frac{1}{2}$

② $P(r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$

ⓐ حجم المدى س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

ⓑ

س	٠	١	٢	٣
$P(س)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$P(0) = \binom{3}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^{3-0} = 1 \times 1 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$

$P(1) = \binom{3}{1}\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^{3-1} = 3 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

$P(2) = \binom{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^{3-2} = 1 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

ⓒ احتمال بنتين على الأقل = ل(س ≥ ٢) = ل(٢) + ل(٣)
$= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$

ⓓ احتمال بنت واحدة على الأقل = ل(س ≥ ١) = ١ − ل(٠)
$= 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

ⓔ احتمال بنت على الأكثر = ل(س ≤ ١) = ل(٠) + ل(١)
$= \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$

⑦ عائلة لديها (٣) أطفال.
إذا دل المتغير العشوائي س على: عدد الأولاد لدى العائلة أوجدي:
ⓐ حجم المدى س.

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

ⓒ كوّن جدول التوزيع الاحتمالي ؟

ⓗ ما احتمال ان يكون لدى العائلة ولدين على الاقل ؟

ⓘ ما احتمال ان يكون لدى العائلة ولد واحد على الاكثر ؟

ⓙ ما احتمال ان يكون لدى العائلة بنتين على الاكثر ؟

ⓚ ما احتمال ان يكون لدى العائلة ≥ 3 بنات على الاقل ؟

الحل:

ن = (٣) أطفال

م = ولد ← ل = ١/٢ ، ق = ١/٢

ب = بنت ← ل = ١/٢ ، ق = ١/٢

ⓐ $ل = \frac{ن(ن-1)(ن-2)}{3!} = \frac{3\times2\times1}{3\times2\times1} = 1$

ⓑ $ق = 1 - ل = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

ⓒ $ل(ر) = (ن_ر)(ل)^ر(ق)^{ن-ر}$

$ل(0) = (3_0)(\frac{1}{2})^0(\frac{1}{2})^{3-0} = 1\times1\times\frac{1}{8} = \frac{1}{8}$

$ل(1) = (3_1)(\frac{1}{2})^1(\frac{1}{2})^{3-1} = 3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

$ل(2) = (3_2)(\frac{1}{2})^2(\frac{1}{2})^{3-2} = 3\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

$ل(3) = (3_3)(\frac{1}{2})^3(\frac{1}{2})^{3-3} = 1\times\frac{1}{8}\times1 = \frac{1}{8}$

ⓓ المدى = {٠، ١، ٢، ٣}

ⓔ

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	١/٨	٣/٨	٣/٨	١/٨

ⓕ احتمال ولد على الاكثر ← لـ ولد (١) ← لـ بنت
صفر ولد ← لـ تنزل واحد
$ل(\leq 1) = ل(1) + ل(0)$
$= \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$

ⓖ احتمال ولدين على الاقل ← لـ بنت (٢) ← لـ تنزل واحد حتى تحصل على ولدين
$ل(\geq 2) = ل(2) + ل(3)$
$= \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$

ⓗ $ل(\geq 3) = ل(3) = \frac{1}{8}$

ⓘ احتمال ولد على الاكثر ← لـ ولد (١) ← لـ بنت
صفر ولد ← لـ تنزل واحد حتى تحصل على ولد
$ل(\leq 1) = ل(1) + ل(0)$
$= \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$

ⓙ $ل(\leq 2) = ل(\text{بنت } 2) = ل(\text{ولد } 1) = \frac{3}{8}$
← نطرح من هذا ن = ٣
٣ - ٢ = ١

ⓚ $ل(\geq 3) = ل(\text{بنت } 3) = ل(\text{ولد صفر}) = \frac{1}{8}$
← نطرح من هذا ن = ٣

ملاحظة:
في حالة ⓙ، ⓚ السؤال هو اولاد ← لـ البنات
لذلك نحولهم لـ: اولاد ونطرح الرقم من ٣

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

⑧ ألقيت قطعة نقد (٤) مرات .
اذا دلّ المتغير العشوائي س على :
عدد مرات ظهور الكتابة .

أوجد: أ) مدى س

ب) ما احتمال الحصول على الكتابة (٣) مرات

ج) ما احتمال الحصول على الكتابة مرة واحدة

د) ما احتمال الحصول على الصورة (٣) مرات .

هـ) ما احتمال الحصول على الصورة مرة واحدة .

الحل: ن = (٤) مرات .

① ل = ح ، ك
ك = صورة ، ل = ١/٢
ك = كتابة ، ل = ١/٢
ل + ك = ١
ل = ١ - ١/٢ = ١/٢

② ل(ر) = (ن ر) (ل)^ر (ك)^(ن-ر)

③ مدى س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

④ ل(٣ كتابة) = (٤ ٣) (١/٢)^٣ (١/٢)^(٤-٣) = ٤ × ١/٨ × ١/٢ = ٤/١٦

⑤ ل(١ كتابة) = (٤ ١) (١/٢)^١ (١/٢)^(٤-١) = ٤ × ١/٨ × ١/٢ = ٤/١٦

⑥ ل(٣ صورة) = (٤ ٣) (١/٢)^٣ (١/٢)^(٤-٣) = ٤ × ١/٨ × ١/٢ = ٤/١٦

⑦ ل(١ صورة) = (٤ ١) (١/٢)^١ (١/٢)^(٤-١) = ٤ × ١/٨ × ١/٢ = ٤/١٦

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ناحية الحاج حسن 0796465131

مخطط حل مسائل السحب مع ارجاع

تكوّن صندوق :

ن = العدد الكلي للكرات مع ارجاع .
ل = العدد في اللون المطلوب / مجموع الألوان .
ك = ١ - ل
مدى س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ... ، ن}

الى امثلة السحب

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

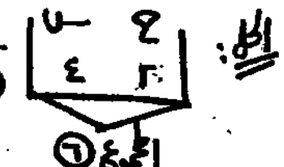
وحدة مبدأ العد والإحتمالات

⑨ صندوق يحتوي على (٣) كرات حمراء، ٤ كرات سوداء، سحبت منه عينة مكونة من (٣) كرات مع الإرجاع

إذا دلّ المتغير العشوائي س على: عدد الكرات الحمراء في العينة

المطلوب: ① قيم المدى س ؟
② كوّن جدول التوزيع الاحتمالي؟

الحل:



ن = العدد الكلي للكرات = ⑦
م = العدد من اللون الأحمر / مجموع الألوان = ٣/٧ = ①/③
١ - م = ٤/٧
ر = قيم المدى = {٠، ١، ٢، ٣}

② ل(ر) = $\binom{ن}{ر}$ (م)^{ر} (١-م)$^{ن-ر}$

③ المدى = {٠، ١، ٢، ٣}

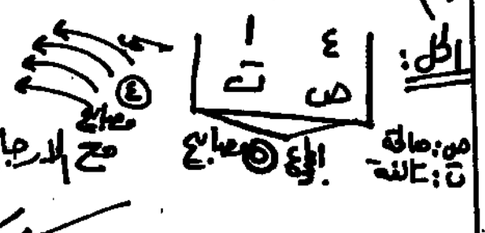
④

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٤/٧	١٢/٣٥	٦/١٥	١/٣٥

⑩ صندوق يحتوي على ٤ مصابيح صالحة ومصباح واحد تالف، سحبت منه عينة من (٤) مصابيح مع الإرجاع، إذا دلّ المتغير العشوائي س على: عدد المصابيح التالفة في العينة

المطلوب: أ) كوّن جدول التوزيع الاحتمالي لـ س
ب) ما احتمال الحصول على مصباحين تالفين؟
ج) ما احتمال الحصول على ٣ مصابيح صالحة؟

الحل:



تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

① ن = العدد المطلوب مع إرجاع = ٤ مصابيح

$p = \frac{\text{العدد من النوع المطلوب}}{\text{مجموع المصابيح}} = \frac{1}{5}$

$q = 1 - p = \frac{4}{5}$

ر = قيم المدى = {٠، ١، ٢، ٣، ٤}

② $ل(ر) = \binom{ن}{ر} (p)^{ر} (1-p)^{ن-ر}$

③ المدى = {٠، ١، ٢، ٣، ٤}

س	٠	١	٢	٣	٤
ل(س)	$\frac{256}{625}$	$\frac{256}{625}$	$\frac{96}{625}$	$\frac{16}{625}$	$\frac{1}{625}$

$ل(٠) = \binom{4}{0}\left(\frac{1}{5}\right)^{0}\left(\frac{4}{5}\right)^{4-0} = 1 \times 1 \times \frac{256}{625} = \frac{256}{625}$

$ل(١) = \binom{4}{1}\left(\frac{1}{5}\right)^{1}\left(\frac{4}{5}\right)^{4-1} = 4 \times \frac{1}{5} \times \frac{64}{125} = \frac{256}{625}$

$ل(٢) = \binom{4}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^{2}\left(\frac{4}{5}\right)^{4-2} = \frac{12}{25} \times \frac{1}{25} \times \frac{16}{1} = \frac{96}{625}$

$= \frac{12}{25} \times \frac{1}{25} \times \frac{(4)(3)}{1 \times 2} = \frac{12}{25} \times \frac{1}{25} \times 6 = \frac{72}{625}$

$ل(٣) = \binom{4}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^{3}\left(\frac{4}{5}\right)^{4-3} = 4 \times \frac{1}{125} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{625}$

$ل(٤) = \binom{4}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^{4}\left(\frac{4}{5}\right)^{4-4} = 1 \times \frac{1}{625} \times 1 = \frac{1}{625}$

④ $ل(\text{ثلاثة}) = \binom{\text{ثلاثة}}{3} = \frac{96}{625}$ ← مجموع حالات ثلاثة

⑤ $ل(\text{مصابة}) = ل(\text{ثلاثة}) = \binom{\text{مصابة}}{1} = \frac{256}{625}$

لـ ر = ن − ر

٤ − ٣ = ١

هام جداً : هل هذه الطرق تساعدك في التجارب؟

① في مسائل قطع النقد والعائلات

دائماً $p = \frac{1}{2}$ ، $1 - p = \frac{1}{2}$

② في مسائل السحب مع إرجاع .

$p = \frac{\text{العدد من النوع المطلوب}}{\text{مجموع الأنواع}}$

③ في مسائل حجر النرد .

$p = \frac{\text{عدد عناصر ح}}{\text{عدد عناصر ي}} = \frac{1}{6}$ ← دائماً

والله يوفقكم .

تميز بـ : أحمد حسن

- العلامـــة المعياريـــة .
- التوزيـــع الطبيعـــي .
- الإحصـــاء .

مكتبة أبو طوق
متخصصـــون بدوســـيات التـــوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتـها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

العلامة المعيارية:

① رمزها : ز .

② قانونها: $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$.

حيث:

ز : علامة معيارية أو أفضل أو تأخرك (فوق أو تحت الوسط الحسابي)

س : علامة خام

$\bar{س}$: الوسط الحسابي

ع : الانحراف المعياري .

هام جداً: ز ، س : يكونا للشخص نفسه .

س ، ع : يكونا للمجتمع كاملاً .

ملاحظة مهمة:

ز = لها ٣ أسماء .

وهي: معيارية ، أو أفضل

أو تأخرك (فوق الوسط الحسابي: ز = +)

(تحت الوسط الحسابي: ز = -)

أمثلة:

① في توزيع تكراري ، أوجدي العلامة المعيارية المقابلة للعلامة الخام (٧٠) ، علماً أن الوسط الحسابي (٦٠) والانحراف المعياري (٥) ؟

الحل: ز = ؟ ، س = ٧٠ ، $\bar{س}$ = ٦٠ ، ع = ٥

نطبق: $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$.

$= \frac{٧٠ - ٦٠}{٥} = \frac{١٠}{٥} = ٢$

اعطانا ٣ رموز وطلب رمز

② في توزيع تكراري ، أوجدي العلامة التي تقابل العلامة المعيارية (٢) ، علماً أن : الوسط الحسابي (٥٠) والانحراف المعياري (٤) .

