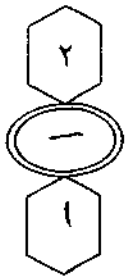
منهاجي
متعة التعليم الهادف

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة



امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / التكميلي

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / الورقة الثانية / ف٢ — مدة الامتحان: ٠٠ : ٢ — د س

الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات) / خطة (٢٠١٩) — اليوم والتاريخ: الأحد ٢٠١٩/٨/٤

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٤٤ علامة)

أ) جد كلًّا من التكاملات الآتية:

١) $\int_{1}^{هـ} س لو_{هـ} س^{٢}$ دس (١٦ علامة)

٢) $\int \frac{قا^{٢} س}{٤ - ظا^{٢} س}$ دس (١٦ علامة)

ب) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (١٢ علامة)

١) إذا كان م(س) = $س^{٢} - ب س$ معكوسًا لمشتقة الاقتران المتصل ق، وكان ق(١) = ٥ ،

فإن قيمة الثابت ب تساوي:

أ) ٣ ب) -٣ ج) ٤ د) -٤

٢) قيمة $\int_{-١}^{٢} هـ^{٢}$ دس تساوي:

أ) ٣ ب) $\frac{٧}{٣}$ ج) $٣هـ^{٢}$ د) $هـ^{٢}$

٣) إذا كان ق اقترانًا معرفًا على الفترة [-٢ ، ١] ، وكان ١ ≥ ق(س) ≥ ٤ ،

فإن أكبر قيمة للمقدار: $\int_{-٢}^{١}$ (ق(س) - ٢) دس تساوي:

أ) ٢ ب) -١ ج) -٣ د) ٦

٤) $\int \frac{س - ٤}{٢ - \sqrt{س}}$ دس يساوي:

أ) $\frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} + ٢س + جـ$ ب) $-\frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} - ٢س + جـ$

ج) $\frac{س^{٢}}{٢} + ٢س + جـ$ د) $-\frac{س^{٢}}{٢} - ٢س + جـ$

يتبع الصفحة الثانية - ،،،،

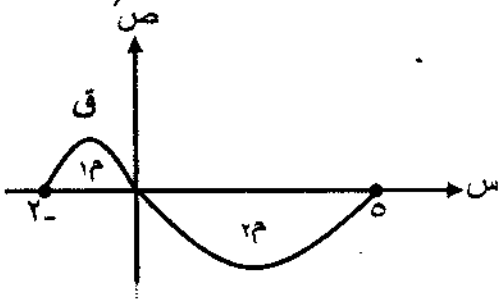
السـؤال الثاني: (٤٦ علامة)

أ) جـد: $\int \frac{(س^{٣} - س)^{٥}}{س^{١٨}}$ دس (١٧ علامة)

ب) إذا كان ص^{٢} = لـو$_{هـ}$ (س ص^{٣}) ، أثبت أن: صَ = $\frac{ص}{س (٢ص^{٢} - ٣)}$ (١٧ علامة)

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (١٢ علامة)

١) معتمـدًا الشكل المجـاور الذي يمثل منحنى الاقتران **ق** المعرف على الفترة [−٢ ، ٥] ، إذا علمت أن مسـاحة المنطقة م$_{١}$ تساوي (٤) وحدات مربعة، ومساحة المنطقة م$_{٢}$ تساوي (٩) وحدات مربعة، فإن $\int_{-٢}^{٥}$ | ق(س) | دس يساوي:



أ) −٥ ب) ٥ ج) ١٣ د) −١٣

٢) قيمة $\int_{\frac{\pi}{١٢}}^{\frac{\pi}{٦}}$ جتـا ٦س دس تساوي:

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $-\frac{١}{٦}$ ج) $-\frac{١}{٣}$ د) $\frac{١}{٦}$

٣) حل المعادلة التفاضلية: جـا^{٢}س دص = ص دس هو:

أ) | ص | = هـ$^{-}$ ظتـاس+جـ ب) | ص | = هـ$^{}$ قتـاس+جـ

ج) | ص | = هـ$^{}$ ظتـاس+جـ د) | ص | = هـ$^{-}$ قتـاس+جـ

٤) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة **ص** عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{٢س}{ص}$ ، ص ≠ ٠

فإن قاعدة العلاقة **ص** هي:

أ) ص^{٢} = س^{٢} + جـ ب) ص^{٢} = ٢س^{٢} + جـ

ج) ص = س + جـ د) ص = ٢س + جـ

السـؤال الثالث: (٣٠ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الآتية: (١٨ علامة)

ق(س) = س^{٣} ، هـ(س) = س + ٦ ، ل(س) = $\frac{-س}{٢}$

يتبع الصفحة الثالثة ....

