بسم الله الرحمن الرحيم

١
—
١

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

W	٣	W	٣

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ / الدورة الصيفية

(وليقة محمية/محدود)

د س

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٠٠ ٢

الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : السبت ٢٠١٣/٠٦/٢٩

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٨ علامة)

جد كلاً مما يأتي :

أ) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٣س + ٣} - \sqrt{٤س + ١}}{س - ٢}$ (٦ علامات)

ب) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جا\ ٢س}{س^{٢} - \frac{\pi}{٢} س}$ (٧ علامات)

ج) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|س^{٢} - ٤س - ٥|}{|س - ٥|} & ، س < ٥ \\ ٩ جتا \frac{\pi}{٥} س + ٥ & ، س > ٥ \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to ٥}$ ق(س) موجودة ، فما قيمة الثابت ٩ ؟ (٥ علامات)

السؤال الثاني : (١٩ علامة)

أ) إذا كانت ق(س) = ٢س + $\sqrt{س}$ ، س > صفر ، فجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة. (٧ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} + ١ & ، س \leq ٢ \\ [س + ٣] & ، س > ٢ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٢ (٥ علامات)

ج) إذا كان ق($\frac{١}{٢}$) = ٢ ، قَ($\frac{١}{٢}$) = ٨ ، فجد $\lim_{س \to ٦} \frac{ق(جا \frac{\pi}{س}) - ٢}{س - ٦}$ (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

السـؤال الثالث : (١٨ علامة)

أ) جد النقطة الواقعة على منحنى العلاقة (ص– ٤)^{٢} = س + ٢ ، والتي عندها المماس يوازي المستقيم الذي معادلته ٣س + ٦ص + ٢ = صفر (٧ علامات)

ب) إذا كان $\frac{\text{س}}{\text{ص}} - \frac{٣\text{ص}}{\text{س}} = ٢$ ، فجد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عند النقطة (٣ ، ١) (٥ علامات)

ج) يقف شخصان على سطح بناية ، أفلت الشخص الأول كرة من السكون وفق العلاقة ف$_{١}$(ن) = ٥ ن^{٢} وفي اللحظة نفسها رمى الشخص الثاني كرةً أخرى عمودياً إلى أسفل بسرعة ابتدائية مقدارها (١٥) م/ث وفق العلاقة ف$_{٢}$(ن) = ١٥ن + ٥ن^{٢} ، حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني، فإذا ارتطمت كرة الشخص الأول بعد ثانية واحدة من ارتطام كرة الشخص الثاني بالأرض.

جد سرعة كرة الشخص الثاني لحظة ارتطامها بالأرض. (٦ علامات)

السـؤال الرابع : (٢١ علامة)

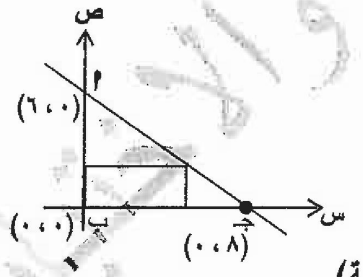
أ) إذا كان ق(س) = س + $\frac{٢٥}{\text{س}}$ ، س ∈ [– ٨ ، ٨] – {٠} ، فجد كلاً مما يأتي : (٨ علامات)

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق

٢) القيم القصوى المحليّة للاقتران ق (إن وجدت).

ب) انطلق قاربان من نفس النقطة في اتجاهين مختلفين قياس الزاوية بينهما ١٢٠° ، إذا كانت سرعة الأول (٨) كم/ساعة، وسرعة الثاني (٦)كم/ساعة، فجد معدّل تغيّر المسافة بينهما بعد مرور نصف ساعة من انطلاقهما. (٧ علامات)

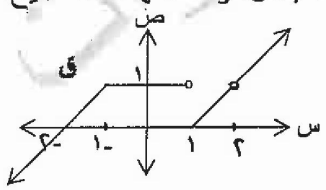
ج) اعتماداً على الشكل المجاور والذي يمثّل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب جد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل المثلث. (٦ علامات)



السـؤال الخامس : (٢٤ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٢) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح.

انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه **الإجابة الصحيحة لها كاملة**.



١) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على ح ، فإن مجموعة قيم س$_{١}$ التي تجعل نهـــا ق(س) = ١ ، س ← س$_{١}$

■ (–١ ، ١) ■ [–١ ، ١) ■ [–١ ، ١) ∪ {٢} ■ (–١ ، ١] ∪ {٢}

٢) إذا كان ق(س) = س ق(س)+١ ، فإن ق`(٢) تساوي :

■ –١ ■ ١ ■ صفر ■ ٢

يتبع الصفحة الثالثة .....