الحل: ز = ٢ ، س = ؟ ، $\bar{س}$ = ٥٠ ، ع = ٤

اعطانا ٣ رموز وطلب رمز

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

تميز بـ : أحمد حسن

(النوع الثاني)

١) قد يعطى لنا ٣ رموز ويطلب الرمز الرابع عنها

نطبق القانون

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

ونجد الرمز المطلوب

٢) قد يعطى لنا رمزين ويترك رمزين عندها

نطبق قانونين:

$ع = \frac{س - \bar{س}}{ز}$

أو نطبق: $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$.

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$٣ = \frac{س - ٥٠}{٤}$

$١٢ = س - ٥٠$

$س = ٦٢$ ⟸

③ في توزيع تكراري ، إذا كان الوزن المعياري (٥) يقابل الوزن (٦٥) . أوجد الوسط الحسابي ، علماً أن الانحراف المعياري (٢) ؟

الحل:

$ز = ٥$

$س = ٦٥$

$\bar{س} = ؟$

$ع = ٢$

إعطانا ٣ رموز وطلب رمز رابع نطبق:

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$٥ = \frac{٦٥ - \bar{س}}{٢}$

$١٠ = ٦٥ - \bar{س}$

$\bar{س} = ٥٥$ ⟸

$س = ٥٥$.

④ في توزيع تكراري ، إذا كانت العلامة المعيارية ($\frac{١}{٣}$) تقابل العلامة (٤٠) أوجد الانحراف المعياري علماً أن الوسط الحسابي (٥٥) .

الحل:

$ز = \frac{١}{٣}$

$س = ٤٠$

$\bar{س} = ٥٥$

$ع = ؟$

إعطانا ٣ رموز وطلب الرمز الرابع فطبق

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$\frac{١}{٣} = \frac{٤٠ - ٥٥}{ع}$

$ع \times \frac{١}{٣} = ٥٥ - ٤٠$

$ع \times \frac{١}{٣} \times \frac{٣}{١} = ١٥ \times \frac{٣}{١}$

$ع = ٤٥$ ⟸

⑤ تقدمت (رنا) لإمتحاني الرياضيات والـ E ، إذا كانت :
علامة الرياضيات (٨٠) ، والوسط الحسابي للرياضيات (٥٠) ، والانحراف المعياري (٥) وكانت علامة الـ E (٩٠) ، والوسط الحسابي لـ E (٨٠) ، والانحراف المعياري لـ E (٥) ، فأي الاختبارين تعتبر تحصيل (رنا) أفضل ؟

الحل:

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

حتى نعرف التحصيل الأفضل بمعناها بند (أ) لكل فرع .

$$\text{ز رياضيات} = \frac{\text{س} - \text{س}_{\text{ت}}}{\text{ع}}$$

$$= \frac{٨٠ - ٥٠}{٥} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$$

$$\text{ز}_{\text{E}} = \frac{\text{س} - \text{س}_{\text{ت}}}{\text{ع}}$$

$$= \frac{٨٠ - ٩٠}{٥} = \frac{١٠}{٥} = ٢$$

ز رياضيات > ز E

∴ تحصيل الرياضيات أفضل من تحصيل الـ E .

(٦) في صفٍ ما . إذا كان الوسط الحسابي (٦٠) ، والانحراف المعياري (٥) .

أوجد:

(أ) العلامة المعيارية التي تقابل العلامة (٦٠) ؟

(ب) العلامة التي تقابل العلامة المعيارية $(\frac{٣}{٥})$

(ج) العلامة التي تنحرف $\frac{٣}{٥}$ انحرافات معيارية فوق الوسط الحسابي .

(د) العلامة التي تنحرف انحرافين معياريين تحت الوسط الحسابي .

الحل: س = ٦٠

ع = ٥

الى المطلوب: (أ) ز = ؟ ، س = ٦٠

نطبق: $\text{ز} = \frac{\text{س} - \text{س}_{\text{ت}}}{\text{ع}}$

$= \frac{٦٠ - ٦٠}{٥} = \frac{\text{صفر}}{٥} = \text{صفر}$

(ب) ز = $\frac{٣}{٥}$ ، س = ؟

نطبق: $\text{ز} = \frac{\text{س} - \text{س}_{\text{ت}}}{\text{ع}}$

$\frac{٣}{٥} = \frac{\text{س} - ٦٠}{٥}$

٣ = س − ٦٠

٦٠ + ٣ = س

س = ٦٣

(ج) العلامة التي تنحرف ٣ انحرافات فوق الوسط الحسابي ، معناها ز +

ز = +٣

س = ؟

نطبق: $\text{ز} = \frac{\text{س} - \text{س}_{\text{ت}}}{\text{ع}}$.

٣ = $\frac{\text{س} - ٦٠}{٥}$

١٥ = س − ٦٠

٦٠ + ١٥ = س

س = ٧٥

(د) العلامة التي تنحرف انحرافين معياريين تحت الوسط الحسابي ، معناها ز −

ز = −٢

س = ؟

نطبق: $\text{ز} = \frac{\text{س} - \text{س}_{\text{ت}}}{\text{ع}}$

$-٢ = \frac{\text{س} - ٦٠}{٥}$

−١٠ = س − ٦٠

٦٠ − ١٠ = س

س = ٥٠

(ز) $\text{ز} = \frac{\text{صفر}}{٥}$

س = ؟

نطبق: $\text{ز} = \frac{\text{س} - \text{س}_{\text{ت}}}{\text{ع}}$

$\frac{\text{صفر}}{٥} = \frac{\text{س} - ٦٠}{٥}$

صفر = س − ٦٠

٦٠ + صفر = س

س = ٦٠

تميز بـ : أحمد حسن

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

⑦ إذا كان الفرق بين علامتي طالبين في الصف نفسه يساوي (١٢) والفرق بين العلامتين المعياريتين المقابلتين لهما (١,٢) .
أوجدي الانحراف المعياري ؟

الحل:

طالب (١)	طالب (٢)
$ن_1 = ؟$	$ن_2 = ؟$
$س_1 = ؟$	$س_2 = ؟$
$ن = ؟$	$ن = ؟$
$ع = ع$	$ع = ؟$

نعطى لنا : $س_1 - س_2 = ١٢$

أعطانا رمزين وترك رمزين : $ن_1 - ن_2 = ١,٢$.

نطبق : $ع = \frac{س_1 - س_2}{ن_1 - ن_2} = \frac{١٢}{١,٢}$

$= \frac{١٢٠}{١٢} = ١٠$

⑧ إذا كانت : العلامات المعيارية لطالبين هما : ٣ ، ١ .
وكان الانحراف المعياري (٥) .
أوجدي الفرق بين العلامتين للطالبين ؟

الحل:

طالب (١)	طالب (٢)
$ن_1 = ٣$	$ن_2 = ١$
$س_1 = ؟$	$س_2 = ؟$
$ن = ؟$	$ن = ؟$
$ع = ٥$	$ع = ٥$

الحل: أعطانا رمزين وترك رمزين

نطبق : $ع = \frac{س_1 - س_2}{ن_1 - ن_2}$.

$٥ = \frac{س_1 - س_2}{٣ - ١}$.

$٥ = \frac{س_1 - س_2}{٢}$

$س_1 - س_2 = ١٠$.

∴ الفرق بين علامتي الطالبين = ١٠ .

⑨ إذا كانت علامتا طالبين في الصف تنحصر في :
٩٠ ، ٧٠ ، ٦
وكانت العلامات المعيارية المقابلة لها :
٤ ، ٠ ، ١ .
أوجدي : ① الانحراف المعياري لعلامات الصف .
② الوسط الحسابي لعلامات الصف .
③ إذا كانت علامة أحد الطلبة (٨٥) . أوجدي العلامة المعيارية المقابلة لها .

الحل: ← الخلف

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

طالب (١)	طالب (٢)
$ن_١ = ٤$	$ن_٢ = -١$
$س_١ = ٩٠$	$س_٢ = ٧٠$
$\overline{س} = ؟$	$\overline{س} = ؟$
$ع = ؟$	$ع = ؟$

أعطانا رمزين وتدرك رمزين .. نطبق قانونين:

نطبق: $ع = \frac{س_١ - س_٢}{ن_١ - ن_٢} = \frac{٩٠ - ٧٠}{٤ - (-١)}$.

④ $= \frac{٢٠}{٥} = ٤$ الانحراف المعياري

ثم نطبق: ز لأي طالب لأنه سوف يعطي نفس الجواب

$ز = \frac{س - \overline{س}}{ع}$.

$٤ = \frac{٩٠ - \overline{س}}{٤}$

$١٦ = ٩٠ - \overline{س} \Leftarrow \overline{س} = ٧٤$ ⊕

$\overline{س} = ٧٤$ الوسط الحسابي

الآن: ④ $ع = ٤$.

ⓑ $\overline{س} = ٧٤$

ⓐ $س = ٨٥$

$ز = ؟$

$ز = \frac{س - \overline{س}}{ع} = \frac{٨٥ - ٧٤}{٤} = \frac{١١}{٤}$.

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

⑤ إذا كانت علامات الطالبات :
رنا ، هلا ، ساره هي :
٧٥ ، ٦٥ ، س
وكانت العلامات المعيارية المقابلة لها :
٦ ، ١ ، -٣
أوجدي العلامة للطالبة ساره ؟

رنا	هلا	ساره
$ن_١ = ٦$	$ن_٢ = ١$	$ن_٣ = -٣$
$س_١ = ٧٥$	$س_٢ = ٦٥$	$س_٣ = س$
$\overline{س} = ؟$	$\overline{س} = ؟$	$\overline{س} = ؟$
$ع = ؟$	$ع = ؟$	$ع = ؟$

أعطانا رمزين وتدرك رمزين : نطبق قانونين :

$ع = \frac{س_١ - س_٢}{ن_١ - ن_٢} = \frac{٧٥ - ٦٥}{٦ - ١} = \frac{١٠}{٥}$ ② الانحراف المعياري .

ثم نطبق: $ز = \frac{س - \overline{س}}{ع}$.

$٦ = \frac{٧٥ - \overline{س}}{٢}$ ×

$١٢ = ٧٥ - \overline{س}$

$\overline{س} = ٦٣$ ⊕

$\overline{س} = ٦٣$ الوسط الحسابي

نذهب لـ ساره :
ونطبق :

$ز = \frac{س - \overline{س}}{ع}$.

$-٣ = \frac{س - ٦٣}{٢}$ ×

$-٦ = س - ٦٣$

$س = ٦٣ + ٦ = ٦٧$ ⊕

تميز بـ : أحمد حسن

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

(11) إذا كانت العلامات المعيارية للطلبة: أحمد ، وائل ، جاسر هي : ٥ ، ٣ ، -١ .
وكان الوسط الحسابي (٧٠) ، والفرق بين علامتي وائل وجاسر هي (١٦) .
أوجدي : العلامات الفعلية للطلبة الثلاثة ؟

الحل: أحمد: $ن_1 = ٥$ ، $س_1 = ؟$ ، $ل = ٧٠$ ، $ع = ؟$

وائل: $ن_2 = ٣$ ، $س_2 = ؟$

جاسر: $ن_3 = -١$ ، $س_3 = ؟$

ومعطى لنا: الفرق بين علامتي وائل وجاسر = ١٦

$س_2 - س_3 = ١٦$

أعطانا رمزين وتركك رمزين ثم قانونين :

$$ع = \frac{س_2 - س_3}{ن_2 - ن_3} = \frac{١٦}{٣ - (-١)} = \frac{١٦}{٤} = ٤$$

الآن نذهب للطلاب الثلاثة :

العلامة المعيارية $ز = \frac{س - ل}{ع}$

أحمد: $٥ = \frac{س_1 - ٧٠}{٤}$ ، $٢٠ = س_1 - ٧٠$ ، $س_1 = ٧٠ + ٢٠ = ٩٠$ علامة أحمد .

وائل: $٣ = \frac{س_2 - ٧٠}{٤}$ ، $١٢ = س_2 - ٧٠$ ، $س_2 = ٧٠ + ١٢ = ٨٢$ علامة وائل .