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (١٢ علامة)

١) إذا كان $\int_{٣}^{١}$ ق(س) دس = −٢ ، $\int_{٦}^{١}$ ق(س) دس = ٨ ، فإن قيمة $\int_{٦}^{٣}$ ق(س) دس تساوي:

أ) ٤ ب) ٦ ج) ١٠ د) ١٢

٢) $\int$ $\frac{\text{س}}{\text{جتا}^{٢}\text{س}}$ دس يساوي:

أ) س ظاس − لو$_{\text{هـ}}$ | جتاس | + جـ ب) س ظاس + لو$_{\text{هـ}}$ | جتاس | + جـ

ج) س ظاس − لو$_{\text{هـ}}$ | جاس | + جـ د) س ظاس + لو$_{\text{هـ}}$ | جاس | + جـ

٣) إذا كان الاقترانان م(س)، هـ(س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل ق، وكان $\int_{٠}^{٢}$ (م(س) − هـ(س)) دس = ٦

فما قيمة $\int_{٠}^{٢}$ ٤س (م(س) − هـ(س)) دس ؟

أ) ٢٤ ب) ١٢ ج) ٣ د) ٤٨

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٤) إذا كان ص = $\sqrt{٨ + \text{هـ}^{٢\text{س}}}$ ، فإن $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عند س = ٠ تساوي :

أ) $-\frac{١}{٣}$ ب) $-\frac{٢}{٣}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{١}{٣}$

السـؤال الرابع: (٤٠ علامة)

أ) جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمين س = ٠ ، ص = −١ وتمر بالنقطة (٨ ، ٠) ويقع مركزها في الربع الأول. (١٤ علامة)

ب) جد معادلة القطع المكافئ الذي معادلة محور تماثله س = ٢ ، ومعادلة دليله ص = ١ ويمر بالنقطة (٦ ، ٦) (١٤ علامة)

يتبع الصفحة الرابعة ....

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (١٢ علامة)

١) المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) التي تتحرك في المستوى البياني بحيث يكون الفرق المطلق بين بعديها عن نقطتين ثابتتين يساوي مقدارًا ثابتًا هو:

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع ناقص د) قطع زائد

٢) ما إحداثيا رأس القطع المكافئ الذي معادلته: ص = ٢س^{٢} + ٢ ؟

أ) (٠ ، ٢) ب) (٠ ، −٢) ج) (٢ ، ٠) د) (−٢ ، ٠)

٣) قطع ناقص طول محوره الأصغر يساوي بعده البؤري، فإن اختلافه المركزي يساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ج) $\frac{٤}{٥}$ د) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

٤) ما طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها: ٣س^{٢} + ٣ص^{٢} + ٦ص = ٣٣ ؟

أ) $\sqrt{٣}$ ب) ١٢ ج) ٢$\sqrt{٣}$ د) ٦

السـؤال الخامس: (٤٠ علامة)

أ) قطع ناقص بؤرتاه النقطتان (−١ ، ١) ، (١ ، ١) ويمر بنقطة الأصل، جد معادلته. (١٢ علامة)

ب) جد إحداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته: (١٦ علامة)

٩س^{٢} − ١٦ص^{٢} − ١٨س − ٦٤ص − ١٩٩ = ٠

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (١٢ علامة)

١) قطع ناقص معادلته: ١٦ص^{٢} = ١٦ − ٤س^{٢} ، فإن مساحته بالوحدات المربعة تساوي:

أ) ٢ π ب) ٤ π ج) ٣ π د) π

٢) قطع زائد معادلته: $\frac{(س + ٣)^{٢}}{٩} - \frac{(ص - ١)^{٢}}{١٦} = ١$ ، فإن معادلة محوره القاطع هي:

أ) ص = −١ ب) ص = ١ ج) س = ٣ . د) س = −٣

٣) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى الإحداثي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ ٠ بالمعادلتين س = جتا ن ، ص = جتا٢ن ، فإن معادلة المحل الهندسي للنقطة و(س ، ص) هي:

أ) ص = ٢س^{٢} + ١ ب) ص = ٢ −٢س^{٢}

ج) ص = ٢س^{٢} − ١ د) ص = ٢ + ٢س^{٢}

٤) إذا قُطِعَ أحد فرعي مخروط دائري قائم مزدوج بمستوى مائل قليلًا عن المحور فإن الشكل الناتج هو:

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع زائد د) قطع ناقص

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / التكميلي

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : الرياضيات / الورقة الثانية / ف٢ علمي

مدة الامتحان: ٣ س ٠٠ د

الفرع : العلمي + الصناعي (جاهات) دفعة (٢٠١٩)

التاريخ : ٤ / ٨ / ٢٠١٩

رقم الصفحة في الكتاب

الإجابة النموذجية :

السؤال الأول : (٤٤ علامة)

٦٨

(أ) $\int_{1}^{هـ} (\ln س)^2 \, دس$

$ع = (\ln س)^2 \leftarrow دع = \frac{2 \ln س}{س} دس$

$دهـ = دس \leftarrow هـ = س$

$\int_{1}^{هـ} (\ln س)^2 \, دس = [س (\ln س)^2]_{1}^{هـ} - \int_{1}^{هـ} 2 \ln س \, دس$

$= هـ^2 - 2 \int_{1}^{هـ} \ln س \, دس$

$= هـ^2 - 2 [س \ln س]_{1}^{هـ} + 2 \int_{1}^{هـ} دس$

$= هـ^2 - 2هـ + 2 [س]_{1}^{هـ}$

$= هـ^2 - 2هـ + 2هـ - 2$

$= هـ^2 - 2$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب ٧٤

حل

(أ) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\tan^2 x}{4-\tan x}\,dx$ (١٦)

