لا تنتظر وقتاً إضافياً ..... لا تؤجل عمل اليوم إلى الغد ..... اجعل هدفك ليس النجاح فقط بل التفوق والتميز

العلامة الكاملة

الرياضيـــــات

إهداء إلى روح والداي
غفر الله لهما وجعلهما
من أهل الجنة

المستوى الرابع الفرع الأدبي

التكامل + كتاب + وزارة + مقترحة

إعداد الأستاذ

عبد الغفار الشيخ

٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

التكامل غير المحدود

يرمز للتكامل غير المحدود بالرمز ∫ د س

هناك علاقة بين التكامل والاشتقاق بحيث أن

$\frac{د}{د س}$ ∫ ق (س) د س = ق (س) وأن

∫ قَ (س) د س = ق (س) + جـ

أي أن التكامل عملية عكسية لعملية الاشتقاق

(ش ٢٠١١) إذا كان ق (س) = ∫ س^{٢} د س جد قَ (س)

إذا كان ق (س) = ∫ ٢س^{٣}+ س^{٢} د س جد قَ (- ١)

إذا كان ق (س) = ∫ ٣س^{٢} + ٢ س + ١ د س جد قَ (١)

إذا كان ق (س) = ∫ س (٢ – س^{٢}) د س جد قَ (٢)

إذا كان ق (س) = ∫ (جا س + جتا س) د س جد قَ (س)

إذا كان ص = ∫ قَ (س) د س جد $\frac{د ص}{د س}$

إذا كان ∫ قَ (س) د س = ٤س^{٣} + ٦ س^{٢} + ٢ جد قَ(٢)

إذا كان ∫ غ (س) د س=٦ س^{٣}–٣س^{٢}+٦ س - ٥ جد غ (١)

إذا كان ق (س) = ∫ $\sqrt{س^{٢} - ٥}$ + ٣ د س جد قَ (٣)

إذا كان ص = ∫ هـ$^{س^{٢}}$ د س جد $\frac{د ص}{د س}$

(ش٢٠٠٨) إذا كان ق (س)= ∫ (٢ س^{٢} - ٣) د س جد قَ (٢)

(ص ٢٠١٠): إذا كان ق (س) = ∫ $\frac{١}{س}$ د س جد قَ (س)

إذا كان ق (س) = ∫ ٣ د س جد قَ (س) (ص ٢٠١٢)

جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ٥ حيث ص = ∫ $\frac{٤ س + ١}{س}$ د س

إذا كان ق (س) = ∫ ٣ س^{٣}- ٨ س د س جد قَ (- ١)

جد $\frac{د ص}{د س}$ حيث ص = ∫ $\frac{٤ س - ١}{س^{٢} + ٥}$ د س

ص٢٠١١) إذا كان ق(س) = ∫ ٤ س^{٢} +٢ س د س جد قَ (١)

(ص٢٠١٣) إذا كان ق(س) = ∫ س^{٢} + ٥ د س جد قَ (- ١)

إذا كان ق (س) = ∫ $\sqrt{\text{س}}$ + ٥ د س جد قَ (٤)

إذا كان ق (س) = ∫ ظا (٤ + س) د س جد قَ (س)

إذا كان ∫ قَ (س) د س = س^{٣} - ٢ س^{٢} جد قَ (- ٢)

إذا كان ∫هـ (س) د س = س^{٣} + س – ٤ جد هـ (- ١)

(ص٢٠١٥) إذا كان ∫ قَ (س) د س = هـ$^{(١ - س٢)}$ + ٤هـ
وكان قَ (أ) = - ٢ أ ، أ ≠ صفر ، فجد قيمة (قيم) الثابت أ

(ص٢٠٠٩) اذا علمت أن ل ثابت جد ∫ ل د س

قواعد التكامل غير المحدود

١. ∫ أ د س = أ س + جـ حيث أ ، جـ ثابت

٢. ∫ س^{ن} د س = $\frac{\text{س}^{ن+١}}{ن+١}$ + جـ ، ن ≠ -١

٣. ∫ ق (س) ± هـ (س) د س
= ∫ ق (س) د س ± ∫ هـ (س) د س

٤. ∫ جا س د س = - حتا س + جـ

٥. ∫ جتا س د س = حا س + جـ

٦. ∫ قا^{٢} س د س = ظا س + جـ

مثال : جد قيمة كل من التكاملات التالية

∫ ٥ د س

∫ ٠ د س

∫ م^{٢} د س

∫ هـ^{٢} د س

∫ $\sqrt[٣]{-٢}$ د س

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

مثال : جد قيمة كل من التكاملات التالية

$\int 3k^2 \, ds$ حيث k ثابت

$\int \sqrt{5k} \, ds$ حيث k ثابت

$\int \text{جتا} \, \pi \, ds$

$\int 0.3 \, ds$

$\int \frac{4}{\sqrt[3]{}} \, ds$

$\int \frac{1}{2} \, ds$

$\int s \, ds$

$\int -2s \, ds$

$\int s^4 \, ds$

$\int \frac{s}{3} \, ds$

$\int \frac{4s}{5} \, ds$

$\int nq^2 \, dnq$

مثال : جد قيمة كل من التكاملات التالية

$\int 3k^2 s \, ds$ حيث k ثابت

$\int 3s^2 \, ds$

$\int 5s^{-3} \, ds$

$\int \sqrt[5]{s^{-6}} \, ds$

$\int \frac{3s}{\sqrt{s}} \, ds$

$\int \sqrt[3]{s} \, ds$ شتوي ٢٠١٢

شتوي ٢٠١١

$\int \frac{ds}{s^5}$

$\int \frac{2}{\sqrt[3]{s^2}} \, ds$

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مثال : جد قيمة كل من التكاملات التالية

$\int \frac{٤ س^{٥}}{س^{٢}}$ د س

$\int \frac{٣ س^{٢}}{٤ س^{٥}}$ د س

$\int \frac{-٢}{س^{-٥}}$ د س

$\int (٤ س - ٣ جا س)$ د س

$\int (- جا س + ١)$ د س

$\int ٣ جا س$ د س

$\int \frac{٥}{جتا^{٢} س}$ د س

صيفي ٢٠٠٩ جد قيمة $\int (١ - جتا س)$ د س

$\int ٥ جتاس ظا س$ د س

$\int (جا^{٢} س + جتا^{٢} س)$ د س

$\int ٣ س - ٥ س^{٢} + ٩$ د س

$\int (٤ س^{٣} + ٣ س^{٢})$ د س

مثال : جد قيمة كل من التكاملات التالية

$\int ٥ س^{٣} + ٢ س^{٢} - ٤ س$ د س

شتوي ٢٠٠٨ $\int ٣ س^{٢} - ٢ س$ د س

صيفي ٢٠٠٨ $\int ٦ س^{٢} - ٢ س$ د س

شتوي ٢٠٠٩ $\int ٣ - ٢ س$ د س

صيفي ٢٠٠٩ جد قيمة $\int س^{٢} (٨ س + ٣)$ د س

شتوي ٢٠١٢ $\int (١٠ س^{٢} - \sqrt[٦]{س} + ٣ قا^{٢} س)$ د س

$\int (٥ س^{٤} - \sqrt[٣]{س} + ٢)$ د س

$\int (٤ س^{٣} + \frac{٦}{\sqrt{س}} + \sqrt[٣]{س^{٢}} + ٣)$ د س

$\int \frac{س^{٤}}{س^{٢}} + \frac{س}{س^{-٢}} + \frac{١}{س^{-٤}}$ د س

$\int \frac{١}{س^{٢}} + \frac{١}{\sqrt{س}} + \frac{١}{\sqrt[٣]{س}}$ د س

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مثال : جد قيمة كل من التكاملات التالية

$\int \left(\frac{٣}{س^{٢}} + \frac{س}{\sqrt[٣]{س}} + \frac{س^{٢}}{\sqrt{س}} \right) د س$

$\int \sqrt{س} \left(س + \frac{٢}{س^{٢}} \right) د س$

صيفي ٢٠٠٨ جد قيمة $\int$ جتا س − ٢ د س

$\int \left(٥ جتا س + ٣ جا س \right) د س$

$\int \left(٤ قا^{٢} س \right) د س$ شتوي ٢٠١٣

$\int \left(٤ قا^{٢} س + ٤ جا س \right) د س$

$\int \left(\frac{قا^{٢} س}{٣} - ٢ س + ١٢ \right) د س$ صيفي ٢٠١٢

$\int \left(\frac{٤}{٣} س + ٤ جا س - \frac{قا^{٢} س}{٥} \right) د س$

$\int س \left(٣ س^{٢} + ٥ \right) د س$

مثال : جد قيمة كل من التكاملات التالية

$\int (س + ١)(س - ٣)$ د سصيفي ٢٠١٠

$\int (٢ - س)(٤ س + ١) د س$

$\int (س - ٢)(س + ٢) د س$

$\int \frac{س^{٢} + ٣}{س^{٥}} د س$

$\int \frac{٣س^{٥} + س^{٣}}{س^{٢}} د س$

$\int \frac{س^{٢} - ٤ س^{٤}}{س} د س$

$\int (س + ٥)^{٢} د س$

$\int (٢ س + ٣)^{٢} د س$

$\int \frac{س^{٢} - \sqrt{س} جا س}{\sqrt{س}} د س$ صيفي ٢٠١٥

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

مثال : جد قيمة كل من التكاملات التالية

$\int (٣ س^{٢} - \sqrt{س} + \sqrt[٣]{س^{٣}} + س) د س$

$\int \frac{س^{٢} - ٧ س}{\sqrt[٣]{س}} د س$

$\int \frac{س^{٢} + ٢ س - ١٥}{س - ٣} د س$

$\int \frac{س^{٢} - س - ٦}{س + ٢} د س$

$\int \frac{س^{٢} + ٦ س + ٨}{س + ٢} د س$

$\int \frac{س^{٣} + ٦٤}{س + ٤} د س$

$\int \frac{س^{٣} - ٢٧}{س - ٣} د س$

(ش٢٠١٦) إذا كان $\int$ (قَ (س) +٣س^{٢}) د س= س^{٣} + أ س^{٢} + ١

وكان قَ (١) = ٦ فجد قيمة الثابت أ

تذكر عندما نقول أن النقطة (س ، ص) تقع على المنحنى ق (س) أي أن ق (س) = ص

$\int$ المشتقة الأولى د س ، $\int$ الميل د س ، $\int$ السرعة د س

يكون المطلوب قاعدة الاقتران ،أصل الاقتران ، المسافة ...