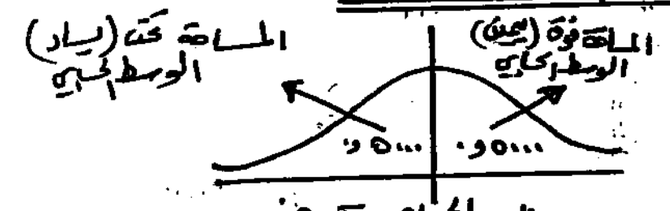
جاسر: $-١ = \frac{س_3 - ٧٠}{٤}$ ، $-٤ = س_3 - ٧٠$ ، $س_3 = ٧٠ - ٤ = ٦٦$ علامة جاسر .

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

ماهي التوزيع الطبيعي :



① المساحة فوق (يمين) الوسط الحسابي = ٠,٥٠٠٠
② المساحة تحت (يسار) الوسط الحسابي = ٠,٥٠٠٠
③ المساحة تحت المنحنى كاملاً = ١

قوانين الدرس :

① ل (ز ≥ ب) = من الجدول مباشرة
(ز أكبر من أو تساوي ب)

② ل (ز ≤ ب) = نطرح واحد
= ١ - ل (ز ≥ ب)
= ١ - (اللي من الجدول)
(ز أصغر من أو تساوي ب)

③ ل (ز ≥ -ب) = ل (ز ≤ ب) نفس جواب ②
(نقلب نعكس)

④ ل (ز ≤ -ب) = ل (ز ≥ ب) -- نفس جواب ①
(نقلب نعكس)

⑤ ل (ب ≥ ز ≥ ب) = ل (ز ≥ ب) - ل (ز ≥ ب)
(مصورة) (كبير) (صغير)

الى الأمثلة

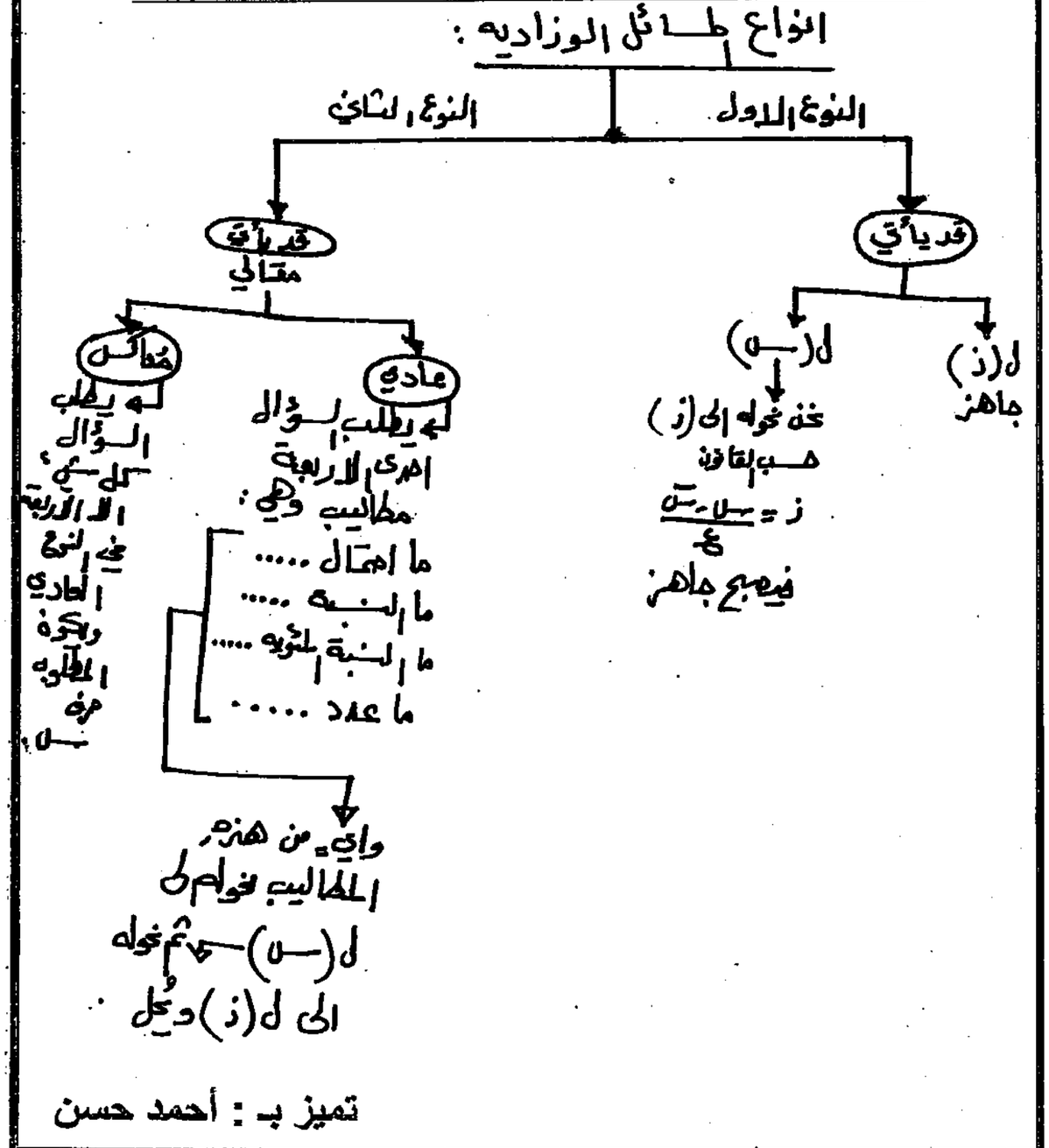
تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

انواع طرائق الوزاريه :



تميز بـ : أحمد حسن

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

أمثلة: ① مستخدماً جدول التوزيع الطبيعي أوجدي قيمة كل مما يلي: (يمكن الاستناد إلى الجدول إذا لزم)

(أ) $ل(ز \geq -2)$ = $ل(ز \leq 2)$ — نقلب ونعكس — أقل من = مباشرة من الجدول = (0.9772)

(ب) $ل(ز \geq 1,42)$
الحل: أقل من ← مباشرة من الجدول
نبحث عن 1,4 عمودي: تقاطعهم
تقاطع مع 0,02 أفقي: (0.9222)

(ت) $ل(ز \geq -1,2)$ = $ل(ز \leq 1,2)$ — نقلب ونعكس — أقل من = مباشرة من الجدول = (0.8849)

(ث) $ل(ز \geq -3)$ = $ل(ز \leq 3)$ — نقلب ونعكس — أقل من = مباشرة من الجدول = 1 − (من الجدول) = 1 − 0.9987 = (0.0013)

(ج) $ل(ز \geq 0,5)$
الحل: أقل من ← مباشرة من الجدول
نبحث عن 0,5 عمودي: تقاطعهم
تقاطع مع 0,00 أفقي: (0.6915)

(ح) $ل(ز \geq 2)$
الحل: أقل من ← مباشرة من الجدول
نبحث عن 2 عمودي ← الجواب: (0.9772)

(خ) $ل(ز \geq 1,53)$
الحل: أكبر من ← طرح واحد
= 1 − ل(ز ≤ 1,53)
= 1 − من الجدول
نبحث عن 1,5 عمودي: 0,03 أفقي:
= 1 − 0.9370 = (0.0630)

(د) $ل(ز \geq 0,5)$
الحل: أكبر من ← طرح واحد = 1 − ل(ز ≤ 0,5)
= 1 − (من الجدول)
= 1 − 0.6915 = (0.3085)

(ذ) $ل(ز \geq 3)$
الحل: أكبر من ← طرح واحد
= 1 − ل(ز ≤ 3) = 1 − (من الجدول)
= 1 − 0.9987 = (0.0013)

(ر) $ل(1 \leq ز \leq 3)$ محصورة
الحل: ل(ز ≤ 3 كبير) − ل(ز ≤ 1 صغير)
= أقل من من الجدول − أقل من من الجدول
= 0.9987 − 0.8413 = (0.1574)

(ز) $ل(0 \leq ز \leq 2)$ محصورة
الحل: ل(ز ≤ 2) − ل(ز ≤ 0)
أقل من في الجدول
(0.9772) − 0.5000 = (0.4772)

(س) $ل(-3 \leq ز \leq -2)$ محصورة
الحل: ل(ز ≤ -2) − ل(ز ≤ -3)
نقلب ونعكس — نقلب ونعكس
= ل(ز ≥ 2) − ل(ز ≥ 3)
= (1 − من الجدول) − (1 − من الجدول)
= (1 − 0.9772) − (1 − 0.9987)
= 0.0228 − 0.0013 = (0.0215)

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

الميل بعض من جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

ز	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٥٠٠٠	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥١٢٠	٠,٥١٦٠	٠,٥١٩٩	٠,٥٢٣٩	٠,٥٢٧٩	٠,٥٣١٩	٠,٥٣٥٩
١,٤	٠,٩١٩٢	٠,٩٢٠٧	٠,٩٢٢٢	٠,٩٢٣٦	٠,٩٢٥١	٠,٩٢٦٥	٠,٩٢٧٩	٠,٩٢٩٢	٠,٩٣٠٦	٠,٩٣١٩
١,٥	٠,٩٣٢٢	٠,٩٣٤٥	٠,٩٣٥٧	٠,٩٣٧٠	٠,٩٣٨٢	٠,٩٣٩٤	٠,٩٤٠٦	٠,٩٤١٨	٠,٩٤٢٩	٠,٩٤٤١
٢,٠	٠,٩٧٧٢	٠,٩٧٧٨	٠,٩٧٨٣	٠,٩٧٨٨	٠,٩٧٩٣	٠,٩٧٩٨	٠,٩٨٠٣	٠,٩٨٠٨	٠,٩٨١٢	٠,٩٨١٧
٢,١	٠,٩٨٢١	٠,٩٨٢٦	٠,٩٨٣٠	٠,٩٨٣٤	٠,٩٨٣٨	٠,٩٨٤٢	٠,٩٨٤٦	٠,٩٨٥٠	٠,٩٨٥٤	٠,٩٨٥٧
٢,٥	٠,٩٩٣٨	٠,٩٩٤٠	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٤٣	٠,٩٩٤٥	٠,٩٩٤٦	٠,٩٩٤٨	٠,٩٩٤٩	٠,٩٩٥١	٠,٩٩٥٢
٣,٠	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٩٠
٣,٤	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧

مثال (٦) إذا كان س: متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي، بوساطة جدول التوزيع الطبيعي واخراف معياري (٥).

أوجد: أ) ل(س ≥ ٧٠)

ب) ل(س ≤ ٧٥)

ج) ل(٥٥ ≤ س ≤ ٧٥)

د) ل(س ≤ ٦٠)

هـ) ل(٧٠ ≤ س ≤ ٧٥)

ملاحظة: يمكن الاستفادة من جدول

التوزيع الطبيعي طبار

ز	صفر	١	٢	٣
ل(ز ≥)	٠,٥٠٠٠	٠,١٥٨٧	٠,٠٢٢٨	٠,٠٠١٣

الحل: الوسط الحسابي = س̄ = M = ٦٠
الانحراف المعياري = ع = σ = ٥

أ) ل(س ≥ ٧٠)

$ز = \frac{س - س̄}{ع}$

$ل\left(ز \geq \frac{٧٠-٦٠}{٥}\right)$

$ل(ز \geq ٢) = ل\left(ز \geq \frac{١٠}{٥}\right)$ حاجتي انتباه

١ - ٠,٩٧٧٢ = ٠,٠٢٢٨

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

ب) ل(س ≥ ٧٥)

ل(ز ≥ (٧٥-٦٠)/٥) = ل(ز ≥ ١٥/٥)

⟸ ل(ز ≥ ٣) = نطرح من ١ لأن المطلوب أكبر من

= ١ - ل(ز ≤ ٣)

= ١ - (الباقي من الجدول)

= ١ - ٠,٩٩٨٧

= (٠,٠٠١٣)

ج) ل(س ≤ ٥٥)

ل(ز ≤ (٥٥-٦٠)/٥)

ل(ز ≤ -٥/٥) = ل(ز ≤ -١)

⟸ ل(ز ≥ ١) = (مباشرة من الجدول) لأن المطلوب أقل من

= (٠,٨٤١٣)

د) ل(س ≥ ٦٠)

ل(ز ≥ (٦٠-٦٠)/٥) ⟸ ل(ز ≥ صفر)

= (٠,٥٠٠٠)

هـ) ل(٧٠ ≤ س ≤ ٧٥)

ل((٧٠-٦٠)/٥ ≤ ز ≤ (٧٥-٦٠)/٥)

ل(٢ ≤ ز ≤ ٣) مجموعة

ل(٢ ≤ ز ≤ ٣) = ل(ز ≥ ٢) - ل(ز ≥ ٣)

كبير — أقل من — مباشرة من الجدول

= ٠,٩٩٨٧ - ٠,٩٧٧٢

= (٠,٠٢١٥)

مثال ③ إذا كان س: متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي، بوسطه الحسابي (٥٠) وانحراف معياري (٢).