$y = \tan x$ ①

$dy = \sec^2 x\,dx \Rightarrow dx = \frac{dy}{\sec^2 x}$ ①

$$I = \int \frac{\tan^2 x}{4-\tan x}\,dx = \int \frac{y^2}{4-y} \cdot \frac{dy}{\sec^2 x} = \int \frac{y^2}{4-y^2}\,dy$$ ①

$$= \int \frac{dy}{(2-y)(2+y)} = \int \left(\frac{A}{(2-y)} + \frac{B}{(2+y)}\right) dy$$ ① ①

$$A(2+y) + B(2-y) = 1$$ ① ①

$y=2 \Rightarrow 4A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{4}$ ①

$y=-2 \Rightarrow 4B = 1 \Rightarrow B = \frac{1}{4}$ ①

$$\therefore I = \int \left(\frac{\frac{1}{4}}{(2-y)} + \frac{\frac{1}{4}}{(2+y)}\right) dy$$ ①

$$= -\frac{1}{4}\ln|2-y| + \frac{1}{4}\ln|2+y| + c$$ ① ① ①

$$= -\frac{1}{4}\ln|2-\tan x| + \frac{1}{4}\ln|2+\tan x| + c$$

① على استبدال ص

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	
الإجابة	ب	ج	د	ب	٤٩
الإجابة	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}e^2$	٦	$\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 3x + c$	٩٩

٣٦

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني : (٤٦ علامة)

تكميلي / ورقة ثانية

٥٩

(أ) $\int \frac{(س^{٢}-س)^{٥}}{س^{١٨}}\,د س = \int \frac{(س^{٣}-س)^{٥}}{س^{١٥} \times س^{٣}}\,د س$ ① ①

١٧ $= \int \frac{(س^{٣}-س)^{٥}}{(س^{٣})^{٥} \times س^{٣}}\,د س$ ① $= \int \left(\frac{س^{٣}-س}{س^{٣}}\right)^{٥} \times س^{-٣}\,د س$ ①

$= \int (١-\frac{١}{س^{٢}})^{٥} \times س^{-٣}\,د س$ ① ① $= \int (١-س^{-٢})^{٥} \times س^{-٣}\,د س$ ①

$= \int (١-ص)^{٥} \times -\frac{١}{٢}\,د ص$ ① ص = $س^{-٢}$ ①

$د ص = -٢ س^{-٣}\,د س$ ①

$= -\frac{١}{٢} \int (١-ص)^{٥}\,د ص$

$= -\frac{١}{٢} \times \frac{(١-ص)^{٦}}{-٦} + ج$ ① ①

$= \frac{١}{١٢}(١-ص)^{٦} + ج = \frac{١}{١٢}(١-س^{-٢})^{٦} + ج$ ① ①

منهادي
منصة التعليم الهادف

س ٢ : تكميلي / ورقة ثانية — رقم الصفحة في الكتاب

ب) $ص^{2} = لو(س ص^{3})$

١٧ ① ② ① ① ① ①

① $٢ص ص' = \frac{س \times ٣ص^{2}ص' + ص^{3} \times ١}{س ص^{3}} = \frac{٣س ص^{2}ص' + ص^{3}}{س ص^{2}}$ — ٩٦

① ① $٢ص ص' \times س ص^{3} = ٣س ص^{2}ص' + ص^{3}$

① $٢س ص^{4}ص' = ٣س ص^{2}ص' + ص^{3}$

① $٢س ص^{4}ص' - ٣س ص^{2}ص' = ص^{3}$

① $ص'(٢س ص^{4} - ٣س ص^{2}) = ص^{3}$

① $ص' = \frac{ص^{3}}{٢س ص^{4} - ٣س ص^{2}} = \frac{ص^{3}}{س ص^{2}(٢ص^{2} - ٣)}$

① ① ① ① $ص' = \frac{ص}{س(٢ص^{2} - ٣)}$

منهاجي منصة التعليم الهادف

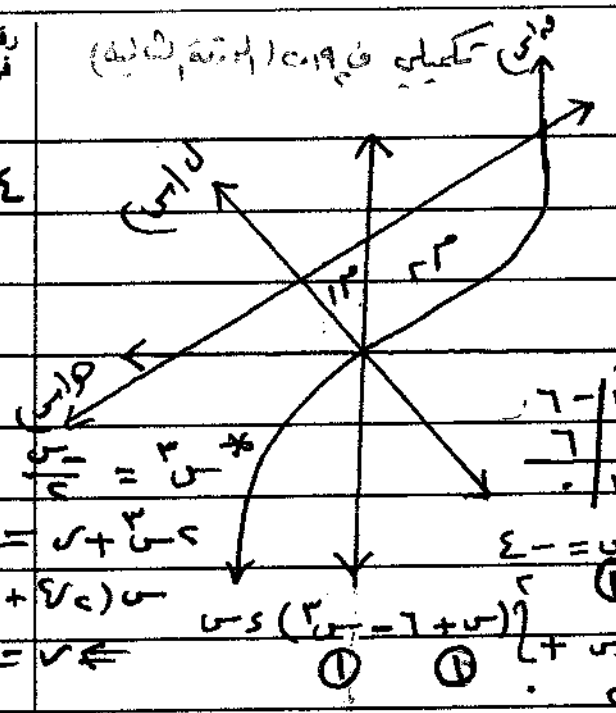
ج)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	
رمز الإجابة الصحيحة	ج	ب	أ	ب	٩٨ / ٣٦
الإجابة الصحيحة	١٣	$-\frac{١}{٦}$	$ص = \frac{-ط \pm \sqrt{ط^{2} - ٤ا ب + جـ}}{٢ا}$	$ص^{2} = ٢س^{2} + جـ$	٩١

ثلاث علامات لكل فقرة — ٩٢

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (٣٠ علامة)