مثال : إذا كان قَ (س) = ٣ س^{٢} - ١٠ س أوجد قاعدة الاقتران علماً أن النقطة (٢ ، ٣) تقع على منحنى ق

مثال : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران قَ (س) = ٢ س + ١ والذي يمر بالنقطة (١ ، ٤) أوجد قاعدة الاقتران

مثال : إذا كان ق اقتراناً قابلاً للاشتقاق وكان قَ (س) = ٦ س - ٨ س^{٣} + ٥ وكان ق (- ١) = ٢ فجد قاعدة الاقتران

مثال : إذا كان ق اقتراناً قابلاً للاشتقاق وكان قَ (س) = ٢ س - ٥ وكان ق (٢) = ٤ فجد قيمة ق (١)

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

التكامل المحدود

إذا كان للتكامل قيمة عددية عندها يكون التكامل محدود ومعرف على فترة ويكتب على الصورة التالية

$\int_{أ}^{ب} ق(س)\, د س$

أ الحد السفلي للتكامل ، ب الحد العلوي للتكامل وعليه يكون

$\int_{أ}^{ب} ق(س)\, د س = ق(ب) - ق(أ)$

إذا كان $\int_{٥}^{٢} ق(س)\, د س = ١٣$ وكان ق (٥) = - ١٧

فجد قيمة ق (٢)

ص٢٠٠٨ : إذا كان ق (١) = ١٠ ، ق (٣) = ٦ جد

$\int_{١}^{٣} ق(س)\, د س$

ص٢٠١١ : إذا كان ق (٢) = ٥ ، ق (١) = ٢ جد

$\int_{١}^{٢} ق(س)\, د س$

ش٢٠١٢ : إذا كان قَ (س) متصل وكان ق(١)=- ٣، ق (٢) =١

جد $\int_{١}^{٢} ق(س)\, د س$

ش٢٠١٣ : إذا كان ق (١) = - ٦ ، ق (٣) = ٨ جد

$\int_{١}^{٣} ق(س)\, د س$

ص٢٠١٤ : إذا كان جـ عددا ثابتا وكان ق(جـ)=١٢،ق(٠)=٨

وكان $\int_{ب}^{جـ} ق(س) - هـ^{س}\, د س = ٠$ جد قيمة هـ

قواعد التكامل المحدود :

قاعدة (١)

$\int_{أ}^{ب} جـ\, د س = جـ(ب - أ)$

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int_{-٤}^{٣} ٥\, د س =$

$\int_{١}^{٦} -٢\, د س =$

إذا كان $\int_{-٢}^{١} ك\, د س = ٢٧$ جد قيمة ك

إذا كان $\int_{-١}^{م} ٤\, د س = ٢٠$ جد قيمة م

إذا كان $\int_{٤}^{١٢} ل\, د س = ٦٤$ جد قيمة ل

ش ٢٠١١ إذا كان $\int_{ب}^{أ} ٧\, د س = ٢١$ جد الثابت أ

ص ٢٠١٣ إذا كان $\int_{١}^{جـ} ٣\, د س = -٦$ جد قيمة جـ

إذا كان $\int_{-٢}^{ب} ٨\, د س = ٢٤$ جد قيمة ب

$\int_{١}^{٥} ك\, د س = -٤٨$ جد قيمة ك

قاعدة (٢)

$$\int_{أ}^{ب} س^{ن} \, د س = \left[\frac{س^{ن+١}}{ن+١} \right]_{أ}^{ب} \quad ن \neq -١$$

مثال: جد قيمة كل من االتكاملات التالية

$$\int_{٢}^{٣} س \, د س =$$

$$\int_{-١٠}^{١} \frac{س^{٢} + ٧ س + ١٢}{س + ٤} \, د س$$

$$\int_{٠}^{١} \sqrt{س} + س \, د س$$

$$\int_{-١٠}^{٢} \frac{١}{س^{٤}} \, د س =$$

$$\int_{٨}^{١} \frac{١}{\sqrt[٣]{س^{٢}}} \, د س =$$

إذا كان $\int_{٣}^{\rightarrow} ٣ س^{٢} \, د س = -٣٥$ جد قيمة جـ

إذا كان $\int_{١}^{أ} س \, د س = ٤$ جد قيمة أ

إذا كان $\int_{١}^{أ} ٣س^{٢} \, د س = ٧$ جد قيمة أ

إذا كان $\int_{١}^{أ} (٢س + ١) \, د س = ١٠$ جد قيمة أ

ش ٢٠٠٩ إذا كان $\int_{١}^{\rightarrow} (٢ س + ٣) \, د س = ١٦$ جد قيمة جـ

مثال : اذا كان $\int_{١}^{٢} ل (س) \, د س = س^{٣} + جـ$ أوجد

$$\int_{١}^{٨} ل (س) \, د س =$$

اذا كانت هـ (س) = ٢ س + ١ مشتقة الاقتران هـ (س)

المعرف على الفترة (١، ٥) جد قيمة هـ (٥) – هـ (١)

إذا كان ق (س) $= \int_{-١٠}^{٢} (٦ س^{٢} + س) \, د س$ جد قَ (س)

إذا كان ص= $\int_{-١٠}^{٣} (٣ س) (٤ س – ٢) \, د س$ جد $\frac{د ص}{د س}$

مثال: جد قيمة كل من االتكاملات التالية

$$\int_{-١٠}^{-٨} \frac{١}{\sqrt[٣]{س}} \, د س$$

$$\int_{١}^{١} \frac{١}{\sqrt[٤]{س}} - \frac{١}{س^{٢}} \, د س$$

$$\int_{١}^{١} \frac{٦}{\sqrt[٤]{س}} \, د س$$

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

خواص التكامل المحدود :
الخواص الخطية :