أوجد: ⓐ ل(س ≤ ٥٦)

ⓑ ل(س ≥ ٤٦)

ⓒ ل(٤٨ ≤ س ≤ ٥٢)

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التوزيع الجاهز.

ز	١	١,٥	٢	٣
ل(ز)	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٣٣٢	٠,٩٩٨٧

الحل: الوسط الحسابي = $\bar{س}$ = M = ٥٠

الانحراف المعياري = ع = σ = ٢

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

---

④ ل(س < ٥٦ ، ١٢)

ل(ز < (٥٦ − ٥٠)/٢) = ل(ز < ٣)

نظرح من الواحد

⇐ ١ − ل(ز ≥ ٣)

⇐ ١ − (اللي من الجدول)

= ١ − ٠٫٩٩٨٧ = ٠٫٠٠١٣

⑤ ل(س ≥ ٤٦)

ل(ز ≥ (٤٦ − ٥٠)/٢) = ل(ز ≥ −٢)

= ل(ز ≤ ٢)

⇐ ل(ز < ٢) = نظرح من الواحد

= ١ − ل(ز ≥ ٢)

= ١ − (اللي من الجدول)

= ١ − ٠٫٩٧٧٢

= ٠٫٠٢٢٨

⑥ ل(٤٨ ≤ س ≤ ٥٢)

ل((٤٨ − ٥٠)/٢ ≤ ز ≤ (٥٢ − ٥٠)/٢)

ل(−١ ≤ ز ≤ ١)

محصورة

صفر

ل(−١ ≤ ز ≤ ١) = ل(ز ≤ ١) − ل(ز ≤ −١)

= ل(ز ≥ ١) − ل(ز < ١٢)

= (من الجدول) − (١ − اللي في الجدول)

= ٠٫٨٤١٣ − (١ − ٠٫٩٩٧٣)

= ٠٫٨٤١٣ − ٠٫٠٠٢٧

= ٠٫٦٨٢٦

مثال ⑦ : إذا كانت علامات (٢٠٠) طالباً تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٥) ، وانحراف معياري (٥) أختير طالب عشوائياً ، أوجد :

① ما إحتمال أن تكون علامته أقل من (٦٠)

② ما النسبة المئوية لطلبة الذين علاماتهم أكبر من (٦٥)

③ ما النسبة المئوية لطلبة الذين علاماتهم بين (٥٥) ، (٦٠)

④ ما عدد الطلبة الذين علاماتهم أكبر من (٧٠)

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

ملاحظة : يمكنك الإستفادة من جدول التوزيع الطبيعي المعياري .

ز	صفر	١	١,٥	٢	٣
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٨٧

الحل: العدد الكلي = (٤٠٠٠) طالبة

$\mu = \bar{س} = (٥٥)$.

$\sigma = ٥$.

أ) ما احتمال ← مقابلها ل(س < ٦٠)

ل(ز < $\frac{٥٥-٦٠}{٥}$)

ل(ز < $\frac{-٥}{٥}$)

ل(ز > ١)

ل(ز ≥ ١)

⇐ مباشرة من الجدول .

= (٠,٨٤١٣) .

ب) ما النسبة المئوية التقريبية لعدد الطلبة الذين أعمارهم أكبر من ٦٥ سنة

مقابلها ل(س > ٦٥)

ل(ز > $\frac{٦٥-٥٥}{٥}$)

ل(ز > $\frac{١٠}{٥}$)

ل(ز > ٢) = (نفرح واحد) (من الكل)

ل(ز ≤ ٢) = ١ - ل(ز > ٢)

= ١ - (اللي من الجدول)

= ١ - ٠,٩٧٧٢ .

= (٠,٠٢٢٨) .

ج) ما النسبة المئوية التقريبية لعدد الطلبة الذين أعمارهم بين (٥٥) و (٦٠) سنة

مقابلها ل(س) ← مجموعة

ل(٥٥ < س < ٦٠)

ل($\frac{٥٥-٥٥}{٥}$ < ز < $\frac{٦٠-٥٥}{٥}$)

ل(صفر < ز < ١) مجموعة

ل(ز ≤ ١) - ل(ز < صفر)

(من الجدول) (٠,٥٠٠٠) - (أقل من)

٠,٨٤١٣ - ٠,٥٠٠٠ = (٠,٣٤١٣)

∴ النسبة المئوية = ٣٤,١٣ ٪

د) ما احتمال ← مقابلها ل(س) ← أكبر من ٧٠ (أكبر من ٢)

ل(ز > $\frac{٧٠-٥٥}{٥}$) = ل(ز > ٣)

= ١ - ل(ز ≤ ٣) (أكبر من ٣ نفرح واحد)

= ١ - ٠,٩٩٨٧ = (٠,٠٠١٣)

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

وأرجو الانتباه هنا : لأن المطلوب عبارة عدد فطبقة لعائون التالي :

عدد المطلوب = عدد كلي × نسبه
= عدد

= ٠,٠١٣ × ٢٠٠٠ =

= ٠,٠١٣ / ١ × ١٠٠٠ = ٢٦.

= ٢٦ طالباً

مثال ⑤ إذا كانت أعمار (١٠٠٠) شخص تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٧٠) وانحراف معياري (١٠) أختير شخص عشوائياً ، أوجد :

أ) ما احتمال ان يكون عمره اكبر من (٦٠)

ب) ما النسبة المئوية للأشخاص الذين اعمارهم بين (٧٢) ، (٧٥) سنة .

ج) ما النسبة المئوية للأشخاص الذين اعمارهم اقل من (٦٥) سنة .

د) ما عدد الاشخاص الذين اعمارهم بين (٧٢) ، (٨٠) سنة .

ملاحظة : يمكنك الاستفادة من جدول التوزيع الطبيعي المجاور

ز	٠,٠	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

الحل : العدد الكلي = (١٠٠٠) شخص

م = ٧٠ = س̄ سنة .

ع = ١٠ سنوات .

أ) ما احتمال ... (أكبر من ٦٠)

ل(س > ٦٠)

ل(ز > (٦٠ − ٧٠)/١٠)

ل(ز > −١)

ل(ز < ١) ← نعكس لقلب

ل(ز ≤ ١) ← مباشرة من الجدول

= ٠,٨٤١٣ (أقل من)

ب) ما النسبة ... بين (٧٢) ، (٧٥)

ل(٧٢ < س < ٧٥) ← محصورة

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

ل(٧٢ < س < ٧٥)

ل((٧٢-٧٠)/١٠ < ز < (٧٥-٧٠)/١٠)

ل(٢/١٠ < ز < ٥/١٠)

ل(٠,٢ < ز < ٠,٥) محصورة

ل(ز < ٠,٥) − ل(ز < ٠,٢)

(من الجدول مباشرة) (أقل من) (أقل من)

= ٠,٦٩١٥ − ٠,٥٧٩٣ = ٠,١١٢٢

ج) ما النسبة المئوية التي تقل عن (٦٥) --- أقل من

النسبة المئوية = ٣٠,٨٥ ٪

لـ مساحتها ل(س < ٦٥)

ل(ز < (٦٥-٧٠)/١٠)

ل(ز < -٥/١٠)

ل(ز < -٠,٥)

نقلب نعكس

ل(ز > ٠,٥) = نطرح من واحد

أكبر من

= ١ − ل(ز < ٠,٥)

= ١ − (من الجدول ٠,٦٩١٥)

= ١ − ٠,٦٩١٥ = ٠,٣٠٨٥

د) ما عدد ... بين (٧٢)، (٨٠) محصورة

ل(٧٢ < س < ٨٠)

ل((٧٢-٧٠)/١٠ < ز < (٨٠-٧٠)/١٠)

ل(٢/١٠ < ز < ١٠/١٠)

ل(٠,٢ < ز < ١) محصورة

ل(ز < ١) − ل(ز < ٠,٢)

(أقل من) (من الجدول) (أقل من) (من الجدول)

= ٠,٨٤١٣ − ٠,٥٧٩٣

= ٠,٢٦٢٠

ولأن المطلوب عبارة عن عدد نطبق قانون :

عدد المطلوب = عدد كلي × نسبة

= ١٠٠٠ × ٠,٢٦٢٠

= ١٠٠٠ × ٢٦٢٠/١٠٠٠٠

= ٢٦٢

تميز بـ : أحمد حسن

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

مثال ① اذا كانت اوزان (٥٠٠) لطفل تأخذ شكل التوزيع الطبيعي،
بوسط حسابي (٣,٦) كغم
وانحراف معياري (٠,٢) كغم.
أختير الطفل عشوائيا ، أوجدي:

① ما احتمال ان يكون وزنه اكبر من (٣) كغم.

② ما النسبة المئوية للاطفال الذين اوزانهم بين (٣,٦) كغم ، (٣,٧) كغم.

③ ما النسبة المئوية للاطفال الذين اوزانهم اقل من (٤) كغم.

④ ما عدد الاطفال الذين اوزانهم اكبر من (٤,٢) كغم.

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول التوزيع الطبيعي الجاهز.

ز	صفر	٠,٥	١	٣	٣
ل(ز<ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٨٧

الحل: العدد الكلي = (٥٠٠) لطفل

$\overline{س} = M = (٣,٦)$ كغم

$ع = \sigma = (٠,٢)$ كغم

① ما احتمال ---- اكبر من (٣) كغم

$ل(س > ٣)$

$\therefore ل\left(ز > \frac{٣ - ٣,٦}{٠,٢}\right)$

$ل(ز > -٣)$

$ل(ز > -٣) = ل(ز < ٣)$

نعكس ↑ نقلب ↑ اقل من

∴ مباشرة من الجدول

$٠,٩٩٨٧$ ⟸

② ما النسبة ---- بين (٣,٦) ، (٣,٧)

$ل(٣,٦ < س < ٣,٧)$ محصورة

$ل\left(\frac{٣,٦ - ٣,٦}{٠,٢} < ز < \frac{٣,٧ - ٣,٦}{٠,٢}\right)$

$ل(صفر < ز < ٠,٥)$

$ل(صفر < ز < ٠,٥)$ محصورة

$ل(ز < ٠,٥) - ل(ز < صفر)$

كبير ↑ صغير ↑

↓ اقل من مباشرة من الجدول

$٠,٦٩١٥ - ٠,٥٠٠٠ = ٠,١٩١٥$

تميز بـ : أحمد حسن

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

ج) ما النسبة المئوية ... أقل من (٤)

$\leftarrow ل(س)$

$ل(س < ٤)$

$ل(ز < \frac{٤ - ٣,٦}{٠,٢})$

$ل(ز < \frac{٤}{٢}) = ل(ز < ٢)$ أقل من

= مباشرة من الجدول

= ٠,٩٧٧٢

∴ النسبة المئوية = ٩٧,٧٢٪

د) ما قيمة د ... أكبر من (٤,٢)

$\leftarrow ل(س)$

∴ $ل(س > ٤,٢)$

$ل(ز > \frac{٤,٢ - ٣,٦}{٠,٢})$

$ل(ز > \frac{٦}{٢})$

$ل(ز > ٣)$ = نطرح واحد من الكبر

$= ١ - ل(ز < ٣)$

= ١ − من الجدول

= ١ − ٠,٩٩٨٧

= ٠,٠٠١٣

ولأن المطلوب عبارة عدد

∴ نطبق قانون عدد.