الصفحة الثالثة

٣) $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س^٢ - ٩}}{\sqrt{س - ٣}}$ تساوي :

■ صفر ■ $\sqrt{٦}$ ■ ٦ ■ غير موجودة

٤) $\lim_{س \to ٠} \frac{(٢٥)^{س} - (٥)^{س}}{١ - (٥)^{س}}$ تساوي :

■ -١ ■ صفر ■ ١ ■ غير موجودة

٥) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{(س - ١)^٢}$ ، فإن قَ(١) تساوي :

■ $\frac{-٢}{٣}$ ■ صفر ■ $\frac{٢}{٣}$ ■ غير موجودة

٦) إذا كان ق(س) = $(١ + جا س)^٣$ ، فإن قَ$(\frac{\pi}{٢})$ تساوي :

■ صفر ■ ٣ ■ ٤ ■ ١٢

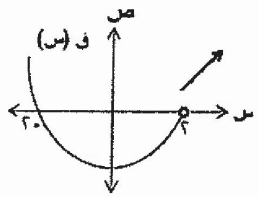
٧) إذا كان ق$(\frac{١}{٢}س)$ = $(|س|)^٣$ ، فإن قّ (−١) تساوي :

■ -٤٨ ■ -٢٤ ■ ٢٤ ■ ٤٨

٨) إذا كان ق(س) = $\sqrt{١ - س^٢}$ ، فإن مجموعة قِيم س التي يكون عندها قِيم حرجة للاقتران ق هي:

■ {−١ ، ١} ■ {−١ ، ٠ ، ١} ■ {−١ ، ٠} ■ {٠ ، ١}

٩) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على ح



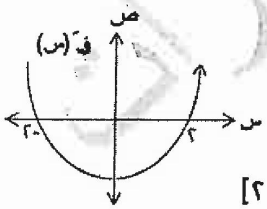
فان الاقتران ق يكون متزايداً في الفترة :

■ $(-\infty ، -٢]$ ■ $(-\infty ، ٠] - \{٢\}$ ■ $[٠ ، \infty)$ ■ $[٠ ، ٢]$

١٠) يتحرك جُسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ٤ن^٢ − ٢ن − ١ حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني . ما السرعة المتوسّطة للجُسيم في الفترة الزمنية [١ ، ٣] ؟

■ (٨) م/ث ■ (−٨) م/ث ■ (١٤) م/ث ■ (−١٤) م/ث

١١) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقّة الأولى للاقتران



كثير الحدود ق ، فإن منحنى ق يكون متناقصاً في الفترة :

■ $(-\infty ، ٠]$ ■ $[٠ ، \infty)$ ■ $[-٢ ، ٠]$ ■ $[-٢ ، ٢]$

١٢) إذا كانت قَ (س) = $\frac{١}{٢}$ + جتا س هي المشتقّة الأولى للاقتران ق المعرّف على الفترة $[٠ ، \pi]$ ، فإن للاقتران ق(س) قيمة عظمى محلّية عند س تساوي :

■ صفر ■ π ■ $\frac{\pi}{٣}$ ■ $\frac{\pi ٢}{٣}$

﴿انتهت الأسئلة﴾

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ (الدورة الشتوية)

صفحة رقم (١)

د س

المبحث : الرياضيات
الفرع : العلمي / أ س

مدة الامتحان : — ـ
التاريخ : ٢٠١٣/٦/٢٩ م

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الأول (١٨ علامة)

٤٢

(أ) (٩) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ + ٣س - ٤}{س^٢ - ٩}$ = $\lim_{س \to ٣} \frac{(س+٤)(س-١)}{(س-٣)(س+٣)}$ = $\lim_{س \to ٣} \frac{س-١}{س+٣}$ = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

$\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ + ٢س - ٣}{س^٢ + ٣س - ٤} \times \frac{س^٢ + ٣س + ٤}{س^٢ - ٩}$ = $\lim_{س \to ٣} \frac{(س+٣)(س-١)}{(س+٤)(س-١)} \times \frac{(س+٤)(س-١)}{(س-٣)(س+٣)}$

= $\lim_{س \to ٣} \frac{س-١}{س-٣}$ = $\frac{٢}{٠}$ ∴ النهاية غير موجودة

(ب) $\lim_{س \to ٠} \frac{جتا ٢س - ١}{س^٢ + ٣س}$ = $\lim_{س \to ٠} \frac{-٢جا^٢ س}{س(س+٣)}$ = $-٢ \lim_{س \to ٠} \frac{جا س}{س} \times \lim_{س \to ٠} \frac{جا س}{س+٣}$