$\int_{أ}^{ب} جـ\ ق(س)\ د س = جـ \int_{أ}^{ب} ق(س)\ د س$

$\int_{أ}^{ب} ق(س) \pm هـ(س)\ د س =$

$\int_{أ}^{ب} ق(س)\ د س \pm \int_{أ}^{ب} هـ(س)\ د س$

مثال : جد قيمة كلا من التكاملات التالية

١) $\int_{٠}^{١} ١٤ (س)^{\frac{٤}{٣}}\ د س$

٢) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \sin^{٢} س \cos س\ د س$

٣) $\int_{٠}^{١} \sqrt{س} + ٣ س^{٢}\ د س$ شتوي ٢٠١٤

٤) $\int_{١}^{٤} \frac{س^{٢} - ٩}{س - ٣}\ د س$ حيث $س \neq ٣$

٥) $\int_{٠}^{١} ٤ س^{٣} - \sqrt{س} + ٢\ د س$

٦) $\int_{٠}^{١} ٢ س + ٨ س^{٣} - ٥ س^{٤} + ٧\ د س$

٧) $\int_{٠}^{١} \sqrt[٣]{س - ٢}\ د س$

٨) $\int_{٢}^{٣} (٣ س - ٢)(س + ١)\ د س$

٩) $\int_{٢}^{٣} ٣ س^{٢} - ٨ س + ٣\ د س$

١٠) $\int_{١}^{٢} ٣ س (٤ - ٢ س^{٢})\ د س$

١١) $\int_{١}^{٤} \frac{\sqrt{س} + ١}{\sqrt{س}}\ د س$

١٢) $\int_{١}^{٢} (٢ س - ٣)^{٢}\ د س$

١٣) $\int_{١٠}^{٣} ٢ س - أ\ د س = ١٦$ ما قيمة أ

مثال : جد قيمة كلا من التكاملات التالية

١٠) $\int_{٠}^{٢} \frac{س^{٢} + ٦ س - ٧}{س - ١}\ د س$

١١) $\int_{١}^{٤} \frac{١}{س^{٢}} + \frac{١}{\sqrt{س}}\ د س$

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

اذا كان $\int_{1}^{4} 2ق(س)\,د س = 20$ احسب

$\int_{1}^{4} [ق(س) + 5]\,د س$

شتوي ٢٠١٠ إذا علمت أن

$\int_{0}^{3} ق(س)\,د س = 5$ احسب

$\int_{0}^{3} [ق(س) - 2]\,د س$

اذا كان $\int_{-1}^{2} 2ل(س)\,د س = -2$ وكان

$\int_{-1}^{2} ع(س)\,د س = 5$ جد

$\int_{1}^{4} [2ع(س) - 3ل(س) - 2س]\,د س$

إذا كان ٢٠١٣

$\int_{-2}^{5} ق(س)\,د س = 6$ وكان

$\int_{5}^{-2} \frac{1}{2} ع(س)\,د س = 4$ جد

$\int_{-2}^{5} [3ق(س) + ع(س) - س]\,د س$

صيفي ٢٠١١ إذا كان

$\int_{0}^{2} \frac{ق(س)}{2}\,د س = 6$ جد قيمة

$\int_{0}^{2} [3س^2 + 3ق(س)]\,د س$

شتوي ٢٠١٢ اذا كان

$\int_{0}^{3} ق(س)\,د س = 10$ فجد

$\int_{0}^{3} [2س + ق(س)]\,د س$

خاصية قلب الحدود

إذا كان

$\int_{ب}^{أ} ق(س)\,د س = ل$ فإن $\int_{أ}^{ب} ق(س)\,د س = -ل$

شتوي ٢٠٠٩ إذا كان

$\int_{ب}^{أ} ق(س)\,د س = 8$ جد

$\int_{ب}^{-} 2ق(س)\,د س$

شتوي ٢٠١٠ إذا كان

$\int_{ب}^{أ} ق(س)\,د س = \frac{3}{4}$ جد

$\int_{ب}^{أ} ق(س)\,د س$

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

$\int_{2}^{5}$ (٣ ق (س) – ٤) د س = ١٨ فجد قيمة التكامل

$\int_{2}^{5}$ ق (س) د س =

$\int_{6}^{7}$ ٢ ق (س) د س = ١٠ جد

$\int_{7}^{6}$ ق (س) د س

صيفي ٢٠١٢

$\int_{-10}^{2}$ $\frac{ل(س)}{2}$ د س = ٣، $\int_{-10}^{2}$ (هـ (س) + ١) = ٥ فجد

$\int_{-10}^{2}$ (٣ هـ (س) - ٢ س + ٣ ل (س)) د س

صيفي ٢٠٠٨ اذا كان

$\int_{1}^{2}$ ٣ ق (س) د س = ١٢ فإن

$\int_{2}^{1}$ ق (س) د س =

خاصية الإضافة

تستخدم بشكل عام في الاقترانات المتشعبة

تعريف : إذا كان أ ، ب ، جـ ∈ ح فإن

$\int_{1}^{ب}$ ق (س) د س = $\int_{1}^{جـ}$ ق (س) د س + $\int_{جـ}^{ب}$ ق (س) د س

صيفي ٢٠١٥ : جد قيمة التكاملات التالية : إذا كان

$\int_{1}^{7}$ ٤ ق (س) د س = ٨ ، وكان $\int_{5}^{7}$ ق (س) د س = - ٩ جد

$\int_{1}^{5}$ (٣ ق (س) - $\frac{٣}{٢}$ س^{٢}) د س

شتوي ٢٠٠٨ إذا علمت أن

$\int_{2}^{3}$ ق (س) د س = ٤ ، وكان $\int_{2}^{3}$ ٦ ق (س) د س = ١٢ جد

$\int_{3}^{.}$ ق (س) د س

إذا كان

$\int_{1}^{4}$ ٢ ق (س) د س= ١٢، وكان $\int_{4}^{5}$ ق (س) د س = ٤ جد

$\int_{5}^{1}$ ق (س) د س

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

صيفي ٢٠١١ إذا كان

$\int_{2}^{1} ق(س)\,د س = ٥$ ، وكان $\int_{2}^{3} ٣ ق(س)\,د س = ٩$ جد

$\int_{1}^{3} ق(س)\,د س$

إذا كان

$\int_{-1}^{2} \frac{ق(س)}{٣}\,د س = ٥$ ، وكان $\int_{-1}^{6} ق(س)\,د س = ٤$ جد

$\int_{6}^{2} ق(س)\,د س$

صيفي ٢٠١٣ إذا كان

$\int_{-1}^{6} ق(س)\,د س = ٨$ ، وكان $\int_{3}^{6} ٢ ق(س)\,د س = ١٠$ جد

$\int_{3}^{6} (ق(س) + ٢س)\,د س$

صيفي ٢٠١٢ إذا كان

$\int_{3}^{5} \frac{ق(س)}{٢٩}\,د س = ٤$ ، وكان $\int_{3}^{5} ق(س)\,د س = ١٢$

جد قيمة $\int_{3}^{9} (ق(س) - ٧)\,د س$

إذا كان

$\int_{-2}^{1} ق(س)\,د س = ٩$ ، وكان $\int_{2}^{1} ق(س)\,د س = ١٨$ جد

$\int_{1}^{2} ٣ ق(س)\,د س$

صيفي ٢٠١٤

$\int_{2}^{3} \frac{ق(س) - ١}{٢}\,د س = ٦$ ، وكان $\int_{8}^{5} ق(س)\,د س = ١٠$

جد قيمة $\int_{3}^{8} (ق(س) + ٢س)\,د س$

شتوي ٢٠١٢ إذا كان

$\int_{-1}^{1} ٢ ق(س)\,د س = ٦$ ، وكان $\int_{3}^{1} ق(س)\,د س = -٢$

جد $\int_{-1}^{3} (ق(س) + ٥)\,د س$

إذا كان

$\int_{1}^{5} ق(س)\,د س = ٤$، وكان $\int_{-1}^{5} ق(س) + ٣\,د س = ٢٠$ جد

$\int_{1}^{-1} ٣ ق(س) - ٤س\,د س$

شتوي ٢٠١٤ إذا كان

$\int_{-1}^{6} 3\,ق(س) - 2\,د س = 10$، وكان $\int_{2}^{6} ق(س)\,د س = 14$

جد $\int_{-1}^{2} ق(س)\,د س$

شتوي ٢٠١٦ : إذا كان

$\int_{0}^{2}(ق(س) - 4)\,د س = 6$ ، $\int_{0}^{3} ق(س)\,د س = -1$

فجد $\int_{2}^{3}(ق(س) + 3س^2)\,د س$

إذا كان

$\int_{3}^{5} \frac{ق(س)}{2}\,د س = 4$ ، وكان $\int_{3}^{9} ق(س)\,د س = 12$ جد

$\int_{3}^{9} ق(س) - 7\,د س$

إذا كان

$ق(س) = \begin{cases} 4س & 0 \geq س \geq 2 \\ 2س & 2 < س \geq 4 \end{cases}$ جد

$\int_{0}^{4} ق(س)\,د س$

صيفي ٢٠٠٩ إذا علمت أن

$\int_{1}^{3} ق(س)\,د س = 6$ ، وكان $\int_{5}^{3} ق(س)\,د س = 2$

جد $\int_{1}^{5} ق(س)$

إذا كان

$ق(س) = \begin{cases} 5 - 2س & 1 \geq س \geq 3 \\ 3س^2 & 3 < س \geq 5 \end{cases}$ جد

$\int_{2}^{5} ق(س)\,د س$

إذا كان

$\int_{1}^{3} 2\,ق(س)\,د س = 4$ ، وكان $\int_{1}^{\cdot} ق(س)\,د س = 7$

جد $\int_{0}^{3} 2\,ق(س) + 4\,د س$

خاصية التكامل عند نقطة

التكامل عند نقطة تساوي صفر

$\int_{أ}^{أ} ق(س)\ د س = صفر$

شتوي ٢٠٠٩ جد قيمة كل من الاتي :

$\int_{٢}^{٢} (٣س^{٢} - ٢س + ٥)\ د س$

$\int_{ب^{٢}+ب}^{-ب+٣} ق(س)\ د س = صفر$ جد قيمة الثابت ب

صيفي ٢٠٠٩ جد قيمة

$\int_{٤}^{٤} (س^{٣} + \sqrt{س} - ٢)\ د س$

$\int_{٢}^{٢} (\frac{٥}{\sqrt{س}} + ٤س^{-٣})\ د س =$

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int_{-١}^{٣} (٢س^{٣} + ٣س^{٢} + ٤)\ د س$

$\int_{٢}^{أ} ٢س\ د س = صفر$ جد قيم أ

$\int_{أ-١}^{أ+٧٥} ق(س)\ د س = صفر$ جد قيم أ

$\int_{١}^{٤} (\sqrt{س} - \sqrt[٣]{س})\ د س =$

$\int_{أ^{٢}-١}^{٣} ق(س)\ د س = صفر$ جداً بحيث أ > ٠

$\int_{٢}^{٤} ٥ق(س)\ د س = -١٥$ ، وكان $\int_{٣}^{٤} \frac{ق(س)}{٢}\ د س = ٦$ جد

$\int_{٢}^{٣} ق(س)\ د س$

$\int_{أ+٢}^{أ^{٢}-٤} ق(س)\ د س = صفر$ جد قيمة الثابت أ

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int_{-1}^{3} ق(س)\,د س = ٦$ ، وكان $\int_{-1}^{3} \frac{ع(س)}{٢}\,د س = -٥$ جد

$\int_{-1}^{3} ٤\,ق(س) - ع(س)\,د س$

$\int_{-1}^{3} ٦ س^{٢} - ٣ ع(س) + ٢ ق(س)\,د س$

عبر عن التكاملين التاليين بتكامل واحد

$\int_{٢}^{٤} ق(س)\,د س - \int_{٦}^{٤} ق(س)\,د س$

$\int_{-٢}^{-١} (٢ س - ١)\,د س$ = صفر جد قيمة الثابت ب

إذا كان

$\int_{-١}^{١} (جا^{٢} س + جتا^{٢} س)\,د س = ٦$ جد قيمة ب

$\int_{-٢}^{٠} ٩ س^{٢}\,د س = ٢١$ جد قيمة جـ

إذا كان

$\int_{أ}^{١٣} ٤\,د س = ١٢$ جد قيمة أ

$\int_{-٢}^{-١} (١ - ٤ س)\,د س = ٥$ ب جد قيمة ب

إذا كان

$\int_{ب}^{٣} (٦ س^{٢} - ٢ أ س)\,د س = ٣٦$ جد قيمة أ

$\int_{-١}^{٢} (٢ ق(س) - ١)\,د س = ٨$ جد قيمة

$\int_{-١}^{٢} ق(س)\,د س$

$\int_{٧}^{٤} ق(س)\,د س = -٨$ جد قيمة

$\int_{٤}^{٧} (٣ ق(س) - ٢ س + ١)\,د س$

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

التكامل بالتعويض

في حال عدم القدرة على إجراء عملية التكامل بالطريقة المباشرة
نستخدم طرق أخرى منها طريقة التعويض