٨٤

(أ) $\int_{-2}^{3} (-س^3 + س + 6)\,دس$ ①

$-س^3 - س - 6 = 0$ ①

$(س-2)(س^2+2س+3) = 0$ ①

$س = 2$ ← ①

	1	-1	0	-6
2		2	2	6
	1	1	3	0

$-س^3 = \frac{-س}{4} + 6 + س$ ①

$-س^3 + س + 6 = 0$ ①

$س = -2$ ← $2س = -4$ ①

$م_1 = \int_{-4}^{0} (-س^3 + س + 6)\,دس$ ①

$م_2 = \int_{0}^{2} (-س^3 + س + 6)\,دس$ ①

$م = م_1 + م_2$

$م = \int_{-4}^{0} (-س^3 + س + 6)\,دس + \int_{0}^{2} (-س^3 + س + 6)\,دس$

$م = [-\frac{1}{4}س^4 + \frac{1}{2}س^2 + 6س]_{-4}^{0} + [-\frac{1}{4}س^4 + \frac{1}{2}س^2 + 6س]_{0}^{2}$ ①

$م = 0 - (-64 - 8 - 24) + (-4 + 2 + 12) - 0$ ①

$م = 96 + 10 = 106$ وحدة مربعة ①

(ب)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	
رمز الاجابة الصحيحة	ج	ب	P	ك	
الاجابة الصحيحة	١٠	$س ظاس + لو_م اس + جـ$	٢٤	$\frac{1}{3}$	

٩٩ ٦١ ١٠٠

ثلاث علامات لكل فقرة

٢٣

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع : (٤٠ علامة) تكميلي في ٢٠١٩ (ورقة ثانية)

(أ) المركز $(ك، هـ)$ $ك = -ل$ ① ، $هـ = ل - ١$ ① — ١١٩

١٤ معادلة الدائرة $(س - ك)^٢ + (ص - هـ)^٢ = ل^٢$ ①

$(س - ل)^٢ + (ص - ل + ١)^٢ = ل^٢$ ①

الدائرة تمر بالنقطة $(٨، ٠)$ ← $(٨ - ل)^٢ + (٠ - ل + ١)^٢ = ل^٢$ ①

$٦٤ - ١٦ل + ل^٢ + ل^٢ - ٢ل + ١ = ل^٢$ ← $ل^٢ - ١٨ل + ٦٥ = صفر$ ①

← $(ل - ٥)(ل - ١٣) = صفر$ ① ← $ل = ٥$ ① ، ١٣ ①

$ل = ١٣$ ← $ك = ١٢$ ، $هـ = ١٢$ ① ← معادلة الدائرة $(س - ١٣)^٢ + (ص - ١٢)^٢ = ١٦٩$ ①

$ل = ٥$ ← $ك = ٥$ ، $هـ = ٤$ ① ← معادلة الدائرة $(س - ٥)^٢ + (ص - ٤)^٢ = ٢٥$ ①

(ب) معادلة القطع المكافئ $(س - ك)^٢ = ٤ جـ (ص - هـ)$ ① — ١٢٩

١٤ رأس القطع $(٢، ١ + جـ)$ ①

$(س - ٢)^٢ = ٤ جـ (ص - ١ - جـ)$ ①

يمر بالنقطة $(٦، ٦)$ ← $(٦ - ٢)^٢ = ٤ جـ (٦ - ١ - جـ)$ ①

$١٦ = ٤ جـ (٥ - جـ)$ ← $١٦ = ٢٠ جـ - ٤ جـ^٢$ ①

← $٤ جـ^٢ - ٢٠ جـ + ١٦ = ٠$ ← $جـ^٢ - ٥ جـ + ٤ = ٠$ ①

← $(جـ - ١)(جـ - ٤) = ٠$ ① ← $جـ = ١$ ، ٤ ①

$جـ = ١$ ، الرأس $(٢، ٢)$ ① ← المعادلة $(س - ٢)^٢ = ٤ (ص - ٢)$ ①

$جـ = ٤$ ، الرأس $(٢، ٥)$ ① ← المعادلة $(س - ٢)^٢ = ١٦ (ص - ٥)$ ①

(ج)

١٢

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	
رمز الاجابة الصحيحة	د	م	ب	ج	١٤٦ ١٢٨
الاجابة الصحيحة	قطع زائد	$(٢، ٠)$	$\frac{١}{٣٦}$	$٣\sqrt{٣}$	١٦١

ثلاث علامات لكل فقرة — ١٠٩

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الخامس: (٤٠ علامة) تكميلي ٢٠١٩ (ورقة ثانية)