= $-٢ \times ١ \times \frac{٠}{٣}$ = ٠

٤٣

٤٦

(ج) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جا ٢س}{س - \frac{\pi}{٢}}$ = $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جا(\pi - ٢س)}{س - \frac{\pi}{٢}}$ ، $ص = س - \frac{\pi}{٢}$ ، $ص \to ٠$ عندما $س \to \frac{\pi}{٢}$

$س = ص + \frac{\pi}{٢}$ ، $\pi - ٢س = -٢ص$

= $\lim_{ص \to ٠} \frac{جا(-٢ص)}{ص}$ = $-٢ \lim_{ص \to ٠} \frac{جا ص}{ص}$ = -٢×١ = -٢

رقم الصفحة في الكتاب

تابع السؤال الأول

(٥) (د)

$$د(س) = \begin{cases} \dfrac{|س^2 - 3س - 5|}{|س - 5|} & ؛ س < 5 \\ ؛ \text{غير معرفة} & ؛ س = 5 \\ \dfrac{(س - 5)(س + 1)}{5 - س} & ؛ س > 5 \end{cases}$$

(١) $س < 5$ ، $س \neq 5$

$$= \begin{cases} \dfrac{(س - 5)(س + 1)}{5 - س} & ؛ س > 5 \\ ؛ \text{غير معرفة} & ؛ س = 5 \\ -(س + 1) & ؛ س < 5 \end{cases}$$

بما أن $\lim_{س \to 5} د(س)$ موجود $\Leftarrow \lim_{س \to 5^+} د(س) = \lim_{س \to 5^-} د(س)$ (١)

$$\Leftarrow \lim_{س \to 5^+} \frac{(س - 5)(س + 1)}{5 - س} = \lim_{س \to 5^-} -(س + 1)$$

(١) (١)

$$\begin{cases} 6 = 5 + 1 - 5أ \\ -أ = 1 \\ أ = -1 \end{cases}$$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني (١٩ علامة)

١٩

٧) (أ) $\lim_{س \to ٢} \frac{م(س) - م(٢)}{س - ٢}$ إذا كانت $م(س) = ٣س^{٢} + ٢$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{(٣س^{٢} + ٢) - (١٤)}{س - ٢}$ (١)

$= \lim_{س \to ٢} \frac{٣س^{٢} - ١٢}{س - ٢}$ (١)

$= \lim_{س \to ٢} \frac{٣(س^{٢} - ٤)}{س - ٢}$ (١)

$= \lim_{س \to ٢} \frac{٣(س - ٢)(س + ٢)}{س - ٢}$ (١)

$= \lim_{س \to ٢} ٣(س + ٢)$ (١)

$= ٣ \times ٤ = ١٢$ (١)

١٥

٥) (أ) $م(س) = \begin{cases} ٣س + ١ & س < ٢ \\ [س + ٣] & س \geq ٢ \end{cases}$

$م(س)$ معرفة عند $س = ٢$ (١)

$\lim_{س \to ٢^{-}} م(س) = \lim_{س \to ٢^{-}} ٣س + ١ = ٧$ (١)

$\lim_{س \to ٢^{+}} م(س) = \lim_{س \to ٢^{+}} [س + ٣] = ٥$ (١)

$\therefore \lim_{س \to ٢^{-}} م(س) \neq \lim_{س \to ٢^{+}} م(س)$ (١)

$\therefore \lim_{س \to ٢} م(س)$ غير موجودة

$م(٢) = ٣ \times ٢ + ١ = ٧$ (١)

$\therefore م$ غير متصل عند $س = ٢$ (١)

تابع لسؤال ٨ :

(٢) ∫ ظا^٣ س قا^٤ س د س

= ∫ ظا^٣ س قا^٢ س قا^٢ س د س

= ∫ ظا^٣ س (ظا^٢ س + ١) قا^٢ س د س

= ∫ (ظا^٥ س + ظا^٣ س) قا^٢ س د س

= ∫ ظا^٥ س قا^٢ س د س + ∫ ظا^٣ س قا^٢ س د س

= ظا^٦ س / ٦ + ظا^٤ س / ٤ + ج

(١) (١) (١) (١) (١) (١)

١٢٨ ١٢٩

آخر الكتاب

السؤال الثالث : (١٨ علامة)

١٥٩

أ) $2(ص-3)\cdot ص' = 1$ (١) $\Leftarrow ص' = \frac{1}{2(ص-3)}$ (١) ، عند سقيم $= -\frac{1}{2}$ (١)

$ص' = 2 \Leftarrow \frac{1}{2(ص-3)} = 2 \Leftarrow ص-3 = -\frac{1}{4} \Leftarrow ص = \frac{11}{4}$ (١)

~~$(3-3)^2 = ص-3 \Leftarrow س = -1$~~ (١) $\Leftarrow$ النقطة $(-1, 3)$

١٤٣

ب) $\frac{س}{ص} - \frac{3ص}{س} = 2 \Leftarrow س^2 - 3ص^2 = 2س ص$

$2س - 6ص ص' = 2س ص' + 2ص$ (١)

$(2س + 6ص) ص' = 2س - 2ص$ (١)

$ص' = \frac{2س - 2ص}{2س + 6ص}$ (١)

$ص'_{(3,1)} = \frac{6-2}{6+1} = \frac{4}{7}$ (١)

١٦٦

جـ) $ف'(ن+1) = غ'(ن)$ (١)

$5(ن+1)^2 = 10ن + 5ن^2$ (١)

$5(ن^2+2ن+1) = 10ن + 5ن^2$

$5ن^2 + 10ن + 5 = 10ن + 5ن^2$

$5ن = 5 \Leftarrow ن = 1$ ث (١)

$ع(ن) = غ(ن) = 10ن + 10$ (١)

$ع(1) = 10 + 10 = 25$ م/ث (١)

السؤال الرابع: (١٠ علامة)

١٨٩

أ) $م'(س) = ١ + \frac{٥}{س^٢} = \frac{س^٢ + ٥}{س^٢}$ ⇐ $م'(س) = \frac{س^٢ - ٥}{س^٢}$ ①

ب) $م'(س) = ٠$ ⇐ البسط $= ٠$ ⇐ $س^٢ - ٥ = ٠$ ⇐ $س = \pm ٥$ ①

الدالة متزايدة في $[-٨، -٥] \cup [٥، ٨]$ ①

الدالة متناقصة في $[-٥، ٠) \cup (٠، ٥]$ ①

ج) ملاحظة: أن $م$ قيمة عظمى محلية عند $س = -١٠$ ①

ملاحظة: قيمة صغرى محلية هي $م(٥) = ١٠$ ①

٣٧٤

د) $\frac{ص}{ن} = ٨$ كم/س ، $\frac{ص}{ن} = ٦$ كم/س

$\frac{ص}{ل} = ٩$ ⇐ $\frac{ص}{ل} \times \frac{ن}{ص} = ٩$ ⇐ $\frac{ن}{ل} = \frac{٣}{٢}$

$ن = ٨ \times \frac{٣}{٢} = ١٢$ كم ① ⇐ $م = ٦ \times \frac{٣}{٢} = ٩$ كم

هـ) $ل = \frac{١}{٢} ن ص \sin ٣٠$ ⇐ $ل = \frac{١}{٢} ن^٢ + ٥ن - ٢ن \sin ٣٠$ ①

$\frac{ل}{ل} = \frac{ن}{٢} + ٥ - \sin ٣٠$ ⇐ $\frac{ل}{ل} = \frac{ن}{٢} + ٥ - \frac{١}{٢}$ ①

$\frac{ل}{ل} = \frac{ن + ٩}{٢}$ ⇐ $\frac{ل}{ل} = \frac{١٢ + ٩}{٢}$ ⇐ $\frac{ل}{ل} = \frac{٢١}{٢}$ ①

$= ٢١$ كم/س ①

١٢

و) متشابهة ⇐ $\frac{م}{٨ - س} = \frac{٦}{٨}$ ⇐ $م = \frac{٣}{٤}(٨ - س)$ ①

$ل = س \times م = س \times \frac{٣}{٤}(٨ - س)$

$ل = \frac{٣}{٤}(٨س - س^٢)$ ①

$ل' = \frac{٣}{٤}(٨ - ٢س)$ ①

$ل' = ٠$ ⇐ $٨ - ٢س = ٠$ ⇐ $س = ٤$ ①

$ل''$ سالبة ⇐ $ل$ أكبر ما يمكن عندما $س = ٤$

$م(٤) = \frac{٣}{٤}(٣٢ - ١٦) = \frac{٣}{٤} \times ١٦ = ١٢$ وحدة مربعة ①

السؤال الثاني من (٤ علامات)

رقم الفقرة	الاجابة الصحيحة	رقم الصفحة في الكتاب
١	$(-\infty, 1] \cup \{2\}$	
٢	١	
٣	غير موجودة .	
٤	-1	
٥	غير موجودة	
٦	صفر	
٧	٤ ، ٨	
٨	$\{-1, 0, 1\}$	
٩	$(0, 2]$	
١٠	١٤	
١١	$[-6, 2]$	
١٢	$\frac{2\pi}{3}$	