الحالات التي من الممكن استخدام طريقة التعويض :

$\int (أ س + م)^{ن}$ د س

$\int$ (اقتران مركب)^{ن} د س

$\int \frac{(\text{اقتران مركب})^{ن}}{\text{اقتران مركب}}$ د س

$\int$ (اقتران مركب) (اقتران مركب) د س

$\int$ (اقتران مركب) × جا (اقتران مركب) د س

طريقة التكامل بالتعويض:

١. نفرض ص ما داخل المركب
٢. نجد المشتقة $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$
٣. نجد ص في حال التكامل المحدود أو حسب الرغبة
٤. نعوض في التكامل الأصلي قيمة ص ، د س
٥. نختصر
٦. نجري التكامل (مع الحدود الجديدة)
٧. نجد قيمة التكامل

مثال : جد قيمة التكاملات التالية باستخدام طريقة التعويض

$\int ٣ س^{٢} (س^{٣} + ٥)^{٢}$ د س

$\int_{١}^{١٠} (٤ س - ١) \sqrt[٣]{س - ٢س^{٢} - ١}$ د س

نتيجة (قاعدة)

$\int (أ س + م)^{ن}$ د س $= \frac{(أ س + م)^{ن+١}}{أ (ن + ١)} +$ جـ

مثال : جد قيمة التكاملات التالية باستخدام طريقة التعويض
شتوي ٢٠١٥

$\int س^{٢} (س^{٣} - ١)^{٢}$ د س

$\int ٢١ (٣ س^{٢} + ٤ س) \times (س^{٣} + ٢ س^{٢})^{٧}$ د س

$\int \sqrt[٣]{(٢ - ٥ س)}$ د س

$\int ٣ س (س^{٢} + ١)^{-٥}$ د س

$\int (٢ س - ١) (س^{٢} - س)^{٥}$ د س

$\int (1 - 2س)(س - س^2)^4 \, د س$

$\int \frac{٦س - ٨}{\sqrt[3]{٣س^2 - ٨س + ٩}} \, د س$ شتوي ٢٠١٦

عبد الغفار الشيخ

$\int \frac{(٣س - ٩)}{(س^2 - ٦س)^2} \, د س$

$\int_{-١}^{١} ٣س^2 (س^3 - ١)^3 \, د س$

٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

$\int \frac{(٦س^2 + ٢)}{(س^3 + س)^5} \, د س$

$\int_{٠}^{٤} ٢س \sqrt{س^2 + ٩} \, د س$

٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

صيفي ٢٠١٣ جد قيمة التكاملات التالية :

$\int_{١}^{-١} ٢س \sqrt[3]{س^2 - ١} \, د س$

$\int_{٠}^{٢} ٦س \sqrt{(س^2 + ٣)} \, د س$

٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

$\int_{١}^{٢} \frac{٣ - ٢س}{(س^2 - ٣س)^2} \, د س$

$\int ٦س^2 \sqrt[5]{(٢س^3 - ٢)^2} \, د س$

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int_{1}^{2} 6(1-2س)^{5}\,د س$

$\int_{0}^{2} \frac{6س}{\sqrt[3]{س^{2}+1}}\,د س$

$\int_{-1}^{0} \frac{1}{\sqrt[3]{2س-1}}\,د س$

$\int (س-1)(2س^{2}-4س+1)^{5}\,د س$

$\int \frac{12س^{3}}{س^{4}+3}\,د س$

$\int \sqrt[3]{4س+1}\,د س$

$\int \sqrt[3]{(3س-2)^{2}}\,د س$

$\int \frac{س^{2}}{\sqrt{س^{3}+1}}\,د س$

$\int \sqrt[3]{6س-س^{2}}\,(6-2س)\,د س$ صيفي ٢٠١١

شتوي ٢٠١٠ جد قيمة التكاملات الاتية

$\int \frac{2س+1}{\sqrt{(س^{2}+س-1)}}\,د س$

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

$\int \frac{س}{\sqrt[5]{س+1}}$ د س

$\int \frac{٣ س^{٢} - ٦}{\sqrt{(س^{٣} - ٦ س + ٩)}}$ د س جد قيمة صيفي ٢٠١٢

عبد الغفار الشيخ

نتيجة (قاعدة)

$\int$ جا (أ س + ب) د س = $\frac{- \text{جتا} (أ س + ب)}{أ}$ + جـ

$\int$ جتا (أ س + ب) د س = $\frac{\text{جا} (أ س + ب)}{أ}$ + جـ

$\int$ قا^{٢} (أ س + ب) د س = $\frac{\text{ظا} (أ س + ب)}{أ}$ + جـ

$\int \frac{١٠ س - ١}{\sqrt{(٥ س^{٢} - س + ١)}}$ د س جد قيمة صيفي ٢٠١٤

٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

$\int$ ١٢ جا (١ - ٤ س) د س

$\int$ ظا (٤ + س) د س

٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

صيفي ٢٠٠٩ جد قيمة $\int$ ٦س جا س^{٢} د س

:

$\int$ ٦ جتا (٢ س – ١) د س

٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

شتوي ٢٠٠٩ جد قيمة التكاملات التالية

$\int$ س جا (س^{٢} + ٧) د س

مثال : جد قيمة التكاملات التالية

$\int \frac{٢ س + ٣}{\text{جتا}^{٢} (س^{٢} + ٣ س)}$ د س شتوي ٢٠١٢

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int (١ - ٢س)\ جتا\ (س^{٢} - س)\ د س$

$\int س^{٢} \times قا^{٢}\ (٢س^{٣} + ١)\ د س$

$\int_{-٢}^{٢} س^{٢} \times (س^{٣} + ٥)^{٨}\ د س$

$\int (٢س - ٣س^{٢})\ قا^{٢}\ (س^{٣} - س^{٢})\ د س$

$\int \frac{س}{\sqrt[٣]{(٥س + ١)}}\ د س$

$\int ٢س^{٣}\ جـا\ (س^{٤} + ١)\ د س$

$\int جتا\ (\frac{س}{٣})\ د س$

$\int قا^{٢} س \sqrt{ظا س - ٤}\ د س$

$\int س\ جا\ (س^{٢} - ٣)\ د$ شتوي ٢٠٠٨

$\int ٤س \times قا^{٢}\ (س^{٢} + ٨)\ د س$

$\int جا^{٤} س\ جتا س\ د س$

$\int جتا س \sqrt{جا س - ٤}\ د س$

$\int س^{٢}\ جـا^{٢}\ (س^{٣} - ١)\ د س$ شتوي ٢٠١٤

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int \frac{٣ س^{٢} + ١}{(س^{٣} + س + ٧)^{٥}}$ د س جد قيمة شتوي ٢٠١١

$\int \frac{٦ س - ٤}{٣ س^{٢} - ٤ س + ١}$ د س شتوي ٢٠١٣

$\int_{١}^{٢} س^{٢} (س^{٣} - ٥)^{٢}$ د س

$\int_{١}^{٤} ٣ ق(س) \sqrt{ق(س)}$ د س

$\int_{-١}^{٢} ٢ س \times ق(س^{٢})$ د س

صيفي ٢٠١٥ : إذا كان ق (٨) = ١٤ ، ق (- ١) = - ٥
فجد قيمة

$\int_{-١}^{٢} ٣ س^{٢} ق(س^{٣})$ د س

مثال : إذا علمت أن ق (١) = ٤ ، ق (٥) = ٩ إحسب

$\int_{ب}^{٢} س \times ق(س^{٢} + ١)$ د س

إذا علمت أن ق (- ٨) = ٥ ، ق (٢٧) = - ٦ إحسب قيمة

$\int_{-٢}^{٣} ٣ س^{٢} ق(س^{٣})$ د س

مثال : إذا علمت أن ق (١) = ١ ، ق (٤) = ٩ احسب

$\int_{١}^{٤} ٣ ق(س) \sqrt{ق(س)}$ د س

$\int \frac{٢ س + ١}{جتا^{٢}(س^{٢} + س)}$ د س

إذا كان $\int_{-١}^{٥} ق(س)$ د س $= ٣$ جد $\int_{-١}^{٢} ٨ س ق(س^{٢} + ١)$ د س

مثال : إذا كان $\int_{ب}^{٢} ق(س)$ د س $= ١٢$ جد

$\int_{ب}^{١} س^{٢} ق(٢ س^{٣})$ د س

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

تطبيقات هندسية

مثال : جد قاعدة الاقتران ق ، علما بأن منحناه يمر بالنقطة (-١ ، ٢) ، وأن ميل المماس لمنحنى الاقتران ص = ق (س) عند النقطة (س ، ص) يعطى بالعلاقة قَ (س) = ٢ س – ١

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س ، ص) هو (٦ – ٢ س + ٩ س^{٣}) فجد قاعدة الاقتران علما بأن ق (٠) = ٥

مثال : جد قاعدة الاقتران ق ، علما أن ميل المماس لمنحناه عند النقطة (س ،ص) يعطى بالعلاقة قَ (س) = ٣ س^{٢} – ٨ س وأن منحناه يمر بالنقطة (- ١ ، ٣)

مثال : جد قاعدة الاقترانص = ق (س) ، علما أن ميل المماس لمنحناه عند النقطة (س ،ص) يعطى بالقاعدة $\frac{د ص}{د س}$ = س $\sqrt{س^{٢} + ٩}$ وأن النقطة (- ٤ ، ١) تقع على منحنى الاقتران ص