١٤٥ (أ) معادلة القطع الناقص $\frac{(س-ي)^2}{ب^2} + \frac{(ص-د)^2}{ب^2} = 1$ ①

١٢ $ج = ٢$ ① ← $ج = ١$ ① المركز $(٠، ١)$ ①

← $\frac{س^2}{ب^2} + \frac{(ص-١)^2}{ب^2} = 1$ ①

∴ المركز $(٠، ٠)$ ← $٠ + \frac{١}{ب^2} = 1$ ← $ب^2 = 1$ ①

① $ج^2 = ب^2 - ب^2$ ← $1 = ب^2 - 1$ ← $ب^2 = ٢$ ①

← المعادلة $\frac{س^2}{٢} + (ص-١)^2 = 1$ ①

١٥٥ (ب) $٩س^2 - ١٦ص^2 - ١٨س - ٦٤ص - ١٩٩ = صفر$

١٦ $٩س^2 - ١٨س - ١٦ص^2 - ٦٤ص = ١٩٩$ ①

① $٩(س^2 - ٢س) - ١٦(ص^2 + ٤ص) = ١٩٩$ ①

① $٩(س^2 - ٢س + ١) - ١٦(ص^2 + ٤ص + ٤) = ١٩٩ + ٩ - ٦٤$ ①

$٩(س-١)^2 - ١٦(ص+٢)^2 = ١٤٤$ ①

① $\frac{(س-١)^2}{١٦} - \frac{(ص+٢)^2}{٩} = 1$ ① ← قطع زائد سيني ①

إحداثيا المركز $(١، -٢)$ ① $ا^2 = ١٦$ ← $ا = ٤$ ، $ب^2 = ٩$ ← $ب = ٣$ ①

① $ج^2 = ا^2 + ب^2 = ١٦ + ٩ = ٢٥$ ← $ج = ٥$ ①

احداثيا الرأسين $(١ \pm ٤، -٢)$ ① ، إحداثيا البؤرتين $(١ \pm ٥، -٢)$ ①

(ج)

١٢

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤
رمز الإجابة الصحيحة	أ	ب	ج	د
الإجابة الصحيحة	٢π	$ص = ١$	$ص = -٢$	قطع ناقص

١٦١ ١٦١ ١٠٩

١٠٥ ثلاث علامات لكل فقرة

ب- ⑤

$س = ص^{\frac{1}{2}}$ ، $ص = ع^{2}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= \frac{1}{2} ع \times 2ع$

$= ع^{2}$

$ع = \sqrt{ص}$ ، $د ع = \frac{1}{2\sqrt{ص}} د ص$

$س = ١ \Leftarrow ع = ١$ ، $ص = ١$

$س = هـ \Leftarrow ع = هـ$ ، $ص = هـ^{2}$

$\int_{١}^{هـ} س لو_{هـ} س \, د س = \int_{١}^{هـ^{2}} لو_{هـ} ص \times \frac{د ص}{2\sqrt{ص}}$

$= \frac{1}{2} \int_{١}^{هـ^{2}} لو_{هـ} ص \, د ص$

$ع = لو_{هـ} ص$ ، $د ع = د ص$

$د ف = \frac{1}{ص} د ص$ ، $ص = هـ^{ع}$

$= ص لو_{هـ} ص \Big]_{١}^{هـ^{2}} - \int_{١}^{هـ^{2}} ١ \, د ص$

$= \frac{1}{2}(هـ^{2} \times 2 - ص)_{١}^{هـ^{2}} - (هـ^{2} - ١)$

$= \frac{1}{2}(2هـ^{2} - هـ^{2} + ١)$

$= \frac{1}{2}(هـ^{2} + ١)$

$= \frac{1}{2} هـ^{2} + \frac{1}{2}$.

شاجي
متعة التعليم الهادف

معكوس

س ١ حل آخر :

أ) $\int_{1}^{هـ} س \ لو_{هـ} س \ دس$

$= \int_{1}^{هـ} س^{2} لو_{هـ} س \ دس$

$ص = لو_{هـ} س \Leftarrow دص = \frac{1}{س} دس$

$س = هـ^{ص} \Leftarrow دس = هـ^{ص} دص$

$\int_{1}^{هـ} س لو_{هـ} س \ دس = [\frac{س^{2}}{2} لو_{هـ} س]_{1}^{هـ} - \int_{1}^{هـ} \frac{س^{2}}{2} \times \frac{1}{س} دس$

$= \frac{هـ^{2}}{2} لو_{هـ} هـ - \frac{1}{2} لو_{هـ} 1 - \int_{1}^{هـ} \frac{س}{2} دس$

$= \frac{هـ^{2}}{2} - 0 - [\frac{س^{2}}{4}]_{1}^{هـ}$

$= \frac{هـ^{2}}{2} - (\frac{هـ^{2}}{4} - \frac{1}{4})$

$= \frac{هـ^{2}}{2} - \frac{هـ^{2}}{4} + \frac{1}{4}$

$= \frac{هـ^{2}}{4} + \frac{1}{4}$

$= \frac{هـ^{2} + 1}{4}$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

س ل$_{هـ}$ ع س = $\frac{1}{2}$ ل$_{هـ}$ س ① معكوس

٦ ⑤ ④ ③ ② ①

ص = ل$_{هـ}$ س ① ⟵ س = هـ^{ص}

د ص = $\frac{1}{س}$ د س

د ع = س د ص = هـ^{ص} د ص ①

س = ١ ⟵ ص = ٠ ①

س = هـ ⟵ ص = ١ ①

= ∫$_{٠}^{١}$ ٢ هـ^{ص} × ص × هـ^{ص} د ص ①

= ∫$_{٠}^{١}$ ٢ ص هـ^{٢ص} د ص ①

هـ = ٢ ص ⟵ د هـ = ٢ د ص ①

د ص = $\frac{١}{٢}$ د هـ ①

= [ص $\frac{١}{٢}$ هـ^{٢ص}]$_{٠}^{١}$ − ∫$_{٠}^{١}$ $\frac{١}{٢}$ هـ^{٢ص} د ص ① ① على الصورة

= [$\frac{١}{٢}$ هـ^{٢ص} ص]$_{٠}^{١}$ − ∫$_{٠}^{١}$ $\frac{١}{٢}$ هـ^{٢ص} د ص ①

= $\frac{١}{٢}$ هـ^{٢} − ٠ − [$\frac{١}{٤}$ هـ^{٢ص}]$_{٠}^{١}$ ①

= $\frac{١}{٢}$ هـ^{٢} − ($\frac{١}{٤}$ هـ^{٢} − $\frac{١}{٤}$) ①

= $\frac{١}{٤}$ هـ^{٢} + $\frac{١}{٤}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س ٦ (ع) علامة

ب) حل آخر.