عدد مطلوب = عدد كلي × نسبة عمل

= ٥٠٠٠ × ٠,٠٠١٣

$= \frac{٥ \times ١٣}{١٠٠٠}$

= ٠,٠٦٥ = (٦٥) طفل.

مثال (٧) إذا كانت معدلات الحصول لعلامات (٥٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي.

بوسط حسابي (٦٥)، وانحراف معياري (٥)

وإذا كان معدل الحصول (٧٥) علامة فأكثر فالطالب ممتاز، أوجد:

أ) ما احتمال أن يكون مقبولاً.

ب) ما عدد الطلبة المقبولين.

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التوزيع الطبيعي الآتي

ز	صفر	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

الحل: العدد الكلي = (٥٠٠٠) طالباً .
$\mu = M = \bar{س} = (٦٥)$.
$ع = ٥ = \sigma$.
معدّل القبول = (٧٥) علامة .

أ) ما احتمال ان يكون مقبولاً ← علامته تكون أكبر من (٧٥) .

$ل(س \geq ٧٥)$

$ل(ز \geq \frac{٧٥ - ٦٥}{٥})$

$ل(ز \geq \frac{١٠}{٥}) = ل(ز \geq ٢)$

$= ١ - ل(ز \leq ٢)$

$= ١ - (\text{من الجدول } ٩٩٧٢)$

$= ١ - ٩٧٧٢ = ٠٢٢٨$

ب) عدد = معناها $ل(س)$.
نفس فرع (أ) لكن لها قانون :

$\text{عدد المطلوب} = \text{عدد الكلي} \times \text{النسبة}$

$= ٥٠٠٠ \times ٠٢٢٨$

$= \frac{٥ \times ٢٢٨}{١٠٠٠}$

$= \frac{١١٤٠}{١٠٠٠}$

$= ١١٤$ طالباً .

مثال ⑧: اذا كانت رواتب (٥٠٠٠) موظف تتخذ شكل التوزيع الطبيعي ، بوسطها (٤١٠) دينار وانحراف معياري (٥) .
اوجد: ما عدد الموظفين الذين رواتبهم بين (٤٠٠) ، (٤٢٠) دينار .

ملاحظة: علماً ان: $ل(ز < ٢) = ٠٢٢٨$

الحل: العدد الكلي = ٥٠٠٠ موظف
$\mu = M = \bar{س} = (٤١٠)$ دينار .
$ع = ٥ = \sigma$ (٥) دنانير .

ما عدد ← بين (٤٠٠) ، (٤٢٠) ← محصورة

$ل(س)$

$ل(٤٠٠ < س < ٤٢٠)$

$ل(\frac{٤٠٠ - ٤١٠}{٥} < ز < \frac{٤٢٠ - ٤١٠}{٥})$

$ل(\frac{-١٠}{٥} < ز < \frac{١٠}{٥})$

$ل(-٢ < ز < ٢)$ ← محصورة بين قيمتين

$ل(ز \geq ٢) - ل(ز \geq -٢)$

← أكمل الناقص في الجدول ← تعاكس تنكس

$ل(ز \geq ٢) = ٠٢٢٨$

∴ $ل(ز \leq ٢)$ = ناتج طرح الجواب

$= ١ - ٠٢٢٨ = ٩٧٧٢$.

تميز بـ : أحمد حسن

مكتبة أبو طارق
متخصصون بإعداد سلسلات الرياضيات
أسئلة سلسلات مقترحة بنمط كل امتحان
0796465131 أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

ل(ز<٢) - ل(ز<٢)
جاهزة معطاة
ومنها (٠,٩٧٧٢) - (٠,٠٢٢٨)
= (٠,٩٥٤٤)

عدد مطلوب = عدد × نسبة كلي

٠,٩٥٤٤ × ٥٠٠٠ =
= ٩٥٤٤ × ٥٠٠٠ / ١٠٠٠٠
= ٤٧٧٢ = ٤٧٧٢ / ١
موظف (٤٧٧٢)

إيجاد قيمة $\underline{P}$ إذا أُعطي لنا الجواب ل(ز) جاهزاً :

خطوات الحل: إذا كان الجواب معطى لنا
① أكبر من (٠,٥٠٠٠) فإننا نبحث عنه مباشرة بالجدول ، فإما نجده أو نجد أقرب رقم إليه .
فتكون قيمة (ز = $\underline{P}$ = القيمة المقابلة)

ثم ② إما إذا كان الجواب المعطى لنا أقل من (٠,٥٠٠٠) فإننا نطرح فيه واحد صحيح ينتج عن الناتج ، فإما أن نجده أو نجد أقرب رقم إليه فتكون ز = م = القيمة المقابلة .
③ ثم نعطي الإشارة حسب القاعدة
← أكبر مع أكبر = الإشارة ⊖
← أصغر مع أصغر = الإشارة ⊖
← أكبر مع أصغر = الإشارة ⊕
← أصغر مع أكبر = الإشارة ⊕

مثال: مستخرجاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري
أوجدي قيمة $\underline{P}$ في الحالات التالية :
① ل(ز ≥ $\underline{P}$) = ٠,٦٣٣١
(أكبر من ٠,٥٠٠٠)
الحل: هذا الكبر من (٠,٥٠٠٠)
نبحث عنه بالجدول فنجده بالجدول
(ز = ٠,٣٤)
ونعطيه إشارة : (ز = ±٠,٣٤) .

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

② إذا كان : $ل(ز \geq أ) = ٠,٦٦٨٢$ (أكبر من ٠,٥٠٠٠)

الحل : هذا الرقم أكبر من ٠,٥٠٠٠ ∴ نبحث عنه مباشرة فنجده من الجدول $ز = +٠,٤٣$

	٠,٠٣
٠,٤	٠,٦٦٨٢

والآن نضع إشارة حسب :
أقل ← أكبر من ٠,٥٠٠٠ ← الإشارة (+)

④ إذا كان :
$ل(ز \geq أ) = ٠,٢٣٥٨$ (هذا أقل من ٠,٥٠٠٠)

الحل : نطرح منه واحد .

	٠,٠٢
٠,٧	٠,٧٥٨٤

$= ١ - ٠,٢٣٥٨$
$= ٠,٧٦٤٢$ ← ثم نبحث عنه فنجده تقريباً :
$ز = ٠,٧٢$

③ إذا كان :
$ل(ز \leq أ) = ٠,٤٦٢٥$ (أكبر من ٠,٥٠٠٠)

الحل : هذا الرقم مفتاح أقل من ٠,٥٠٠٠
نطرح واحد : $١ - ٠,٤٦٢٥$
$= ٠,٥٣٧٥$ ← نبحث عنه مباشرة فنجده أو أقرب رقم إليه : ٠,٥٣٥٩
الجواب هو : $ز = ٠,٠٩$

	٠,٠٩
٠,١	٠,٥٣٥٩

نعطيه إشارة : أكبر من ٠,٥٠٠٠ ∴ $ز = +٠,٠٩$

$ز = ٠,٠٩$

⑤ إذا كان :
$ل(٠ < ز < أ) = ٠,٣٦٨٦$

الحل : نصورة :
$ل(ز < أ) - ل(ز < ٠) = ٠,٣٦٨٦$
$ل(ز < أ) - ٠,٥٠٠٠ = ٠,٣٦٨٦$
$+ ٠,٥٠٠٠ \quad + ٠,٥٠٠٠$
$ل(ز < أ) = ٠,٨٦٨٦$ ← أكبر من ٠,٥٠٠٠ مباشرة في الجدول

	٠,٠٢
١,١	٠,٨٦٨٦

نبحث عنه $ز = +١,١٢$

تميز بـ : أحمد حسن

مكتبة أبو طوق
للتصميم والتوزيع والإعلان
للتواصل معنا على الواتس
07964651 31

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

أمثلة على التوزيع الطبيعي النوع المعاكس :

يطلق لفظ كلا على الأدلة الأربعة في التوزيع العادي .

خطوات :

① نجد النسبة = العدد المراد / العدد الكلي (الكبير)
(ينجح، يقبل، يفوز)

② ل (ز ≤ P) = ---- (ن)
(الفشل، الرسوب، عدم القبول)

هذا الرقم مفتاح الحل

قد يكون الكبر (٥٠٠ن) نبحث عنه بالجدول مباشرة
أما أن نجده أقرب رقم إليه
فتكون (ز = P = رقم)

وتعطيه إشارة حسب :
الكبر مع الكبر = ⊖
الصغر مع الصغر = ⊖
الكبر مع الصغر = ⊕
الصغر مع الكبر = ⊕

③ تطبيق ز = (س − م) / ع
(س المطلوب)

إذا جاء أقل من (٥٠٠ن) نطرح منه واحد ثم نبحث عنه بنفس الأسلوب وبعدها نطبق

أمثلة:

① إذا كانت علامات (١٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٠) وانحراف معياري (١٠) .
إذا كان عدد الطلبة الناجحين (٥٧٩٣ طالب)
فما هي علامة النجاح ؟

ملاحظة : يمكن الاستفادة من جدول التوزيع الطبيعي الجاهز

ز	صفر	٠٫٠١	٠٫٠٢	١
ل(ز)	٠٫٥٠٠٠	٠٫٥٣٩٨	٠٫٥٧٩٣	٠٫٨٤١٣

الحل: العدد الكلي = (١٠٠٠) طالباً

م = س = (٥٠)

ع = ٥ = (١٠)

عدد الناجحين = (٥٧٩٣) طالباً

المطلوب علامة النجاح ؟

∴ هذا على النوع المعاكس

المطلوب ← س

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

① نجد لنسبة (الفاعل) = العدد الطلاب الراسبين / العدد الكلي للطلاب = ٥٧٩٣ / ١٠٠٠٠

(٠٫٥٧٩٣) = ٥٧٩٣ ٠٫ لأن المطلوب عبارة عن فاعل نسبة الفاعل

② ل(ز < أ) = ٥٧٩٣ ٠٫

هذا أكبر من (٥٠٠٠ ٠٫)

∴ نبحث عنه مباشرة بالجدول (ز = ١٫٥٨)

ونعطي إشارة = : ل(ز < أ) = ٥٧٩٣ ٠٫ ← أكبر مع أكبر =

③ نطبق : ز = (س − ن) / ع

١٫٥٨ = (س − ٥٠) / ١٠

١٫٥٨ × ١٠ = س − ٥٠

١٥٨ = س − ٥٠

٥٠ + ١٥٨ = س

س = ٢٠٨

علامة الفاعل.

② إذا كانت معدلات القبول لـ (٢٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٦٥) وانحراف معياري (١٠)

إذا كان عدد الطلبة المقبولين (١٤٥١٤) طالباً . فما هو معدل القبول ؟

الإضافة: يمكننا الاستفادة من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

ز	صفر	٠٫٢	٠٫٥	٠٫٦
ل(ز<أ)	٠٫٥٠٠٠	٠٫٥٧٩٣	٠٫٦٩١٥	٠٫٧٢٥٧

الحل: العدد الكلي = (٢٠٠٠) طالباً

م = ٦٥

ع = ١٠

العدد المقبولين = (١٤٥١٤) طالباً

المطلوب : أدنى معدل للقبول ؟

هذا على النوع المعاكس .

س ؟

←

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

① نجد النسبة (المئوية) = العدد المطلوب / العدد الكلي = ٧٢٥٧ / ١٤٥١٤ = ٧٢٥٧ / ١٠٠٠٠

= ٠,٧٢٥٧ ← هذا العدد يقع في الجدول تحت العمود ٠,٠٠

② ل(ز ≤ أ) = ٠,٧٢٥٧ ← هذا أكبر من (٠,٥٠٠٠) نبحث عنه مباشرة

فنجده ز = أ = ٠,٦

ونعطيه إشارة : أكبر مع أكبر = ⊖

∴ ز = أ = ٠,٦ ⊖

③ نطبق : ز = (س − م) / ع

٠,٦ = (س − ٦٥) / ١٠

٠,٦ × ١٠ = س − ٦٥

٦ = س − ٦٥

س = ٦ + ٦٥

س = ٧١ ← الذي معدّل للعقول .