مثال : إذا كان ق اقتراناً قابلاً للاشتقاق وكان قَ (س) = ٣ س (٦ – ٥ س)^{٣} + ٤ س^{٣} وكان ق (٢) = - ١ فجد قيمة ق (١)

مثال : جد قاعدة الاقترانص = ق (س) ، علما أن ميل المماس لمنحناه عند النقطة (س ،ص) يعطى بالقاعدة $\frac{د ص}{د س}$ = ٦ $\sqrt[٣]{٢ س - ١}$ وأن منحناه يمر بالنقطة (٥ ، ٠)

مثال : إذا كان ق اقتراناً قابلاً للاشتقاق وكان قَ (س) = $\frac{س^{٢} + ٦ س + ٨ س^{٣}}{س}$ ، س≠ صفر وكان ق (١) = ١٢

صيفي ٢٠٠٨ : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س ، ص) هو (٦ – ٢ س) فجد قاعدة الاقتران علما بأن ق (١) = ٢

(ص٢٠١١) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س،ص) يساوي (٤ س^{٢} - ٦س) فجد قاعدة الاقتران ق علما بأن منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٢ ، ٥)

(ص٢٠١١) إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س ، ص) يساوي (٣ س^{٢} – ١) فجد قاعدة الاقتران ق علما بأن منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٢ ، ٤٥)

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

(ص٢٠١٤)إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س ، ص) يساوي (٢ − $\frac{١}{س^{٢}}$)
وكان المنحنى يمر بالنقطة ($\frac{١}{٢}$ ، ١) فجد قاعدة الاقتران ق

شتوي ٢٠١١: إذا كان ميل المماس لمنحنى ق (س) عند النقطة (س، ص) يساوي هـ ^{٣س} فاكتب قاعدة الاقتران ق (س) علما بأنه يمر بالنقطة (٠ ، ١)

مثال : جد قاعدة الاقتران ق ، علما أن ميل المماس لمنحناه عند النقطة (س ،ص) يعطى بالعلاقة قَ (س) = $\frac{٢س}{\sqrt[٣]{س^{٢}+٨}}$ وأن منحناه يمر بالنقطة (٠ ، ٤)

إذا كان ميل المماس للاقتران ق (س) عند النقطة (س،ص) يعطى بالقاعدة لَ (س) = ٢ س (٤ − ٣ س) جد قاعدة الاقتران ل علما بأنه يمر بالنقطة (٠، ٣)

صيفي ٢٠١٥ : إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق وكان قَ (س) = $\frac{٣}{س+١}$ ، س ≠ - ١ وكان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٠ ، ٢) فجد قاعدة الاقتران

إذا كان ل اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان
لَ (س) = ٦ س^{٢} − ٦ س^{٣} − ٢ س فجد قيمة ل(٣)- ل(١)

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س،ص) يساوي (١ + س) (٣ س + ٢) فجد قاعدة الاقتران ق علما بأن منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٢ ، - ١)

جد ق (١) علما بأن ميل المماس للمنحنى ص = ق (س) عند النقطة (س ، ص) يساوي ٢٥ ((٥ س + ٤)^{٤} وأن منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (- ١ ، ٧)

مثال :إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س ، ص) يساوي (٤ س − ٣)^{٢} أكتب قاعدة الاقتران علما بأنه يمر بالنقطة (١ ، ٨)

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران هـ يعطى بالعلاقة
هَـ (س) = $\frac{٢ س^{٢} - ٥ س}{س}$ فجد هـ (٢) علما بأن هـ يمر بالنقطة (- ١ ، ٥)

مثال :إذا كان ميل المماس لمنحنى ق (س) عند النقطة (س ، ص) يساوي (٤ س + ١)^{٥} وكان ق (-١) = ٧
جد قاعدة الاقتران ق (س)

إذا كان قَ (س) = ٥ س^{٤} + ٣ جد ق (س) علما أن
قَ (٠) = ٤ ، ق (٢) = ٦

تطبيقات فيزيائية

مثال : يتحرك جسيم في خط مستقيم وتعطى سرعته بالعلاقة ع (ن) = (٢ ن – ٥) م / ث حيث ن الزمن بالثواني جد موقع الجسيم بعد ثانيتين من بدء الحركة علما أن الموقع الابتدائي للجسيم ف (٠) = ٣ م

مثال : يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث اطلق من الموقع الابتدائي ف (٠) = ٤ م، إذا كانت سرعته بعد مرور ثانية تعطى بالعلاقة ع (ن) = (٦ – ٢ ن + ٦ ن^{٢}) م / ث فجد موقعه بعد مرور ثلاث ثوان من بدء الحركة

مثال : تتحرك نقطه مادية في خط مستقيم بحيث ان تسارعها بعد مرور ثانية من انطلاقها يعطى بالعلاقة ت (ن) = (١٢ن – ٦) إذا علمت موقعا الابتدائي ف (٠) = ٢ وأن سرعتها الابتدائية ع (٠) = ٣ جد : جد سرعتها بعد مرور ثانيتين من انطلاقها موقع النقطة بعد مرور ثلاث ثوان من انطلاقها

مثال : يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد مرور ن ثانية من بدء الحركة تعطى بالقاعدة ع (ن) = (٣ ن – ١) (٤ ن + ١) م / ث جد القاعدة التي تمثل موقع الجسيم بعد مرور ثانية من بدء الحركة موقع الجسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة علما بأن موقعه الابتدائي ف (٠) = ٧

شتوي ٢٠١٣: يتحرك جسيم في خط مستقيم بتسارع ثابت حسب العلاقة ت (ن) = (٨) م / ث^{٢} جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد ن ثانية من بدء الحركة علما أن السرعة الابتدائية للجسيم ع (٠)= ٢ م / ث ، وموضعه الابتدائي ف (٠) = ١٠ ي للجسيم ف (٠) = ٥ م

شتوي ٢٠٠٨ مثال : يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد ن ثانية تعطى بالعلاقة ع (ن) = ٣ ن^{٢} – ٢ ن جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور ٣ ثواني علما أن موقعه الابتدائي ف (٠) = ٥ م

صيفي ٢٠١٢ : يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث أن سرعته ع (ن) = (٦ ن + ٨) م / ث جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور ن ثانية من بدء الحركة علما أن الموقع الابتدائي للجسيم ف (٠) = ٣ م

صيفي ٢٠١٥: يتحرك جسيم في خط مستقيم بتسارع ثابت حسب العلاقة ت (ن) = (٦) م / ث^{٢} جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد ثانيتين من بدء الحركة علما أن السرعة الابتدائية للجسيم ع (٠) = ٤ م / ث ، وموضعه الابتدائي ف (٠) = ١٠

صيفي ٢٠١٠ : يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد (ن) ثانية تساوي ع (ن) = (٦ ن + ٣) م / ث جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد (٣) ثوان ، علما أن موقعه الابتدائي للجسيم ف (٠) = ٢ م

ص ٢٠٠٨ مثال : يتحرك جسيم في خط مستقيم بتسارع ثابت مقداره ت (ن) = - ١٢ م / ث^{٢} اذا كانت السرعة الابتدائية للجسيم هي ع (٠) =٥ م / ث وموقعة الابتدائي ف (٠) = ٣ فجد : جد سرعتها بعد مرور أربع ثوان من بدء الحركة
موقع النقطة بعد مرور ثلاث ثوان من بدء الحركة

شتوي ٢٠١٤ : يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث أن سرعته ع (ن) = (٤ ن + ٦) م / ث جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور ٣ ثواني من بدء الحركة علما أن الموقع الابتدائي للجسيم ف (٠) = ١٠ م

شتوي ٢٠١٥ : إذا كان تسارع جسيم ت بعد مرور ن من الثواني يعطى بالعلاقة ت (ن) = (٦ ن) م / ث^{٢} جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور(ن) ثانية من بدء الحركة علما أن السرعة الابتدائية للجسيم ع (٠) = ٣ م / ث وموقعه الابتدائي ف (٠) = ١٢ م

عبد الغفار الشيخ
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

شتوي ٢٠١٢ : إذا كان تسارع جسيم ت بعد مرور ن من الثواني يعطى بالعلاقة ت (ن) = (٨ ن) م / ث^{٢} جد السرعة التي يقطعها الجسيم بعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة علما أن السرعة الابتدائية للجسيم ع (٠) = ٣ م / ث

شتوي ٢٠١٦ : يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد (ن) ثانية ع (ن) = ٦ (ن + ١)^{٢} م / ث جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة علما أن الموقع الابتدائي للجسيم ف (٠) = ٨ م

عبد الغفار الشيخ

صيفي ٢٠١٣: يتحرك جسيم في خط مستقيم بتسارع ثابت ت (ن) = ٦ م/ ث^{٢} اذا كانت السرعة الابتدائية للجسيم هي ع (٠) = ٨ م/ ث جد سرعة الجسيم بعد مرور ن ثانية

شتوي ٢٠٠٩ مثال : يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد (ن) ثانية ع (ن) = ٣ (ن + ١)^{٢} م / ث جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة علما أن الموقع الابتدائي للجسيم ف (٠) = ١ م

٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مثال : يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث أن سرعته ع (ن) = ٤ ن + ٨ م / ث جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور ثانية واحدة من علما أن الموقع الابتدائي للجسيم ف (٠) = ٢ م

٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

إذا كان تسارع جسيم يسير على خط مستقيم بعد مرورثانية من الثواني يعطى بالعلاقة ت (ن) = ٤٨ (١ - ٢ ن)^{٣} م / ث^{٢} وكان موقعه الابتدائي ف (٠) = ٣ وسرعته الابتدائية ع (٠) = ٢ م / ث فجد :
جد سرعة الجسيم بعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة
موقع الجسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة

صيفي ٢٠١٤ : يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد (ن) ثانية ع (ن) = ٦ (١ – ٢ ن)^{٢} م / ث جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة علما أن الموقع الابتدائي للجسيم ف (٠) = ٥ م

تطبيقات التكامل المحدود (إيجاد المساحات)

المساحة هي تكامل محدود قيمته موجبة دائماً

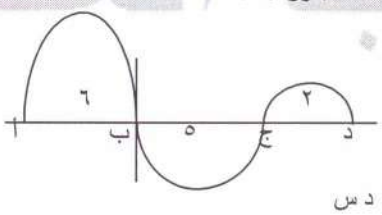
يمكن إيجاد المساحة عن طريق الرسم والتكامل

أولا عن طريق الرسم :

المساحة فوق محور السينات الموجب تنتج تكامل موجب

المساحة تحت محور السينات الموجب تنتج تكامل سالب

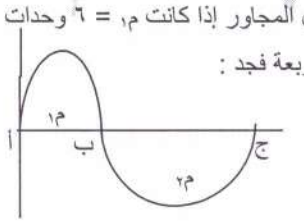
مثال : في الشكل المجاور جد :



$\int_{ا}^{د}$ ق (س) د س

المساحة من أ إلى د

ش(٢٠٠٩)(٢٠١٣) : في الشكل المجاور إذا كانت م١ = ٦ وحدات مربعة م٢ = ١٠ وحدات مربعة فجد :



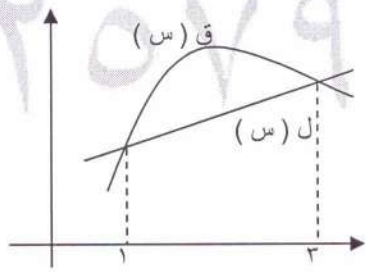
$\int_{ا}^{\rightarrow}$ ق (س) د س

المساحة من أ الى جـ

ش ٢٠١٢ الشكل المجاور يمثل منحنيي ق (س) ، ل (س) اذا علمت ان $\int_{ا}^{٣}$ ٢ ق (س) د س = ١٢

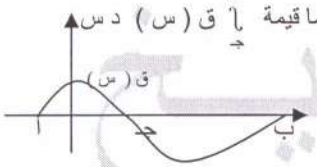
وكان $\int_{٣}^{١}$ ل (س) د س = - ٤ فما مساحة المنطقة

المغلقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين في الفترة [١ ، ٣]

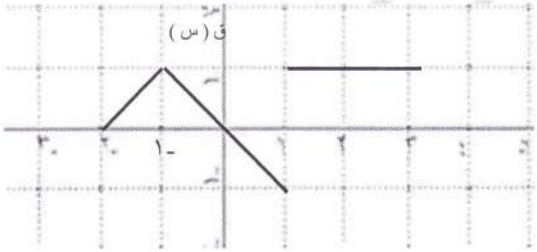


ص ٢٠١٢ معتمدا الشكل المجاور والذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف في الفترة [أ ، ب] إذا علمت أن مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ق ومحور السينات تساوي ١٤ وحدة مربعة ، وكان

$\int_{ا}^{\rightarrow}$ ق (س) د س = ٦ فما قيمة $\int_{\rightarrow}^{ب}$ ق (س) د س

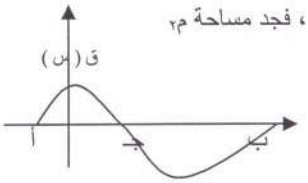


ص ٢٠١٥ يمثل الشكل المجاور منحنى ق (س) المعرف على الفترة [- ٢،٣]،اعتمد على الشكل لايجاد قيمة $\int_{-٢}^{٣}$ ق (س) د س

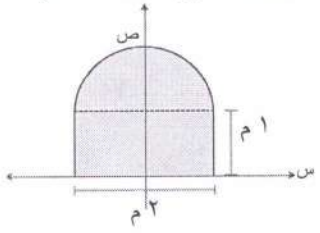


شتوي ٢٠١٦ يمثل الشكل المجاور المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق ومحور السينات في الفترة [أ ، ب] فاذا علمت أن مساحة (م١) تساوي ٦ وحدات مربعة ،

$\int_{ا}^{ب}$ ق (س) د س = - ٤ ، فجد مساحة م٢



مثال : يمثل الشكل المجاور نافذة على شكل مستطيل طول قاعدته ٢ م ، وارتفاعه ١ م ، يعلوه منحنى يعطى بالعلاقة ص = ق (س) = ٢ – س^{٢} ، إذا اردنا وضع زجاج على النافذة وكانت تكلفة المتر المربع الواحد خمسة دنانير فما التكلفة الكلية لزجاج النافذة



مبادئ أساسية لحساب المساحة :

عند ورود المصطلحات التالية في السؤال فهي تعني :

ص = جـ هو اقتران ثابت (خط مستقيم يوازي محور السينات)

وعندما يكون ص = ٠ المقصود به محور السينات

س = جـ حد التكامل (خط مستقيم يوازي محور الصادات)

وعندما يكون س = ٠ المقصود به محور الصادات

ملاحظة هامة :

يجب التأكد من أصفار الاقتران الخطي والتكعيبي وتحديد موقع المساحة فوق أو تحت محور السينات

قانون المساحة م :

$م = \int_{أ}^{ب}$ الاعلى – الادنى د س

مثال : إذا كان ق (س) =١٢ احسب المساحة المحصورة بين ق (س) ، ومحور السينات ، س =-١ ، س = ٢

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق (س) = ١٢ – ٤ س في الفترة [١ ، ٢]

إذا كان ق (س) = ٢ س + ٤ احسب المساحة المحصورة بين ق(س) ، ومحور السينات ،والمستقيمان س =١، س = ٤

ش٢٠١١:جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين ق(س)=٢س+ ١ ومحور السينات والمستقيمين س=٠، س = ٢

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) =٦- ٢ س ومحور السينات في الفترة [١، ٤]

ش٢٠١٠ : جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) =٦- ٢ س ومحور السينات في الفترة [٠، ٤]

مثال : إذا كان ق (س) = س - ٢ احسب المساحة المحصورة بين ق(س) ، ومحور السينات ، في الفترة [٠ ، ٦]

ش٢٠١٢:احسب مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س)=٣ س+ ٦ ومحور السينات ، في الفترة [٠،٣]

إذا كان ص= ق (س) = ٣ $س^{٢}$ – ١ إحسب المساحة المحصورة بين ق(س) ، والمستقيمين س= - ١ ، س = ٢

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق (س) = $س^{٢}$– ٢ ومحور السينات على الفترة [١ ، ٤]

صيفي ٢٠١٠ : جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ١ – س^{٢} ومحور السينات

مثال : إذا كان ق (س) = س^{٣} - س احسب المساحة المحصورة بين ق(س) ، ومحور السينات

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ٣ س^{٢} – ١٢س ومحور السينات في الفترة [٠،٢]

مثال : إذا كان ق (س) = س^{٢} - ٢ س – ٣ احسب مساحة المنطقة المغلقة بين ق(س) ، ومحور السينات

مثال : إذا كان ص = ق (س) = س^{٢} + ٣ س جد المساحة المحصورة بين ق(س) ، ومحور السينات

صيفي ٢٠٠٨ :جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} - ٢ س ومحور السينات

ص٢٠١٥: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ٣ س^{٢} - ٦ س ومحور السينات في الفترة [- ٢ ، ١]

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س)= ٣ س^{٢} - ٤٨ ومحور السينات في الفترة [- ٢ ، ١]

إذا كان ق (س) = س^{٣} جد المساحة المحصورة بين ق(س) ، ومحور السينات ، والمستقيمان س = - ٢، س = ١

صيفي ٢٠١٣ : جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} - ٤ س ومحور السينات

إذا كان ق (س) =٤ س^{٣} احسب المساحة المحصورة بين ق (س) ، ومحور السينات ، والمستقيمان س= - ١، س = ١

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران
ص = ق (س) = $س^{٢}$ + ٣ س ومحور السينات

مثال : احسب مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين
ص = س - $س^{٣}$ ، ومحور السينات

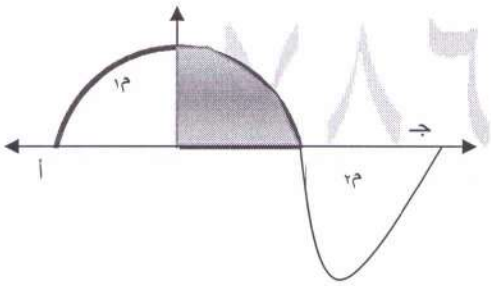
جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران
ص = ق (س) = ٤ س - $س^{٢}$ ومحور السينات

مثال : احسب مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين
ق (س) = (٣ – س)^{٢} ومحور السينات في [١ ، ٣]

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران
ص = ق (س) = ٤ $س^{٣}$ - ١٢$س^{٢}$ ومحور السينات

مثال : في الرسم المجاور إذا علمت أن م١ = ٥ ، م٢ = ٦ وحدة مربعة وكان

$\int_{أ}^{جـ}$ ق (س) د س = ٣ جد قيمة المساحة المضللة

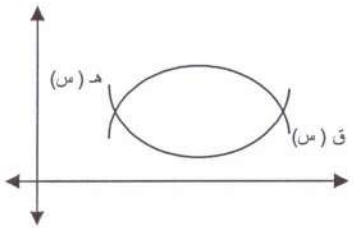


جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران
ص = ق(س) = $س^{٢}$- ٤ س – ٥ ومحور السينات