/١٧ $\int \frac{(س - ٣س^{-٢})^{٥}}{س^{١٨}}$ دس

$= \int \frac{(١ - \frac{١}{س^{٤}})^{٥} \times س^{١٥}}{س^{١٨}}$ دس ① ① ①

$= \int \frac{(١ - \frac{١}{س^{٤}})^{٥}}{س^{٣}}$ دس ①

$= \int (١ - \frac{١}{س^{٤}})^{٥} \times \frac{١}{س^{٣}}$ دس ①

ص $= ١ - \frac{١}{س^{٤}}$ ① $\Leftarrow$ دص $= \frac{٤}{س^{٥}}$ دس $\Leftarrow$ دس $= \frac{دص}{٤ س^{-٥}}$ ①

دس $= \frac{س^{٥}}{٤}$ دص ①

$= \int ص^{٥} \times \frac{١}{س^{٣}} \times \frac{س^{٥}}{٤}$ دص ①

$= \frac{١}{٤} \int ص^{٥}$ دص ①

$= \frac{١}{٤} \times \frac{ص^{٦}}{٦} + ج$ ①

$= \frac{١}{٢٤} (١ - \frac{١}{س^{٤}})^{٦} + ج$ ②

ملاحظة: إذا احتوى س عامل مشترك:

يُعامل بنفس توزيع العلامات.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ب) $\int \frac{(س^{\frac{1}{3}} - س)^{٥}}{س^{\frac{1}{٣}}} \, دس$ (٧ درجات)

$= \int \frac{(س^{\frac{1}{3}} - س)^{٥}}{٥ \times (\frac{1}{3}) س^{-\frac{2}{3}}} \, دس$

$= \int (\frac{س^{\frac{1}{3}} - س}{س^{\frac{1}{3}}})^{٥} \times \frac{1}{س^{\frac{1}{3}}} \, دس$

$= \int (1 - \frac{1}{س^{\frac{2}{3}}})^{٥} \times \frac{1}{س^{\frac{1}{3}}} \, دس$

$ص = 1 - \frac{1}{س^{\frac{2}{3}}} \Leftarrow دس = س^{\frac{1}{3}} \frac{دص}{\frac{2}{3}}$

$دس = \frac{3}{2} س^{\frac{1}{3}} دص$

$= \int ص^{٥} \times \frac{1}{س^{\frac{1}{3}}} \times \frac{3}{2} س^{\frac{1}{3}} دص$

$= \frac{3}{2} \int ص^{٥} دص$

$= \frac{3}{2} \times \frac{1}{6} ص^{٦} + ث$

$= \frac{1}{4} (1 - \frac{1}{س^{\frac{2}{3}}})^{٦} + ث$

متعلمي
متعة التعليم الهادف

ب) لـ: $ص^{٤} = لو_{هـ} س + لو_{هـ} ص^{٣}$ ①

$ص^{٤} = لو_{هـ} س + ٣ لو_{هـ} ص$ ①

$٢ س ص ص_{س} + \frac{١}{س} ص + \frac{٣}{ص} ص_{س} ص_{س}$ ①

$٢ س ص ص_{س} - \frac{٣}{ص} ص_{س} ص_{س} = \frac{١}{س}$ ①

$ص_{س} (٢ س ص - \frac{٣}{ص}) = \frac{١}{س}$ ①

$ص_{س} = \frac{\frac{١}{س}}{٢ س ص - \frac{٣}{ص}}$ ①

← على توحيد المقامات

$ص_{س} = \frac{ص}{س (٢ س ص^{٢} - ٣)}$ ①

منهاجي
منصة التعليم الهادف

س ١

(ب) ١٧

$ص = لو_{هـ}(س ص^{٣})$

$ص = لو_{هـ} س + لو_{هـ} ص^{٣}$

$ص = لو_{هـ} س + ٣ لو_{هـ} ص$

$٢ ص ص' = \frac{١}{س} + \frac{٣ ص'}{ص}$

$٢ ص ص' - \frac{٣ ص'}{ص} = \frac{١}{س}$ بالضرب في ص .