مثال ③ إذا كانت علامات (٤٠٠٠) طالب تأخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٦٠) وانحراف معياري (٥) إذا كان عدد الطلبة الناجحين يساوي (٤٢٣٦) طالب فما هي علامة النجاح ؟

ملاحظة : يمكن الاستفادة من جدول التوزيع الطبيعي المجاور .

ز	صز	٠,٠٥	٠,٠٨	١
ل(ز≤أ)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٧٨٨١	٠,٨٤١٣

الحل : العدد الكلي = (٤٠٠٠) طالباً

م = س = (٦٠) .

ع = ٤ = (٥) .

عدد الناجحين (٤٢٣٦) طالباً .

ما علامة النجاح المطلوبة ؟

نوع المحاكي ← س ؟

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة صفوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة لبيلة كل امتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

① نجد النسبة (الباقي) = العدد المطلوب / العدد الكلي = ٢١١٨ / ١٠٠٠٠ = ٠٫٢١١٨

② ل (ز ≤ ٠٫٢١١٨) = ٠٫٢١١٨ (أكبر من أو يساوي ٠٫٥٠٠٠ أقل من ٠٫٥٠٠٠)

هذا أقل من (٠٫٥٠٠٠) نطرحه من واحد صحيح

= ١ − ٠٫٢١١٨

= ٠٫٧٨٨٢ ← أقرب رقم إليه وجدناه

↓ نبحث عنه بالجدول

ز = ٠٫٨+ = ص

أكبر مع أقل ← نعطيه إشارة (+)

③ نطبق:

ز = (س − س̄) / ع

٠٫٨ = (س − ٦٠) / ٥

٠٫٨ × ٥ = س − ٦٠

س − ٦٠ = ١/١ كـ = ١/١ × ٨/١٠

س − ٦٠ = ٦/١٠ + ٤

س = ٦٤ علامة المقبول

مثال ④ إذا كانت علامات (١٠٠٠) طالباً تأخذ شكل التوزيع الطبيعي.
بوسط حسابي (٥٥)
وانحراف معياري (١٠)
وكان عدد الطلبة الذين علاماتهم فوق العلامة (س) وتحت الوسط الحسابي (١٧٠٠) طالباً.
فما هي قيمة العلامة س ؟

ملاحظة: يمكننا الإستفادة من الجدول التالي:

ز	صفر	٠٫٥	٠٫٤٤	١
ل(ز≤ص)	٠٫٥٠٠٠	٠٫٦٩١٥	٠٫٧٠٠٠	٠٫٨٤١٣

الحل: العدد الكلي = (١٠٠٠) طالباً

س̄ = م = ٥٥

ع = σ = ١٠

عدد الطلبة فوق العلامة (س) وتحت الوسط الحسابي = ١٧٠٠

المطلوب س ؟

نوع معاكس ←

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

هام للطلبة: (مهم جداً)

① عبارة فوق العلامة (س) وتحت الوسط الحسابي فقط
معناها: ل (-أ ≤ ز ≤ ٠) .

② عبارة فوق الوسط الحسابي وتحت العلامة (س) فقط
معناها: ل (٠ ≤ ز ≤ أ) .

الآن إجابة مثال ④:

① نجد النسبة (الباقي) = العدد المراد / العدد الكلي = ١٧٠٠ / ١٠٠٠٠

= (٠,١٧٠٠)

② عبارة فوق العلامة (س) وتحت الوسط الحسابي مباشرة معناها:

ل (-أ ≤ ز ≤ ٠) = ٠,١٧٠٠

نظرية محصورة:

ل (ز ≤ س) - ل (ز ≤ -أ) = ٠,١٧٠٠

(٠,٥٠٠٠) - ل (ز ≤ -أ) = ٠,١٧٠٠ ← أنعكس ← نقلب

٠,٥٠٠٠ - ٠,١٧٠٠ = ل (ز ≤ -أ)

ل (ز ≤ -أ) = ٠,٣٣٠٠

∴ ل (ز ≤ -أ) = ٠,٣٣٠٠

أقل من (٠,٥٠٠٠)

∴ نطرح واحد .

ل (ز ≤ أ) = ١ - ٠,٣٣٠٠

= (٠,٦٧٠٠)

مباشرة من الجدول .

ز = أ = -٠,٤٤

③ نظرية : ز = (س - ل) / ع

-٠,٤٤ = (س - ٥٥) / ١٠

-٠,٤٤ × ١٠ = س - ٥٥

-٤,٤ = س - ٥٥

٥٥ - ٤,٤ = س

٥٠,٦ = س

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

الاهداف

① أنواع الارتباط .
② محامل الارتباط .
③ اشكال الانتشار .
④ معامل ارتباط بيرسون .
⑤ معادلة خط الانحدار .
⑥ تنبأ ي = قدّر ي .
⑦ الخطأ في التنبؤ .

① أنواع الارتباط :

[1] ارتباط طردي : معناه :
زيادة في متغير اول ← زيادة في متغير ثاني
أو: نقص في متغير اول ← نقص في متغير ثاني
مثال : زيادة ساعات دراسة ← زيادة فرص النجاح .
نقص عمال مصنع ما ← نقص الانتاج .

[2] ارتباط عكسي : معناه :
زيادة متغير اول ← نقص في متغير ثاني .
أو نقص متغير اول ← زيادة متغير ثاني .
مثال: زيادة عمر السيارة ← نقص زمن الوصول
نقص الوظائف ← زيادة البطالة

[3] ارتباط معدوم : معناه :
لا علاقة بين المتغيرين ، مثال : لون خط طالب في الثانوية لا يرتبط بفوزه في اي اللون .

② محامل الارتباط

① رمزه (ر)
② يستخدم لدراسة قوة الارتباط .
③ خواصه :
① يقع بين -١ ، +١
اي : -١ ≤ ر ≤ ١
② اذا كانت ر = ١ : يسمى معامل الارتباط الطردي التام
③ اذا كانت : ر = -١ : يسمى معامل الارتباط العكسي التام
④ اذا كانت : ر = صفر : يسمى معامل الارتباط المعدوم
⑤ اذا كانت -١ < ر < صفر (سالب) : يسمى معامل ارتباط عكسي
⑥ اذا كانت : صفر < ر < ١ (موجب) : يسمى معامل ارتباط طردي
⑦ تزداد قوة الارتباط كلما اتجهنا نحو العددين -١ ، ١ .
وتضعف قوة الارتباط كلما اتجهنا نحو العدد صفر .

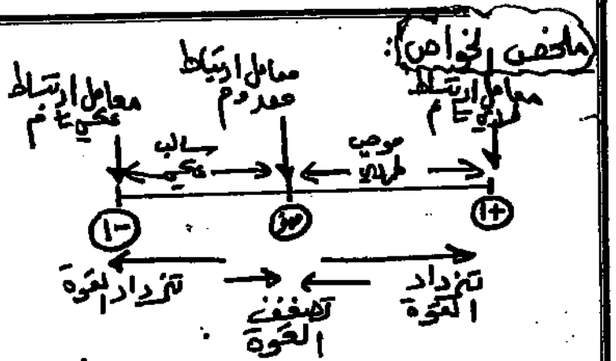
تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

ملخص الدرس:



④ تأثير العمليات الحسابية على معامل الارتباط :

فقط يتأثر معامل الارتباط وذلك حسب القاعدة التالية :

إما أن يبقى نفس الجواب وذلك عندما نجمع أو نطرح كل من س، ص بعددين لهما نفس الإشارات

أو نغير إشارة الجواب وذلك عندما نجمع أو نطرح كل من س، ص بعددين لهما إشارات مختلفة .

أمثلة

مثال ① : أي القيم التالية لا تعتبر معامل ارتباط :

٠,٣ ، ٠,٧٥ ، ٠,٢ ، -١,٠ ، ٢,٣ ،
٠,٦ ، ٠,٢٣ ، ٠,٥ ، -١ ، ١ ،
١,٤ ، صفر .

الحل : ٢,٣ ، ١,٤ لا تعتبران معامل ارتباط لأنهما لا ينتميان بين -١ ، +١ .

مثال ② : أي القيم التالية لا تعتبر معامل ارتباط :

$\frac{1}{3}-$ ، $\frac{2}{5}$ ، $\frac{7}{12}-$ ، $\frac{3}{8}-$ ، $\frac{1}{2}$ ،
$\frac{4}{3}$ ، $\frac{5}{2}-$ ، $\frac{3}{11}$ ، $\frac{15}{4}$.

الحل : $\frac{4}{3}$ ، $\frac{5}{2}-$ ، $\frac{15}{4}$ لا تعتبر معاملات ارتباط لأن لبسط أيا من الكسور بعض النظر عن الإشارة أكبر من المقام وبالتالي هو لا ينتمي بين -١ ، +١ .

مثال ③ : أي القيم التالية تعتبر معامل ارتباط عكسي تام :

٠,٢ ، ٠,٩- ، ١- ، ١ ، صفر

الحل : ر = -١ يمثل معامل ارتباط عكسي تام .

مثال ④ : أي القيم التالية تعتبر معامل ارتباط طردي تام :

٠,٣ ، ٠,١٢ ، ١ ، ٠,٩- ، ٣

الحل : ر = ١ يمثل معامل ارتباط طردي تام .

تميز ب : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

⑤ أي القيم التالية تعتبر معامل إرتباط طردي؟
٠٫٣ ، -٠٫٩ ، -٠٫٢ ، ٠٫٨ ، صفر

الحل: ر = ٠٫٣ ، ر = ٠٫٨ } تمثل معاملات إرتباط طردي لأنها موجبة .

⑥ أي القيم التالية تعتبر معامل إرتباط عكسي ؟
٠٫٤ ، -٠٫٢ ، $\frac{1}{3}$ ، -١٫٣ ، ٠٫٩

الحل: ر = -٠٫٢ ، ر = $\frac{1}{3}$ ، ر = -١٫٣ } تعتبر معاملات ارتباط عكسي لأنها سالبة

⑦ أي القيم التالية تعتبر معامل إرتباط أقوى ؟
٠٫٤ ، -٠٫٦ ، ٠٫٥ ، ٠٫٣ ، صفر

الحل: طريقة الأقوى نقرأ الأرقام بدون إشارة ، فالأكبر بدون إشارة هو الأقوى .
∴ الجواب (-٠٫٦) .

⑧ أي القيم التالية تعتبر معامل إرتباط أضعف ؟
٠٫٥ ، -٠٫٣ ، ٠٫٢ ، ٠٫٩ ، ١

الحل: طريقة الأضعف ، نقرأ الأرقام بدون إشارة . فالأصغر بدون إشارة هو الأضعف .
∴ الجواب : (٠٫٢) .

⑨ أي القيم التالية تعتبر معامل إرتباط أقوى ؟ وأيها أضعف .
٠٫٢ ، ٠٫١٢ ، -٠٫٣ ، ٠٫٥ ، -٠٫٢٤

الحل: هنا انتباه يوجد منزلة ومنزلتين ، يجب أن نوحد المنازل بوضع أصفاراً .
٠٫٢٠ ، ٠٫١٢ ، -٠٫٣٠ ، ٠٫٥٠ ، -٠٫٢٤
الأكبر فيها : هو (٠٫٥٠) هو الأقوى
الأصغر فيها هو : (٠٫١٢) هو الأضعف

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

⑩ إذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين
س ، ص يساوي : (٠,٤)
أجب عن معامل الارتباط الجديد بعد التحويل
في كل مما يلي :

ⓐ بين: $س'_ن = ٢س + ١$
$ص'_ن = ٣ص - ٧$

الحل: س : ضربت بـ ② ← لهما نفس الإشارة
ص : ضربت بـ ③ ←
∴ يبقى نفس الجواب (٠,٤)

ⓑ بين: $س'_ن = \frac{١}{٣}س - ٥$
$ص'_ن = ١٢ - ٤ص$

الحل: س : ضربت بـ $\frac{١}{٣}$ ← لهما إشارات مختلفة
ص : ضربت بـ (-٤) ←
∴ تعكس إشارة الجواب
∴ ر = (-٠,٤)

ⓒ بين: $س'_ن = ٣ - ٧س$
$ص'_ن = -ص + ١٥$

الحل: س : ضربت بـ (-٧) ← لهما نفس الإشارات
ص : ضربت بـ (-١) ←
∴ يبقى نفس الجواب.

∴ ر = (٠,٤)

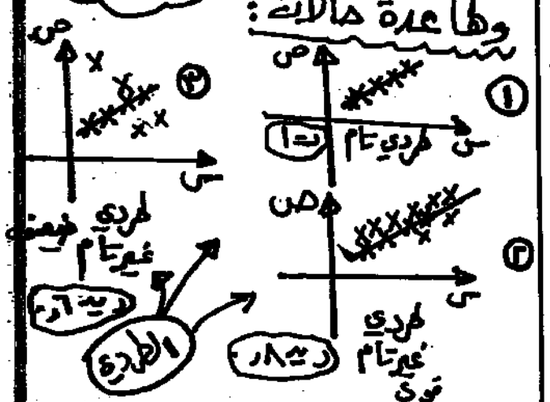
⑤ $س'_ن$: س ضربت بـ (٤) وأضيف إليها (٥)
$ص'_ن$: ص قسم على (-٣).

الحل: س : ضربت بـ ④ ← لهما إشارة مختلفة
ص : قسمة على (-٣) ←
∴ تعكس إشارة الجواب.
∴ ر = (-٠,٤)

⑥ أشكال الإنتشار

يتم تمثيل الأزواج (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢) ، (س٣ ، ص٣) ... في المستوى الديكارتي ويسمى الشكل الناتج بـ: الإنتشار

وله عدة حالات:



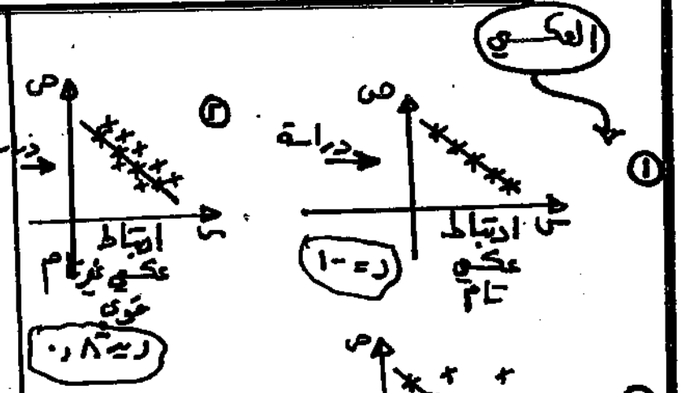
تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

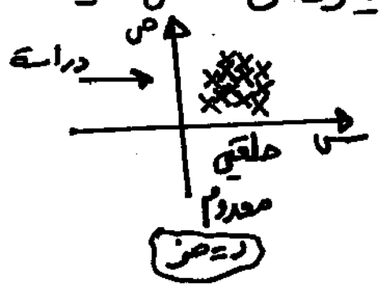
إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

العكسي



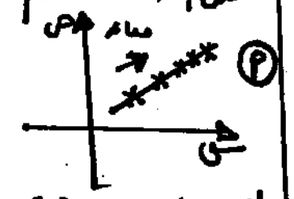
المعدوم



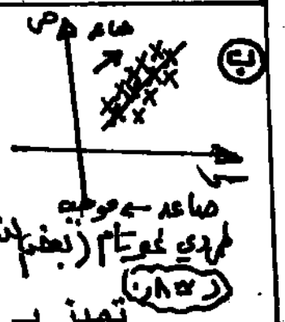
ملاحظات هامة:
① تتم دراسة الأشكال من اليسار لليمين .
② إذا كانت النقاط تقع جميعها على خط مستقيم يكون الارتباط تام

على الخط يعمل الشكل آخر تام
③ كلما كانت النقاط قريبة من الخط يكون شكل الانتشار أقوى .
④ وكلما كانت النقاط بعيدة عن الخط يكون شكل الانتشار أضعف .

أمثلة:
⑪ قدّر معامل الارتباط لكل من أشكال الانتشار التاليه:



الحل: هامد ← موجب
شكل النقاط على خط مستقيم تام
∴ ر = ١



هامد ← موجب
قوي تام (بعض النقاط خارج الخط)
ر = ٠,٨٢

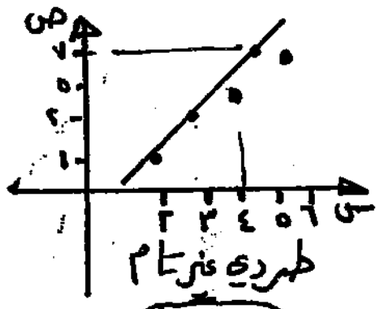
تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

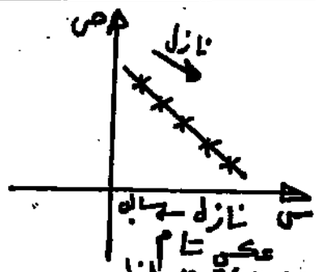
وحدة مبدأ العد والإحتمالات

الحل:



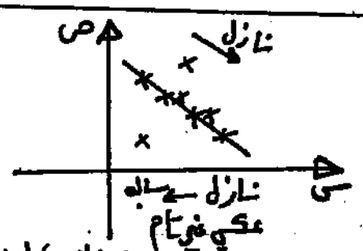
ر = ٠,٩

(ب)



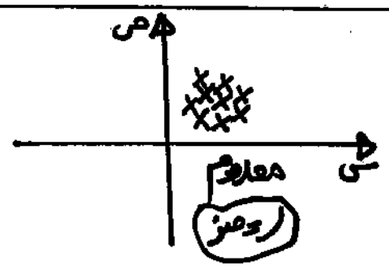
ر = -١

(ج)



ر = -٠,٦

(د)



ر = صفر

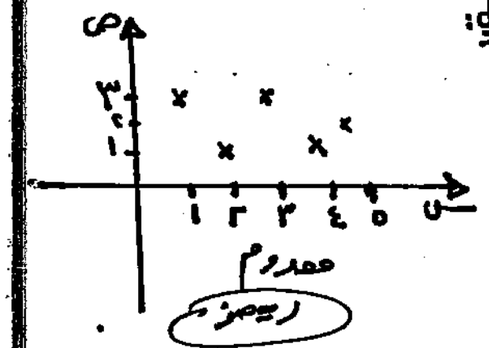
(١٢) أرسم شكل الانتشار للجدول المجاور ، مع ذكر نوعه ؟

س	١	٢	٣	٤	٥	٦
ص	٢	٥	٧	٧	٧	٧

(١٣) أرسم شكل الانتشار للجدول المجاور ، مع ذكر نوعه ؟

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٢	١	٣	١	٢

الحل:



ر = صفر

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

④ معامل ارتباط بيرسون

رمزه : ر

قانونه :

$$ر = \frac{\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \overline{س})(ص_ت - \overline{ص})}{\sqrt{\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \overline{س})^2 \times \sum_{ت=1}^{ن} (ص_ت - \overline{ص})^2}}$$

الخطوات الحل:

① نجد: $\overline{س}$ = الوسط الحسابي لقيم س = مجموع قيم س / عددها

$\therefore \overline{س} = \frac{\sum_{ت=1}^{ن} س_ت}{ن}$ ← رقم صحيح

ونجد: $\overline{ص}$ = الوسط الحسابي لقيم ص = مجموع قيم ص / عددها

$\therefore \overline{ص} = \frac{\sum_{ت=1}^{ن} ص_ت}{ن}$ = رقم صحيح

② نكون الجدول:

س	ص	$(س_ت - \overline{س})$	$(ص_ت - \overline{ص})$	$(س_ت - \overline{س})^2$	$(ص_ت - \overline{ص})^2$	$(س_ت - \overline{س})(ص_ت - \overline{ص})$
		مجموع هذا العمود	مجموع هذا العمود	مجموع هذا العمود	مجموع هذا العمود	مجموع هذا العمود
		رقم صحيح	رقم صحيح	رقم صحيح	رقم صحيح	رقم صحيح

③ نطبق القانون:

$$ر = \frac{\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \overline{س})(ص_ت - \overline{ص})}{\sqrt{\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \overline{س})^2 \times \sum_{ت=1}^{ن} (ص_ت - \overline{ص})^2}}$$

الخطوة الأولى

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

أمثلة على معامل ارتباط بيرسون :

① للجدول المجاور ، احسبي معامل ارتباط بيرسون مع ذكر نوعه ؟

س	٢	٥	٤	١
ص	٤	٦	٢	٤

الحل : ١ نجد : $\overline{س} = \frac{\text{مجموع س}}{\text{عددها}} = \frac{٢+٥+٤+١}{٤} = \frac{١٢}{٤} =$ ③ صح

ونجد : $\overline{ص} = \frac{\text{مجموع ص}}{\text{عددها}} = \frac{٤+٦+٢+٤}{٤} = \frac{١٦}{٤} =$ ④ صح

٢ نكوّن الجدول التالي :

$س = ٣ \quad ص = ٤$

س	ص	$(س - \overline{س})$	$(ص - \overline{ص})$	$(س - \overline{س})^٢$	$(ص - \overline{ص})^٢$	$(س - \overline{س})(ص - \overline{ص})$
٢	٤	-١	صفر	١	صفر	صفر
٥	٦	+٣	+٢	٤	٤	٤
٤	٢	+١	-٢	١	٤	-٢
١	٤	-٢	صفر	٤	صفر	صفر
		مجموع ⑤ صفر	مجموع ⑥ صفر	⑦ مقدار	⑧ مقدار	② بسط

٣ نطبق القانون :

$$ر = \frac{\sum (س - \overline{س})(ص - \overline{ص})}{\sqrt{\sum (س - \overline{س})^٢ \times \sum (ص - \overline{ص})^٢}} = \frac{٢}{\sqrt{٨ \times ٨}} = \frac{٢}{٦٤}$$

$= \frac{١}{٤}$ ⑤ وهي قيمة طردية قوية

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

④ الجدول المجاور ، أكمل الجدول واحسب معامل ارتباط بيرسون مستخدمة القانون التالي :

$$ر = \frac{\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \bar{س})(ص_ت - \bar{ص})}{\sqrt{\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \bar{س})^2 \times \sum_{ت=1}^{ن} (ص_ت - \bar{ص})^2}}$$

س	ص	$(س_ت - \bar{س})$	$(ص_ت - \bar{ص})$	$(س_ت - \bar{س})^2$	$(ص_ت - \bar{ص})^2$	$(س_ت - \bar{س})(ص_ت - \bar{ص})$
٣	٥					
٤	٦					
٥	٤					
١	٤					
٢	٦					

الحل: ① نجد $\bar{س} = \frac{\sum س}{\text{عددها}} = \frac{٣+٤+٥+١+٢}{٥} = \frac{١٥}{٥} = ٣$ ③ صح

نجد $\bar{ص} = \frac{\sum ص}{\text{عددها}} = \frac{٥+٦+٤+٤+٦}{٥} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$ ⑤ صح

② الآن نكمل الجدول:

س	ص	$(س_ت - \bar{س})$	$(ص_ت - \bar{ص})$	$(س_ت - \bar{س})^2$	$(ص_ت - \bar{ص})^2$	$(س_ت - \bar{س})(ص_ت - \bar{ص})$
٣	٥	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
٤	٦	+١	+١	١	١	١
٥	٤	+٢	-١	٤	١	-٢
١	٤	-٢	-١	٤	١	٢
٢	٦	-١	+١	١	١	-١
		صفر	صفر	١٠ (ق)	٤ (ق)	صفر

③ نطبق القانون :

$$ر = \frac{\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \bar{س})(ص_ت - \bar{ص})}{\sqrt{\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \bar{س})^2 \times \sum_{ت=1}^{ن} (ص_ت - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{\text{صفر}}{\sqrt{١٠ \times ٤}} = \frac{\text{صفر}}{٦.٣٢} = \text{صفر}$$

∴ معامل ارتباط معدوم

⑤ إذا كان س ، ص متغيرين وكان: $\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \bar{س})(ص_ت - \bar{ص}) = ٤$

$\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \bar{س})^2 = ٢٥$ ، $\sum_{ت=1}^{ن} (ص_ت - \bar{ص})^2 = ١٠٠$

احسبي معامل ارتباط بيرسون مع ذكر نوعه ؟

الحل: نعوض المعطيات الجاهزة في قانون ارتباط بيرسون :

$$ر = \frac{\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \bar{س})(ص_ت - \bar{ص})}{\sqrt{\sum_{ت=1}^{ن} (س_ت - \bar{س})^2 \times \sum_{ت=1}^{ن} (ص_ت - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{٤}{\sqrt{١٠ \times ٢٥}} = \frac{٤}{\sqrt{٢٥٠}} = \frac{٤}{١٥.٨١} = ٠.٢٥$$

تميز بـ : أحمد حسن

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

⑥ إذا كان معامل ارتباط بيرسون يساوي $(\frac{2}{3})$ بين المتغيرين س ، ص .

وكان : $\sum_{ر=1}^{10}(س_ر - \bar{س})^2 = 3$

$\sum_{ر=1}^{10}(ص_ر - \bar{ص})^2 = 12$

فما قيمة : $\sum_{ر=1}^{10}(س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص})$ ؟

الحل: في المعطيات الجاهزة فقط نطبق القانون

$$ر = \frac{\sum_{ر=1}^{10}(س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص})}{\sqrt{\sum_{ر=1}^{10}(س_ر - \bar{س})^2 \times \sum_{ر=1}^{10}(ص_ر - \bar{ص})^2}}$$

معطى لنا

$$\frac{\sum_{ر=1}^{10}(س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص})}{\sqrt{3 \times 12}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\sum_{ر=1}^{10}(س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص})}{\sqrt{36}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\sum_{ر=1}^{10}(س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص})}{6} \times \frac{2}{3}$$

$$\Leftarrow \frac{3}{4} \times \sum_{ر=1}^{10}(س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص}) = \frac{12}{3}$$

$\therefore \sum_{ر=1}^{10}(س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص}) = 4$ وهو المطلوب .

⑤ معادلة خط الانحدار البسيط للتنبؤ ، الخطأ في التنبؤ

خطواته :

نعم خطوات بيرسون يكن الجدول الذي يحوي على $(ص_ر - \bar{ص})^2$

∴ الخطوات ① نقرب

② نقرب يكن الحدود $(ص_ر - \bar{ص})^2$ غير موجودة

③ نطبق القوانين التالية :

$$ب = \frac{\sum_{ر=1}^{10}(س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص})}{\sum_{ر=1}^{10}(س_ر - \bar{س})^2}$$

$$ا = \bar{ص} - (ب \times \bar{س})$$

معادلة الانحدار هي : $ص = ا + ب س$

تنبؤ = قدّري ← مناها $\hat{ص}$

الخطأ في التنبؤ = $ص - \hat{ص}$ (القيمة الحقيقية − القيمة المتنبأ بها)

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

مكتبة أبو طوق
متخصصون بدوسيات التوجيهي
أسئلة سنوات سابقة مع إجاباتها
أسئلة مقترحة ليلة كل إمتحان
ضاحية الحاج حسن 0796465131

[1] نكوّن الجدول :

$\bar{س} = ٦$ $\bar{ص} = ٤$

س	ص	$(س - \bar{س})$	$(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})^2$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$
٨	٥	+٢	+١	٤	٢
٧	٤	+١	صفر	١	صفر
٣	٢	−٣	−٢	١٦	٨
٤	٣	−٢	صفر	٤	صفر
١٠	٦	+٤	+٣	١٦	٨
٥	٣	−١	−١	١	١
		مجموع (س)	مجموع (ص)	(٤٢) مجا	(١٩) بط

[2] نطبق القوانين: $ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2} = \frac{١٩}{٤٢}$

$ا = \bar{ص} - ب\bar{س}$

$= (٤) - (\frac{١٩}{٤٢} \times ٦) = \frac{٢٨}{٧} - \frac{١٩}{٧} = \frac{٩}{٧}$

الى الفروع:

(أ) $\hat{ص} = ا + ب س$

$\hat{ص} = \frac{٩}{٧} + \frac{١٩}{٤٢} س$

(ب) الخطأ في التنبؤ = ص الفعلية − ص التي تنبأ بها

لما س = ١٠ (حسب جدول) ← $\hat{ص} = \frac{٩}{٧} + \frac{١٩}{٤٢} \times ١٠ = \frac{٩}{٧} + \frac{٩٥}{٤٢} = \frac{٩}{٧} + \frac{١٩}{٧}$

(ج) ستكون ← صغيرة:

$\bar{ص} = \frac{\sum ص}{ن} = \frac{٢٥}{٦} = \frac{٩}{٧} + \frac{١٩}{٧} \times ٦ = \frac{٩}{٧} + \frac{١٩}{٧}$

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

$\leftarrow$ س = ١٠ ، $\leftarrow$ س = ١٠
$\leftarrow$ ص = ⑥ ، $\leftarrow$ ص̂ = $\frac{٢٤}{٤}$ = ٦

∴ الخطأ في التنبؤ = ص − ص̂ = ٦ − $\frac{٢٤}{٤}$ = ٦ − ١٢ = $\frac{٦}{١}$ = $\frac{١٢٦}{٢١}$ = $\frac{١٢٢}{٢١}$ = $\frac{١٤٤}{١٢١}$ = ⑫/٢١

⑨ أكمل الجدول المجاور ، وأجب عن الأسئلة التي تليه : علمًا أن : $\frac{\text{مج ن}}{\text{مج ص}} = \frac{٤}{٥}$

(س − س̄)	(ص − ص̄)	(س − س̄)²	(ص − ص̄)²	(س − س̄)(ص − ص̄)
١	٣			
٢	٢			
−٢	−١			
−١	−٤			

أوجد :
① معامل الإرتباط بيرسون ؟
② معادلة خط الانحدار البسيط ؟
③ قدّر قيمة ص إذا كانت س = ٤ ؟
④ الخطأ في التنبؤ بقيمة ص إذا كانت س = ٥ ، ص = ٨ ؟

الحل :

(س − س̄)	(ص − ص̄)	(س − س̄)²	(ص − ص̄)²	(س − س̄)(ص − ص̄)
١	٣	١	٩	٣
٢	٢	٤	٤	٤
−٢	−١	٤	١	٢
−١	−٤	١	١٦	٤
بـ ⑫	⑩ = صتا	⑩ = ستا	⑳ = مج ص	⑬ = مج ن

م) معامل الإرتباط بيرسون قانونه ر = $\frac{\text{مج}_{ت=١}^{٤} (\text{س} - \text{س̄})(\text{ص} - \text{ص̄})}{\sqrt{\text{مج}_{ت=١}^{٤} (\text{س} - \text{س̄})^٢ \times \text{مج}_{ت=١}^{٤} (\text{ص} - \text{ص̄})^٢}}$ = $\frac{١٣}{٣٠ \times ١٠ \times ٧}$ = $\frac{١٣}{٣٠٧}$

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

ب) نجد $P = \frac{\sum_{i=1}^{4}(س_i - \bar{س})(ص_i - \bar{ص})}{\sum_{i=1}^{4}(س_i - \bar{س})^2} = \frac{13}{10}$

نجد: $ب = \bar{ص} - (\bar{س} \times P)$

$= (5) - (\frac{13}{5} \times 2) = \frac{25}{5} - \frac{26}{5} =$

$= \frac{-1}{5}$ ⑤

نوع ② معادلة خط الإنحدار هي:

$\hat{ص} = P س + ب$

$\hat{ص} = \frac{13}{10} س - \frac{1}{5}$

② قيمة ص عندما $س = 4$

$= \frac{13}{10} \times 4 + \frac{-1}{5} = \frac{26}{5} - \frac{1}{5} = \frac{25}{5} = 5$ ⑤

① الخطأ في التنبؤ = ص الفعلية − ص المتنبأ بها

$س = 0$ ← $ص = 5$ ⑧

$س = 0$ ← $ص = \frac{13}{10} س + \frac{1}{5}$

$= \frac{13}{10} \times 0 + \frac{1}{5}$

$= \frac{2}{10} + \frac{1}{5} \times 2$

$= \frac{2}{10} + \frac{2}{10} = \frac{4}{10}$ ⑬

∴ الخطأ في التنبؤ = ص − ص

$= \frac{8}{10} - \frac{13}{10}$

$= \frac{-5}{10} = \frac{-1}{2}$ ⑰

⑩ إذا كان س، ص متغيرين عدد قيم كل منها (٦) قيم

وكانت : $\bar{س} = 3$

$\bar{ص} = 7$

$P = 1$

أوجد: أ) معادلة خط الإنحدار البسيط.

ب) تنبأ بقيمة ص إذا كانت $س = 4$

ج) الخطأ في التنبؤ بقيمة ص إذا كانت $س = 3$

$ص = 8$

الحل: في الطلبات الجاهزة نعطي نظيره القوانين:

$P = 1$ ، $ب = \bar{ص} - P\bar{س}$

$ب = (7) - (1 \times 3)$

$ب = (7) - (3)$

$ب = 7 - 3 = 4$ ⑤

الحل الفرع:

① $\hat{ص} = P س + ب$

$\hat{ص} = 1 س + 5$

② $\hat{ص} = 1 \times 4 + 5 = 9$ ①

③ الخطأ في التنبؤ = ص − ص

متنبأ بها ← $س = 3$ ← $ص = 8$ ③

فعلية ← $س = 3$ ← $ص = 8$

$= 8 - 8 = 0$ صفر ⑤

تميز بـ : أحمد حسن

مجموعة أوراق عمل في :
مهارات الرياضيات:

إعداد : أحمد حسن
0796821236

وحدة مبدأ العد والإحتمالات

---

(١١) إذا كانت : س ، ص متغيرين وكان :

$\sum_{ر=1}^{8} (س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص}) = ٤٠$

$\sum_{ر=1}^{8} (س_ر - \bar{س})^2 = ٢٠$

$\sum_{ر=1}^{8} س_ر = ٨$ ، $\sum_{ر=1}^{8} ص_ر = ٦٤$.

أوجدي : أ) معادلة خط الانحدار البسيط ؟

ب) نتنبأ بقيمة ص إذا كانت س = ٢ .

جـ) الخطأ في التنبؤ بقيمة ص إذا كانت س = ٣ ؟

الحل : في المظاهر الجاهزة فقط نلاحظ تكون :

$\bar{س} = \frac{\sum س_ر}{\text{عددها}} = \frac{٨}{٨} = ١$ ✓

ونجد : $\bar{ص} = \frac{\sum ص_ر}{\text{عددها}} = \frac{٦٤}{٨} = ٨$ ✓

نلاحظ : $ب = \frac{\sum (س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص})}{\sum (س_ر - \bar{س})^2} = \frac{٤٠}{٢٠} = ٢$ ✓

$ب = (\bar{ص}) - (\bar{س} \times ب)$

$= (٨) - (١ \times ٢) = ٨ - ٢ = ٦$ ✓

الحل الفرع : أ) $\hat{ص} = ب + ب س$

$\hat{ص} = ٦ + ٢ س$

ب) نتنبأ بـ $\hat{ص}$ ← $س = ٢$

$= ٦ + ٢ \times ٢ = ٦ + ٤ = ١٠$ ✓

جـ) الخطأ في التنبؤ = ص − $\hat{ص}$ المتنبأ بها

ص = ١٣ ← ص = ٣ ← $\hat{ص} = ٦ + ٢ س$

$= ٦ + ٢ \times ٣ = ١٢$ ✓

∴ الخطأ في التنبؤ $= ١٣ - ١٢ = ١$ ✓

---

(١٢) إذا كانت : $\hat{ص} = ٣ + ٩ س$

هي معادلة خط الانحدار البسيط للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س

أوجدي : أ) قيم ب ، ب ؟

ب) قدري قيمة ص إذا كانت س = ٢ ؟

جـ) الخطأ في التنبؤ بقيمة ص إذا كانت س = ٤٠ ؟
ص = ١٩

الحل : أ) $\hat{ص} = ب + ب س$

$\hat{ص} = ٣ + ٩ س$.

المقارنة : ب = معامل س = ٣ .

ب = الحد الثابت = ٩ .

تميز بـ : أحمد حسن