في الشكل المجاور إذا علمت أن المساحة المحصورة بين
ق (س) ، هـ (س) = ٨ وحدة مربعة وكان

$\int_{أ}^{ب}$ هـ(س) د س = ١٨ أوجد

$\int_{أ}^{ب}$ ق (س) د س



جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران
ص = ق(س) = $س^{٢}$- ٢ س – ٣ ومحور السينات

احسب مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين ق(س) = $\sqrt{س}$
حيث س ≥ ٠ ، ومحور السينات والمستقيم س = ٤ ، س = ٠

الاقترانات : اللوغاريتمي الطبيعي والأسي الطبيعي وتطبيقاتهما

الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي:

$\int \frac{1}{س} \, د س = \int س^{-1} \, د س = لو_{هـ} | س | + جـ ، س \neq ٠$

إذا كان ق (س) = $لـــو_{هـ}$ | س | فإن ق َ (س) = $\frac{١}{س}$

إذا كان ق(س) = $لـــو_{م}$ (س) فإن ق َ (س) = $\frac{م َ(س)}{م (س)}$

جد $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة المحددة في كل مما يلي :

ص = $لـــو_{هـ}$ ٦ س ، س > ٠ عندما س = ١

ص = $لـــو_{هـ}$ ($س^{٢}$ + ١٠) عندما س = - ٢

جد ق َ (س) في كل مما يأتي :

ق (س) = $لـــو_{هـ}$ جتا س

ق (س) = $لـــو_{هـ}$ $\frac{٢}{س}$ ، س > ٠

ق (س) = $لـــو_{هـ}$ ($س^{٢}$ + ٨) ، س > - ٢

ق (س) = لـو ($س^{٣}$ – ٢س + ٤)

ق (س) = لـو (٤$س^{٣}$ – ٣$س^{٢}$ + ٥س)

ق (س) = لـو (٢س – ٢) جد ق َ (٢)

ق (س) = لـو (٢$س^{٢}$ + ١) جد ق َ (س) ص٢٠١٥

إذا كان ق (س) = $لـــو_{هـ}$ (أ س + ٣) ، حيث أ ثابت

وكان ق َ (٢) = ١ ، فجد قيمة الثابت أ

جد قيمة كل من التكاملات الآتية :

$\int \frac{٢}{س} \, د س$

$\int \frac{-٣}{س} \, د س$

$\int$ قا^{٢}س + $\frac{٣}{س}$ د س صيفي ٢٠١١

$\int$ (٣ قا^{٢} س + $\frac{٥}{س}$ - جـا س) د س صيفي ٢٠١٤

$\int$ (قا^{٢} س - ٢ جتـا س + $\frac{١}{س}$) د س صيفي ٢٠١٤

عبد الغفار الشيـــخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

حالة خاصة للاقتران اللوغريتمي : طريقة سريعة للتأكد

$\int \frac{\text{ثابت}}{\text{اقتران خطي}}\, d س = \frac{\text{الثابت}}{\text{معامل س}} \text{ لو}_{هـ} | \text{الخطي} | + جـ$

$\int \frac{٤}{٣ س + ٢}\, d س$

$\int \frac{٥}{٢ - ٣ س}\, d س$

$\int \frac{٦}{٤ س - ٥}\, d س$

$\int \frac{٥ - ١٠ س}{س^{٢} - س + ٧}\, d س$

$\int (٦ س^{٢} - ٤) (س^{٣} - ٢ س + ١)^{-١}\, d س$

$\int \frac{١}{س}$ جتا ($\text{لو}_{هـ}$ س) $d س$

الاقتران الأسي الطبيعي :

إذا كان ق (س) = $هـ^{س}$ فإن قَ (س) = $هـ^{س}$

إذا كان ق (س) = $هـ^{ل(س)}$ فإن قَ (س) = ل (س) $هـ^{ل(س)}$

جد قَ (س) في كل مما يأتي :

ق (س) = $هـ^{٣ س}$

ص = $هـ^{(س^{٢} - ٣س)}$

ص = $هـ^{(٤س^{٣} - ٢س)}$

ق (س) = $هـ^{٢ س^{٢} + ١}$

ق (س) = $هـ^{جا ٣ س^{٢}}$

ق (س) = ٢ $س^{٢}$ $هـ^{٥ س}$ - $\text{لو}_{هـ}$ ($س^{٣}$ + ١)

إذا كان ق (س)= $\text{لو}_{هـ}$ ($س^{٢}$ + ١) + $هـ^{٣ - س}$ جد قَ (٣)

ص٢٠١٦

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

جد قَ (س) في كل مما يأتي :

ق (س) = لو (س^{٢} + ٢ س + ٣) + هـ$^{(س^{٢}-٤)}$

إذا كان ق (س) = هـ$^{٢س^{٢}-١}$ جد قَ (س)

ق (س) = ظا ٥ س + لو س^{٢}

ق (س) = جا ٤ س + هـ$^{٢+٣س}$ شتوي ٢٠١٤

إذا كان ق (س) = س^{٢} جتا س + هـ^{٣س} صيفي ٢٠١٣

ق (س) = س^{٢} جا ٣ س - هـ^{٢س} صيفي ٢٠١٥

جد صَ في كل مما يأتي :

ص = هـ$^{٣-س^{٢}}$

ص = هـ^{جتا٢س}

ص = هـ^{س} (لو$_{هـ}$ س)

جد صَ في كل مما يأتي :

ص = $\frac{هـ^{٣س}}{س^{٢}+١}$

ص = لو (س^{٢} + ٦) - هـ$^{٢س-١}$ + س^{٣} - ١

ص = جا س لو$_{هـ}$ س

نظرية : $\int هـ^{س}\,د س = هـ^{س} + جـ$

$\int هـ^{أس+ب}\,د س = \frac{هـ^{أس+ب}}{أ} + جـ$

جد قيمة التكاملات الآتية :

$\int$ هـ د س حيث هـ العدد النيبيري

$\int ٣هـ^{س}\,د س$

$\int \frac{١}{٢} هـ^{س}\,د س$

$\int ٥ هـ^{س} + \frac{٣}{س}\,د س$

$\int ٣ هـ^{س} + \frac{٦}{س} + ٥\,د س$

$\int \frac{٢}{س} - هـ^{س} + ٣\,د س$

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

جد قيمة التكاملات الآتية :

$\int \left(س^{-٥} + \frac{٢}{س} + هـ^{س} \right) د س$ شتوي ٢٠١٢

$\int ٨ هـ^{٤ - ٢س} د س$

$\int \frac{١}{٣} هـ^{١ - ٦س} د س$

$\int (٢ - س) هـ^{س^{٢} - ٤س + ٧} د س$

$\int (٢ + ٣س^{٢}) هـ^{س^{٣} + ٢س - ١} د س$

$\int \frac{٦}{هـ^{(١ - ٢س)}} د س$

جد قيمة كل من التكاملات الآتية :

$\int ٦ س \times هـ^{(س^{٢} - ١)} د س$

$\int جتاس هـ^{جاس} د س$

$\int (١ - ٢س) هـ^{(س - س^{٢})} د س$

$\int هـ^{س} جا هـ^{س} د س$

$\int ٢ هـ^{(٢س - ١)} د س$

$\int هـ^{(٢ - س)} + قا^{٢} س \; د س$ صيفي ٢٠٠٩

جد قَ (س) في كل مما يأتي :

ق (س) = $\frac{١}{س} + لـو_{هـ} س + ٧ هـ^{س^{٢}} + ٦$ ، س > ٠ جد قيمة $\int (هـ^{س} + قا^{٢}(٤ س)) د س$ شتوي ٢٠١٠

ق (س) = $٣ لـو_{هـ} س - ٢ هـ^{٣ - ٢س} - س^{٢}$ ، س > ٠

$\int هـ^{(٢ - س)} + قا^{٢} س \; د س$

ق (س) = $هـ^{جاس} - ٢ لـو_{هـ} (جتاس)$

جد قَ (س) في كل مما يأتي :

$\int \left(هـ^{(٢ س)} - \frac{٥}{س} + قا^{٢} س \right) د س$ ص ٢٠١٣

$\int س \times هـ^{س^{٢}} \, د س$

$\int ٤ هـ^{س} + \frac{٣}{س} - ٢ \, د س$

$\int ٢ هـ^{س} - \frac{١}{س} + ٣ س^{٢} \, د س$

$\int \left(\frac{قا^{٢} س}{٤} + \frac{٥}{س} - هـ^{س} \right) د س$ شتوي ٢٠١٦

$\int ٢٤ هـ^{١ + ٢ س} \, د س$

$\int ٦ س^{٢} + ٣ هـ^{س} - جا س \, د س$ شتوي ٢٠١٣

$\int ٢ هـ^{١ - س^{٢}} \, د س$

$\int \left(٢ هـ^{س} - ٦ جا س - س + ٥ \right) د س$

$\int \frac{٥}{س} - ٣ هـ^{٣ س} - ٤ \, د س$

$\int ٢ هـ^{\sqrt{س}} - \frac{٢}{\sqrt{س}} \, د س$

$\int \frac{٨ س}{س^{٢} + ٤} \, د س$

$\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{س} + ٣} \, د س$

$\int ٦ س \times هـ^{(س - ١)^{٢}} \, د س$

جد قَ (س) في كل مما يأتي :

$\int \left(٢ س^{٢} + ٦ س \right)$
$هـ \, د س$

$\int (٢ س + ٣)$

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) معطى بالعلاقة قَ (س) = $هـ^{س}$ أوجد قاعدة الاقتران علماً بأنه يمر بالنقطة (٠ ، ١) فجد قاعدة الاقتران ق