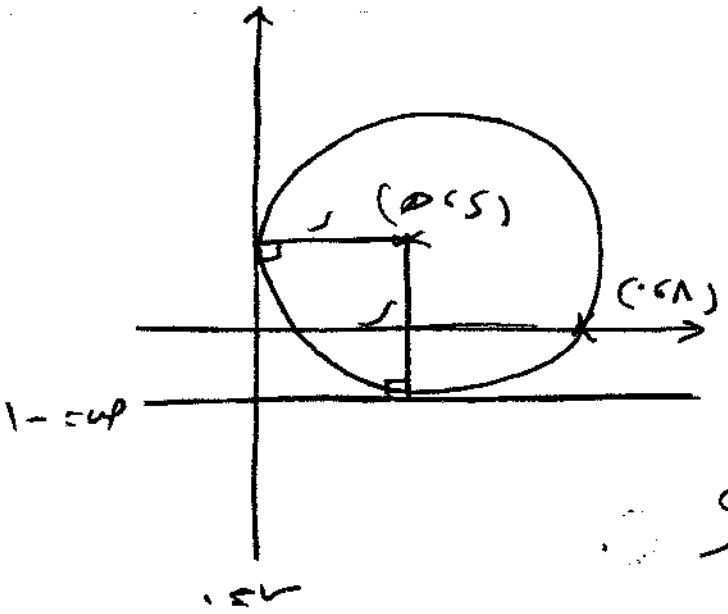
$٢ ص^{٢} ص' - ٣ ص' = \frac{ص}{س}$

$ص' (٢ ص^{٢} - ٣) = \frac{ص}{س}$

$ص' = \frac{\frac{ص}{س}}{٢ ص^{٢} - ٣}$

$ص' = \frac{ص}{س (٢ ص^{٢} - ٣)}$

منهجي
متعة التعليم الهادف



ق ١٤

$(س - ٥)^{٢} + (ص - ٥)^{٢} = ر^{٢}$ ①

$م(٥، ٥) = (ر، -١ + ر)$ ① ①

$(س - ر)^{٢} + (ص + ١ - ر)^{٢} = ر^{٢}$ ① ①

لكن $(٥، ٨)$ تحقق معادلة الدائرة

$(٨ - ر)^{٢} + (١ - ر)^{٢} = ر^{٢}$ ①

$٦٤ - ١٦ر + ر^{٢} + ١ - ٢ر + ر^{٢} = ر^{٢}$ ① ①

$ر^{٢} - ١٨ر + ٦٥ = ٠$ ①

$(ر - ٥)(ر - ١٣) = ٠$ ①

إما $ر = ٥$ ① أو $ر = ١٣$ ①

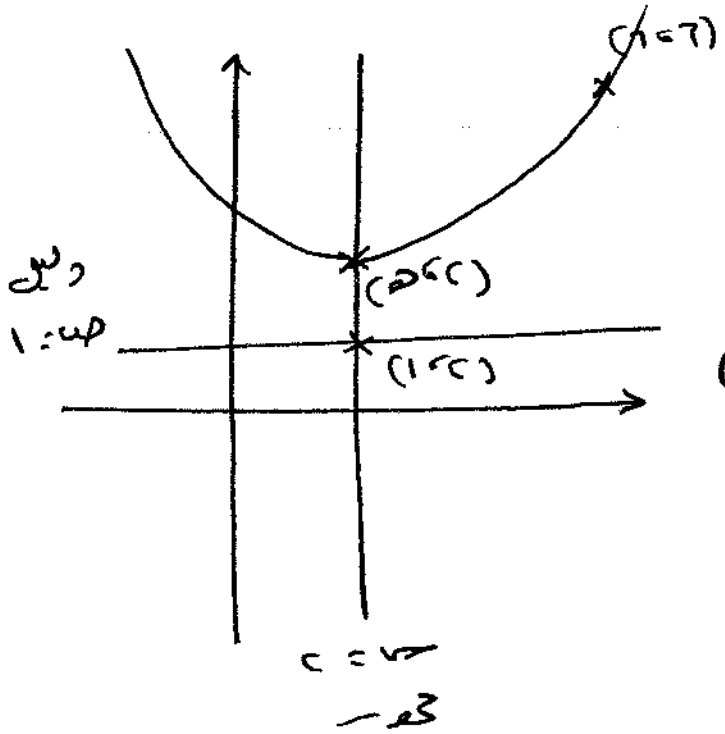
عندما $ر = ٥$ تكون معادلة الدائرة

$(س - ٥)^{٢} + (ص - ٤)^{٢} = ٢٥$ ①

عندما $ر = ١٣$ تكون معادلة الدائرة

$(س - ١٣)^{٢} + (ص - ١٥)^{٢} = ١٦٩$ ①

منهاجي
منصة التعليم الهادف



السؤال الرابع (١٤ درجة)