شتوي ٢٠١٤: إذا كان قَ (س) = ٦ $هـ^{٢س}$ - $\frac{١}{س + هـ}$ ،

جد قاعدة الاقتران ق علما بأن النقطة (٠ ، ١) تقع على منحنى الاقتران ق

عبد الغفار الشيـــخ

شتوي ٢٠١٦ إذا كان قَ (س) = $\frac{١}{س + هـ^{٢}}$ + ٨ $هـ^{٢س}$ ، س ≠ - $هـ^{٢}$

فجد قاعدة الاقتران علما بأن منحنى الاقتران يمر بالنقطة (٠،٥)

٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) معطى بالعلاقة قَ (س) = ٢ $هـ^{س}$ + ٢ س فجد قاعدة الاقتران علماً بأن منحناه يمر بالنقطة (٠ ، ٤)

جد قيمة التكاملات الاتية : صيفي ٢٠١٠

$\int_{١}^{٠} (س + ١) هـ^{(س^{٢} + ٢س)}$ د س

٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

تتحرك نقطة مادية على خط مستقيم بحيث أن سرعتها بعد مرور ن ثانية من بدء حركتها تعطى بالعلاقة ع (ن) = $هـ^{ن+١}$ + $\frac{٨}{ن}$ ، ن > ٠ ، جد الاقتران الذي يمثل موقع النقطة المادية بعد مرور ن ثانية من بدء حركتها

شتوي ٢٠١١: إذا كان ميل المماس لمنحنى ق (س) عند النقطة (س، ص) يساوي ($هـ^{٣ - س}$) وكان المنحنى يمر بالنقطة (٣ ، ١) فجد قاعدة الاقتران ق

النمو والاضمحلال

قيمة الظاهرة المدروسة ص = ع (ن) هي :

ص = ع (ن) = ع. × هـ^ان

ع. = ع (٠) = القيمة الابتدائية

هـ = العدد النيبيري = ٢.٧

ن = الزمن

أ = ثابتا عددياً يمثل ثابت التناسب

إذا كان أ > ٠ فإن ص = ع (ن) تزداد بزيادة قيمة ن فتكون المعادلة ص = ع (ن) معادلة النمو ويكون أ معامل النمو

إذا كان أ < ٠ فإن ص = ع (ن) تنقص بزيادة قيمة ن فتكون المعادلة ص = ع (ن) معادلة الاضمحلال ويكون أ معامل الاضمحلال

إذا كان عدد سكان بلدة ما يخضع لقانون النمو ، ويتزايد بانتظام واستمرار بمعدل ٢% سنويا ، وكان عدد سكانها ٤٠ ألف نسمة عام ١٩٩٠ ، فكم سيبلغ عدد سكانها عام ٢٠٤٠

يتزايد سعر قطعة أرض وفق قانون النمو بمرور الزمن ، وبصورة مستمرة منتظمة ، فإذا ازداد سعرها من (١٠٠) ألف دينار إلى (٨٠٠) ألف دينار خلال (١٠) سنوات ، فجد سعرها بعد مرور ٣٠ سنة

يتزايد عدد سكان مدينة ما بصورة مستمرة منتظمة وفق قانون النمو بنسبة مقدارها ٠.٨% سنويا فاذا بلغ عدد سكانها (٦٠٠٠٠٠) نسمة عام ٢٠١٠ فكم سيبلغ عدد سكانها عام ٢١٣٥ م

تتحلل مادة مشعة بصورة مستمرة منتظمة وفق قانون الاضمحلال وبعدل تناقص مقداره ٠.٠٠٠٢ سنويا ، جد كتلة المادة المشعة بعد مرور ٥٠٠٠ سنة ، علما بأن كتلة المادة الأصلية هي ٥٤٠ غراما

يتناقص ثمن عقار بمرور الزمن وبصورة مستمرة وفق قانون الاضمحلال بمعدل ٥% سنويا ، فاذا كان ثمنه الاصلي (٨٠٠٠٠) دينار ، فكم سيصبح ثمنه بعد (٤٠) سنة

تتكاثر البكتيريا بصورة مستمرة منتظمة وفق قانون النمو بنسبة ٢٠٠% في الساعة ، جد عددها بعد نصف ساعة ، علما بأن عددها الابتدائي (٥٠٠٠٠٠)

يتناقص ثمن سيارة بمرور الزمن وبصورة مستمرة وفق قانون الاضمحلال بمعدل ٨% سنويا ، فاذا كان ثمنه الاصلي (١٢٥٨٠) دينار ، فكم سيصبح ثمنه بعد (٢٥) سنة

وزارة شتوي ٢٠١٧

جد التكاملات الاتية :

$$\int \frac{س^{٢} - س هـ^{-س} + ١}{س} \, د س$$

$$\int \frac{٨ س + ٤}{(س^{٢} + س - ١)^{٣}} \, د س$$

يذوب ملح في الماء ، وتخضع كتلة الملح المتبقية من دون الذوبان في الماء لقانون الاضمحلال ، إذا وضعت ١٠ كيلو غرامات من الملح في الماء ، فذاب نصف الكمية بعد مرور ربع ساعة ، فجد كتلة الملح المتبقية من دون الذوبان في الماء بعد ساعة وربع الساعة

إذا كان

$$\int_{-١}^{٥} ق(س) \, د س = ٢ ، \int_{-١}^{٢} (١ - ق(س)) \, د س = ٧$$

جد $\int_{-١}^{٢} (ق(س) - ٦ س^{٢}) \, د س$

يتزايد ثمن تحفة فنية بمرور الزمن ، وبصورة مستمرة منتظمة وفق قانون النمو بنسبة ٢.٥% سنويا ، فإذا كان ثمنها الأصلي (٣٠٠٠) دينار ، فكم يصبح ثمنها بعد مرور (٨٠) عاما

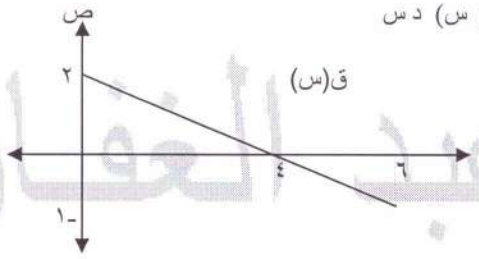
إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند النقطة (س، ص) يساوي $(٤ س^{٣} + \frac{١}{س + هـ})$ ، فجد قاعدة الاقتران ق علما بأن منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٠ ، ٣)

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران

ق (س) = س − س^{٢} + ٢

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق (س) المعرف على الفترة [٠ ، ٦] جد

جد $\int_{0}^{6}$ ق (س) د س



إذا كان ق اقترانا متصلا وكان ق (١) = ٣ ، ق (جـ) = ٨

$\int_{1}^{جـ}$(قَ (س) - ٢ س) د س= جـ

فجد قيمة الثابت جـ

يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد ن ثانية تعطى بالعلاقة ع (ن) = ٦ (ن + ١)^{٢} م/ث جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة علما بأن موقعه الابتدائي ف (٠) = ٩ م

٢٠١٨ شتوي

يتكون هذا الفرع من فقرتين من نوع الاختيار من متعدد ، يلي كل فقرة (٤) بدائل واحد منها فقط صحيح ، انقل إلى دفتر اجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز البديل الصحيح لها :

١) إذا كان ق اقترانا متصلا ، وكان

$\int_{1}^{2}$ ق (س) د س = س^{٣} + ٢ س ، فإن قَ (س) تساوي :

أ) ٣ س^{٢} + ٢ ب) ٣ س^{٢} + ٢ س

ج) ٦ س + ٢ د) ٦ س

٢) إذا كان ق اقترانا متصلا ، وكان

$\int_{-2}^{2}$ ٢ ق (س) د س = ٦ ، فإن $\int_{0}^{-2}$ ق (س) د س يساوي

أ) – ٣ ب) ٣ ج) – ٦ د) ٦

جد التكاملات الآتية :

$\int$ ٢ هـ^{س} + ٦ س$^{-٥}$ + $\frac{١}{س}$ د س

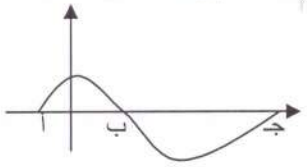
إذا كان

$\int_{1}^{6}$ (ق (س)+ ٢) د س=٨، وكان $\int_{3}^{6}$ ق (س) د س= ١٥ جد

$\int_{1}^{3}$ ق (س) د س

يتكون هذا الفرع من فقرتين من نوع الاختيار من متعدد ، يلي كل فقرة (٤) بدائل واحد منها فقط صحيح ، انقل إلى دفتر اجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز البديل الصحيح لها :

١) معتمدا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق (س) ، إذا كان



$\int_{أ}^{ب}$ ق (س) د س = ٣ ، $\int_{ب}^{جـ}$ ق (س) د س = - ٥

فما قيمة $\int_{أ}^{جـ}$ ق (س) د س :

أ) – ٢ ب) ٨ ج) ٢ د) - ٨

٢) قيمة $\int_{8}^{2}$ ٤ د س يساوي :

أ) ٢٤ ب) - ٢٤ ج) صفر د) - ١٦

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س ، ص) يساوي ٣ س (س + ٤) ، فجد قاعدة الاقتران ق ، علماً بأن منحناه يمر بالنقطة (١ ، ٥)

تتحرك نقطة مادية في خط مستقيم بتسارع ثابت ت مقداره ت (ن) = ١٤ م/ث^{٢} ، جد سرعتها بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة ، علماً بأن سرعتها الابتدائية ع (٠) = ٥ م/ث

متمنيا لكم النجاح والتفوق
عبد الغفار الشيخ