(أ) $(س - ٢)^{٢} = ٤ \times ٤ \times (ص - ٢)$ ①

ر (٢، ٢) ①

(ب) $(س - ٢)^{٢} = ٤ \times ٤ \times (ص - ٢)$ ①

بما أن (٦، ٦) تحقق المعادلة

$١٦ = ٤ \times ٤ \times (٦ - ٢)$ ①

$٤ = ٤ (٦ - ٢)$ ... (١) ①

بما أن $٤ = ٢ - ٢$ ... (٢) ①

بالتعويض في (١) ①

$٤ = (٢ - ١)(٦ - ٢)$ ①

$٤ = ٦ ٢ - ٢^{٢} - ٦ + ٢^{٢}$

$٢^{٢} - ٧ ٢ + ١٠ = ٠$ ①

$(٢ - ٥)(٢ - ٢) = ٠$ ①

$\therefore ٢ = ٢$ ① ، $٢ = ٥$ ①

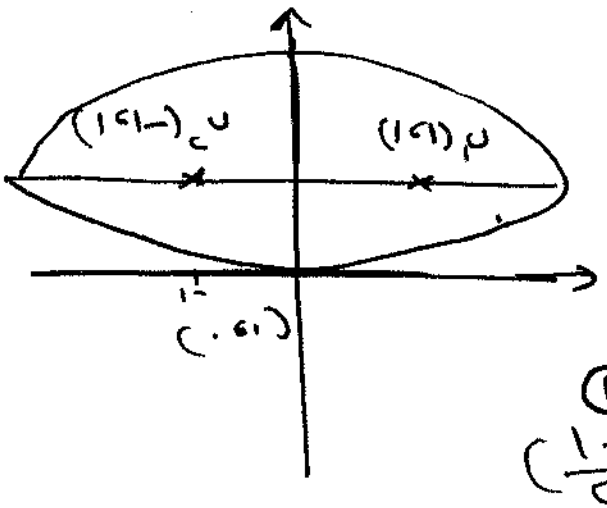
عندما $٢ = ٢ \Leftarrow ٤ = ١$

$\therefore (س - ٢)^{٢} = ٤(ص - ٢)$ ①

عندما $٢ = ٥ \Leftarrow ٤ = ٤$

$\therefore (س - ٢)^{٢} = ١٦(ص - ٥)$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف



ج٥

١٢ ج

ج) حل آخر

$$\frac{(س-ك)^2}{ا^2} + \frac{(ص-ل)^2}{ب^2} = ١$$ ①

$$م(ك، ل) = \left(\frac{ا+ا-}{2}، \frac{ب+ب-}{2}\right)$$ ① ①

$$م(ك، ل) = (٠، ٠)$$

$$\therefore ك = ٠ - ١ - = ٠ \Leftarrow$$ ① $$ا = ١$$ ①

$$\therefore ل = ٠ - ١ - = ٠ \Leftarrow$$ ① $$ب = ١$$ ①

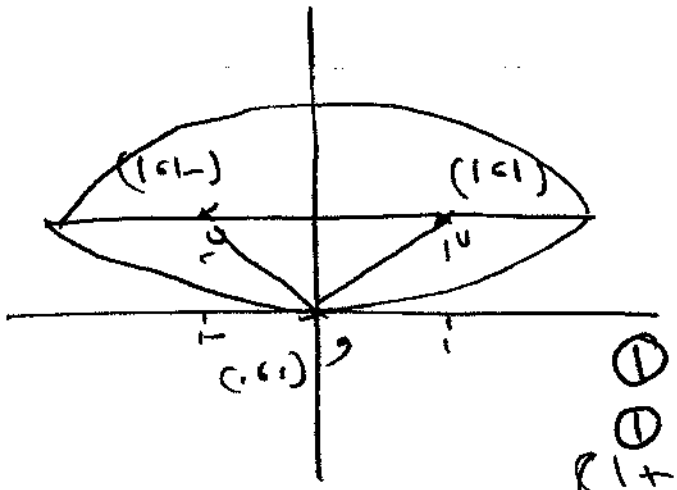
بالتعويض في العلاقة $ا^2 = ب^2 + ج^2$ ①

$$١ = ج^2 + ١ \Leftarrow ج = ٠ \Leftarrow ا = ب$$ ① $$ج = ٠$$

$$\therefore \frac{(س-٠)^2}{ج^2} + \frac{(ص-٠)^2}{١} = ١$$ ①

$$\frac{س^2}{ج^2} + (ص-٠)^2 = ١$$ ①

منهاجي
منصة التعليم الهادف



السؤال الخامس

أ) حل آخر.

$\frac{(س-٠)^{٢}}{ب^{٢}} + \frac{(ص-٠)^{٢}}{١^{٢}} = ١$ ①

م (بؤ) = $(\frac{١+-١}{٢}، \frac{١+١}{٢})$ ① ①

= (٠، ١)

$ب = ١$ ⇐ $١- = ٠ - ب$ ① $\boxed{ب = ١}$

ب) تعريف القطع الناقص نجد أن.

$ب^{٢} + و ل^{٢} = ب ج^{٢}$ ①

$ب ج = \sqrt{١+١} + \sqrt{١+١}$ ① ①

$ب ج = \sqrt{٢} + \sqrt{٢}$ ①

$ب ج = ٢\sqrt{٢}$ ⇐ $٤ = ٢ب$ ① $\sqrt{٢}$

بما أن $ج^{٢} = ب^{٢} - ا^{٢}$ ①

$ا^{٢} = ب^{٢} - ج^{٢}$ ⇐ $ا^{٢} = ١$ ①

∴ $\frac{(س-٠)^{٢}}{ج^{٢}} + \frac{(ص-١)^{٢}}{١} = ١$

$\frac{س^{٢}}{ج^{٢}} + \frac{(ص-١)^{٢}}{١} = ١$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ل) م) ا : حل ∫ س . لوس دس : لغير علامة .

تغيير أس س ، لغير علامة

تغيير هو هو السؤال : يصح من ٨

س٣) م) اذا طب ٣ ما حاك ، اشتاه صحيح :

لغير علاستيه .

س٤) ب) اذا اعتمد المعادلة :

(ص - هـ)^٢ = ٤ هـ (س - ك)

يصح من ١٠

اذا اعتمد المعادلة :

(س - ك)^٢ = - ٤ هـ (ص - هـ)

لغير علامتيه : تكمل معه

على صورة المعادلة .

س٥) م) اذا المنبره قطع ناقص صادق : يصح من ٨ ..

ب) اذا كتب المعادلة صحيح ،

وحكم عليه : قطع ناقص :

لغير : علامة . الحكم

علامة : الرأسية .

علامة : البؤرية .

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف