المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الصف الثامن - دليل المعلم

الفصل الدراسي الثاني

8

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

هبه ماهر التميمي
نور محمد حسان
إبراهيم أحمد عمايرة
محمد فؤاد عمارنة

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الدليل عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237
06-5376266
P.O.Box: 2088 Amman 11941
@nccdjor
feedback@nccd.gov.jo
www.nccd.gov.jo

قـررت وزارة التربيـة والتعليـم اسـتخدام هـذا الدليـل في مـدارس المملكـة الأردنيـة الهاشـمية جميعهـا، بنـاء عـلى قـرار المجلـس الأعـلى للمركـز الوطنـي لتطويـر المناهـج في جلسـته رقـم (2024/1)، تاريـخ 2024/2/6 م، وقـرار مجلـس التربيـة والتعليـم رقـم (2024/14) تاريـخ 2024/2/26 م بـدءًا مـن العـام الـدراسي 2023 / 2024 م.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 415 - 6

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2023/2/810)

373.19

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

دليل المعلم: الصف الثامن: الفصل الدراسي الثاني/ المركز الوطني لتطوير المناهج.- عمان: المركز، 2023

(263) ص.

ر.إ.: 2023/2/810

الواصفات: / الرياضيات/ / الأدلة/ / المعلمون/ / أساليب التدريس/ / التعليم الاعدادي/

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعبّر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

التحكيم التربوي: أ. د. خـالـد محـمـد أبو اللـوم

التصميم الجرافيكي: راكان محمد السعدي

التحرير اللغوي: محمد صالح شنيور

الطبعة الأولى (التجريبية)

1444 هـ / 2023 م

المقدمة

يســرُّ المركز الوطني لتطوير المناهج أنْ يُقدِّم للمُعلِّمين والمُعلِّمات دليل المُعلِّم للصف الثامن، آملًا أنْ يكون لهم مُرشِـدًا وداعمًا في تدريس الطلبة وتقويمهم، بما يُحقِّق الأهداف المنشودة من تدريس كتب الرياضيات المُطوَّرة.

يحتوي دليل المُعلِّم على جميع المصادر التي تَلزم المُعلِّم/ المُعلِّمة، بَدْءًا بالنسـخ المُصغَّرة من كتابي الطالب والتمارين، وانتهاءً بإجابات ما ورد فيهما من تدريبات ومسائل؛ ما يُغْني عن حمل هذين الكتابين إلى الغرفة الصفية. وكذلك يحتوي الدليل على جميع أوراق المصادر المشـار إليها في الدروس، ويُمكِن للمُعلِّم/ للمُعلِّمة تصوير نسخ منها للطلبة؛ ما يُوفِّر عليهما جُهْد إعداد هذه الأوراق. استُهِلَّ الدليل بالصفحات التي تحمل عنوان «أهلًا بك في مناهج الرياضيات المُطوَّرة »، وتعرض العناصر الرئيسة في كلٍّ من كتابي الطالب والتمارين ودليل المُعلِّم، وتُبيِّن النهج المُعتمَد في كلٍّ منها بطريقة مُبسَّطة؛ لذا يجدر بالمُعلِّم/ المُعلِّمة قراءة هذه الصفحات بِتَرَوٍّ وتدبُّرٍ قبل البَدْء باستعمال الدليل.

روعي في إعداد الدليل تقديم خطة واضحة لسير الدرس، بَدْءًا بمرحلة التمهيد، ومرورًا بمراحل الاستكشاف، والتدريس، والتدريب، والإثراء، وانتهاءً بمرحلة الختام، إلى جانب إرشـادات تسـاعد المُعلِّم/ المُعلِّمة على التخطيط الزمني للمهام في كل مرحلة، وتوظيف مختلف أدوات التدريس والتقويم التي يتضمَّنها المنهاج المُطوَّر، فضلًا عن الأخطاء المفاهيمة الشـائعة والإرشادات التي تساعد المُعلِّم/ المُعلِّمة على حول كيفية معالجتها.

يُقدِّم الدليل أيضًا مقترحات لتنويع التعليم تسـاعد المُعلِّم/ المُعلِّمة على التعامل مع الطلبة كافةً، على اختلاف مستوياتهم الدراسية وأنماط تعلُّمهم؛ انسجامًا مع الاتجاهات الحديثة في تعلُّم الرياضيات وتعليمها. ولأنَّ الموضوعات الرياضية بعضها مبني على بعض؛ فقد قدَّم الدليل نتاجات التعلُّم السابق ونتاجات التعلُّم اللاحق في بداية كل وحدة، فضلًا عن أدوات تشخيص ومعالجة مناسـبة، تسـاعد المُعلِّم/ المُعلِّمة على معالجة الضعف لدى الطلبة، وتهيئتهم للتعلُّـم الحالي. يضاف إلى ذلك أنَّ تعرُّف المُعلِّم/ المُعلِّمة جميع الموضوعات الرياضية التي سـوف يدرسها الطلبة في صفوف لاحقة (التعلُّم اللاحق) يُوفِّر له/ لها تصوُّرًا كافيًا عنها، ويجعل تخطيط الدروس أكثر دِقَّةً.

ونحـن إذ نُقدِّم هذا الدليل، فإنّا نُؤمِّل أنْ ينال إعجاب زملائنـا وزميلاتنا من المُعلِّمين والمُعلِّمات ويكون خير معين لهم/ لهنّ، ويجعل تعليم الرياضيات أكثر متعةً وسهولةً.

المركز الوطني لتطوير المناهج

قائمة المحتويات

قائمة المحتويات

أهلًا بك

في مناهج الرياضيات المطورة

عزيزي المُعلِّم/ عزيزتي المُعلِّمة، يسرُّنا في هذه المُقدِّمة أنْ نُبيِّن الأسس العلمية والتربوية التي قامت عليها مناهج الرياضيات المُطوَّرة بطريقة مُبسَّطة، وذلك بعرض بعض العناصر من كتاب الطالب، وكتاب التمارين، ودليل المُعلِّم، التي تتجلّى فيها تلك الجوانب العلمية والتربوية بوضوح. ونحن إذ نعرض هذه المُقدِّمة فإنّا نأمل أنْ تكون مُعينةً على فهم كيفية استعمال المناهج المُطوَّرة، وتوظيفها بصورة صحيحة داخل الغرفة الصفية، بما يُحقِّق الفائدة المنشودة منها.

تتناول المُقدِّمة الجوانب الآتية:

1. خطة الخطوات الست لتدريس الرياضيات.
2. أنواع التقويم، وأدواته.
   - التقويم القبلي.
   - التقويم التكويني.
   - التقويم الختامي.
3. بعض استراتيجيات التعلُّم:
   - التعلُّم القائم على المشاريع.
   - التعلُّم باستعمال التكنولوجيا.
   - الخطوات الأربع لحلِّ المسألة (خطة حلِّ المسألة).
   - التعلُّم بالاستكشاف.
4. مهارات التفكير العليا.
5. تعزيز لغة الرياضيات وإثراؤها.
6. الوصول إلى الطلبة كافةً.
7. مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي.
   - مصادر التعلُّم المُيسِّرة لتنفيذ خطة معالجة الفاقد التعليمي.
   - إجراءات معالجة الفاقد التعليمي في كل حصة صفية.

وفي نهاية هذه المُقدِّمة، توجد بعض استراتيجيات التدريس الشائعة؛ لتكون مرجعًا، ومُعينةً عند التخطيط لتقديم الدروس.

1 خطة الخطوات الست لتدريس الرياضيات:

يُقدِّم هذا الدليل خطة واضحة لسير الدرس، تحوي ست خطوات (مراحل)، هي: التهيئة، والاستكشاف، والتدريس، والتدريب، والإثراء، والختام. وتتضمَّن كل خطوة من هذه الخطوات مقترحات وإرشادات تساعد على تقديم الدرس بنجاح.

1 التهيئة

تهدف هذه المرحلة إلى تهيئة الطلبة لموضوع الدرس، ولكن دون ذكر لأيٍّ من أفكاره، وتوجد في هذا الدليل مقترحات تعين على تقديم التهيئة بنجاح في بند (التهيئة). قد يحوي هذا البند نشاطًا مبنيًّا على معرفة الطلبة السابقة؛ لذا يُمكِن أثناء هذه المرحلة رصد بعض الأخطاء المفاهيمية وتصحيحها قبل بَدْء الدرس.

2 الاستكشاف

تهدف هذه المرحلة إلى إثارة فضول الطلبة لموضوع الدرس، ولكن دون تقديم معلومات جاهزة لهم؛ إذ يتعيَّن عليك في هذه المرحلة أداء دور تيسير التعلُّم، وذلك بتوجيه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف) من كتاب الطالب، ومنحهم وقتًا كافيًا لدراستها والتفكير فيها، ثم الطلب إليهم الإجابة عن الأسئلة المقترحة في بند (الاستكشاف) من هذا الدليل. ليس شرطًا أنْ يتمكَّن الطلبة من الإجابة عن هذه الأسئلة بصورة صحيحة؛ لذا يتعيَّن عليك تقبُّل الإجابات، ثم النظر فيها لاحقًا بعد انتهاء الدرس، والتحقُّق من صحتها، علمًا بأنَّ تمارين بعض الدروس تُحيل الطلبة إلى المسألة في بند (أستكشف)؛ لحلِّها في نهاية الدرس.

3 التدريس

من المُتوقَّع أنْ تؤدي مرحلة (الاستكشاف) إلى حدوث حالة من عدم التوازن في المفاهيم لدى الطلبة، فتبدأ مرحلة (التعلُّم) في إعادة التوازن لديهم؛ للتمكُّن من تكوين خبرات مشتركة مُحدَّدة تساعد على إدراك المفاهيم، وإتقان العمليات والمهارات. تستغرق هذه المرحلة كثيرًا من وقت الدرس؛ فهي تشمل تقديم فقرات الشرح، وأمثلة الدرس جميعها؛ لذا يتعيَّن الاستعانة بالإرشادات الواردة في بند (التدريس) من هذا الدليل؛ للتمكُّن من تنفيذ هذه المرحلة المهمة بنجاح.

4 التدريب

في هذه المرحلة، يتدرَّب الطلبة على أنواع مختلفة من المسائل المجرَّدة والمسائل الحياتية في بند (أتدرَّب وأحُلُّ المسائل) وبند (مهارات التفكير العليا) داخل الغرفة الصفية؛ لترسيخ المفاهيم الجديدة، وزيادة الطلاقة الإجرائية لديهم. قد يُكمِل الطلبة هذه المرحلة في المنزل، وكذلك التدريبات والمسائل الواردة في الصفحة المُقابِلة للدرس في كتاب التمارين.

5 الإثراء

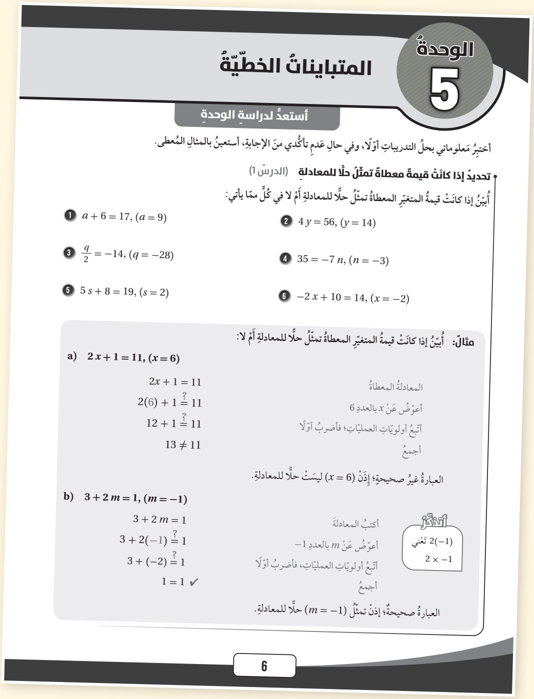
تُعَدُّ توسعة المفاهيم والعمليات والمهارات الهدف الأساس لهذه المرحلة، ويتمثَّل ذلك في إشراك الطلبة في مهام تتضمَّن مفاهيم وعمليات أوسع وأكثر عمقًا. تُوفِّر مناهج الرياضيات المُطوَّرة مصادر عِدَّة لإثراء الطلبة ذوي المستوى فوق المُتوسِّط، منها بند الإثراء في هذا الدليل، الذي يحوي مسألةً، أو نشاطًا صفيًّا، أو نشاطًا حاسوبيًّا، إضافةً إلى مشروع الوحدة الذي يثري معرفة الطلبة بموضوعات الوحدة.

6 الختام

هي المرحلة الأخيرة من مراحل تقديم الدرس، وتهدف إلى تجميع الأفكار المختلفة التي تضمَّنها الدرس، ثم عرضها بصورة مترابطة، فضلًا عن اشتمالها على مقترحات تساعد على تقديم هذه المرحلة بنجاح.

2 أنواع التقويم وأدواته:

التقويم جزء لا يتجزَّأ من عملية التعلُّم؛ فهو يُواكِب جميع خطواتها، ويضمن استمرارها وصولًا إلى تحقيق الهدف. يُعرَّف التقويم بأنَّه عملية تُستعمَل فيها معلومات من مصادر مُتعدِّدة للوصول إلى حكم عن تحصيل الطلبة الدراسي. وقد أبرزت مناهج الرياضيات المُطوَّرة ثلاثة أنواع مختلفة من التقويم، هي: **التقويم القبلي، والتقويم التكويني، والتقويم الختامي**.



الوحدةُ 5

المتبايناتُ الخطّيّةُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

أختبِرُ مَعلوماتي بحلِّ التدريباتِ أوّلًا، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

تحديدُ إذا كانَتْ قيمةٌ معطاةٌ تمثّلُ حلًّا للمعادلةِ (الدرسُ 1)

أُبيّنُ إذا كانَتْ قيمةُ المتغيّرِ المعطاةُ تمثّلُ حلًّا للمعادلةِ أَمْ لا في كُلٍّ ممّا يأتي:

❶ $a + 6 = 17, (a = 9)$

❷ $4y = 56, (y = 14)$

❸ $\frac{q}{2} = -14, (q = -28)$

❹ $35 = -7n, (n = -3)$

❺ $5s + 8 = 19, (s = 2)$

❻ $-2x + 10 = 14, (x = -2)$

مثالٌ: أُبيّنُ إذا كانَتْ قيمةُ المتغيّرِ المعطاةُ تمثّلُ حلًّا للمعادلةِ أَمْ لا:

a) $2x + 1 = 11, (x = 6)$

$2x + 1 = 11$ المعادلةُ المعطاةُ

$2(6) + 1 \overset{?}{=} 11$ أعوّضُ عَنْ x بالعددِ 6

$12 + 1 \overset{?}{=} 11$ أتّبعُ أولويّاتِ العمليّاتِ؛ فأضربُ أوّلًا

$13 \neq 11$ أجمعُ

العبارةُ غيرُ صحيحةٍ؛ إِذَنْ $(x = 6)$ ليسَتْ حلًّا للمعادلةِ.

b) $3 + 2m = 1, (m = -1)$

$3 + 2m = 1$ أكتبُ المعادلةَ

$3 + 2(-1) \overset{?}{=} 1$ أعوّضُ عَنْ m بالعددِ -1

$3 + (-2) \overset{?}{=} 1$ أتّبعُ أولويّاتِ العمليّاتِ، فأضربُ أوّلًا

$1 = 1$ ✓ أجمعُ

أتذكّرُ: $2(-1)$ تَعْني 2×-1

العبارةُ صحيحةٌ؛ إذنْ تمثّلُ $(m = -1)$ حلًّا للمعادلةِ.

6

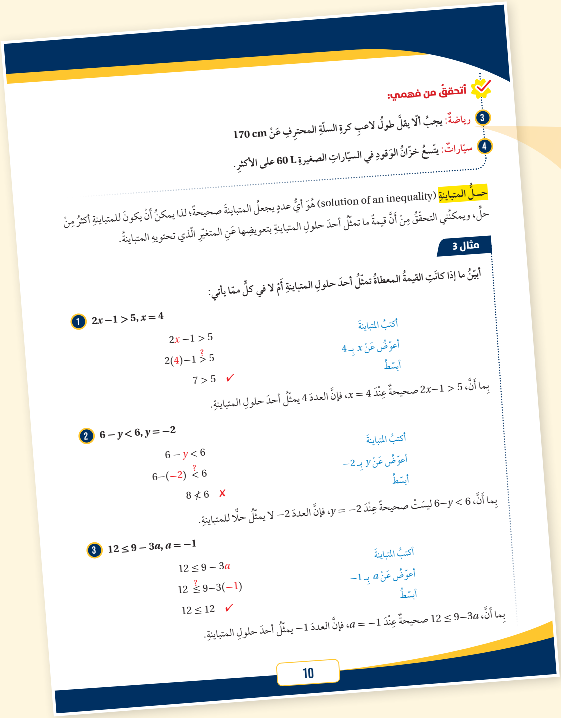
أ التقويم القبلي:

يهدف هذا النوع من التقويم إلى تحديد مدى امتلاك الطلبة المعرفةَ السابقة اللازمة لدراسة الموضوع الجديد؛ ما يساعد على تحديد ما يَلزم الطلبة من معالجات تتمثَّل في مصادر التعلُّم الإضافية. تحتوي مناهج الرياضيات المُطوَّرة على أداة تقويم قبلي في بداية كل وحدة، وهي موجودة في كتاب التمارين بعنوان (أستعد لدراسة الوحدة).

ب التقويم التكويني:

يحدث هذا النوع من التقويم أثناء عملية التدريس، ويهدف إلى متابعة تعلُّم الطلبة أوَّلًا بأوَّل، والتأكُّد أنَّ العملية التعليمية التعلُّمية تسير في اتجاه تحقيق أهدافها المنشودة، وأنَّه لا يوجد انحراف عن مسارها؛ ما يساعد على اتخاذ القرارات الصحيحة، مثل: الاستمرار في عملية التدريس، أو التعديل عليها، أو النظر فيها من جديد. أمّا أبرز أدوات التقويم التكويني فهي: الأسئلة الشفوية، والملاحظات غير الرسمية، والاختبارات القصيرة.

تحتوي مناهج الرياضيات المُطوَّرة على أدوات للتقويم التكويني في كل درس، تتمثَّل في مسائل بند (أتحقَّق من فهمي) التي تلي كل مثال.



أتحقّقُ من فهمي:

3 رياضةٌ: يجبُ ألّا يقلَّ طولُ لاعبِ كرةِ السلّةِ المحترِفِ عَنْ 170 cm

4 سيّاراتٌ: يتّسعُ خزّانُ الوَقودِ في السيّاراتِ الصغيرةِ 60 L على الأكثرِ.

حَــلُّ المتباينةِ (solution of an inequality) هُوَ أيُّ عددٍ يجعلُ المتباينةَ صحيحةً؛ لذا يمكنُ أنْ يكونَ للمتباينةِ أكثرُ مِنْ حلٍّ، ويمكنُني التحقّقُ مِنْ أنَّ قيمةً ما تمثّلُ أحدَ حلولِ المتباينةِ بتعويضِها عَنِ المتغيّرِ الّذي تحتويهِ المتباينةُ.

مثال 3

أبيّنُ ما إذا كانَتِ القيمةُ المعطاةُ تمثّلُ أحدَ حلولِ المتباينةِ أَمْ لا في كلٍّ ممّا يأتي:

1 $2x - 1 > 5, x = 4$

$2x - 1 > 5$ أكتبُ المتباينةَ

$2(4) - 1 \overset{?}{>} 5$ أعوّضُ عَنْ x بـ 4

$7 > 5$ ✓ أبسّطُ

بِما أنَّ $2x-1 > 5$ صحيحةٌ عِنْدَ $x = 4$، فإنَّ العددَ 4 يمثّلُ أحدَ حلولِ المتباينةِ.

2 $6 - y < 6, y = -2$

$6 - y < 6$ أكتبُ المتباينةَ

$6-(-2) \overset{?}{<} 6$ أعوّضُ عَنْ y بـ -2

$8 \nless 6$ ✗ أبسّطُ

بِما أنَّ $6-y < 6$ ليسَتْ صحيحةً عِنْدَ $y = -2$، فإنَّ العددَ -2 لا يمثّلُ حلًّا للمتباينةِ.

3 $12 \le 9 - 3a, a = -1$

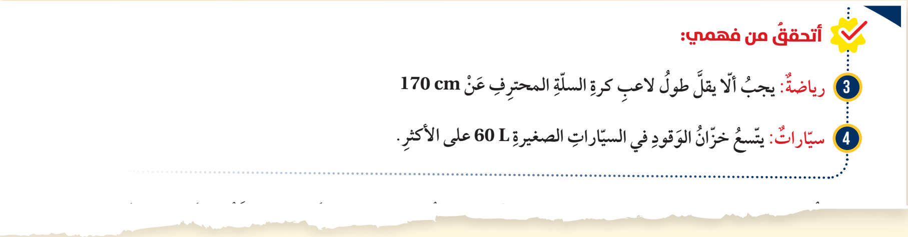
$12 \le 9 - 3a$ أكتبُ المتباينةَ

$12 \overset{?}{\le} 9-3(-1)$ أعوّضُ عَنْ a بـ -1

$12 \le 12$ ✓ أبسّطُ

بِما أنَّ $12 \le 9-3a$ صحيحةٌ عِنْدَ $a = -1$، فإنَّ العددَ -1 يمثّلُ أحدَ حلولِ المتباينةِ.

10



أتحقّقُ من فهمي:

3 رياضةٌ: يجبُ ألّا يقلَّ طولُ لاعبِ كرةِ السلّةِ المحترِفِ عَنْ 170 cm

4 سيّاراتٌ: يتّسعُ خزّانُ الوَقودِ في السيّاراتِ الصغيرةِ 60 L على الأكثرِ.

ج التقويم الختامي:

يأتي هذا التقويم في نهاية عملية التدريس، أو في نهاية الوحدة الدراسية. وهو يساعد على تحديد مدى إتقان الطلبة للمفاهيم والمهارات التي قُدِّمت لهم.

تُوفِّر المناهج المُطوَّرة أداة للتقويم الختامي في كل وحدة، تتمثَّل في بند (اختبار نهاية الوحدة) الذي يحوي مسائل مُتنوِّعة تشمل نتاجات الوحدة كلها.

اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

① المتباينةُ الّتي تمثّلُ الجملةَ (مِثْلا x مضافًا إليهِ 4 أقلُّ مِنْ 7) هِيَ:

a) $2(x+4) < 7$ b) $2x+4 > 7$

c) $2x+4 < 7$ d) $2x+4 \le 7$

② التمثيلُ البيانيُّ الآتي يمثّلُ حلَّ المتباينةِ:

a) $x > 6$ b) $x < 6$

c) $x \le 6$ d) $x \ge 6$

③ أيُّ الأعدادِ الآتيةِ يعدُّ أحدَ حلولِ المتباينةِ $15 - 6y \le 9$ ؟

a) -1 b) 1

c) 0 d) -2

④ حلُّ المتباينةِ $(-\frac{3}{4} < 6y)$ هُوَ:

a) $y < -\frac{1}{8}$ b) $y > -\frac{1}{8}$

c) $y > -\frac{9}{2}$ d) $y > -\frac{2}{9}$

⑤ المتباينةُ $\left(-\frac{1}{2}y \ge -\frac{3}{2}\right)$ تكافِئُ:

a) $y \le \frac{3}{4}$ b) $y \le \frac{4}{3}$

c) $y \le -3$ d) $y \le 3$

⑥ حلُّ المتباينةِ $5n-12 > 2(n+9)$ هُوَ:

a) $n > 6$ b) $n > 3$

c) $n > 10$ d) $n < 10$

⑦ حلُّ المتباينةِ $12 < 18 - 2x$ هُوَ:

a) $x < 6$ b) $x < 15$

c) $x > 3$ d) $x < 3$

أكتبُ متباينةً تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي، ثُمَّ أحلُّها:

⑧ عددٌ ما مطروحٌ منهُ 15 أقلُّ مِنْ 7

⑨ جمعُ اثنينِ إلى ناتجِ قسمةِ عددٍ على 6– يُساوي 8 على الأكثرِ.

⑩ مجموعُ عددٍ وَ9 أقلُّ مِنْ 1–

⑪ خُمسُ عددٍ أقلُّ مِنْ 10

⑫ أربعةُ أمثالِ عددٍ مضافًا إلى 8 أقلُّ مِنْ 20

⑬ خمسةُ أمثالِ مجموعِ عددٍ مَعَ 6 أكبرُ مِنْ 20

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

⑭ $x-5 < 6$ ⑮ $3x > 21$

⑯ $x+4 \le 7$ ⑰ $t+5 > 3$

⑱ $p+12 \ge 2$ ⑲ $2x-3 < 7$

⑳ $\frac{x}{2}+4 > 5$ ㉑ $\frac{y}{5}+6 \le 3$

㉒ $6 \ge 9-x$ ㉓ $10-2x \le 3$

36

3 بعض استراتيجيات التعلُّم:

أ التعلُّم القائم على المشاريع.

يُعَدُّ التعلُّم القائم على المشاريع أحد أساليب التعلُّم الحديثة التي تجمع بين المعرفة والتطبيق؛ إذ يُمكِن للطلبة دراسة معارف المناهج الدراسية الأساسية، ثم تطبيقها في حلِّ مشكلات حقيقية، وصولًا إلى نتائج قابلة للتطبيق. تساعد هذه الطريقة الطلبة على تنمية قدراتهم ومهاراتهم؛ فهي تراعي الفروق الفردية بينهم، وتُنمّي لديهم الثقة بالنفس، وتُحفِّزهم على الإبداع، والتواصل، والابتكار، وتحمُّل المسؤولية، وتُعِدُّهم للحياة، وتحثُّهم على العمل والإنتاج.

مشروعُ الوحدةِ: الأشجارُ سريعةُ النّمُوِّ

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ لكتابةِ معادلاتٍ خطّيّةٍ تمثّلُ نُمُوَّ أشجارٍ سريعةِ النّمُوِّ، وتكوينِ أنظمةِ معادلاتٍ مِنْها، وحلِّها.

خُطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أبحثُ في شبكةِ الإنترنتْ عَنْ 4 أشجارٍ سريعةِ النّمُوِّ وأجدُ معدّلَ نُمُوِّ كلٍّ مِنْها، مَعَ ضرورةِ الانتباهِ لتوحيدِ وَحداتِ الزّمنِ، ووَحداتِ الطولِ للأشجارِ جميعِها.
2. أكتبُ أربعَ معادلاتٍ خطّيّةٍ لأطوالِ الأشجارِ الأربعِ بالنسبةِ للزمنِ معتمدًا على معدّلِ النّمُوِّ وَفقَ الشروطِ الآتيةِ:
   - أفترضُ طولًا أوّليًّا للشجرتَينِ ذواتَيْ معدّلِ النّمُوِّ الأقلِّ على أنْ يكونَ أكثرَ مِنْ 2 m
   - أفترضُ طولًا أوّليًّا للشجرتَينِ ذواتَيْ معدّلِ النّمُوِّ الأعلى على أنْ يكونَ أقلَّ مِنْ 1 m
4. أجدُ مَتى يصبحُ طولُ الشجرتَينِ في كلِّ نظامِ معادلاتٍ كوَّنْتُهُ في الخطوةِ (2) متساويًا، وذلكَ بحلِّ النظامِ بيانيًّا وجبريًّا باستعمالِ طريقتَي التعويضِ والحذفِ، وأبرّر إجابتي.
5. أستعملُ برمجيةَ جيوجيبرا لحلِّ أنظمةِ المعادلاتِ الخطّيّةِ والتحقّقِ مِنْ صحّةِ الحلِّ.
6. أُعِدُّ مطويةً مِنْ 4 صفحاتٍ، أُدرجُ في كلِّ صفحةٍ مِنْها صورةً لإحدى الأشجارِ الأربعِ ومعلوماتٍ عَنْها.

عرضُ النتائجِ:

- أعرضُ المطويةَ أمامَ طلبةِ صفّي، مَعَ توضيحِ المعادلاتِ الّتي كوّنْتُها لأطوالِ الأشجارِ.
- أطلبُ إلى زُملائي / زميلاتي في المجموعاتِ الأُخرى حلَّ أنظمةِ المعادلاتِ الّتي كوّنْتُها، ثُمَّ أعرضُ لَهُمُ الحلَّ الجبريَّ والبيانيَّ.

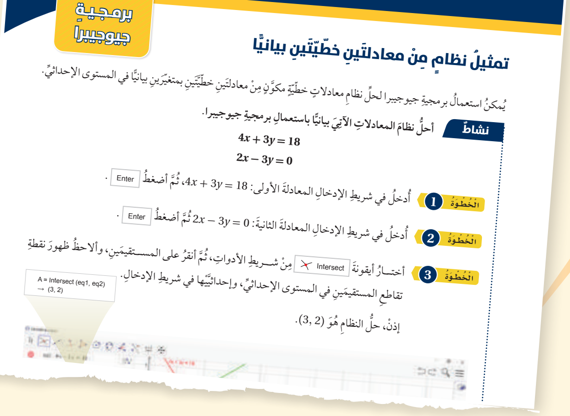
ب التعلُّم باستعمال التكنولوجيا.

تُسهِم التكنولوجيا إسهامًا فاعلًا في تعلُّم الرياضيات؛ فهي تُوفِّر تمثيلات بصرية للمفاهيم الرياضية بصورة تفاعلية تزيد من رغبة الطلبة في التعلُّم، وتساعد على استكشاف المفاهيم الجديدة. إنَّ توافر الأدوات التكنولوجية يساعد الطلبة على التأمُّل والتحليل والتفكير بدلًا من إضاعة أوقاتهم في إجراء الحسابات الرتيبة.

تمنح أدلة المُعلِّم في مناهج الرياضيات المُطوَّرة فرصة توظيف عدد من البرمجيات التعليمية في تدريس الطلبة؛ سواء أكان ذلك في المدرسة، أم في المنزل.

نشاط التكنولوجيا

أحفّز الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها، إذ يجيب الطلبة عن أسئلة تتعلق بتمثيل نظام المعادلات الخطية بيانيًّا، ويتلقّون التغذية الراجعة المباشرة.



معملُ برمجيةِ جيوجيبرا

تمثيلُ نظامٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بيانيًّا

يُمكنُ استعمالُ برمجيةِ جيوجيبرا لحلِّ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ مكوَّنٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بمتغيّرَينِ بيانيًّا في المستوى الإحداثيِّ.

نشاطٌ **أحلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتِيَ بيانيًّا باستعمالِ برمجيةِ جيوجيبرا.**

$$4x + 3y = 18$$
$$2x - 3y = 0$$

الْخُطْوَةُ 1 أُدخلُ في شريطِ الإدخالِ المعادلةَ الأولى: $4x + 3y = 18$، ثُمَّ أضغطُ Enter .

الْخُطْوَةُ 2 أُدخلُ في شريطِ الإدخالِ المعادلةَ الثانيةَ: $2x - 3y = 0$ ثُمَّ أضغطُ Enter .

الْخُطْوَةُ 3 أختارُ أيقونةَ Intersect مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثُمَّ أنقرُ على المستقيمَينِ، وألاحظُ ظهورَ نقطةِ تقاطعِ المستقيمَينِ في المستوى الإحداثيِّ، وإحداثيَّيها في شريطِ الإدخالِ.

A = Intersect (eq1, eq2)
→ (3, 2)

إذنْ، حلُّ النظامِ هُوَ (3, 2).

ج التعلُّم بالاستكشاف.

التعلُّم بالاستكشاف نموذج تعليمي يعمل فيه الطلبة على معالجة المعلومات، وتركيبها، وتحويلها، وصولًا إلى معلومات جديدة باستعمال نشاط مفاهيمي يتضمَّن عمليات الاستقراء، أو الاستنباط، أو أيِّ طريقة أُخرى. يمتاز هذا النوع من التعلُّم بتحفيز الطلبة، وإثارة حماسهم، وزيادة دافعيتهم إلى التعلُّم، بما يُوفِّره لهم من تشويق أثناء اكتشافهم المعلومات باستعمال الأدوات التكنولوجية، أو المحسوسات، أو غير ذلك.

تمنح مناهج الرياضيات المُطوَّرة الطلبة فرصة لتطبيق هذا النموذج؛ فهي تحوي أنشطة مفاهيمية خاصة تسبق بعض الدروس.

الوحدةُ 8

يمكنُ إكمالُ الرّسمِ المتساوي لشكلٍ ثلاثيِّ الأبعادِ إذا علمْتُ مستوى تماثلِ الشكلِ وأحدَ النصفَينِ المتطابقَينِ حولَهُ.

مثال 4

أكملُ رسمَ المجسّمِ في الشكلِ المجاورِ، علمًا بأنَّ المستوى المظلَّلَ مستوى تماثلٍ.

بِما أنَّهُ توجدُ 4 مكعباتٍ في الشكلِ، فهذا يَعني أنَّهُ يجبُ إضافةُ 4 مكعباتٍ أُخرى على الجهةِ الأُخرى مِنْ مستوى التناظرِ.

أتحققُ من فهمي:

أكملُ رسمَ المجسّمِ في الشكلِ المجاورِ، علمًا بأنَّ المستوى المظلَّلَ مستوى تماثلٍ.

ملحوظةٌ: أستعملُ الورقَ المنقَّطَ متساويَ القياسِ الموجودَ في كتابِ التمارينِ.

نشاطٌ هندسيٌّ

المجسّماتُ الدّوَرانيةُ

الإجراءاتُ:

الْخُطْوَةُ 1 أرسمُ مستطيلًا على ورقةٍ مقوّاةٍ، ثُمَّ أقصُّهُ.

الْخُطْوَةُ 2 أستعملُ شريطًا لاصقًا لتثبيتِ المستطيلِ على ماصَّةٍ.

الْخُطْوَةُ 3 أدوّرُ نهايةَ الماصّةِ بَيْنَ يَدَيَّ، وأراقبُ النتيجةَ.

أحلّلُ النتائجَ:

ما المجسّمُ الناتجُ مِنْ دَوَرانِ المستطيلِ حولَ الماصّةِ؟

127

4 مهارات التفكير العليا:

تهدف **مهارات التفكير العليا** إلى تحدّي قدرات الطلبة في مجال التفسير، والتحليل، ومعالجة المعلومات؛ لذا، فهي تُنمّي قدراتهم على التأمُّل، والتفكير، والاستقصاء، واكتشاف العلاقات.

تمنح مناهج الرياضيات المُطوَّرة الطلبة فرصة لتطوير مهارات التفكير العليا في كل درس، بطرحها مسائل مرتبطة بنتاجات الدرس؛ إذ يحوي بند (مهارات التفكير العليا) عددًا من المسائل ضمن العناوين الآتية:

تبرير: يتطلَّب حلُّ هذه المسائل تبرير خطوات الحلِّ جميعها.

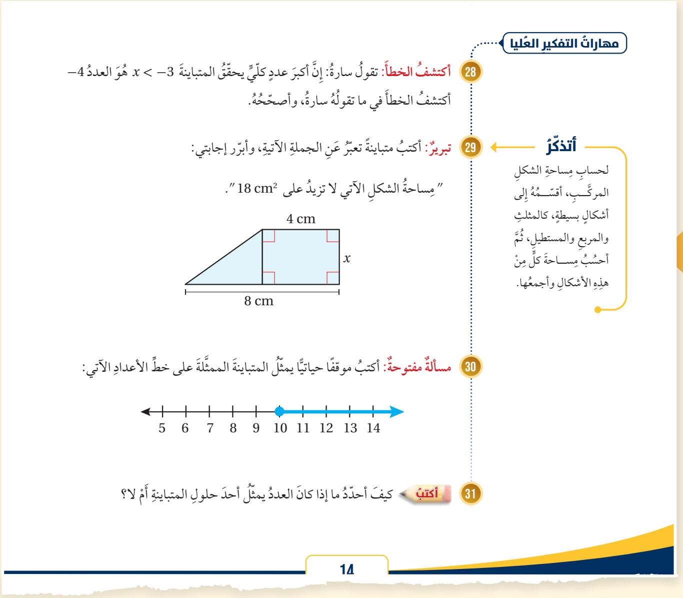
تحدٍّ: تتضمَّن هذه المسائل أفكارًا غير مألوفة تُمثِّل تحدِّيًا للطلبة.

مسألة مفتوحة: يوجد لهذه المسألة عدد من الحلول الصحيحة، وليس حلًّا واحدًا فقط.

أكتشف الخطأ: يتعيَّن على الطلبة في هذا النوع من المسائل تحديد الخطأ في إجابة معطاة؛ ما يُحتِّم عليهم إدراك مفاهيم الدرس بصورة عميقة.

أيُّها مختلف: يتعيَّن على الطلبة في هذا النوع من المسائل تحليل عدد من الخيارات المعطاة، ثم تحديد خيار واحد فقط مختلف عن البقية.

ما السؤال: يُعطى الطلبة في هذا النوع من المسائل إجابة لمسألة ما، ثم يُطلَب إليهم كتابة هذه المسألة.



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

28 **أكتشفُ الخطأَ**: تقولُ سارةُ: إنَّ أكبرَ عددٍ كلّيٍّ يحقّقُ المتباينةَ $x < -3$ هُوَ العددُ -4
أكتشفُ الخطأَ في ما تقولُهُ سارةُ، وأصحّحُهُ.

29 **تبريرٌ**: أكتبُ متباينةً تعبّرُ عَنِ الجملةِ الآتيةِ، وأبرّر إجابتي:

"مِساحةُ الشكلِ الآتي لا تزيدُ على $18\ cm^2$".

أتذكّرُ

لحسابِ مِساحةِ الشكلِ المركَّبِ، أقسّمُهُ إلى أشكالٍ بسيطةٍ، كالمثلثِ والمربعِ والمستطيلِ، ثُمَّ أحسُبُ مِساحةَ كلٍّ مِنْ هذِهِ الأشكالِ وأجمعُها.

30 **مسألةٌ مفتوحةٌ**: أكتبُ موقفًا حياتيًّا يمثّلُ المتباينةَ الممثَّلةَ على خطِّ الأعدادِ الآتي:

31 **أكتبُ** كيفَ أحدّدُ ما إذا كانَ العددُ يمثّلُ أحدَ حلولِ المتباينةِ أَمْ لا؟

14

5 تعزيز لغة الرياضيات وإثراؤها:

تُعَدُّ المصطلحات إحدى ركائز تعلُّم الرياضيات؛ فهي الوعاء الذي يحمل المعاني الرياضية، وينقلها بين المسائل والسياقات المختلفة. ولهذا أبرزت مناهج الرياضيات المُطوَّرة المصطلحات الرياضية التي يتعرَّفها الطلبة أوَّل مرَّة، وميَّزتها بلون مختلف داخل نصوص الشرح، وأوردت مرادفاتها من اللغة الإنجليزية بهدف إثراء معرفة الطلبة.

الدرسُ 1 كتابةُ المتبايناتِ وتمثيلُها

فكرةُ الدرسِ

أتعرّفُ المتباينةَ، وأمثّلُها على خطِّ الأعدادِ.

المصطلحاتُ

المتباينةُ، حلُّ المتباينةِ

أستكشفُ

ترصدُ كاميرا سرعةَ السيّاراتِ في أحدِ الشوارعِ، ومَنْ تزيدُ سرعتُهُ على 90 km/h يعاقَبُ بمخالفةٍ مروريةٍ، ما الجملةُ الرياضيةُ الّتي تعبّرُ عَنِ الحدِّ الأقصى للسرعةِ المسموحِ بها في هذا الشارعِ؟

المتباينةُ (inequality) جملةٌ رياضيةٌ تقارنُ بَيْنَ مقدارَيْنِ، وتشملُ أحدَ الرّموزِ ≥, ≤, >, <

رموزُ المتبايناتِ				
≥	≤	>	<	الرمزُ
• أكبرُ مِنْ أَوْ يُساوي • أكثرُ مِنْ أَوْ يُساوي • على الأقلِّ • لا يقلُّ عَنْ	• أصغرُ مِنْ أَوْ يُساوي • أقلُّ مِنْ أَوْ يُساوي • على الأكثرِ • لا يزيدُ على	• أكبرُ مِنْ • يزيدُ على • أكثرُ مِنْ	• أصغرُ مِنْ • يقلُّ عَنْ • أقلُّ مِنْ	بالكلماتِ

مثال 1

أكتبُ متباينةً تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي:

1 عددٌ أصغرُ مِنْ 15

المتغيرُ: لِيَكنْ a يمثّلُ العددَ.

المتباينةُ: $a < 15$

2 عددٌ مطروحٌ مِنْهُ 4 أكبرُ مِنْ 120

المتغيرُ: لِيَكنْ h يمثّلُ العددَ.

المتباينةُ: $h - 4 > 120$

3 كُتلتي أقلُّ مِنْ أَوْ تُساوي 48 kg

المتغيرُ: لِيَكنْ w يمثّلُ كُتلتي.

المتباينةُ: $w \leq 48$

4 عددُ طلبةِ صفّي لا يقلُّ عَنْ 20

المتغيرُ: لِيَكنْ n يمثّلُ عددَ طلبةِ صفّي.

المتباينةُ: $n \geq 20$

8

المتباينةُ (inequality) جملةٌ

6 الوصول إلى الطلبة كافةً:

تراعي مناهج الرياضيات المُطوَّرة تكافُؤ الفرص بين الطلبة، وخصوصية كلٍّ منهم (التمايز)، وتساعد على تجاوز العثرات، وتعزيز مناحي التفوُّق لديهم.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط صعوبة في تمثيل المتباينات التي نقطة البداية فيها تمثّل كسرًا أو عددًا كسريًّا أو كسرًا عشريًّا؛ ولعلاج ذلك أراجع الطلبة في تمثيل الأعداد النسبية على خطّ الأعداد.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط صعوبة في تمثيل المتباينات التي نقطة البداية فيها تمثّل كسرًا أو عددًا كسريًّا أو كسرًا عشريًّا؛ ولعلاج ذلك أراجع الطلبة في تمثيل الأعداد النسبية على خطّ الأعداد.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسألتين 21 و 22.
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ **إرشاد:** في السؤال 22 (**أكتشف الخطأ**)، أذكّر الطلبة بأنّه عند استعمال خاصّيّة الجمع للمتباينات، يجب إضافة العدد نفسه إلى كِلا طرفَي المتباينة.

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:

مثلث أطوال أضلاعه a, b, c، أبيّن إمكانية رسم هذا المثلث في كلّ من الحالات الآتية:

أتحقّقُ من فهمي:

سيّاراتٌ: تريدُ مَلَكُ شراءَ سيّارةٍ لا يقلُّ ثمنُها عَنْ JD 15000، وقدْ وفّرَتْ JD 13500. أكتبُ متباينةً وأحلُّها، لأجدَ المبلغَ المتبقّيَ عليها لشراءِ السيّارةِ.

$x + 13500 \geq 15000$

$x + 13500 - 13500 \geq 15000 - 13500$

$x \geq 1500$

أتدرب وأحل المسائل

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

(1–6) أنظر الهامش.

1 $v - 6 < -3$

2 $y - 11 \geq 0$

3 $h - 7.8 > -2.8$

4 $0 \leq n - 8$

5 $k - 4 \geq -5$

6 $s - \frac{2}{3} < 4$

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

(7–12) أنظر ملحق الإجابات.

7 $y + 5 < 11$

8 $-1 \geq 3 + b$

9 $8.1 < y + 6.1$

10 $2.4 \leq 6.4 + n$

11 $-8 \leq 8 + x$

12 $1\frac{1}{4} + w > 3$

أكتبُ المتباينةَ الّتي تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي، ثُمَّ أحلُّها:

13 عددٌ مضافٌ إليهِ 7 أكبرُ مِنْ 20 $b + 7 > 20, b > 13$

14 عددٌ مطروحٌ مِنْهُ 9 أكبرُ مِنْ 5− $c - 9 > -5,\ c > 4$

15 العددُ 6 أقلُّ مِنْ أَوْ يُساوي مجموعَ عددٍ وَ15 $6 \leq 15 + r\ , r \geq -9$

16 تسويقٌ: يخطّطُ مندوبُ مبيعاتٍ إحدى شركاتِ تصنيعِ الأدويةِ لتسويقِ 200 عُبوّةِ دواءٍ على الأقلِّ في أُسبوعٍ. إذا تمكّنَ مِنْ تسويقِ 30 عُبوّةً في اليومِ الأولِ مِنَ الأسبوعِ، فأكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لأجدَ عددَ العُبوّاتِ التي يحتاجُ المندوبُ إلى تسويقِها في الأيّامِ المتبقيةِ مِنَ الأسبوعِ ليصلَ إلى هدفِهِ.

$y + 30 \geq 200, y \geq 170$

معلومةٌ

مندوبُ المبيعاتِ هُوَ الشخصُ الّذي يروّجُ منتجاتِ الشركاتِ، وعادةً يَتقاضى أجرتَهُ كنسبةٍ مِنْ مبيعاتِهِ؛ لتشجيعِهِ على زيادةِ المبيعاتِ، فكلّما زادَتْ مبيعاتُهُ زادَتْ أجرتُهُ.

20

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

7 مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أولًا: مصادر التعلُّم المُيسِّرة لتنفيذ خطة معالجة الفاقد التعليمي

أ صفحات (أستعد لدراسة الوحدة) في كتاب التمارين.

يشتمل كتاب التمارين على صفحات تحمل عنوان (أستعد لدراسة الوحدة)، وهي تساعد الطلبة على تذكُّر ما درسوه في صف سابق أو صفين سابقين، وتحوي فقرات يُعالِج كلٌّ منها مفهومًا رياضيًّا مختلفًا، يرتبط بدرس مُحدَّد في كتاب الطالب.

الوحدةُ 8

الأشكالُ ثلاثيةُ الأبعادِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

الخُطوةُ 3 أجدُ مجموعَ المِساحاتِ.

أجدُ مجموعَ المِساحاتِ $A = A_1 + A_2 + A_3$

أعوّضُ وأجدُ الناتجَ $= 9 + 18 + 27 = 54 \text{ cm}^2$

محيطُ الدائرةِ ومِساحتُها (الدرسُ 2)

أجدُ محيطَ كل دائرةٍ ومِساحتَها في كلٍّ ممّا يأتي:

4 9 cm

5 8 cm

6 1.5 cm

مثالٌ: أجدُ محيطَ الدائرةِ المجاورةِ ومِساحتَها.

5 cm

أولًا: أجدُ محيطَ الدائرةِ.

صيغةُ محيطِ الدائرةِ $c = 2\pi r$

أعوّضُ $\pi \approx 3.14$ و $r = 5$ $\approx 2 \times 3.14 \times 5$

أجدُ الناتجَ ≈ 31.4

إذنْ، محيطُ الدائرةِ يُساوي 31.4 cm تقريبًا.

ثانيًا: أجدُ مِساحةَ الدائرةِ.

محيطُ الدائرةِ ومِساحتُها (الدرسُ 2)

أوراق العمل الداعمة

الرياضيات

الصف الثامن

8

الفصل الدراسي الثاني

2023

ب أوراق العمل الداعمة

تهدف أوراق العمل الداعمة إلى معالجة المفاهيم الرياضية البسيطة التي تُعَدُّ أساسًا للتعلُّم الحالي، علمًا بأنَّ الطلبة درسوها في صفوف بعيدة زمنيًّا عن صفهم الآن.

بُنِيَت أوراق العمل الداعمة بطريقة مُشابِهة لصفحات (أستعد لدراسة الوحدة)؛ تسهيلًا على كلٍّ من المُعلِّمين/ المُعلِّمات والطلبة؛ الذين اعتادوا هذا النمط.

ج دليل المعلم

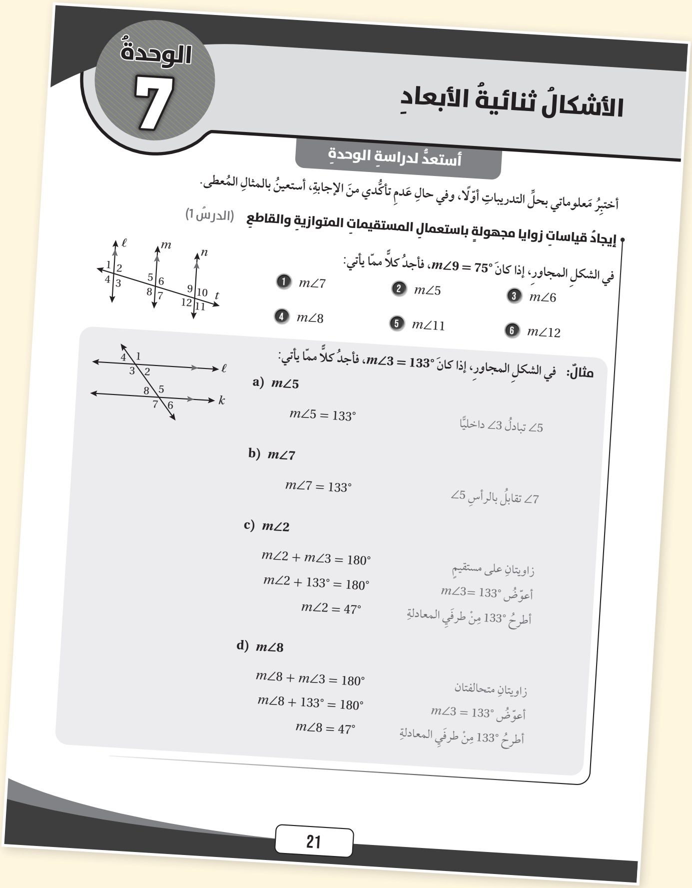
يقدّم دليل المعلم في مبحث الرياضيات إرشادات تفصيلية لإجراءات معالجة الفاقد التعليمي في الحصّة الصفّيّة بطريقة تضمن استمرار تدريس الكتاب المدرسي في كل حصة؛ بوصفه مصدرًا أساسيًّا للتعلُّم، مع الحرص على تمكين الطلبة جميعهم وبمختلف مستوياتهم من اللحاق بالتعلم الحاليّ في أسرع وقت ممكن.

أمسح الرمز المجاور للحصول على نسخة إلكترونية من كتيب أوراق العمل الداعمة.

ثانيًا: إجراءات معالجة الفاقد التعليمي في كل حصة صفية

- يحدد المعلم/ المعلمة من كُتيّب أوراق العمل الداعمة الفقرات المرتبطة بنتاجات الدرس التي يُتوقَّع تحقيقها في الحصة القادمة، ويطلب إليهم جميعًا حلّها واجبًا منزليًّا بوصفه اختبارًا تشخيصيًّا؛ لغايات تقييم الطلبة وتحديد مستوياتهم واحتياجاتهم.

- في الدقائق العشر الأولى من الحصة التالية، يتجوّل المعلّم/ المعلّمة بين الطلبة؛ لتحديد الفقرات التي أظهرت حاجتهم إلى التحسين فيها، ويشاركهم بمناقشة الأمثلة المحلولة في تلك الفقرات على اللوح، ثم يطلب إليهم حل التدريبات المرتبطة بتلك الأمثلة.



الوحدةُ 7

الأشكالُ ثنائيةُ الأبعادِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

أختبرُ مَعلوماتي بحلِّ التدريباتِ أوّلًا، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

إيجادُ قياساتِ زوايا مجهولةٍ باستعمالِ المستقيماتِ المتوازيةِ والقاطعِ (الدرسُ 1)

في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $m\angle 9 = 75°$، فأجدُ كلًّ ممّا يأتي:

❶ $m\angle 7$ ❷ $m\angle 5$ ❸ $m\angle 6$

❹ $m\angle 8$ ❺ $m\angle 11$ ❻ $m\angle 12$

مثالٌ: في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $m\angle 3 = 133°$، فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:

a) $m\angle 5$

$m\angle 5 = 133°$ $\angle 5$ تبادلُ $\angle 3$ داخليًّا

b) $m\angle 7$

$m\angle 7 = 133°$ $\angle 7$ تقابلُ بالرأسِ $\angle 5$

c) $m\angle 2$

$m\angle 2 + m\angle 3 = 180°$ زاويتانِ على مستقيمٍ

$m\angle 2 + 133° = 180°$ أعوّضُ $m\angle 3 = 133°$

$m\angle 2 = 47°$ أطرحُ 133° مِنْ طرفَيِ المعادلةِ

d) $m\angle 8$

$m\angle 8 + m\angle 3 = 180°$ زاويتانِ متحالفتانِ

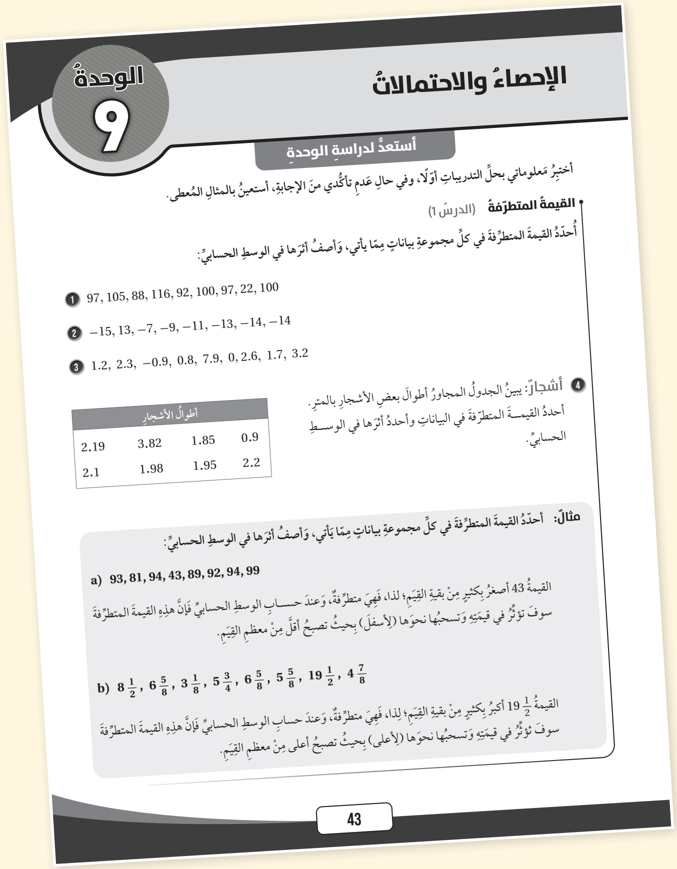
$m\angle 8 + 133° = 180°$ أعوّضُ $m\angle 3 = 133°$

$m\angle 8 = 47°$ أطرحُ 133° مِنْ طرفَيِ المعادلةِ

21

- بعد ذلك يوجّه المعلم/ المعلمة الطلبة جميعهم إلى الفقرات المرتبطة بنتاجات الدرس التي يُتوقَّع تحقيقها في الحصة الحالية من صفحات (أستعد لدراسة الوحدة) في كتاب التمارين، ثم حلّ تدريباتها داخل الغرفة الصفية بصورة فردية، تحت إشرافه وبمتابعته الحثيثة.

- يتجوّل المعلم/ المعلمة بين الطلبة لمتابعتهم في أثناء الحلّ، وفي حال واجهتهم صعوبة في الحلّ يتم توجيههم إلى الاسترشاد بالمثال المعطى. وإذا أنهى الطلبة ذوو المستويين المتوسط وفوق المتوسط الحلّ، يُطلب إليهم مساعدة زملائهم/ زميلاتهم من ذوي المستوى دون المتوسط؛ تجسيدًا لأسلوب التعلّم بالأقران.



الوحدةُ 9

الإحصاءُ والاحتمالاتُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

أختبرُ مَعلوماتي بحلِّ التدريباتِ أوّلًا، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

القيمةُ المتطرّفةُ (الدرسُ 1)

أُحدّدُ القيمةَ المتطرِّفةَ في كلِّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يأتي، وَأصفُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ:

❶ 97, 105, 88, 116, 92, 100, 97, 22, 100

❷ −15, 13, −7, −9, −11, −13, −14, −14

❸ 1.2, 2.3, −0.9, 0.8, 7.9, 0, 2.6, 1.7, 3.2

❹ **أشجارٌ:** يبينُ الجدولُ المجاورُ أطوالَ بعضِ الأشجارِ بالمترِ. أحددُ القيمــةَ المتطرّفةَ في البياناتِ وأحددُ أثرَها في الوســطِ الحسابيِّ.

أطوالُ الأشجارِ			
0.9	1.85	3.82	2.19
2.2	1.95	1.98	2.1

مثالٌ: أحدّدُ القيمةَ المتطرِّفةَ في كلِّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يَأتي، وَأصفُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ:

a) 93, 81, 94, 43, 89, 92, 94, 99

القيمةُ 43 أصغرُ بكثيرٍ مِنْ بقيةِ القِيَمِ؛ لذا، فَهِيَ متطرِّفةٌ، وَعندَ حسابِ الوسطِ الحسابيِّ فَإنَّ هذِهِ القيمةَ المتطرِّفةَ سوفَ تؤثِّرُ في قيمَتِهِ وَتسحبُها نحوَها (لِأسفلَ) بِحيثُ تصبحُ أقلَّ مِنْ معظمِ القِيَمِ.

b) $8\frac{1}{2}, 6\frac{5}{8}, 3\frac{1}{8}, 5\frac{3}{4}, 6\frac{5}{8}, 5\frac{5}{8}, 19\frac{1}{2}, 4\frac{7}{8}$

القيمةُ $19\frac{1}{2}$ أكبرُ بكثيرٍ مِنْ بقيةِ القِيَمِ؛ لِذا، فَهِيَ متطرِّفةٌ، وَعندَ حسابِ الوسطِ الحسابيِّ فَإنَّ هذِهِ القيمةَ المتطرِّفةَ سوفَ تؤثِّرُ في قيمَتِهِ وَتسحبُها نحوَها (لِأعلى) بِحيثُ تصبحُ أعلى مِنْ معظمِ القِيَمِ.

43

استراتيجيات تدريس إضافية

عزيزي المُعلِّم/ عزيزتي المُعلِّمة، تساعد مناهج الرياضيات المُطوَّرة على تطبيق أحدث استراتيجيات التدريس، بما تحويه من عناصر مُنظَّمة في كتاب الطالب، ومقترحات، وإرشادات مناسبة للتدريس في هذا الدليل، علمًا بأنَّ مسألة تطبيقها متروكة لك؛ إذ يُمكِن لك اختيار طرائق التدريس المناسبة داخل الغرفة الصفية؛ فأنت أكثر علمًا بأحوال الغرفة الصفية، والوسائل والتجهيزات المتوافرة في المدرسة.

في ما يأتي بعض استراتيجيات التدريس الإضافية التي قد تساعد على تقديم الدروس:

التعلُّم المقلوب (Flipped Learning):

تُسهِم هذه الاستراتيجية في تعزيز مهارات التعلُّم الذاتي، واستثمار وقت الحصة الصفية بفاعلية، والتركيز على المحتوى والمفاهيم العلمية بصورة مُكثَّفة. وهي تتيح للمُعلِّم/ للمُعلِّمة إعداد الدروس، وإطلاع الطلبة عليها مُقدَّمًا باستعمال التقنيات الحديثة وشبكة الإنترنت؛ إذ يُمكِن بها إرسال ما هو مطلوب إلى الطلبة من مقاطع مرئية (فيديو)، وملفات صوتية، وغير ذلك من الوسائط، ثم الطلب إليهم الاطلاع عليها في المنزل قبل وقت كافٍ من عرضها في غرفة الصف، عن طريق الوسائل المتوافرة لديهم، مثل: جهاز الحاسوب، والهاتف المحمول، والجهاز اللوحي. ومن ثَمَّ، يتعيَّن على المُعلِّم/ المُعلِّمة إعداد أنشطة مُتنوِّعة لتنفيذها في اللقاء الصفي؛ تطبيقًا للمفاهيم التي اكتسبها الطلبة، ومناقشة المحتوى العام للدرس. وتشمل هذه الأنشطة التعلُّم النشط، والاستقصاء، والتجريب، وحلَّ المسائل الرياضية؛ ما يُعزِّز مهارات العمل بروح الفريق، ويساعد على تقييم عملية التعلُّم.

بطاقة الخروج (Exit Ticket):

أسلوب يتضمَّن مهمة قصيرة يُنفِّذها الطلبة في مرحلة ختام الدرس. وفيه يجيب الطلبة عن أسئلة قصيرة مُحدَّدة مكتوبة في بطاقات صغيرة. بعد ذلك يتعيَّن على المُعلِّم/ المُعلِّمة جمع البطاقات لقراءة الإجابات، ثم التعليق عليها في الحصة التالية، في ما يُمثِّل تغذية راجعة يُستنَد إليها في الحصة اللاحقة.

رفع اليد (إشارة الصمت) (Hand Up):

أسلوب يُستعمَل لإدارة الصف. وفيه يتعيَّن على المُعلِّم/ المُعلِّمة رفع اليد، فيستجيب الطلبة برفع أيديهم، وإنهاء مناقشاتهم فورًا. تُعَدُّ هذه الاستراتيجية طريقة فاعلة وسريعة للفت انتباه الطلبة، ويُمكِن استخدامها في بداية الحصة، أو للإعلان عن انتهاء النشاط. تجدر الإشارة إلى أنَّ رفع اليد يجب أنْ يُقابَل باستجابات ثلاث: رفع جميع الطلبة أيديهم من دون استثناء، والتزامهم الصمت التام، والإصغاء.

الرؤوس المُرقَّمة (Numbered Heads):

أسلوب يُستعمَل لإدارة الصف، وتوزيع المسؤوليات. وهو يهدف إلى إبقاء الطلبة في وضع استعداد دائم، عن طريق الاختيار العشوائي لمشاركاتهم وإجابتهم عن الأسئلة. ففي العمل الجماعي يكون لكل فرد في المجموعة رقم خاص، وعند طلب المُعلِّم/ المُعلِّمة الحصول على إجابة سؤال بصورة عشوائية، يختار الفرد رقمًا من دون أنْ يعرف زميله/ زميلتها، فيجيب مَنْ يقع عليه/ عليها الاختيار عن السؤال، وقد يتم ذلك بمساعدة أفراد المجموعة.

أنا أُفكِّر، نحن نُفكِّر (I Think, We Think):

أسلوب يُستعمَل لتطوير تفكير الطلبة ضمن مجموعات. وفيه تُعِدُّ كل مجموعة ورقة تتضمَّن جدولًا من عمودين؛ عنوان الأوَّل: (أنا أُفكِّر)، وعنوان الثاني: (نحن نُفكِّر). ثم يُمكِن للمُعلِّم/ للمُعلِّمة طرح سؤال يجيب عنه الطلبة بصورة فردية في العمود الأوَّل، ثم يُناقِش الطلبة إجاباتهم للاتفاق على إجابة واحدة تُكتَب في العمود الثاني، ويُمكِن تغيير الورقة عند الحاجة. يساعد هذا الأسلوب الطلبة على التفكير في الموضوع، وتأمُّل التغيُّر في تفكيرهم نتيجة التحدُّث إلى الآخرين.

الألواح الصغيرة (Small Boards):

أسلوب يُستعمَل للتقويم. وفيه يُمسِك كل طالب/ طالبة بلوح صغير (يُمكِن أنْ يُصنَع من قطعة كرتون مقوّى، أو قطعة خشب صغيرة يُكتَب عليها بالطبشور، أو قطعة كرتون عليها لاصق شفّاف يُكتَب عليها بقلم اللوح الأبيض)، ثم يُمكِن للمُعلِّم/ للمُعلِّمة طرح سؤال يجيب عنه الطلبة بالكتابة على اللوح، ثم رفعه إلى أعلى؛ للتمكُّن من مشاهدة الإجابات بسهولة. يُسهِم هذا الأسلوب في زيادة مشاركة الطلبة؛ لأنَّهم يجيبون جميعًا في الوقت نفسه من دون إحداث فوضى، ويُسهِم أيضًا في التقويم التكويني؛ إذ يُمكِن للمُعلِّم/ للمُعلِّمة ملاحظة نسبة إجابات الطلبة الصحيحة.

الوحدة 5

المتباينات الخطية

www.nccd.gov.jo

مخطط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			• ورقة المصادر 1 • ورقة المصادر 2 • ورقة المصادر 3	1
الدرس 1: كتابة المتباينات وتمثيلها	• تعرّف المتباينات. • التعبير عن جملة لفظية بمتباينة. • تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد.	المتباينة. حلّ المتباينة.	• ألواح صغيرة. • ورقة المصادر 4	3
الدرس 2: حلّ المتباينات بالجمع والطرح	• تمثيل متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح، وتمثيل الحلّ على خط الأعداد.	متباينة مكافئة.	• ألواح صغيرة.	4
الدرس 3: حلّ المتباينات بالضرب والقسمة	• حلّ متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.		• ألواح صغيرة.	1
الدرس 4: حلّ المتباينات متعدّدة الخطوات	• حلّ المتباينات باستعمال أكثر من خطوة، وتمثيل الحلّ على خط الأعداد.		• ألواح صغيرة. • ورقة المصادر 5	3
عرض نتائج مشروع الوحدة				1 (حصة واحدة لعرض النتائج)
اختبار نهاية الوحدة			• جهاز حاسوب. • شبكة الإنترنت.	1
المجموع				14 حصة

الوحدة
5
تهيئة الوحدة

1 نظرة عامة على الوحدة:

سيتعرّف الطلبة في هذه الوحدة المتباينات الخطية بمتغير واحد، وسيتعلمون تمثيلها على خطّ الأعداد.

وسيتعلم الطلبة أيضًا حلّ المتباينات الخطية بمتغير واحد باستعمال خصائص الجمع والطرح، إضافة إلى حلّها باستعمال خصائص الضرب والقسمة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.

إضافة إلى ما سبق، سيتعرّف الطلبة في هذه الوحدة كيفية حلّ المتباينات باستعمال أكثر من خطوة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.

الوحدةُ
5
المتبايناتُ الخطّيةُ

ما أَهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

للمتبايناتِ أهميةٌ كبيرةٌ في حياتِنا اليوميةِ، ويمكنُ عَنْ طريقِها التعبيرُ عَنِ الحدِّ الأقصى والأدنى لكثيرٍ مِنَ المواقفِ، فمثلًا تحدّدُ إدارةُ السّيرِ الحدَّ الأقصى للسرعةِ المسموحِ بِها على الطّرقِ؛ للحدِّ مِنَ الحوادثِ المروريةِ، وتقليلِ الأثرِ البيئيِّ لحركةِ المرورِ مِنْ ضوضاءِ السّيّاراتِ والانبعاثاتِ.

تعلّمتُ سابِقًا:

✓ المقارنةَ بَيْنَ الأعدادِ الحقيقيةِ، وترتيبَ مجموعةٍ مِنْها تنازليًّا أَوْ تصاعديًّا.

✓ تعيينَ قِيَمٍ على خطِّ الأعدادِ، واستعمالَهُ في إجراءِ عمليّاتٍ حسابيةٍ عليها.

✓ حلَّ معادلاتٍ خطّيةٍ بمتغيرٍ واحدٍ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- تعرّفَ مفهومِ المتباينةِ.
- حلَّ متبايناتٍ خطّيةٍ بمتغيرٍ واحدٍ بخطوةٍ واحدةٍ، وتمثيلَ حلِّها على خطِّ الأعدادِ.
- حلَّ متباينةٍ خطّيةٍ بمتغيرٍ واحدٍ بأكثرَ مِنْ خطوةٍ، وَتمثيلَ حلِّها على خطِّ الأعدادِ.

6

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- حلّ معادلات خطية بمتغير واحد من خطوتين تحتوي على الأقل متغيرات في طرفيها.
- التعبير عن مواقف حياتية بمعادلات يتطلّب حلّها خطوتين، وحلّها بأكثر من طريقة.
- تمثيل الأعداد النسبية على خطّ الأعداد.

الصف الثامن

- تعرّف المتباينات.
- التعبير عن جملة لفظية بمتباينة.
- تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد.
- حلّ متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.
- حلّ متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.
- حلّ المتباينات باستعمال أكثر من خطوة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.

الصف التاسع

- حلّ متباينات مركّبة تحتوي أداة الربط (و) أو (أو)، وتمثيل مجموعة حلّها على خطّ الأعداد.
- التعبير عن المتباينات المركّبة باستعمال الفترات.
- حلّ متباينات القيمة المطلقة.
- تمثيل المتباينات الخطية بمتغيرين بيانيًّا.

مشروعُ الوحدةِ: درجاتُ الغليانِ والِانصهارِ

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشـروعِنا الخاصِّ الّذي سـنوظّفُ فيهِ المتبايناتِ؛ لنجدَ درجاتِ الحرارةِ الّتي تكونُ عندَها الموادُّ صُلبةً أَوْ سائلةً أَوْ في حالةِ الغليانِ.

خُطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1 أبحـثُ في شـبكةِ الإنترنـتْ عَنْ درجـاتِ انصهارِ مجموعةٍ مِنَ الموادِّ ضمنَ الشروطِ الآتيةِ:

- مادّةٌ درجةُ انصهارِها سالبةٌ.
- مادّتانِ درجتـا انصهارِهِما أكثرُ مِنْ 100°C وأقلُّ مِنْ 2000°C
- مادّتانِ دَرجتا انصارِهِما أكثرُ مِنْ 2000°C

2 أنشـئُ جـدولًا أكتبُ فيهِ أسـماءَ الموادِّ ودرجـاتِ انصهارِ كلٍّ مِنْها بالسّليسْيوسِ.

اسمُ المادّةِ	درجةُ الانصهارِ °C

3 أضيفُ عمودًا إلى الجدولِ؛ لأكتبَ فيهِ متبايناتٍ تمثّلُ درجاتِ الحرارةِ الّتي تكونُ عندَها المادّةُ صُلبةً.

4 أضيفُ عمودًا إلى الجدولِ؛ لأكتبَ فيهِ متبايناتٍ تمثّلُ درجاتِ الحرارةِ الّتي تكونُ عندَها المادّةُ سائلةً.

5 أسـتعملُ المعادلـةَ $C = \frac{5(F-32)}{9}$ لكتابـةِ المتباينـاتِ الّتي في الجـدولِ باسـتعمالِ درجاتِ الحـرارةِ الفهرنهايتيةِ، حيثُ C تمثّـلُ درجةَ الحرارةِ بالسّليسْـيوسِ وَ F تمثّلُ درجةَ الحرارةِ بالفِهْرنهايتِ، ثُمَّ أحلُّ هذِهِ المتبايناتِ وأمثّلُها على خطِّ الأعدادِ.

6 أبحثُ في شـبكةِ الإنترنتْ عَنْ درجـاتِ غليانِ كلٍّ مِنَ الموادِّ الّتي اخترْتُها سـابقًا، ثُمَّ أضيفُ عمودًا إلى الجدولِ وأكتبُ فيهِ درجاتِ الغليانِ بالسّليسْيوسِ.

7 أستعملُ المعادلةَ الواردةَ في النقطةِ 5 لكتابةِ متبايناتٍ لدرجاتِ الغليانِ بالفِهْرنهايتِ، ثُمَّ أحلُّها وأمثّلُ حلَّها على خطِّ الأعدادِ.

8 أُعِـدُّ عرضًا تقديميًّا يتضمـنُ الموادَّ الّتـي اخترْتُها، وصورةً لكلٍّ مِنْها، والجدولَ الّذي أعددْتُهُ.

عرضُ النتائجِ:

- أقدّمُ أمامَ طلبةِ صفّي العرضَ التقديميَّ الّذي أعددْتُهُ، مَعَ توضيحِ الفرقِ بَيْنَ درجاتِ الانصهارِ والغليانِ.

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	تحديـد درجـات الانصهـار لمجموعة مـن المواد وَفق الشـروط المطلوبة.			
2	كتابة متباينات تمثّل درجات الحرارة التي تكون عندها المواد صُلبة.			
3	كتابة متباينات تمثّل درجات الحرارة التي تكون عندها المواد سائلة.			
4	كتابة المتباينات باستعمال درجات الحرارة الفهرنهايتية، ثمّ حلّها.			
5	التعاون والعمل بروح الفريق.			
6	إعداد المشروع في الوقت المُحدَّد.			
7	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
8	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3 تقديم نتاج صحيح كامل.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشـروع: يهدف مشروع الوحدة إلى توظيف ما سـيتعلَّمه الطلبة عن المتباينات وحلّها، في إيجاد درجات الحرارة التي تكون عندها المواد صُلبة أو سائلة أو في حالة غليان.

يهدف مشـروع الوحدة أيضًا إلى تنميـة مهارتي التواصل والعمل الجماعـي وتعزيزهما، وتطويـر مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلُّم موضوعات الوحدة.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكّد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضّـح للطلبة المـواد والأدوات اللازمـة لتنفيـذ المشـروع، وعناصـر المُنتَج النهائي المطلوب منهم، وأؤكّـد أهمية توثيـق خطـوات تنفيـذ المشـروع أوّلًا بأوّل، وتعزيزها بالصور.
- أذكّـر الطلبة بالعودة إلى المشـروع في نهاية كلّ درس مـن دروس الوحدة؛ لاسـتكمال ما يجـب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبيّن للطلبة سلفًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أُبيِّن للطلبة ما يأتي:
  - » إمكانية اسـتعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشـروع، مثل: المطويـة، وبرمجية العروض التقديمية.
  - » اختيار كلّ مجموعـة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعـات الأُخرى، وعـرض البيانات التي جمعها مـع أفراد مجموعته (تتمثَّـل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
  - » الطلـب إلـى أفـراد المجموعـات ذِكْر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشـروع، وكيـف تمكَّنـوا مـن التغلُّـب عليهـا؛ تعزيزًا لمهاراتهم في حلّ المشكلات.

3 نشاط الاستعداد للوحدة:

نصف ساعة

ملاحظاتي

هدف النشاط:

- تذكير الطلبة برموز المتباينة.
- تذكير الطلبة بمقارنة الأعداد الصحيحة.

خطوات العمل:

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أزوّد كلّ فرد في المجموعة بنسخة من **ورقة المصادر 1: شبكة المتباينات**، و**ورقة المصادر 2: بطاقات الأعداد (من 10- إلى 10)**.
- أطلب إلى المجموعات قصّ بطاقات الأعداد وخلطها جيدًا، ووضعها أمامهم مقلوبة.
- أطلب إلى أحد فردي المجموعة سحب بطاقة من مجموعة بطاقات الأعداد، ووضعها في أحد مربعات الشبكة.
- أطلب إليه تكرار الخطوة السابقة حتى تمتلئ المربعات الأربعة في الشبكة بالأعداد.
- يكسب الفرد نقطة إذا كانت المتباينة الناتجة صحيحة.
- يتبادل فردا المجموعة الأدوار، ويكرّر الفرد الآخر ما فعله زميله/ زميلتها.
- يفوز من يحصل على 5 نقاط أولًا.

التكيُّف: إذا واجه الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في مقارنة الأعداد السالبة والموجبة، فيُمكِن تزويدهم **بورقة المصادر 3: خط أعداد (من 20- إلى 20)**، لمساعدتهم في عملية المقارنة.

توسعة: يمكن استعمال أعداد نسبية بدلًا من الأعداد الصحيحة في النشاط للطلبة المتميزين.

الدرس 1 كتابةُ المتبايناتِ وتمثيلُها

فكرةُ الدرسِ

أتعرّفُ المتباينةَ، وأمثّلُها على خطِّ الأعدادِ.

المصطلحاتُ

المتباينةُ، حلُّ المتباينةِ

أستكشفُ

ترصدُ كاميرا سرعةَ السيّاراتِ في أحدِ الشوارعِ، ومَنْ تزيدُ سرعتُهُ على 90 km/h يعاقَبُ بمخالفةٍ مروريةٍ، ما الجملةُ الرياضيةُ الّتي تعبّرُ عَنِ الحدِّ الأقصى للسرعةِ المسموحِ بِها في هذا الشارعِ؟

المتباينةُ (inequality) جملةٌ رياضيةٌ تقارنُ بَيْنَ مقدارَينِ، وتشملُ أحدَ الرّموزِ ≥ ,≤ ,> ,<

رموزُ المتبايناتِ				
≥	≤	>	<	الرمزُ
أكبرُ مِنْ أَوْ يُساوي أكثرُ مِنْ أَوْ يُساوي على الأقلِّ لا يقلُّ عَنْ	أصغرُ مِنْ أَوْ يُساوي أقلُّ مِنْ أَوْ يُساوي على الأكثرِ لا يزيدُ على	أكبرُ مِنْ يزيدُ على أكثرُ مِنْ	أصغرُ مِنْ يقلُّ عَنْ أقلُّ مِنْ	بالكلماتِ

مثال 1

أكتبُ متباينةً تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي:

① **عددٌ أصغرُ مِنْ 15**

المتغيرُ: لِيَكنْ a يمثّلُ العددَ.

المتباينةُ: $a < 15$

② **عددٌ مطروحٌ مِنْهُ 4 أكبرُ مِنْ 120**

المتغيرُ: لِيَكنْ h يمثّلُ العددَ.

المتباينةُ: $h - 4 > 120$

③ **كُتلتي أقلُّ مِنْ أَوْ تُساوي 48 kg**

المتغيرُ: لِيَكنْ w يمثّلُ كُتلتي.

المتباينةُ: $w \leq 48$

④ **عددُ طلبةِ صفّي لا يقلُّ عَنْ 20**

المتغيرُ: لِيَكنْ n يمثّلُ عددَ طلبةِ صفّي.

المتباينةُ: $n \geq 20$

8

نتاجات الدرس:

- تعرّف المتباينات.
- التعبير عن جملة لفظية بمتباينة.
- تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد.
- تحديد ما إذا كانت قيمة معطاة تمثل حلًّا لمتباينة خطية بمتغير واحد.
- كتابة متباينة معطى تمثيلها على خط الأعداد.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- التعبير عن جملة لفظية بمقدار جبري.
- إيجاد قيمة مقدار جبري عند قيمة معطاة.
- التعبير عن جملة لفظية بمعادلة.
- تحديد ما إذا كانت قيمة معطاة تمثّل حلًّا لمعادلة أم لا.
- تمثيل الأعداد الصحيحة على خطّ الأعداد.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أزوّد كلّ مجموعة **بورقة المصادر 4: لعبة التعويض**، ومشابك ورقية.
- أطلب إلى أفراد المجموعات التوفيق بين بطاقة كلّ مقدار جبري وناتج تعويض قيمة x في هذا المقدار الجبري، ثمّ ربطهما بمشبك ورقي.

إرشـاد: أقصّ البطاقات الموجودة في ورقة المصادر قبل بدء الدرس، ثمّ أخلطها جيدًا.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثمّ أسألهم:
  - » من شاهد منكم كاميرا مرورية؟ ستختلف إجابات الطلبة.
  - » ما الحدّ الأقصى للسرعة في الشارع الوارد في المسألة؟ 90 km/h
  - » ما السيارات التي ستعاقَب بمخالفة مرورية؟ السيارات التي تزيد سرعتها على 90 km/h
  - » ما الجملة الرياضية التي تعبّر عن الحد الأقصى للسرعة المسموح بها في هذا الشارع؟
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - » مَنْ يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.
- لا يقلّ المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا أحرص على ألّا أخطّئ أحدًا، بل أقول: " لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أُخرى؟ "، ثمّ أشكره على محاولته الإجابة عن السؤال، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعزّزه، ثم أعود إلى الطالب نفسه/ الطالبة نفسها وأطلب إليه/ إليها الإجابة عن السؤال مَرَّة أُخرى، وأعزّزه/ أعزّزها كما عزّزت مَن قدّم الإجابة الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أوضّح للطلبة مفهوم المتباينة، وأوضّح لهم الرموز المستعمَلة في التعبير عن المتباينات، وأكتبها على اللوح.
- أوضّح للطلبة أن لكلّ رمز من رموز المتباينات دلالات لفظية، ثمّ أبيّن لهم هذه الدلالات، بالاستعانة بالجدول الوارد في كتاب الطالب، ثمّ أوضّح لهم أنّه يمكن تحويل الجُمل اللفظية التي تحوي هذه الدلالات إلى متباينات.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 1 على اللوح، وأوضّح لهم أهمية تحديد المتغيّر الذي يمثّل المجهول في الجملة أولًا، ثمّ تحديد الدلالة اللفظية على رمز المتباينة؛ تمهيدًا لكتابة المتباينة التي تمثّل الجملة.

إرشاد: أطلب إلى الطلبة إعادة صياغة الجُمل في المثال 1 بحيث يبقى لها المعنى الرياضيّ نفسه.

مثال: يمكن إعادة صياغة جملة: " عدد طلبة صفّي لا يقلّ عن 20 "، إلى الجملة: " عدد طلبة صفّي أكبر من أو يساوي 20 ".

ملاحظاتي

المفاهيم العابرة للمواد

أُؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة (**أستكشف**)، أعزّز الوعي المروري لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية التقيد بالحدّ الأقصى للسرعة؛ لما لذلك من أثر في تقليل حوادث السير، لا سيّما أن السرعة الزائدة تتسبّب في ثلث حالات الوفاة الناجمة عن حوادث الطرق.

أخطاء شائعة:

قد يُخطِئ بعض الطلبة عند التعبير بالرموز عن الدلالة اللفظية " لا يقلّ عن " بالاكتفاء بالرمز (>) وعدم إضافة إشارة المساواة إلى الرمز، وكذلك الأمر بالنسبة للدلالة اللفظية " لا يزيد على " فيعبّرون عنها بالرمز (<) من دون إضافة إشارة المساواة؛ لذا أناقش معهم مزيدًا من الأمثلة على هاتين الدلالتين.

الوحدةُ 5

أتحقّقُ من فهمي:

5) عددٌ أكبرُ مِنْ 100 $x > 100$

6) عددٌ مضافٌ إليهِ 10 أقلُّ مِنْ 36− $b + 10 < -36$

7) كتلةُ حقيبتي أكبرُ مِنْ أَوْ تُساوي 10 kg $a \geq 10$

8) عددُ طلبةِ مدرستي لا يقلُّ عَنْ 200 طالبٍ. $w \geq 200$

يمكنُ استعمالُ المتبايناتِ للتعبيرِ عَن كثيرٍ مِنَ المواقفِ الحياتيةِ.

مثال 2: منَ الحياةِ

أكتبُ المتباينةَ الّتي تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي:

1) **انتخــابٌ:** يحقُّ للمواطنِ الأردنيِّ التصويتُ في الانتخاباتِ النيابيّةِ الأردنيّةِ إذا كانَ عمرُهُ لا يقلُّ عَنْ 18 عامًا.

بِالْكَلِماتِ	عمرُ المواطنِ لا يقلُّ عَنْ 18
المتغيرُ	لِيَكنْ x يمثّلُ عمرَ المواطنِ.
المتباينةُ	$x \geq 18$

2) **طيرانٌ:** يُسمَحُ لراكبِ الدرجةِ السياحيّةِ على مَتْنِ الخطوطِ الجوّيّةِ الملكيةِ الأردنيّةِ في الرحلةِ بَيْنَ عمّانَ وتونسَ حملُ حقيبةٍ واحدةٍ لا تزيدُ كتلتُها على 23 kg

بِالْكَلِماتِ	كتلةُ الحقيبةِ لا تزيدُ على 23
المتغيرُ	لِيَكنْ y يمثّلُ كتلةَ الحقيبةِ.
المتباينةُ	$y \leq 23$

9

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربيــة واللغة الإنجليزيــة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حـلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2: من الحياة

- أوضّــح للطلبـة أهميـة المتباينات في الحيـاة العملية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.
- أطلــب إلى أحد الطلبة قـراءة الفرع 1 من المثال 2، ثم أطلب إلى آخر التعبير عن الموقف الحياتي باستعمال جملة بسـيطة، ثـم أحدّد معهمـا المتغيّر في المسـألة، وهو هنا: عمر المواطن، وأفترض أنّه x.
- أطلب إلى الطلبة التعبير عن الجملة بمتباينة، وكتابتها علـى ألواحهم الصغيرة، ثمّ أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- أناقـش الطلبة في حـلّ الفرع 2 المثـال 2 على اللوح، باتباع الإجراءات نفسها التي نفّذتها في الفرع 1.
- إنْ لـزم الأمـر، أناقـش الطلبـة فـي مزيد مـن الأمثلة؛ للتحقّـق من إتقانهم مهـارة التعبير عـن موقف حياتيّ بمتباينة.

المفاهيم العابرة للمواد

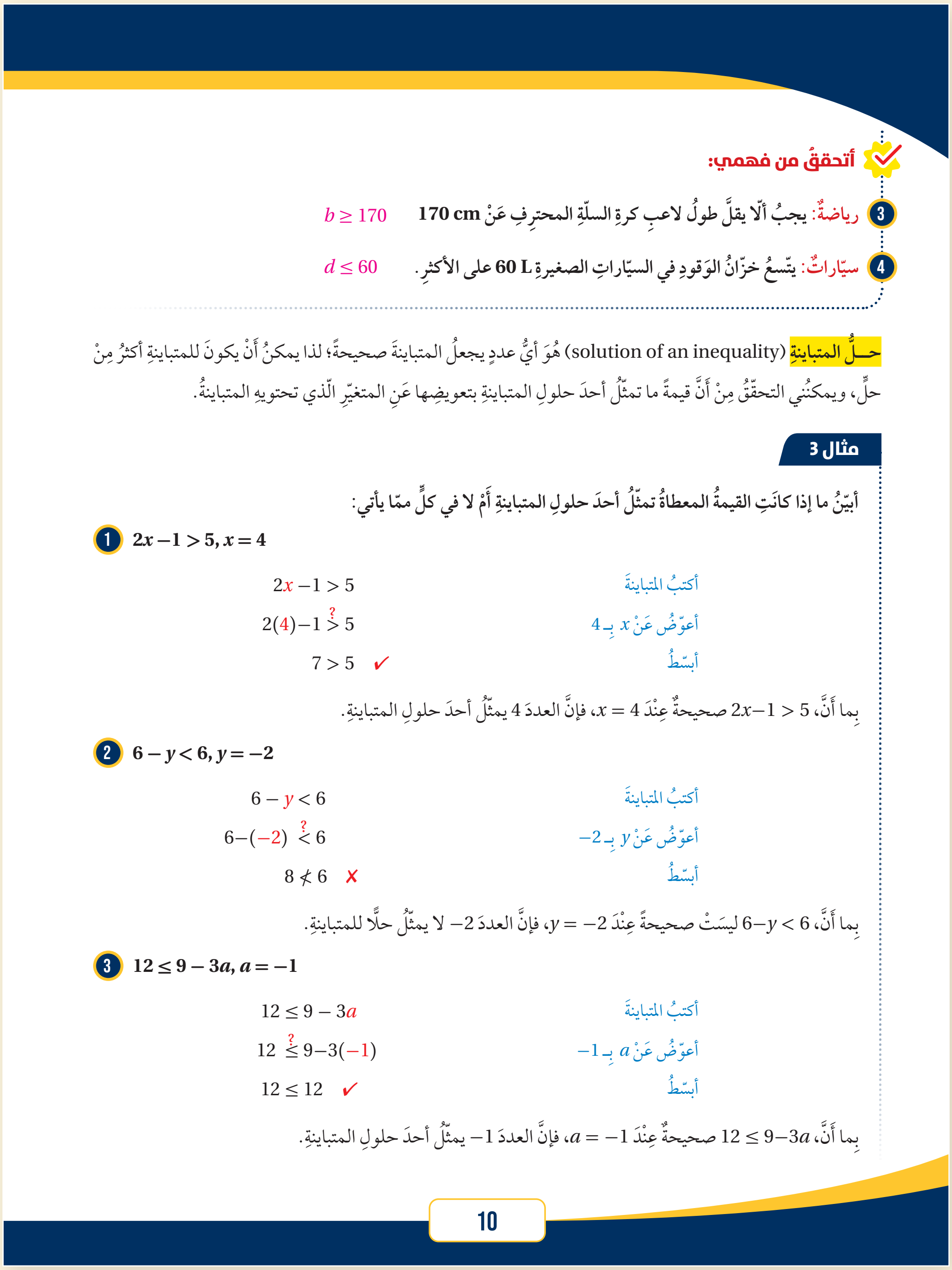
أؤكّــد المفاهيم العابــرة للمواد حيثمــا وردت في كتاب الطالب أو كتــاب التمارين. ففي المثــال 2، أعزّز الوعي الوطني والسياســي لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية التصويت في الانتخابات النيابية في تكوين حكومة ديمقراطية تستند إلى الإرادة الشعبية.

مثال 3

- أوجّه للطلبة السؤالين الآتيين:
  - » مــاذا يعني حــلّ المتباينة؟ ستختلف إجابات الطلبة.
  - » برأيــك، هل للمتباينــة حلّ واحد؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أوضح للطلبـة مفهوم حلّ المتباينـة، وأوضّح لهم أنه يمكـن أن يكـون للمتباينـة أكثر مـن حلّ، وأبيّن لهم أنَّـه يُمكِـن التحقُّق إذا كانت قيمة عدديـة ما تمثّل حلًّا للمتباينة أم لا، بتعويضها بدلًا من المُتغيّر في المتباينة.
- أناقـش الطلبة في حلّ المثال 3 على اللوح، وأبيّن لهم أنه عند تعويض القيمة المعطاة في المتباينة، فإنه يمكن عَدُّ هـذه القيمة أحد الحلول إذا حقّقت المتباينة، وإلا فإنها لا تُعَدّ حلًّا للمتباينة.

أخطاء شائعة:

قـد يُخطئ بعض الطلبة بظنّهم أنّ العـدد 8 مثلًا يُعَدّ حـلًّا للمتباينة $x > 8$ ؛ لذا أوضّح لهم أن العدد الذي يمثّل بدايـة قِيَم المتباينة لا يُعَدّ حـلًّا إلّا إذا احتوت المتباينة على رمز المساواة.



أتحققُ من فهمي:

③ **رياضةٌ: يجبُ ألّا يقلَّ طولُ لاعبِ كرةِ السلّةِ المحترفِ عَنْ 170 cm** $b \geq 170$

④ **سيّاراتٌ: يتّسعُ خزّانُ الوَقودِ في السيّاراتِ الصغيرةِ 60 L على الأكثرِ.** $d \leq 60$

حـلُّ المتباينةِ (solution of an inequality) هُوَ أيُّ عددٍ يجعلُ المتباينةَ صحيحةً؛ لذا يمكنُ أَنْ يكونَ للمتباينةِ أكثرُ مِنْ حلٍّ، ويمكنُني التحقّقُ مِنْ أَنَّ قيمةً ما تمثّلُ أحدَ حلولِ المتباينةِ بتعويضِها عَنِ المتغيّرِ الّذي تحتويهِ المتباينةُ.

مثال 3

أبيّنُ ما إذا كانَتِ القيمةُ المعطاةُ تمثّلُ أحدَ حلولِ المتباينةِ أَمْ لا في كلٍّ ممّا يأتي:

① $2x-1>5, x=4$

أكتبُ المتباينةَ	$2x-1>5$
أعوّضُ عَنْ x بـِ 4	$2(4)-1 \overset{?}{>} 5$
أبسّطُ	$7>5$ ✓

بِما أنَّ $2x-1>5$ صحيحةٌ عِنْدَ $x=4$، فإنَّ العددَ 4 يمثّلُ أحدَ حلولِ المتباينةِ.

② $6-y<6, y=-2$

أكتبُ المتباينةَ	$6-y<6$
أعوّضُ عَنْ y بـِ -2	$6-(-2) \overset{?}{<} 6$
أبسّطُ	$8 \nless 6$ ✗

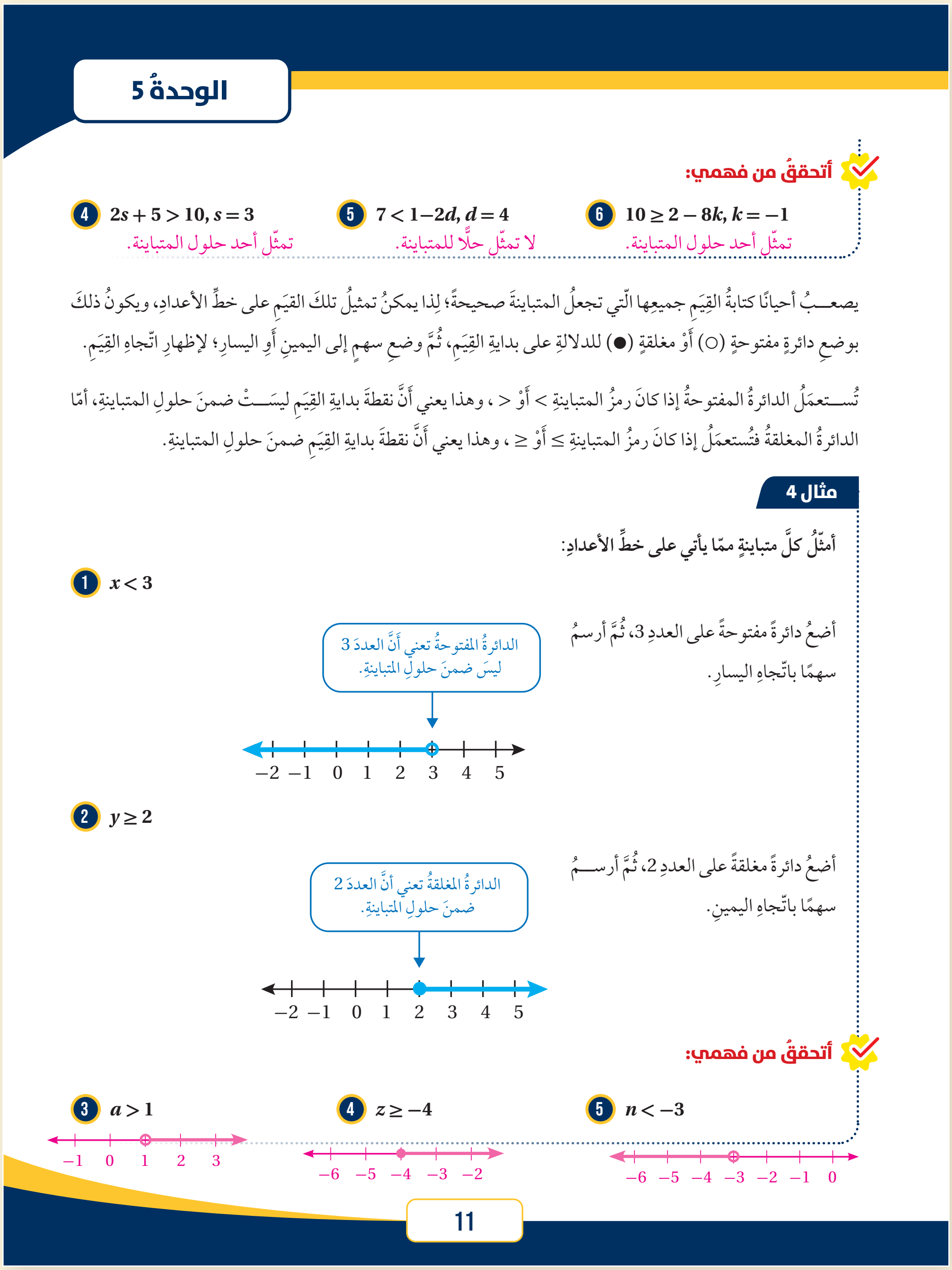
بِما أنَّ $6-y<6$ ليسَتْ صحيحةً عِنْدَ $y=-2$، فإنَّ العددَ -2 لا يمثّلُ حلًّا للمتباينةِ.

③ $12 \leq 9-3a, a=-1$

أكتبُ المتباينةَ	$12 \leq 9-3a$
أعوّضُ عَنْ a بـِ -1	$12 \overset{?}{\leq} 9-3(-1)$
أبسّطُ	$12 \leq 12$ ✓

بِما أنَّ $12 \leq 9-3a$ صحيحةٌ عِنْدَ $a=-1$، فإنَّ العددَ -1 يمثّلُ أحدَ حلولِ المتباينةِ.

10



الوحدةُ 5

أتحققُ من فهمي:

6 $10 \geq 2 - 8k, k = -1$ تمثّل أحد حلول المتباينة.

5 $7 < 1 - 2d, d = 4$ لا تمثّل حلًّا للمتباينة.

4 $2s + 5 > 10, s = 3$ تمثّل أحد حلول المتباينة.

يصعبُ أحيانًا كتابةُ القِيَم جميعِها الّتي تجعلُ المتباينةَ صحيحةً؛ لِذا يمكنُ تمثيلُ تلكَ القيَم على خطِّ الأعدادِ، ويكونُ ذلكَ بوضعِ دائرةٍ مفتوحةٍ (○) أَوْ مغلقةٍ (●) للدلالةِ على بدايةِ القِيَمِ، ثُمَّ وضعِ سهمٍ إلى اليمينِ أَوِ اليسارِ؛ لإظهارِ اتّجاهِ القِيَمِ.

تُستعمَلُ الدائرةُ المفتوحةُ إذا كانَ رمزُ المتباينةِ > أَوْ < ، وهذا يعني أَنَّ نقطةَ بدايةِ القِيَم ليسَتْ ضمنَ حلولِ المتباينةِ، أمّا الدائرةُ المغلقةُ فتُستعمَلُ إذا كانَ رمزُ المتباينةِ ≤ أَوْ ≥ ، وهذا يعني أَنَّ نقطةَ بدايةِ القِيَم ضمنَ حلولِ المتباينةِ.

مثال 4

أمثّلُ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي على خطِّ الأعدادِ:

1 $x < 3$

أضعُ دائرةً مفتوحةً على العددِ 3، ثُمَّ أرسمُ سهمًا باتّجاهِ اليسارِ.

الدائرةُ المفتوحةُ تعني أَنَّ العددَ 3 ليسَ ضمنَ حلولِ المتباينةِ.

2 $y \geq 2$

أضعُ دائرةً مغلقةً على العددِ 2، ثُمَّ أرسمُ سهمًا باتّجاهِ اليمينِ.

الدائرةُ المغلقةُ تعني أَنَّ العددَ 2 ضمنَ حلولِ المتباينةِ.

أتحققُ من فهمي:

5 $n < -3$

4 $z \geq -4$

3 $a > 1$

مثال 4

- أوضّح للطلبة صعوبة كتابة جميع حلول المتباينة، فقد يكون عدد الحلول لا نهائيًّا، ويُستعاض عن ذلك بتمثيل الحلول على خطّ الأعداد.
- أبيّن للطلبة كيفية تمثيل متباينات مختلفة على خطّ الأعداد، عن طريق مناقشة حلّ المثال 4 على اللوح.
- إنْ لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم مهارة تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد.

مثال 5

- أوجّه للطلبة السؤال الآتي:
  » تعلّمنا في المثال السابق تمثيل المتباينة على خطّ الأعداد، ولكن كيف يمكن تحديد المتباينة الممثّلة على خطّ الأعداد؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أستمع لإجابات الطلبة، ثم أوضّح لهم إمكانية تحديد المتباينة من تمثيلها على خطّ الأعداد، بتحديد نقطة بداية القيم وتحديد ما إذا كانت ضمن الحلول أم لا بملاحظة نوع الدائرة المعطاة، ثمّ تحديد اتجاه السهم، فإذا اتّجه السهم يمينًا فإن الحلول تمثّل الأعداد الأكبر من نقطة البداية، وإذا اتّجه يسارًا فإن الحلول تمثّل الأعداد التي تقلّ عن نقطة البداية.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 5 على اللوح.

4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1 – 25) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

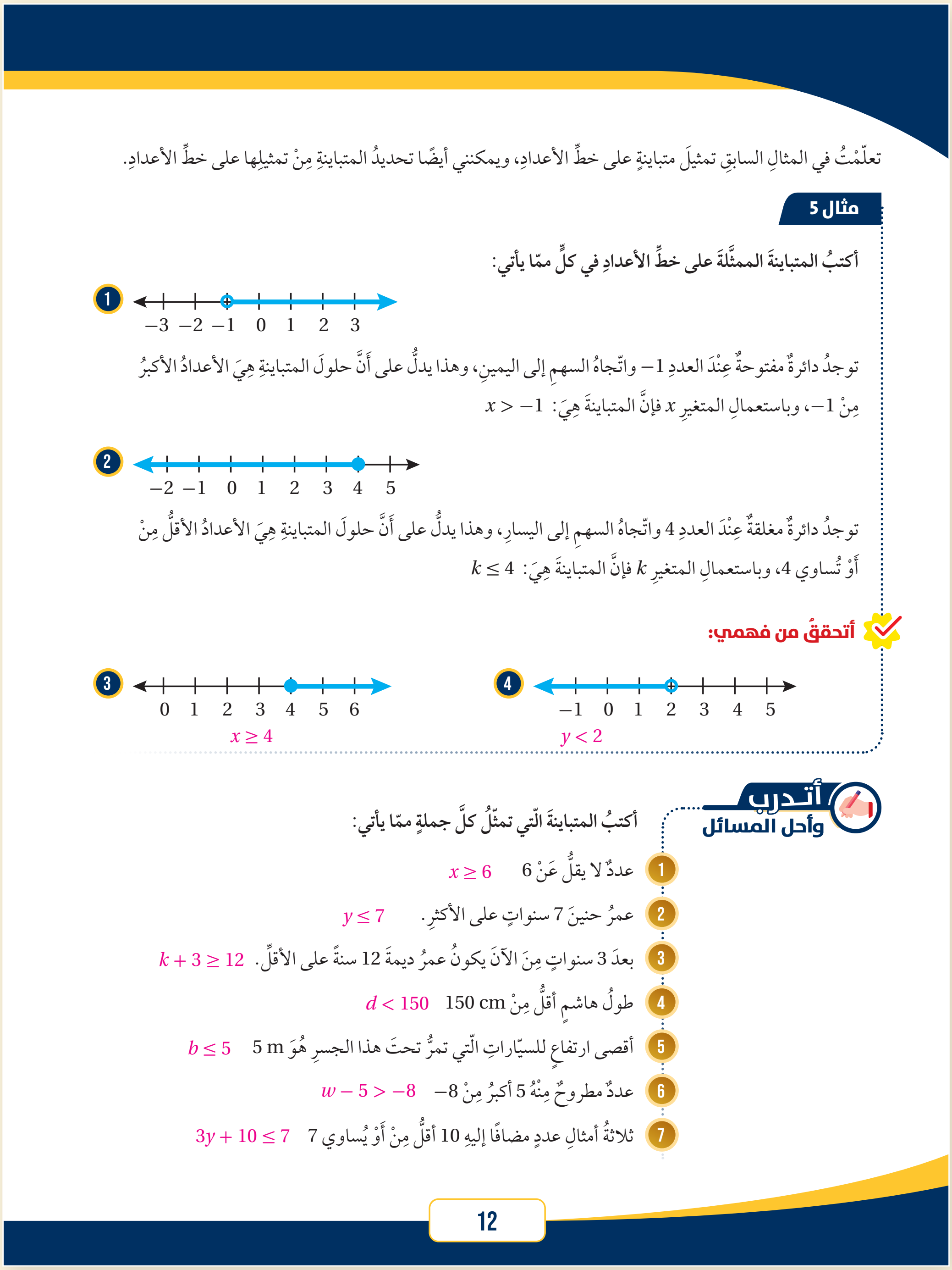
إرشاد: ألفِت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)؛ لِما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (28 – 30).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.



تعلّمْتُ في المثالِ السابقِ تمثيلَ متباينةٍ على خطِّ الأعدادِ، ويمكنني أيضًا تحديدُ المتباينةِ مِنْ تمثيلِها على خطِّ الأعدادِ.

مثال 5

أكتبُ المتباينةَ الممثَّلةَ على خطِّ الأعدادِ في كلٍّ ممّا يأتي:

①

توجدُ دائرةٌ مفتوحةٌ عِنْدَ العددِ 1− واتّجاهُ السهمِ إلى اليمينِ، وهذا يدلُّ على أَنَّ حلولَ المتباينةِ هِيَ الأعدادُ الأكبرُ مِنْ 1−، وباستعمالِ المتغيرِ x فإنَّ المتباينةَ هِيَ: $x > -1$

②

توجدُ دائرةٌ مغلقةٌ عِنْدَ العددِ 4 واتّجاهُ السهمِ إلى اليسارِ، وهذا يدلُّ على أَنَّ حلولَ المتباينةِ هِيَ الأعدادُ الأقلُّ مِنْ أَوْ تُساوي 4، وباستعمالِ المتغيرِ k فإنَّ المتباينةَ هِيَ: $k \leq 4$

أتحققُ من فهمي:

③

$x \geq 4$

④

$y < 2$

أتدرب وأحل المسائل

أكتبُ المتباينةَ الّتي تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي:

1. عددٌ لا يقلُّ عَنْ 6 $x \geq 6$
2. عمرُ حنينَ 7 سنواتٍ على الأكثرِ. $y \leq 7$
3. بعدَ 3 سنواتٍ مِنَ الآنَ يكونُ عمرُ ديمة 12 سنةً على الأقلِّ. $k + 3 \geq 12$
4. طولُ هاشمٍ أقلُّ مِنْ 150 cm $d < 150$
5. أقصى ارتفاعٍ للسيّاراتِ الّتي تمرُّ تحتَ هذا الجسرِ هُوَ 5 m $b \leq 5$
6. عددٌ مطروحٌ مِنْهُ 5 أكبرُ مِنْ 8− $w - 5 > -8$
7. ثلاثةُ أمثالِ عددٍ مضافًا إليهِ 10 أقلُّ مِنْ أَوْ يُساوي 7 $3y + 10 \leq 7$

12

إرشادات:

- في السؤال 28 (**أكتشف الخطأ**)، أذكّر الطلبة بمفهوم (العدد الكلي).
- في السؤال 29 (**تبرير**)، ألفت انتباه الطلبة إلى الإرشاد الخاص بالسؤال لمساعدتهم في حلّ المسألة.

الوحدةُ 5

8 **جامعاتٌ:** يحقُّ للطالبِ التقدمُ للالتحاقِ بكلّيةِ الصيدلةِ إذا كانَ معدّلُهُ في امتحانِ الثانويةِ العامّةِ لا يقلُّ عَنْ 80% أكتبُ المتباينةَ التي تمثّلُ هذِهِ الجملةَ. $x \geq 80\%$

9 **علومٌ:** يبدأُ الماءُ بالتحوّلِ مِنَ الحالةِ السائلةِ إلى الحالةِ الصُّلبةِ عندَ درجةِ حرارةِ 0°C أوْ أقلَّ. أكتبُ المتباينةَ التي تمثّلُ هذِهِ الجملةَ. $d \leq 0$

معلومةٌ

درجةُ التجمُّدِ هيَ الدرجةُ الّتي يصبحُ السائلُ عندَها صُلبًا.

10 **صحّةٌ:** يحتاجُ جسمُ الإنسانِ إلى 1600 سُعرةٍ حراريةٍ يوميًّا على الأقلِّ؛ ليقومَ بوظائفِهِ الحيويّةِ. أكتبُ المتباينةَ الّتي تمثّلُ هذِهِ الجملةَ. $n \geq 1600$

أبيّنُ ما إذا كانَتِ القيمةُ المعطاةُ تمثّلُ أحدَ حلولِ المتباينةِ أَمْ لا في كلٍّ ممّا يأتي:

أتذكّرُ

أتّبعُ أولويّاتِ العملياتِ الحسابيةِ بعدَ تعويضِ القيمةِ المعطاةِ.

11 $3x + 1 > 5, x = 2$
تمثّل أحد حلول المتباينة.

12 $4z + 3 < -6, z = 0$
لا تمثّل حلًّا للمتباينة.

13 $\frac{8-u}{u} \geq -9, u = -1$
تمثّل أحد حلول المتباينة.

14 $18 - n > 4, n = 12$
تمثّل أحد حلول المتباينة.

15 $5r \leq 35, r = 7$
تمثّل أحد حلول المتباينة.

16 $\frac{3m}{6} - 2 > 3, m = 8$
لا تمثّل حلًّا للمتباينة.

17 $-5 \div s < -1, s = 10$
لا تمثّل حلًّا للمتباينة.

18 $17 > 2y, y = 7$
تمثّل أحد حلول المتباينة.

أمثّلُ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي على خطِّ الأعدادِ:

19 $y > -4$

20 $h < 3$

21 $n \leq 11$

22 $t \geq 9$

أكتبُ المتباينةَ الممثَّلةَ على خطِّ الأعدادِ في كلٍّ ممّا يأتي:

23 $x > 13$

24 $y < -1$

25 $b \geq -2$

13

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 27 كتاب التمارين: $(1-3), (5-7), (11-13), 17$
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: $(26-28)$ كتاب التمارين: $(2-4), (8-10), (14-16), 19, 20$
فوق المتوسط	كتاب الطالب: $(27-30)$ كتاب التمارين: $10, 14, 16, 19, 20, 21$

✓ إرشاد: قد يختلف تصنيف الطلبة من درس إلى آخر تبعًا لأدائهم. فمثلًا، قد يكون أداء أحد الطلبة دون المتوسط في درس، وفوق المتوسط في درس آخر.

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:

في ما يأتي مجموعة من البطاقات المستعمَلة في إحدى الألعاب مكتوب عليها معادلات ومتباينات.

$x > 0$ $x < 3$ $x \geq 4$ $x = 2$ $x = 6$

تشترط اللعبة على اللاعبين خلط البطاقات جيدًا ووضعها مقلوبة إلى الأسفل أمامهم، ثمّ فَتْح البطاقات واحدة تلو الأخرى، وترتيبها في صفّ واحد. تُحتسَب النقاط في اللعبة وفقًا للآتي:

» إذا وُجِد أيّ عدد مشترك بين الجملتين على بطاقتين فتُسجَّل نقطة، أمّا إذا لم يكن بينهما عدد مشترك فتُحسَم نقطة، ثمّ يُحسَب المجموع الكلي للنقاط في نهاية السطر، فمثلًا: في ترتيب البطاقات أدناه، ألاحظ أنّه لا توجد أعداد مشتركة بين المعادلة $x = 6$ والمتباينة $x < 3$؛ لذا تُحسَم نقطة ويكون الرصيد -1

$x = 6$ $x < 3$ $x > 0$ $x = 2$ $x \geq 4$

1 أوضّح لماذا يكون المجموع الكلّيّ للنقاط في ترتيب البطاقات أعلاه 0

2 أجد مجموع النقاط الكلّيّ للنقاط في الترتيب الآتي:

$x > 0$ $x = 6$ $x \geq 4$ $x = 2$ $x < 3$

3 أعيد ترتيب البطاقات بحيث يكون المجموع الكلّيّ للنقاط 4

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

نشاط التكنولوجيا

أحفّز الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في تحديد المتباينة من تمثيلها على خطّ الأعداد.

إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (4 – 1) من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

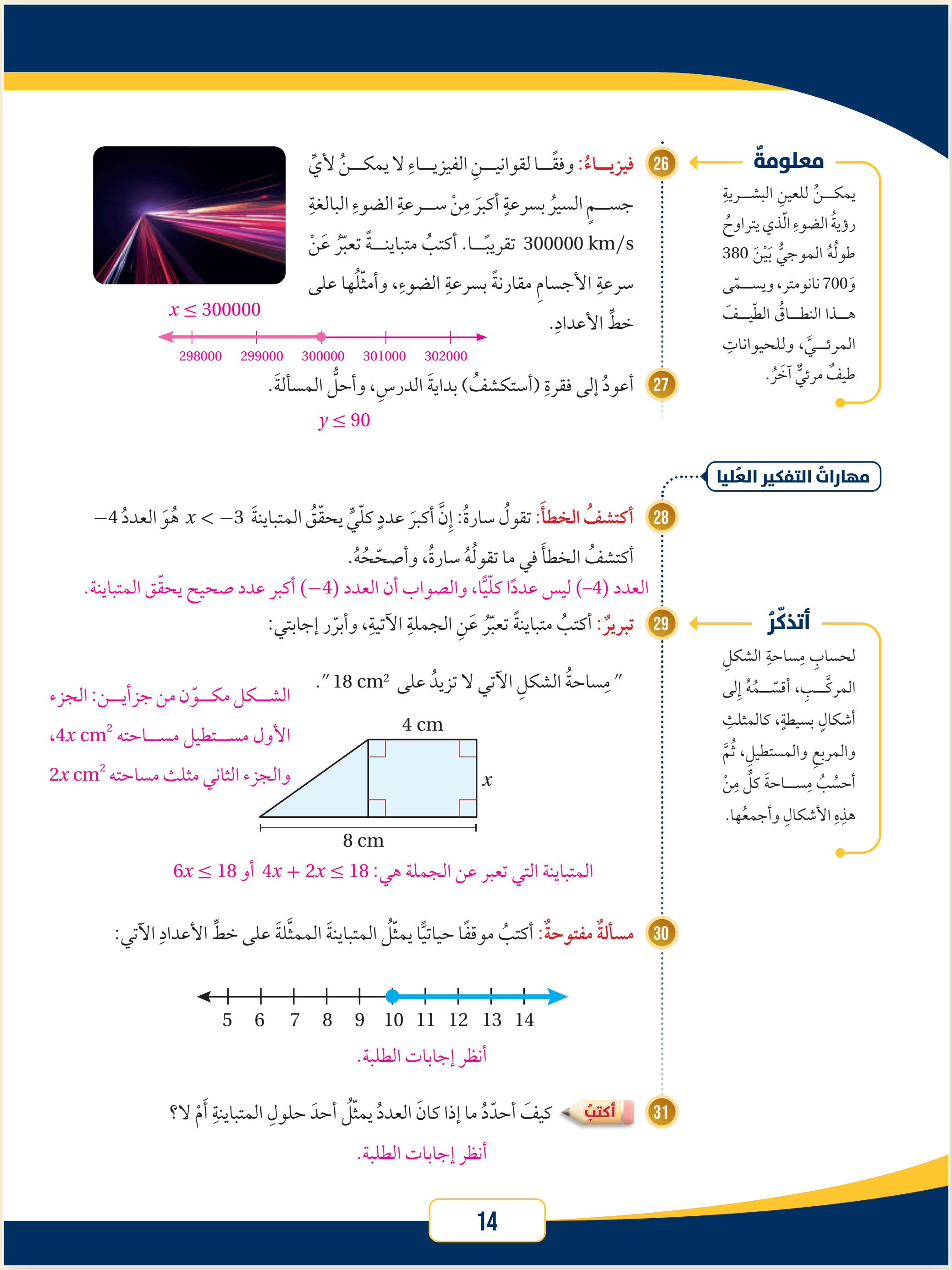
- أوجّه الطلبة إلى بند (**أكتب**)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقَّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أكتب المتباينة التي تمثّل كلّ جملة ممّا يأتي:**

1 عُمْر ليلى أقلّ من 13 سنة. $x < 13$

2 عُمْر أحمد 6 سنوات على الأقل. $y > 6$

3 طول رنيم لا يزيد على 160 cm $z \leq 160$



معلومةٌ

يمكنُ للعينِ البشريةِ رؤيةُ الضوءِ الّذي يتراوحُ طولُهُ الموجيُّ بَيْنَ 380 وَ700 نانومتر، ويسمّى هذا النطاقُ الطّيفَ المرئيَّ، وللحيواناتِ طيفٌ مرئيٌّ آخَرُ.

26 **فيزياءُ:** وفقًا لقوانينِ الفيزياءِ لا يمكنُ لأيِّ جسمٍ السيرُ بسرعةٍ أكبرَ مِنْ سرعةِ الضوءِ البالغةِ 300000 km/s تقريبًا. أكتبُ متباينةً تعبّرُ عَنْ سرعةِ الأجسامِ مقارنةً بسرعةِ الضوءِ، وأمثّلُها على خطِّ الأعدادِ.

$x \leq 300000$

27 أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

$y \leq 90$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

28 **أكتشفُ الخطأَ:** تقولُ سارةُ: إنَّ أكبرَ عددٍ كلّيٍّ يحقّقُ المتباينةَ $x < -3$ هُوَ العددُ -4

أكتشفُ الخطأَ في ما تقولُهُ سارةُ، وأصحّحُهُ.

العدد (–4) ليس عددًا كلّيًّا، والصواب أن العدد (–4) أكبر عدد صحيح يحقّق المتباينة.

أتذكّرُ

لحسابِ مِساحةِ الشكلِ المركّبِ، أقسّمُهُ إلى أشكالٍ بسيطةٍ، كالمثلثِ والمربعِ والمستطيلِ، ثُمَّ أحسُبُ مِساحةَ كلٍّ مِنْ هذِهِ الأشكالِ وأجمعُها.

29 **تبريرٌ:** أكتبُ متباينةً تعبّرُ عَنِ الجملةِ الآتيةِ، وأبرّر إجابتي:

"مِساحةُ الشكلِ الآتي لا تزيدُ على $18\ cm^2$ ".

الشكل مكوّن من جزأين: الجزء الأول مستطيل مساحته $4x\ cm^2$، والجزء الثاني مثلث مساحته $2x\ cm^2$

المتباينة التي تعبر عن الجملة هي: $4x + 2x \leq 18$ أو $6x \leq 18$

30 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ موقفًا حياتيًّا يمثّلُ المتباينةَ الممثّلةَ على خطِّ الأعدادِ الآتي:

أنظر إجابات الطلبة.

31 **أكتبُ** كيفَ أحدّدُ ما إذا كانَ العددُ يمثّلُ أحدَ حلولِ المتباينةِ أَمْ لا؟

أنظر إجابات الطلبة.

14

الدرسُ 2 حلُّ المتبايناتِ بالجمعِ والطرحِ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ متبايناتٍ باستعمالِ خصائصِ الجمعِ أَوِ الطرحِ، وأمثِّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ.

المصطلحاتُ

متباينةٌ مكافئةٌ

أستكشفُ

قرصٌ صُلبٌ سَعةُ تخزينِهِ 180 جيجابايت، استُعمِلَ مِنْها 112 جيجابايت. أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لأجِدَ الحدَّ الأقصى لحجمِ البياناتِ الّتي يمكنُ تخزينُها على ما تبقّى مِنْ سَعةِ القرصِ.

تعلّمْتُ سابقًا استعمالَ خصائصِ المساواةِ لحلِّ المعادلاتِ، ويمكنُني أيضًا حلُّ المتباينةِ باستعمالِ خصائصِ المتبايناتِ الّتي يمكنُ بتطبيقِها إيجادُ **متباينةٍ مكافئةٍ** (equivalent inequality) للمتباينةِ الأصليةِ. والمتبايناتُ المتكافئةُ هِيَ متبايناتٌ لَها الحلُّ نفسُهُ.

مفهومٌ أساسيٌّ **خاصّيّةُ الجمعِ للمتبايناتِ**

- **بالكلماتِ:** إذا أضيفَ العددُ نفسُهُ إلى كلٍّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ، فإنَّ المتباينةَ الناتجةَ تبقى صحيحةً.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ أعدادٍ حقيقيةٍ a وَ b وَ c :
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $a + c > b + c$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $a + c < b + c$

تبقى هذِهِ الخاصّيّةُ صحيحةً في حالتَيْ ≤ وَ ≥

يوضّحُ المخطّطُ أدناهُ طريقةً واحدةً لتخيّلِ خاصّيّةِ الجمعِ للمتبايناتِ **عندَما $c > 0$**

15

نتاجات الدرس:

- حلّ متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- تعرّف المتباينات.
- تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد.
- التعبير عن جملة لفظية بمتباينة.
- تمثيل الأعداد النسبية على خطّ الأعداد.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أصفُ للطلبة عددًا في متباينة بالكلمات، ثمّ أطلب إليهم كتابة المتباينة التي تمثّل العدد على ألواحهم الصغيرة، ثمّ أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

(**مثال:** أنا أفكّر في العدد n الذي إذا طرحْت منه 4، كان الناتج أكبر من 10، ما المتباينة الدالّة على العدد n؟)

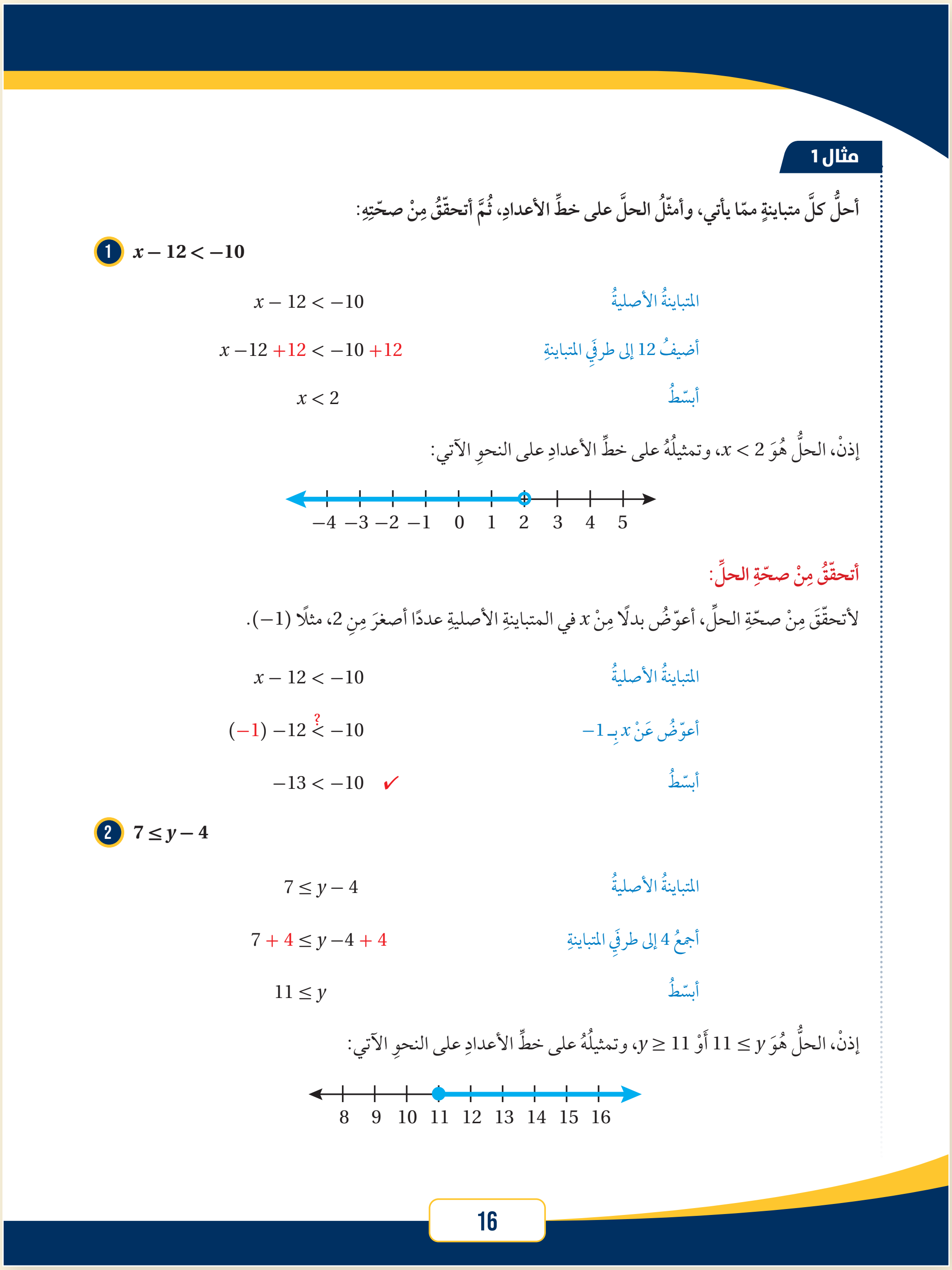
الإجابة: $n - 4 > 10$

- أكرّر النشاط أكثر من مرّة بوصف أعداد أُخرى.

إرشاد: أحرص على أن تحتوي المتباينات التي أعطيها للطلبة في نشاط التهيئة على عمليتي الجمع والطرح.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (أستكشف)، ثمّ أسألهم:
  - » فيمَ تُستعمَل الأقراص الصُّلبة؟ تُستعمَل في تخزين البيانات.
  - » ما سَعة تخزين القرص الصُّلب الوارد في المسألة؟ 180 جيجابايت.
  - » كم جيجابايتًا استُعمِل من القرص؟ 112 جيجابايتًا.
  - » ما الحدّ الأقصى لحجم البيانات التي يمكن تخزينها على ما تبقّى من سَعة القرص؟ الحد الأقصى لحجم البيانات 68 جيجابايتًا.
  - » كيف أوجدتم ذلك؟ بطرح 112 من 180
  - » ما المتباينة الدالّة على ذلك؟ $x \leq 68$، حيث x سَعة التخزين المتبقية في القرص.
  - » هل يمكن التعبير عن المسألة بمتباينة أُخرى؟ ما هي؟ نعم، $x + 112 \leq 180$، حيث x سَعة التخزين المتبقية من القرص.
  - » كيف يمكن حلّ هذه المتباينة؟
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرَّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - » مَنْ يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.



مثال 1

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

① $x - 12 < -10$

المتباينةُ الأصليةُ	$x - 12 < -10$
أضيفُ 12 إلى طرفَيِ المتباينةِ	$x - 12 + 12 < -10 + 12$
أبسّطُ	$x < 2$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $x < 2$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النحوِ الآتي:

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

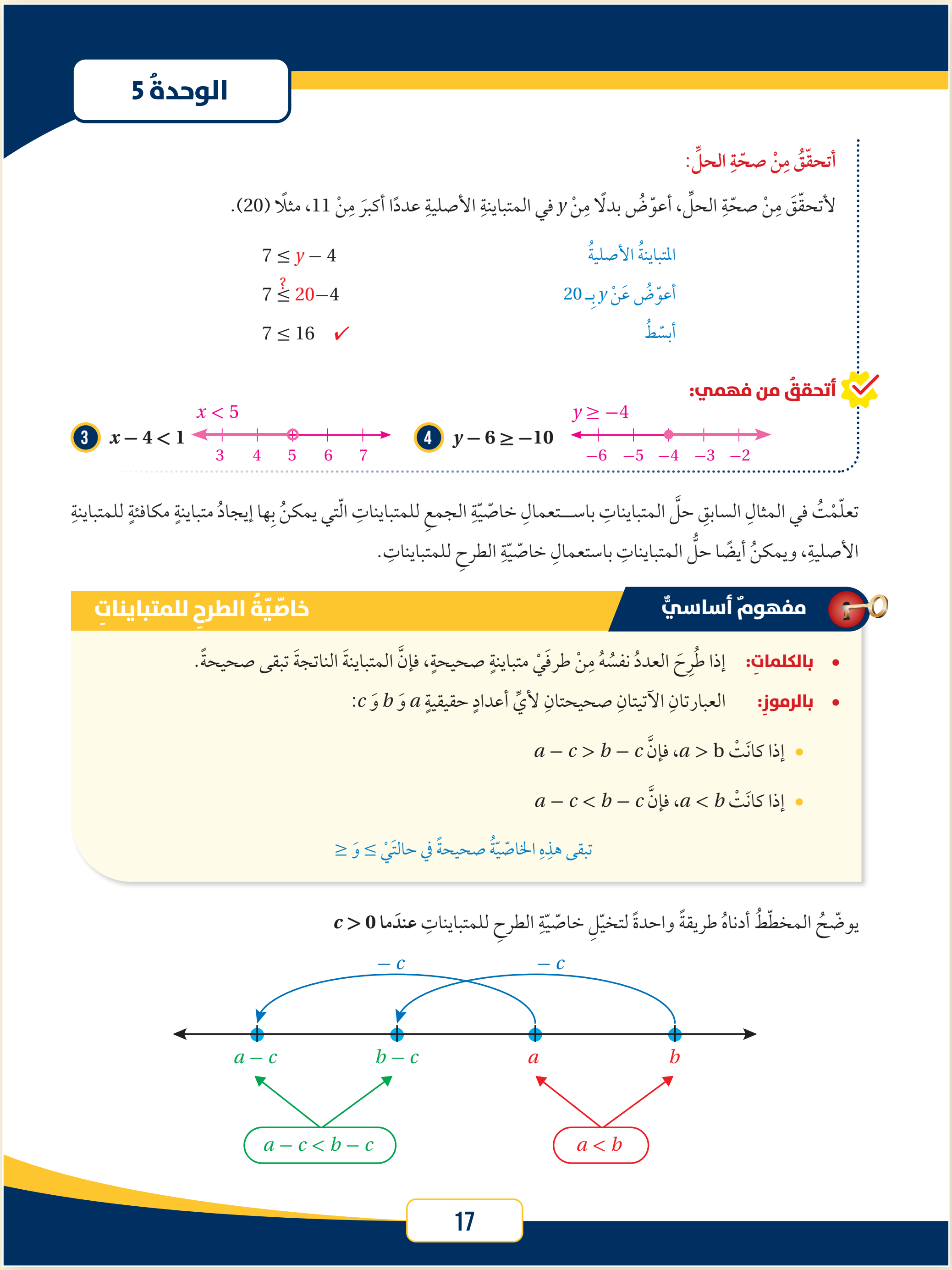
لأتحقّقَ مِنْ صحّةِ الحلِّ، أعوّضُ بدلًا مِنْ x في المتباينةِ الأصليةِ عددًا أصغرَ مِنِ 2، مثلًا (−1).

المتباينةُ الأصليةُ	$x - 12 < -10$
أعوّضُ عَنْ x بـِ −1	$(-1) - 12 \overset{?}{<} -10$
أبسّطُ	$-13 < -10$ ✓

② $7 \leq y - 4$

المتباينةُ الأصليةُ	$7 \leq y - 4$
أجمعُ 4 إلى طرفَيِ المتباينةِ	$7 + 4 \leq y - 4 + 4$
أبسّطُ	$11 \leq y$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $11 \leq y$ أَوْ $y \geq 11$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النحوِ الآتي:



الوحدةُ 5

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

لأتحقّقَ مِنْ صحّةِ الحلِّ، أعوّضُ بدلًا مِنْ y في المتباينةِ الأصليةِ عددًا أكبرَ مِنْ 11، مثلًا (20).

المتباينةُ الأصليةُ $7 \leq y - 4$

أعوّضُ عَنْ y بـِ 20 $7 \overset{?}{\leq} 20 - 4$

أبسّطُ $7 \leq 16$ ✓

أتحققُ من فهمي:

③ $x - 4 < 1$ $x < 5$

④ $y - 6 \geq -10$ $y \geq -4$

تعلّمْتُ في المثالِ السابقِ حلَّ المتبايناتِ باســتعمالِ خاصّيّةِ الجمعِ للمتبايناتِ الّتي يمكنُ بِها إيجادُ متباينةٍ مكافئةٍ للمتباينةِ الأصليةِ، ويمكنُ أيضًا حلُّ المتبايناتِ باستعمالِ خاصّيّةِ الطرحِ للمتبايناتِ.

مفهومٌ أساسيٌّ **خاصّيّةُ الطرحِ للمتبايناتِ**

- **بالكلماتِ:** إذا طُرِحَ العددُ نفسُهُ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ، فإنَّ المتباينةَ الناتجةَ تبقى صحيحةً.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ أعدادٍ حقيقيةٍ a وَ b وَ c:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $a - c > b - c$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $a - c < b - c$

تبقى هذِهِ الخاصّيّةُ صحيحةً في حالتَيْ ≤ وَ ≥

يوضّحُ المخطّطُ أدناهُ طريقةً واحدةً لتخيّلِ خاصّيّةِ الطرحِ للمتبايناتِ **عندَما $c > 0$**

17

3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة بخصائص المسـاواة التي تعلّموها سـابقًا والتي يمكن اسـتعمالها لحلّ المعادلات، ثمّ أبيّن لهم وجود خصائـص للمتباينـات أيضًا يمكن اسـتعمالها لحلّ المتباينات.
- أوضّـح للطلبة أنّـه يُمكن حـلّ المتباينات باسـتعمال خاصّيّـة الجمـع للمتباينـات، ثمّ أقـدّم لهـم الخاصّيّة بالكلمـات والرمـوز، بالاسـتعانة بصنـدوق (**مفهـوم أساسي**) الوارد في كتاب الطالب.
- أبيّـن للطلبة أنّ المتباينة الناتجة من جمع العدد نفسـه لِـكِلا طرفَـي المتباينـة مُكافئة للمتباينـة الأصلية، وأنّ لهما الحلّ نفسه.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 1 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إنْ لـزم الأمـر، أناقـش الطلبـة فـي مزيد مـن الأمثلة؛ للتحقّق مـن إتقانهم مهارة حلّ المتباينات باسـتعمال خاصّيّة الجمع للمتباينات.

إرشادات:

- يمكـن توضيـح خاصّيّـة الجمـع للمتباينـات باسـتعمال مخطّـط مشـابه للمخطّـط الـوارد فـي كتـاب الطالـب والـذي يَلـي صنـدوق (**مفهـوم أساسي**) مدعَّمًا بأمثلة عددية.
- أؤكّد للطلبة دائمًا أهمية التحقُّق من صحة الحلّ، باختيار أحـد حلول المتباينـة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقُّق من أنه يمثّل أيضًا حلًّا للمتباينة الأصلية.
- ألفِـت انتباه الطلبة عند التحقّـق من صحة الحلّ إلى تجنّـب تعويـض نقطـة بدايـة القِيَم عنـد التحقّق من صحة الحلّ؛ لأنّ تعويضها لا يعطي حكمًا صحيحًا.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الواردة ذِكْرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربيـة واللغة الإنجليزيـة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

أخطاء شائعة:

قـد يُخطئ بعض الطلبـة بظنّهم مثـلًا أن المتباينتين $x \leq 2$ و $x \geq 2$ مختلفتيـن؛ ولعـلاج ذلـك أطلب إلى الطلبة إعطاء أعـداد صحيحة تمثّل حلًا للمتباينة الأولى، ثمّ تعويضهـا في المتباينـة الثانية والتحقّق من أنّ هذه الأعداد تمثّل حـلًّا للمتباينة الثانية أيضًا، وبذلك يتوصّل الطلبة إلى أن المتباينتين متكافئتان.

التقويم التكويني:

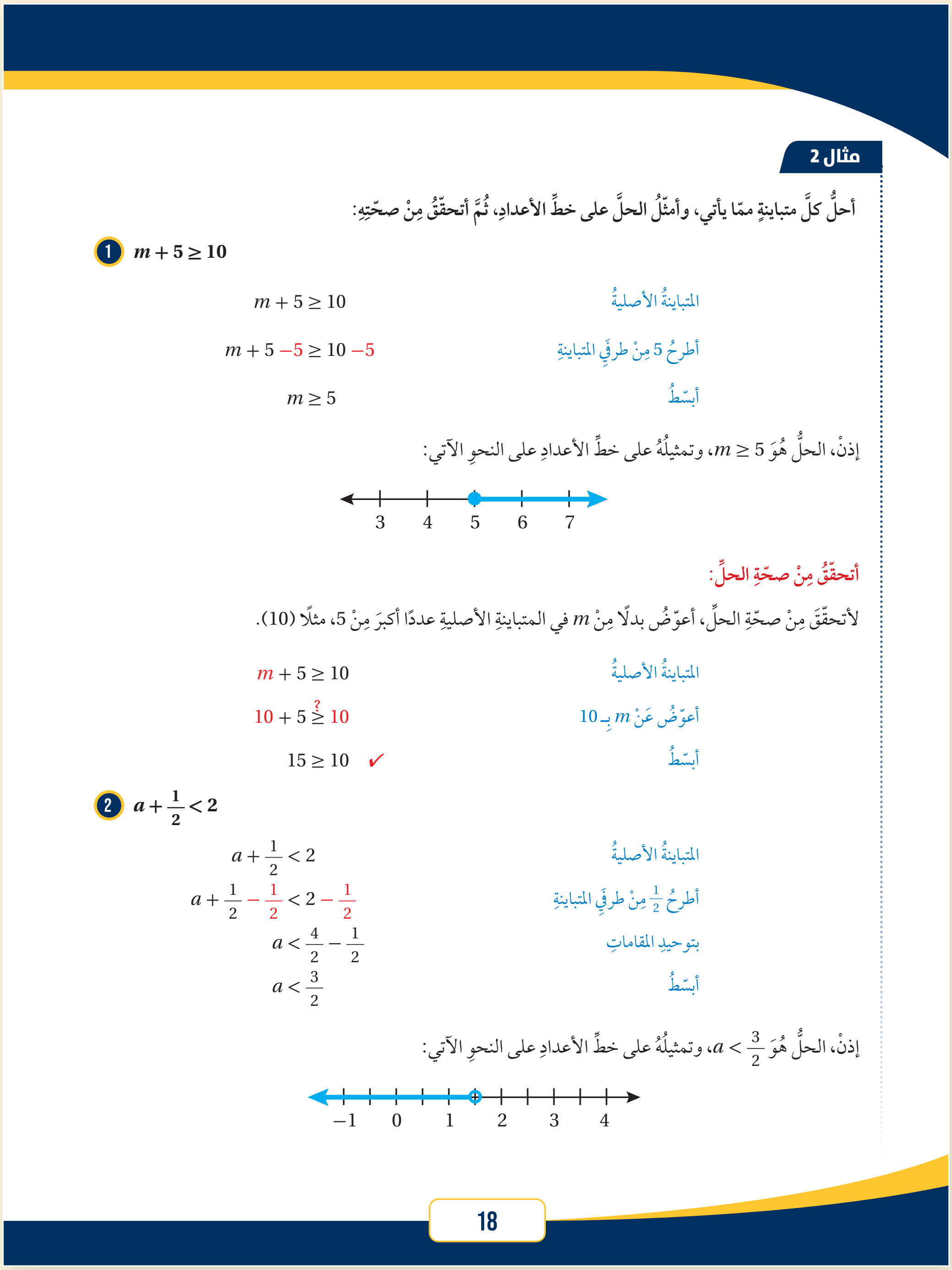
أطلب إلى الطلبة حـلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشـتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أوضّـح للطلبة أنّـه يُمكِن حـلّ المتباينات باسـتعمال خاصيـة الطـرح للمتباينـات، ثمّ أقـدّم لهـم الخاصّيّة بالكلمـات والرمـوز، بالاسـتعانة بصنـدوق (**مفهـوم أساسي**) الوارد في كتاب الطالب.
- أبيّـن للطلبـة أنّ المتباينة الناتجة من طرح العدد نفسـه من كِلا طرفَي المتباينـة مُكافئة للمتباينة الأصلية، وأنّ لهما الحلّ نفسه.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إنْ لـزم الأمـر، أناقـش الطلبـة في مزيـد مـن الأمثلة؛ للتحقّـق من إتقانهـم مهارة حلّ المتباينات باسـتعمال خاصّيّة الطرح للمتباينات.

إرشادات:

- يمكن توضيح خاصّيّة الطرح للمتباينات باستعمال مخطّط مشـابه للمخطّط الـوارد في كتاب الطالب والـذي يَلـي صنـدوق (**مفهـوم أساسـي**) مدعَّمًـا بأمثلة عددية.
- أؤكّد للطلبة دائمًا أهمية التحقّق من صحة الحلّ، باختيـار أحد حلول المتباينـة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقّق من أنّه يمثّل أيضًا حلًّا للمتباينة الأصلية.



مثال 2

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

① $m + 5 \geq 10$

المتباينةُ الأصليةُ	$m + 5 \geq 10$
أطرحُ 5 مِنْ طرفَيِ المتباينةِ	$m + 5 - 5 \geq 10 - 5$
أبسّطُ	$m \geq 5$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $m \geq 5$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النحوِ الآتي:

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

لأتحقّقَ مِنْ صحّةِ الحلِّ، أعوّضُ بدلًا مِنْ m في المتباينةِ الأصليةِ عددًا أكبرَ مِنْ 5، مثلًا (10).

المتباينةُ الأصليةُ	$m + 5 \geq 10$
أعوّضُ عَنْ m بـِ 10	$10 + 5 \overset{?}{\geq} 10$
أبسّطُ	$15 \geq 10$ ✓

② $a + \frac{1}{2} < 2$

المتباينةُ الأصليةُ	$a + \frac{1}{2} < 2$
أطرحُ $\frac{1}{2}$ مِنْ طرفَيِ المتباينةِ	$a + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} < 2 - \frac{1}{2}$
بتوحيدِ المقاماتِ	$a < \frac{4}{2} - \frac{1}{2}$
أبسّطُ	$a < \frac{3}{2}$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $a < \frac{3}{2}$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النحوِ الآتي:

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

لأتحقّقَ مِنْ صحّةِ الحلِّ، أعوّضُ بدلًا مِنْ a في المتباينةِ الأصليةِ عددًا أصغرَ مِنْ $\frac{3}{2}$، مثلًا (0).

المتباينةُ الأصليةُ $a + \frac{1}{2} < 2$

أعوّضُ عَنْ a بـِ 0 $0 + \frac{1}{2} \overset{?}{<} 2$

أبسّطُ $\frac{1}{2} < 2$ ✓

أتحقّقُ من فهمي:

③ $2 + x \geq 6$ $x \geq 4$

④ $5 > y + 12$ $y < -7$

يمكنُ استعمالُ المتبايناتِ وحلِّها في كثيرٍ مِنَ التطبيقاتِ الحياتيةِ.

مثال 3: مِنَ الحياةِ

كــرةُ قدمٍ: لعبَ أحدُ نوادي كرةِ القدمِ ثــلاثَ مبارياتٍ في ثلاثةِ ملاعبَ مختلفةٍ، وبجمهورٍ يزيدُ على **25000** شــخصٍ. إذا كانَ عددُ الجمهورِ في الملعبِ الأولِ **9500** شخصٍ، وفي الملعبِ الثّاني **7000** شخصٍ. أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لأجدَ عددَ الجمهورِ في الملعبِ الثالثِ.

بِالْكَلِماتِ عددُ الجمهورِ في الملعبِ الأولِ وعــددُ الجمهورِ في الملعبِ الثّاني وعددُ الجمهورِ في الملعبِ الثّالثِ يزيدُ على 25000

المتغيرُ لِيَكنْ x يمثّلُ عددَ الجمهورِ في الملعبِ الثالثِ.

المتباينةُ $9500 + 7000 + x > 25000$

المتباينةُ الأصليةُ $9500 + 7000 + x > 25000$

أبسّطُ $16500 + x > 25000$

أطرحُ 16500 مِنْ طرفَيِ المتباينةِ $16500 - 16500 + x > 25000 - 16500$

أبسّطُ $x > 8500$

إذنْ، عددُ الجمهورِ في الملعبِ الثالثِ أكثرُ مِنْ 8500 شخصٍ.

19

مثال 3: من الحياة

- أوضّـح للطلبـة أهميـة المتباينات وحلّها فـي كثير من التطبيقات الحياتية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.
- أطلـب إلـى أحد الطلبة قراءة المثـال 3، ثمّ أطلب إلى آخر التعبير عن الموقف الحياتي في المثال باستعمال جملة بسـيطة، ثـمّ أحدّد معهمـا المتغيّر في المسـألة، وهو هنا: عدد الجمهور في الملعب الثالث، وأفترض أنه x.
- أطلب إلى الطلبة التعبير عن الجملة بمتباينة، وكتابتها علـى ألواحهم الصغيرة، ثمّ أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- أناقش حلّ المتباينة مع الطلبة على اللوح، باسـتعمال خاصّيّة الطرح للمتباينات.

4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّـه الطلبـة إلـى بنـد (**أتـدرّب وأحـلّ المسـائل**)، ثـمّ أطلـب إليهـم حـلّ المسـائل (16 –1) ضمـن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديـدًا ترتبـط ارتباطًا مباشـرًا بأمثلة الـدرس، وهي تُسـتعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحـد الطلبة مِمَّـنْ تمكّنوا من حلّ المسـألة؛ لمناقشـة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

إرشـاد: أَلفِـت انتبـاه الطلبة إلـى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسـائل**)؛ لِما لهـا من أهمية في إثـراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط صعوبة في تمثيل المتباينات التي نقطة البداية فيها تمثّل كسرًا أو عددًا كسريًّا أو كسرًا عشريًّا؛ ولعلاج ذلك أراجع الطلبة في تمثيل الأعداد النسبية على خطّ الأعداد.

مهارات التفكير العليا

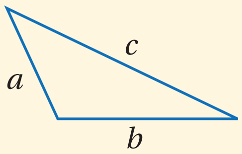
- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسألتين 21 و 22.
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 22 (**أكتشف الخطأ**)، أذكّر الطلبة بأنّه عند استعمال خاصّية الجمع للمتباينات، يجب إضافة العدد نفسه إلى كِلا طرفَي المتباينة.

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:
  مثلث أطوال أضلاعه a, b, c، أبيّن إمكانية رسم هذا المثلث في كلّ من الحالات الآتية:



» $a + b = c$
» $a + b < c$
» $a + b > c$

- أطلب إلى الطلبة تبرير إمكانية رسم المثلث في كلّ من الحالات السابقة.

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

أتحقّقُ من فهمي:

سيّاراتٌ: تريدُ مَلَكُ شراءَ سيّارةٍ لا يقلُّ ثمنُها عَنْ JD 15000، وقدْ وفّرَتْ JD 13500. أكتبُ متباينةً وأحلُّها، لأجدَ المبلغَ المتبقّيَ عليها لشراءِ السيّارةِ.

$x + 13500 \geq 15000$

$x + 13500 - 13500 \geq 15000 - 13500$

$x \geq 1500$

أتدرب وأحل المسائل

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

(1–6) أنظر الهامش.

1 $v - 6 < -3$

2 $y - 11 \geq 0$

3 $h - 7.8 > -2.8$

4 $0 \leq n - 8$

5 $k - 4 \geq -5$

6 $s - \frac{2}{3} < 4$

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

(7–12) أنظر ملحق الإجابات.

7 $y + 5 < 11$

8 $-1 \geq 3 + b$

9 $8.1 < y + 6.1$

10 $2.4 \leq 6.4 + n$

11 $-8 \leq 8 + x$

12 $1\frac{1}{4} + w > 3$

أكتبُ المتباينةَ الّتي تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي، ثُمَّ أحلُّها:

13 عددٌ مضافٌ إليهِ 7 أكبرُ مِنْ 20 $b + 7 > 20, b > 13$

14 عددٌ مطروحٌ مِنْهُ 9 أكبرُ مِنْ −5 $c - 9 > -5, \ c > 4$

15 العددُ 6 أقلُّ مِنْ أوْ يُساوي مجموعَ عددٍ وَ15 $6 \leq 15 + r, r \geq -9$

16 تسويقٌ: يخطّطُ مندوبُ مبيعاتِ إحدى شركاتِ تصنيعِ الأدويةِ لتسويقِ 200 عُبوّةِ دواءٍ على الأقلِّ في أسبوعٍ. إذا تمكّنَ مِنْ تسويقِ 30 عُبوّةً في اليومِ الأولِ مِنَ الأسبوعِ، فأكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لأجدَ عددَ العُبوّاتِ التي يحتاجُ المندوبُ إلى تسويقِها في الأيّامِ المتبقيةِ مِنَ الأسبوعِ ليصلَ إلى هدفِهِ.

$y + 30 \geq 200, y \geq 170$

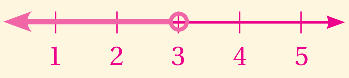
معلومةٌ

مندوبُ المبيعاتِ هُوَ الشخصُ الّذي يروّجُ منتجاتِ الشركاتِ، وعادةً يَتقاضى أجرتَهُ كنسبةٍ مِنْ مبيعاتِهِ؛ لتشجيعِهِ على زيادةِ المبيعاتِ، فكلّما زادَتْ مبيعاتُهُ زادَتْ أجرتُهُ.

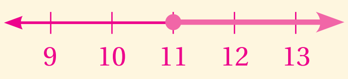
20

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

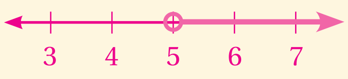
1) $v < 3$



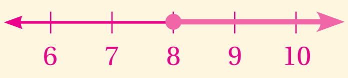
2) $y \geq 11$



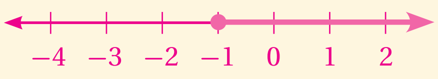
3) $h > 5$



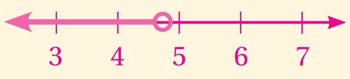
4) $n \geq 8$



5) $k \geq -1$



6) $s < \frac{14}{3}$



الوحدةُ 5

معلومة

السّحالي مِنْ ذواتِ الدّمِ البارِدِ، فَهِيَ تعتمدُ على درجةِ حرارةِ الشمسِ لرفعِ درجةِ حرارةِ جسمِها الداخليةِ، ولتحفيزِ عمليةِ التمثيلِ الغذائيِّ الخاصِّ بها.

17 **هندسةٌ:** إذا كانَ طولُ قاعدةِ المثلثِ المجاورِ أقلَّ مِن ارتفاعِهِ، فَما القِيَمُ الممكِنةُ للمتغيرِ x؟

$12 < 4 + x, x > 8$

18 **ميزانيةٌ شهريّةٌ:** يتقاضى موظفٌ راتبًا شهريًّا مقدارُهُ JD 560، يوفّرُ مِنْهُ JD 100 شهريًّا، ويدفعُ JD 20 اشتراكًا شهريًّا في أحدِ مراكزِ اللياقةِ البدنيةِ ويصرفُ باقِيَ الراتبِ. أكتبُ متباينةً وأحلُّها لأجدَ الحدَّ الأعلى للمبلغِ الّذي يمكنُ للموظفِ صرفُهُ شهريًّا.

$y + 100 + 20 \leq 560, y \leq 440$

19 **زواحفُ:** يحتاجُ حيوانُ أبو بريصِ الفهدِ إلى أَنْ تكونَ درجةُ الحرارةِ في منطقةِ تعرّضِهِ للشمسِ 28°C على الأقلِّ. إذا كانَتْ درجةُ الحرارةِ الحاليةُ 24°C، فأكتبُ متباينةً وأحلُّها لأجدَ كَمْ يجبُ أَنْ ترتفعَ درجةُ الحرارةِ لتلبّيَ حاجَةَ ذلكَ الحيوانِ. $b + 24 \geq 28, b \geq 4$

20 أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

$d + 112 \leq 180, d \leq 68$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

21 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ ثلاثَ متبايناتٍ مكافئةٍ للمتباينةِ $y < -2$ أنظر إجابات الطلبة.

22 **أكتشفُ الخطأَ:** أنظرُ الحلَّ الآتِيَ، وأكتشفُ الخطأَ الواردَ فيهِ، وأصحّحُهُ:

$$-10 + x \geq -9$$
$$-10 + 10 + x \geq -9$$
$$x \geq -9$$

22) الخطأ: إضافة 10 إلى الطرف الأيسر من المتباينة فقط من دون إضافة 10 إلى الطرف الأيمن.
الصواب: إضافة 10 إلى الطرف الأيمن أيضًا لتصبح الإجابة $x \geq 1$

23 **أكتبُ** كيفَ أستعملُ خاصّيّتَي الجمعِ والطرحِ للمتبايناتِ في حلِّ متباينةٍ؟

أنظر إجابات الطلبة.

21

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 20, 22 كتاب التمارين: (1−9)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (17 – 19), 22 كتاب التمارين: (7 – 11), 14
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 17, 19, 21, 22 كتاب التمارين: (12−15)

نشاط التكنولوجيا:

- أحفّز الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستماع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في حلّ متباينات باستعمال خصائص الجمع أو الطرح.

إرشاد: يُمكِن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوة 5 من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أكتب**)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» أحلّ كلّ متباينة ممّا يأتي:

① $x + 13 > 5$ $x > -8$

② $y - 23 \leq 5$ $y \leq 28$

الدرس 3

نتاجات الدرس:

- حلّ متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.

نتاجات التعلّم القبلي:

- تعرّف المتباينات.
- تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد.
- التعبير عن جملة لفظية بمتباينة.
- تمثيل الأعداد النسبية على خطّ الأعداد.
- حلّ المتباينات بالجمع أو الطرح.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أصف للطلبة بالكلمات عددًا في متباينة، ثمّ أطلب إليهم كتابة المتباينة التي تمثّل العدد على ألواحهم الصغيرة، ثمّ أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

(مثال: أنا أفكّر في العدد n الذي إذا ضاعفته كان الناتج أقلّ من 8، ما المتباينة الدالّة على العدد n؟)

الإجابة: $2n < 8$

- أكرّر النشاط أكثر من مرّة بوصف أعداد أخرى.

إرشاد: أحرص على أن تحتوي المتباينات التي أُعطيها للطلبة في نشاط التهيئة عمليّتَي الضرب أو القسمة.

الدرسُ 3 حلُّ المتبايناتِ بالضربِ والقسمةِ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ متبايناتٍ باستعمالِ خصائصِ الضربِ أَوِ القسمةِ، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ.

أستكشفُ

حصلَ كمالٌ على علامتَيْ 93 ، 90 في الاختبارَينِ: الأوّلِ، والثّاني، مِنْ مادّةِ العلومِ. أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لأجدَ الحدَّ الأدنى للعلامةِ الّتي يجبُ أنْ يحصلَ عليها في الاختبارِ الثالثِ ليكونَ معدّلُ علاماتِهِ 90 على الأقلِّ.

تعلّمْتُ سابقًا استعمالَ خصائصِ المساواةِ لحلِّ المعادلاتِ، ومِنْها خاصّيّةُ الضربِ، ويمكنُني أيضًا حلُّ المتباينةِ باستعمالِ خاصّيّةِ الضربِ للمتبايناتِ.

مفهومٌ أساسيٌّ **خاصّيّةُ الضربِ للمتبايناتِ**

الضربُ في عددٍ موجِبٍ

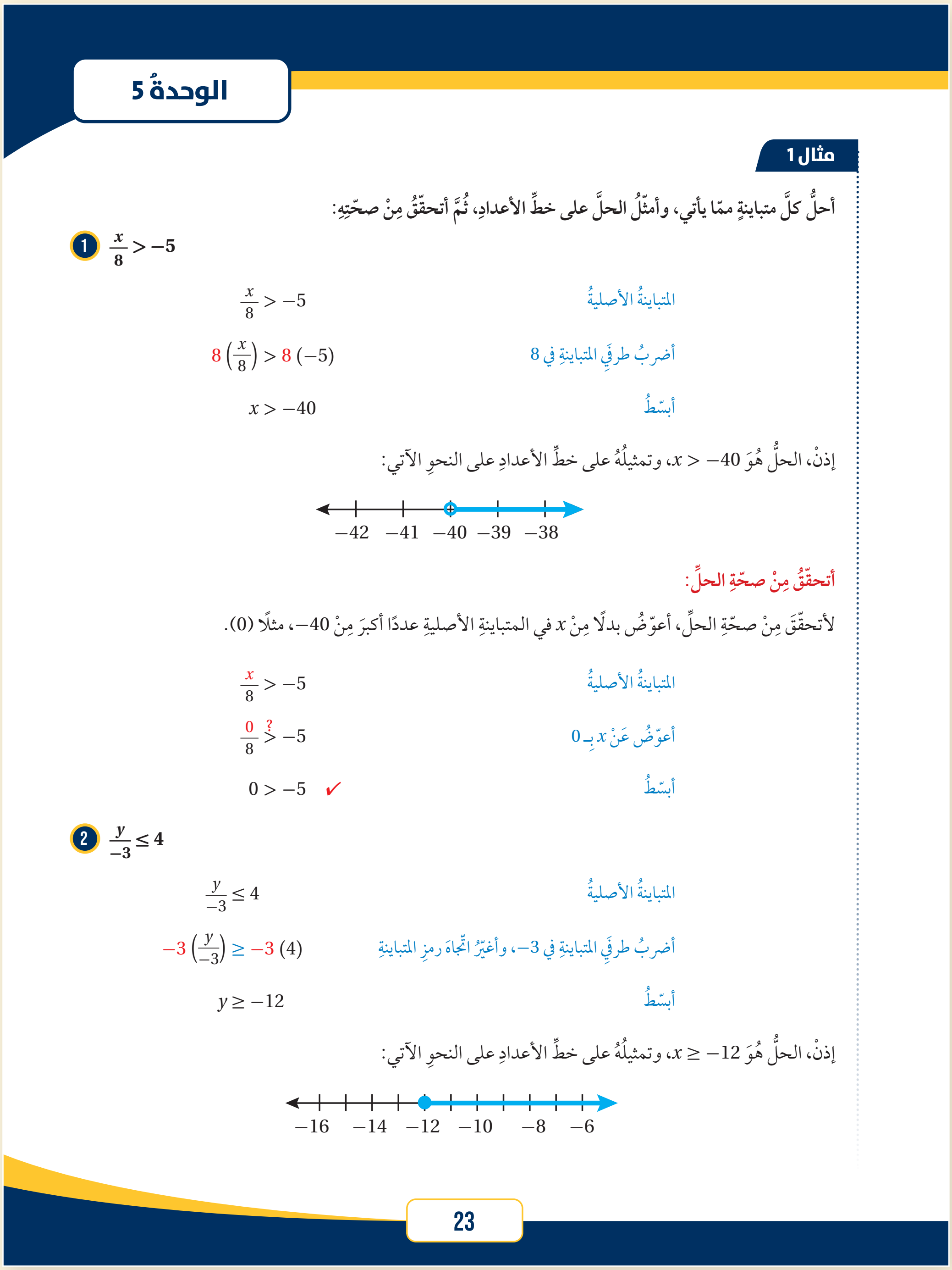
- **بالكلماتِ:** إذا ضُرِبَ كلٌّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ في عددٍ موجِبٍ، فإنَّ المتباينةَ الناتجةَ تبقى صحيحةً.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ عددَينِ حقيقيَّينِ a وَ b وَلأي $c > 0$:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $ac > bc$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $ac < bc$

الضربُ في عددٍ سالبٍ

- **بالكلماتِ:** إذا ضُرِبَ كلٌّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ في عددٍ سالبٍ، فإنَّهُ يتعيّنُ تغييرُ اتجاهِ رمزِ المتباينةِ لجعلِ المتباينةِ الناتجةِ صحيحةً أيضًا.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ عددَينِ حقيقيَّينِ a وَ b وَلأيِّ $c < 0$:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $ac < bc$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $ac > bc$

تبقى هذِهِ الخاصّيّةُ صحيحةً في حالتَيْ $\leq$ وَ $\geq$

22



الوحدةُ 5

مثال 1

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

① $\frac{x}{8} > -5$

المتباينةُ الأصليةُ	$\frac{x}{8} > -5$
أضربُ طرفَيِ المتباينةِ في 8	$8\left(\frac{x}{8}\right) > 8\,(-5)$
أبسّطُ	$x > -40$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $x > -40$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النحوِ الآتي:

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

لأتحقّقَ مِنْ صحّةِ الحلِّ، أعوّضُ بدلًا مِنْ x في المتباينةِ الأصليةِ عددًا أكبرَ مِنْ 40−، مثلًا (0).

المتباينةُ الأصليةُ	$\frac{x}{8} > -5$
أعوّضُ عَنْ x بـ 0	$\frac{0}{8} \overset{?}{>} -5$
أبسّطُ	$0 > -5$ ✓

② $\frac{y}{-3} \leq 4$

المتباينةُ الأصليةُ	$\frac{y}{-3} \leq 4$
أضربُ طرفَيِ المتباينةِ في 3−، وأغيّرُ اتّجاهَ رمزِ المتباينةِ	$-3\left(\frac{y}{-3}\right) \geq -3\,(4)$
أبسّطُ	$y \geq -12$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $x \geq -12$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النحوِ الآتي:

23

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثمّ أسألهم:
  - » ما علامة كمال في الاختبار الأول من مادة العلوم؟ 93
  - » ما علامة كمال في الاختبار الثاني من مادة العلوم؟ 90
  - » كيف يمكن إيجاد الحدّ الأدنى للعلامة التي يجب أن يحصل عليها كمال في الاختبار الثالث ليكون معدّل علاماته 90 على الأقل؟ بكتابة متباينة يكون فيها معدّل القيم الثلاث أكبر من أو يساوي 90، وحلّها.
  - » ما المتباينة الدالّة على ذلك؟ $\frac{90+93+x}{3} \geq 90$، حيث x علامة الاختبار الثالث.
  - » كيف يمكن حلّ هذه المتباينة؟
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - » مَنْ يتفق مع إجابة زميله/ زميلته؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة بخاصّيّتي الجمع والطرح لحلّ للمتباينات التي تعلّموهما في الدرس السابق، وأهميتها في حلّ المتباينات.
- أوضّح للطلبة أنّه يُمكِن حلّ المتباينات باستعمال خاصّيّة الضرب للمتباينات، ثمّ أكتب المتباينة (9 > 5) على اللوح، وأسألهم:
  - » إذا ضربْنا طرفَي المتباينة في عدد موجب، مثلًا (2)، فهل تكون المتباينة الناتجة صحيحة؟ أبرّر إجابتي. نعم؛ لأنّ المتباينة تصبح 18 > 10 وهي متباينة صحيحة.
  - » إذا ضربْنا طرفَي المتباينة في عدد سالب مثلًا (2−)، فهل تكون المتباينة الناتجة صحيحة؟ أبرّر إجابتي. لا؛ لأنّ المتباينة تصبح 18− > 10−، وهي غير صحيحة لأنّ 10− أكبر من 18 −

» كيف يمكن جَعْل المتباينة $(-18 < -10)$ صحيحة؟ بتغيير اتجاه رمز المتباينة.

- أوضّح للطلبة أنّه إذا ضُرِب كلٌّ من طرفَي متباينة في عدد موجب فإنّ المتباينة الناتجة تبقى صحيحة محافظةً على اتجاه رمز المتباينة، أمّا إذا ضُرِب كلٌّ من طرفَي متباينة في عدد سالب، فإنّ المتباينة الناتجة تكون غير صحيحة، ويلزم حينئذ تغيير اتجاه رمز المتباينة لجعلها صحيحة.
- أقدّم للطلبة خاصّيّة الضرب للمتباينات بالكلمات والرموز، بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 1 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إنْ لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم مهارة حلّ المتباينات باستعمال خاصّيّة الضرب للمتباينات.

إرشادات:

- أؤكّد للطلبة دائمًا أهمية التحقّق من صحة الحلّ، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقّق من أنّه يمثّل أيضًا حلًّا للمتباينة الأصلية.
- أذكّر الطلبة بصورة مستمرة بتغيير اتجاه رمز المتباينة عند ضرب طرفَي المتباينة في عدد سالب.
- ألفت انتباه الطلبة إلى أنّ خاصّيّة الضرب لا تتحقّق عند ضرب طرفَي المتباينة في صفر.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنّبًا لإحراجه.

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

لأتحقّقَ مِنْ صحّةِ الحلِّ، أعوّضُ بدلًا مِنْ y في المتباينةِ الأصليةِ عددًا أكبرَ مِنْ -12، مثلًا (0).

المتباينةُ الأصليةُ	$\frac{y}{-3} \leq 4$
أعوّضُ عَنْ y بـ 0	$\frac{0}{-3} \overset{?}{\leq} 4$
أبسّطُ	$0 \leq 4$ ✓

أتحقّقُ من فهمي:

③ $\frac{y}{3} > -1$

$y > -3$

④ $-\frac{4}{7}m < 8$

$m > -14$

إنَّ حلَّ المتبايناتِ باستعمالِ خاصّيّةِ القسمةِ مشابهٌ لحلِّها باستعمالِ خاصّيّةِ الضربِ، حيثُ إنَّهُ عِنْدَ قسمةِ طرفَي المتباينةِ على عددٍ موجبٍ يبقى اتّجاهُ رمزِ المتباينةِ كَما هُوَ، أمّا عِنْدَ قسمةِ طرفَي المتباينةِ على عددٍ سالبٍ، فإنَّهُ يتعيّنُ تغييرُ اتجاهِ رمزِ المتباينةِ.

مفهومٌ أساسيٌّ — خاصّيّةُ القسمةِ للمتبايناتِ

القسمةُ على عددٍ موجبٍ

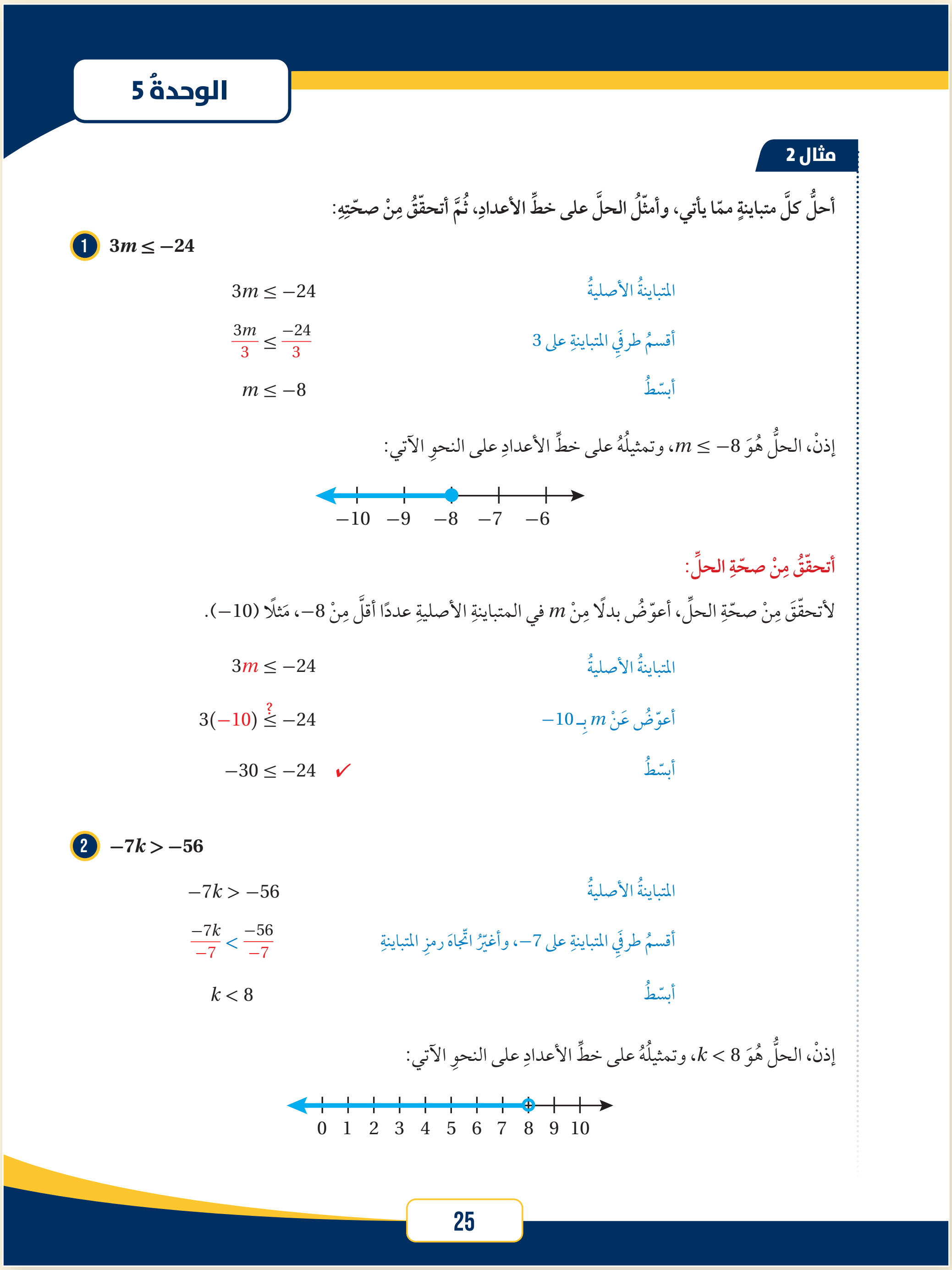
- **بالكلماتِ:** إذا قُسِمَ كلٌّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ على عددٍ موجبٍ، فإنَّ المتباينةَ الناتجةَ تبقى صحيحةً.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ عددَينِ حقيقيَّينِ a وَ b وَلأيِّ $c > 0$:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

القسمةُ على عددٍ سالبٍ

- **بالكلماتِ:** إذا قُسِمَ كلٌّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ على عددٍ سالبٍ، فإنَّهُ يتعيّنُ تغييرُ اتجاهِ رمزِ المتباينةِ لجعلِ المتباينةِ الناتجةِ صحيحةً أيضًا.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ عددَينِ حقيقيَّينِ a وَ b وَلأيِّ $c < 0$:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

تبقى هذِهِ الخاصّيّةُ صحيحةً في حالتَيْ ≤ وَ ≥

24



مثال 2

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

① $3m \le -24$

المتباينةُ الأصليةُ	$3m \le -24$
أقسمُ طرفَيِ المتباينةِ على 3	$\frac{3m}{3} \le \frac{-24}{3}$
أبسّطُ	$m \le -8$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $m \le -8$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النحوِ الآتي:

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

لأتحقّقَ مِنْ صحّةِ الحلِّ، أعوّضُ بدلًا مِنْ m في المتباينةِ الأصليةِ عددًا أقلَّ مِنْ 8−، مَثلًا (10−).

المتباينةُ الأصليةُ	$3m \le -24$
أعوّضُ عَنْ m بِـ 10−	$3(-10) \overset{?}{\le} -24$
أبسّطُ	$-30 \le -24$ ✓

② $-7k > -56$

المتباينةُ الأصليةُ	$-7k > -56$
أقسمُ طرفَيِ المتباينةِ على 7−، وأغيّرُ اتّجاهَ رمزِ المتباينةِ	$\frac{-7k}{-7} < \frac{-56}{-7}$
أبسّطُ	$k < 8$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $k < 8$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النحوِ الآتي:

مثال 2

- أوضّح للطلبة أنّه يُمكِن حلّ المتباينات باستعمال خاصّيّة القسمة للمتباينات بطريقة مشابهة لحلّ المتباينات باستعمال خاصّيّة الضرب، ثمّ أقدّم لهم خاصّيّة القسمة للمتباينات بالكلمات والرموز، بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إنْ لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم مهارة حلّ المتباينات باستعمال خاصّيّة الطرح للمتباينات.

✓ إرشادات:

- أؤكّد للطلبة دائمًا أهمية التحقّق من صحة الحلّ، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقّق من أنّه يمثّل أيضًا حلًّا للمتباينة الأصلية.
- أذكّر الطلبة بصورة مستمرة بتغيير اتجاه رمز المتباينة عند قسمة طرفَي المتباينة على عدد سالب.
- أذكّر الطلبة بأنّه لا يمكن القسمة على الصفر؛ لأن هذا يعطي قيمة غير معرّفة.
- ألفت انتباه الطلبة إلى استعمال القسمة عند حلّ المتباينة التي تتضمن أعدادًا صحيحة، واستعمال الضرب عندما تتضمّن كسورًا.

مثال 3: من الحياة

- أوضّح للطلبة أهمية المتباينات وحلّها في كثير من التطبيقات الحياتية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثمّ أطلب إلى آخر التعبير عن الموقف الحياتي في المثال باستعمال جملة بسيطة، ثمّ أحدّد معهما المتغيّر في المسألة، وهو هنا: ثمن المتر المربع الواحد من السجاد، وأفترض أنه x.
- أطلب إلى الطلبة التعبير عن الجملة بمتباينة، وكتابتها على ألواحهم الصغيرة، ثمّ أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- أناقش حلّ المتباينة مع الطلبة على اللوح، باستعمال خاصّيّة القسمة للمتباينات.

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

لأتحقَّقَ مِنْ صحّةِ الحلِّ، أعوّضُ بدلًا مِنْ k في المتباينةِ الأصليةِ عددًا أصغرَ مِنْ 8 ، مَثلًا (1).

المتباينةُ الأصلية	$-7k > -56$
أعوّضُ عَنْ k بـ 1	$-7(1) \overset{?}{>} -56$
أبسّطُ	$-7 > -56$ ✓

أتحقّقُ من فهمي:

③ $4d < 8$

$d < 2$

−1 0 1 2 3 4 5

④ $-2y \leq -14$

$y \geq 7$

4 5 6 7 8 9

يمكنُ استعمالُ المتبايناتِ في كثيرٍ مِنَ التطبيقاتِ الحياتيةِ.

مثال 3: منَ الحياةِ

4 m

4 m

سجّادٌ: تملِكُ سارةُ JD 100، وترغبُ بشراءِ سجّادةٍ جديدةٍ تغطّي أرضيّةَ غرفتِها المبيّنةَ أبعادُها في الشكلِ المجاورِ. أكتبُ متباينةً وأحلُّها لتمثّلَ ثمنَ المترِ المربعِ الواحدِ مِنَ السجّادِ الّذي يمكنُ لسارةَ أَنْ تشتريَهُ.

بِما أنَّ أرضيةَ الغرفةِ مربعةُ الشكلِ، فإنَّهُ يمكنُ إيجادُ مِساحتِها على النحوِ الآتي:

$$A = s^2 = 4^2 = 16$$

إذنْ، مِساحةُ أرضيةِ الغرفةِ $16\ m^2$

وبِما أنَّ سارةَ ترغبُ بِشراءِ سجّادةٍ تغطّي أرضيّةَ الغرفةِ، فإنَّ مِساحةَ هذِهِ السجّادةِ يجبُ أَنْ تكونَ $16\ m^2$ ولإيجادِ ثمنِ السجّادةِ أضربُ مِساحتَها في ثمنِ المترِ المربّعِ الواحدِ مِنَ السجّادِ.

بِالْكَلِمات سعرُ السجّادةِ أقلُّ مِنْ أَوْ يُساوي JD100

المتغيرُ لِيَكنْ x ثمنَ المترِ المربعِ الواحدِ مِنَ السجّادِ ، إذنْ سعرُ السجّادةِ $16x$

المتباينةُ $16x \leq 100$

26

الوحدةُ 5

المتباينةُ الأصليةُ $16\,x \le 100$

أقسمُ طرفَيِ المتباينةِ على 16 $\frac{16\,x}{16} \le \frac{100}{16}$

أبسّطُ $x \le 6.25$

إذنْ، يمكنُ لسارةَ شراءُ سجّادةٍ ثمنُ المترِ المربعِ الواحدِ مِنْها على الأكثرِ JD 6.25 .

أتحققُ من فهمي:

عملٌ: يتقاضى أحمدُ JD 2.5 عَنْ كلِّ ساعةِ عملٍ، أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لإيجادِ عددِ الساعاتِ الّتي يجبُ أَنْ يعملَ فيها حتّى يتقاضى JD 400 على الأقلِّ. $2.5\,y \ge 400, y \ge 160$

أتدرب وأحل المسائل

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

(1–12) أنظر الهامش.

① $\frac{u}{3} > -2$

② $-4x \le 12$

③ $\frac{1}{6}t < -\frac{1}{3}$

④ $-\frac{2}{5}w \ge 4$

⑤ $\frac{n}{5} \le 0.8$

⑥ $-5 > \frac{c}{-4.5}$

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

(7–12) أنظر ملحق الإجابات.

⑦ $-13x \ge 26$

⑧ $-20 \le 10\,n$

⑨ $5b > -15$

⑩ $144 < 12\,d$

⑪ $-3\,m > -33$

⑫ $-3.9\,c \le 43.68$

أكتبُ متباينةً تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي، ثُمَّ أحلُّها:

⑬ خمسةُ أمثالِ عددٍ أقلُّ مِنْ 45

⑭ عددٌ مقسومٌ على 4 لا يزيدُ على 8

⑮ ثلاثةُ أمثالِ عددٍ أكبرُ مِنْ 18−

⑯ عددٌ مقسومٌ على 2 لا يقلُّ عَنْ 5

13) $5y < 45, y < 9$

14) $b \div 4 \le 8, b \le 32$

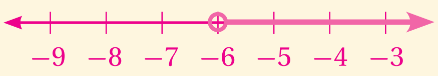
15) $3d > -18, d > -6$

16) $c \div 2 \ge 5, c \ge 10$

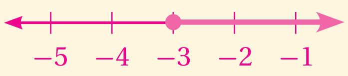
27

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

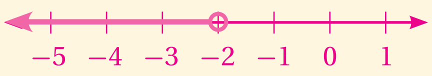
1) $u > -6$



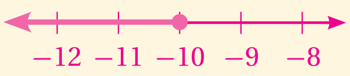
2) $x \ge -3$



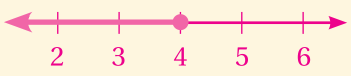
3) $t < -2$



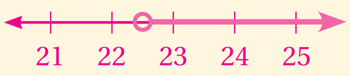
4) $w \le -10$



5) $n \le 4$



6) $c > 22.5$



4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أتدرّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (17 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

إرشاد: أناقش مع الطلبة حلّ سؤال (**أفكّر**) الذي في هامش السؤال 18

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (22 – 20).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشادات:

- في السؤال 21 (**تبرير**)، ألفت انتباه الطلبة إلى الرجوع إلى صندوق (**أتذكّر**) الوارد في هامش السؤال.
- في السؤال 22 (**أكتشف الخطأ**)، أذكّر الطلبة بأنّه عند استعمال خاصّيّة الضرب للمتباينات، يجب تغيير اتجاه المتباينة عند ضرب كلّ من طرفَي المتباينة في عدد سالب.

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:

أبيّن ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائمًا أم صحيحة أحيانًا أم غير صحيحة أبدًا، مع توضيح ذلك بأمثلة مناسبة:

"إذا كان $a < b$، فإنّ: $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ، حيث $a \neq 0, b \neq 0$"

ملحوظة: **يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.**

نشاط التكنولوجيا:

- أحفّز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في حلّ متباينات باستعمال خصائص الضرب أو القسمة.

✓ **إرشاد:** يُمكِن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 6 و 7 من خطوات تنفيذ المشروع.

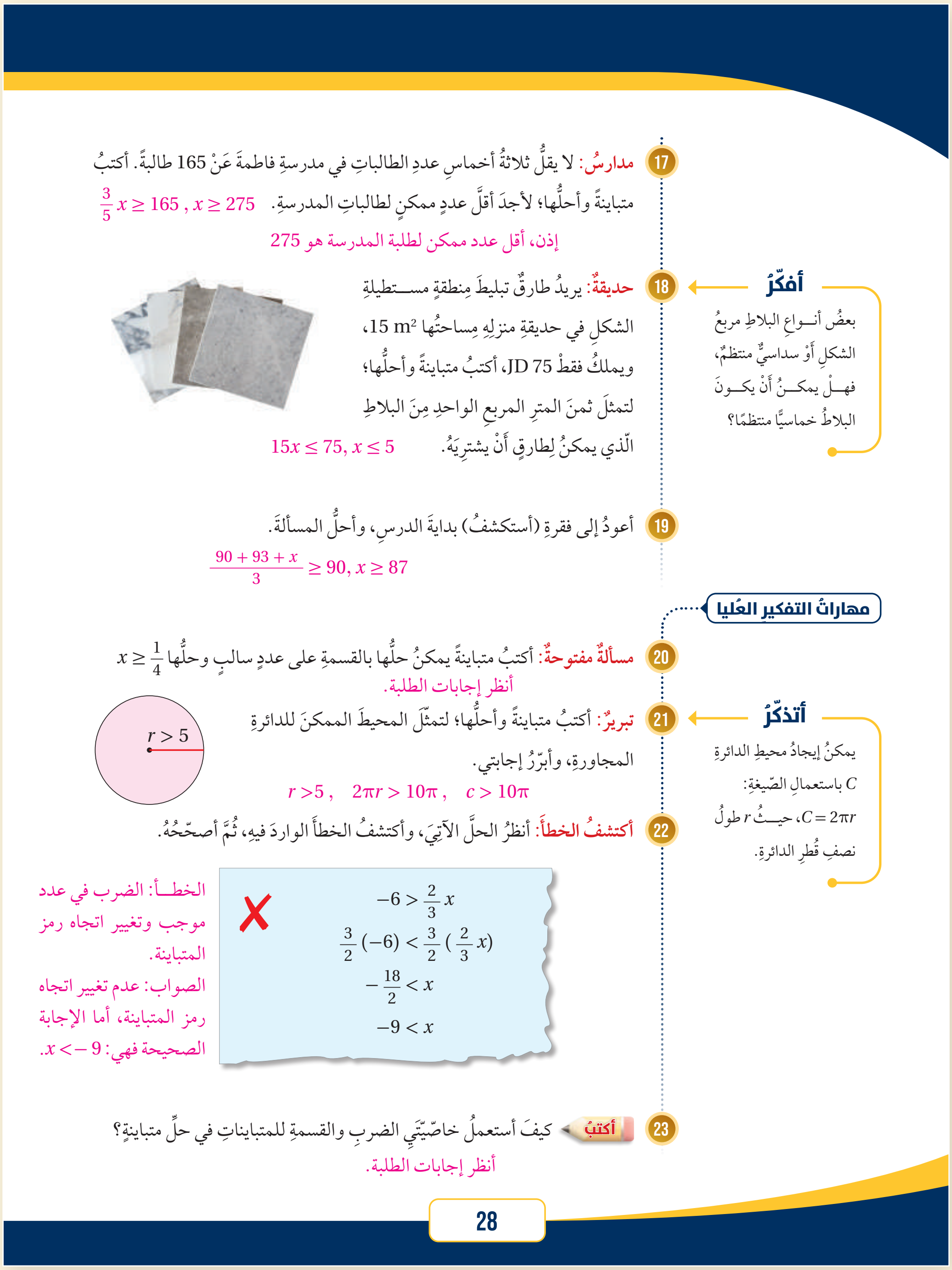
6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أحلّ كلّ متباينة ممّا يأتي:**

① $-5x \geq -0.25$ $x \leq 0.05$

② $\frac{y}{3} > \frac{5}{9}$ $y > \frac{5}{3}$



17 **مدارسُ:** لا يقلُّ ثلاثةُ أخماسِ عددِ الطالباتِ في مدرسةِ فاطمةَ عَنْ 165 طالبةً. أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لأجدَ أقلَّ عددٍ ممكنٍ لطالباتِ المدرسةِ. $\frac{3}{5}x \geq 165 , x \geq 275$

إذن، أقل عدد ممكن لطلبة المدرسة هو 275

18 **حديقةٌ:** يريدُ طارقٌ تبليطَ مِنطقةٍ مستطيلةِ الشكلِ في حديقةِ منزلِهِ مِساحتُها $15\ m^2$، ويملكُ فقطْ JD 75، أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لتمثّلَ ثمنَ المترِ المربعِ الواحدِ مِنَ البلاطِ الّذي يمكنُ لِطارقٍ أَنْ يشتريَهُ. $15x \leq 75, x \leq 5$

أفكّرُ

بعضُ أنواعِ البلاطِ مربعُ الشكلِ أَوْ سداسيٌّ منتظمٌ، فهلْ يمكنُ أَنْ يكونَ البلاطُ خماسيًّا منتظمًا؟

19 أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

$\frac{90 + 93 + x}{3} \geq 90, x \geq 87$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

20 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ متباينةً يمكنُ حلُّها بالقسمةِ على عددٍ سالبٍ وحلُّها $x \geq \frac{1}{4}$

أنظر إجابات الطلبة.

21 **تبريرٌ:** أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لتمثّلَ المحيطَ الممكنَ للدائرةِ المجاورةِ، وأبرّرُ إجابتي.

$r > 5$

$r >5 , \quad 2\pi r > 10\pi , \quad c > 10\pi$

أتذكّرُ

يمكنُ إيجادُ محيطِ الدائرةِ C باستعمالِ الصّيغةِ: $C = 2\pi r$، حيثُ r طولُ نصفِ قُطرِ الدائرةِ.

22 **أكتشفُ الخطأَ:** أنظرُ الحلَّ الآتِيَ، وأكتشفُ الخطأَ الواردَ فيهِ، ثُمَّ أصحّحُهُ.

✗

$$-6 > \frac{2}{3}x$$
$$\frac{3}{2}(-6) < \frac{3}{2}(\frac{2}{3}x)$$
$$-\frac{18}{2} < x$$
$$-9 < x$$

الخطأ: الضرب في عدد موجب وتغيير اتجاه رمز المتباينة.

الصواب: عدم تغيير اتجاه رمز المتباينة، أما الإجابة الصحيحة فهي: $x < -9$.

23 **أكتبُ** كيفَ أستعملُ خاصّيّتَي الضربِ والقسمةِ للمتبايناتِ في حلِّ متباينةٍ؟

أنظر إجابات الطلبة.

28

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 18, 22 كتاب التمارين: (1 – 10)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 19, 22 كتاب التمارين: (3 – 12)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (19 – 22) كتاب التمارين: (12 – 15)

الدرسُ 4 حلُّ المتباينات متعددةِ الخطواتِ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ متبايناتٍ باستعمالِ أكثرَ مِنْ خطوةٍ، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ.

أستكشفُ

تبلغُ كتلةُ جهادٍ 95 kg، ويريدُ إنقاصَها إلى أقلَّ مِنْ 80 kg، ويمكنُهُ أنْ يفقدَ ما معدلُهُ 1.5 kg مِنْ كتلتِهِ أسبوعيًّا باتباعِ حِميةٍ غذائيةٍ معيّنةٍ. أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لأجدَ عددَ الأسابيعِ الّتي تلزمُ جهادًا حتى يصلَ إلى هدفِهِ.

يمكنُ حلُّ المتبايناتِ الّتي تحتوي أكثرَ مِنْ عمليةٍ بنفسِ طريقةِ حلِّ المتبايناتِ الّتي تحتوي عمليةً واحدةً، وذلكَ باستعمالِ خصائصِ المتبايناتِ لتحويلِ المتباينةِ الأصليةِ إلى متباينةٍ أبسطَ مكافئةٍ لَها مرورًا بسلسلةٍ مِنَ المتبايناتِ المتكافئةِ.

مثال 1

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

① $5y-8<12$

المتباينةُ الأصليةُ	$5y-8<12$
أجمعُ 8 لطرفَي المتباينةِ	$5y-8+8<12+8$
أقسمُ طرفَي المتباينةِ على 5	$\frac{5y}{5}<\frac{20}{5}$
أبسّطُ	$y<4$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $y<4$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النّحوِ الآتي:

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

لأتحقّقَ مِنْ صحّةِ الحلِّ، أعوّضُ بدلًا مِنْ y في المتباينةِ الأصليةِ عددًا أقلَّ مِنْ 4، مثلًا (0).

المتباينةُ الأصليةُ	$5y-8<12$
أعوّضُ عَنْ y بـِ 0	$5(0)-8\overset{?}{<}12$
أبسّطُ	$-8<12$ ✓

29

نتاجات الدرس:

- حلّ متباينات باستعمال أكثر من خطوة، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- حلّ المتباينات بالجمع أو الطرح.
- حلّ المتباينات بالضرب أو القسمة.
- تمثيل المتباينات على خطّ الأعداد.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثمّ أزوّد كلّ مجموعة ببطاقات المعادلات من **ورقة المصادر 5: بطاقات المعادلات والحلول.**
- أطلب إلى أفراد المجموعات حلّ المعادلات على البطاقات، ثمّ التوفيق بين المعادلة وحلّها، بوَضْع ضلع المربع الذي تقع عليه المعادلة بجوار ضلع المربع الذي يقع عليه حلّها.

إرشاد: أقصّ البطاقات الموجودة في ورقة المصادر قبل بدء الدرس، ثمّ أخلطها جيدًا.

تنبيه: ألفت انتباه الطلبة إلى وجود عدّة بطاقات تحتوي الإجابة نفسها، وضرورة التوفيق بين البطاقات بصورة صحيحة.

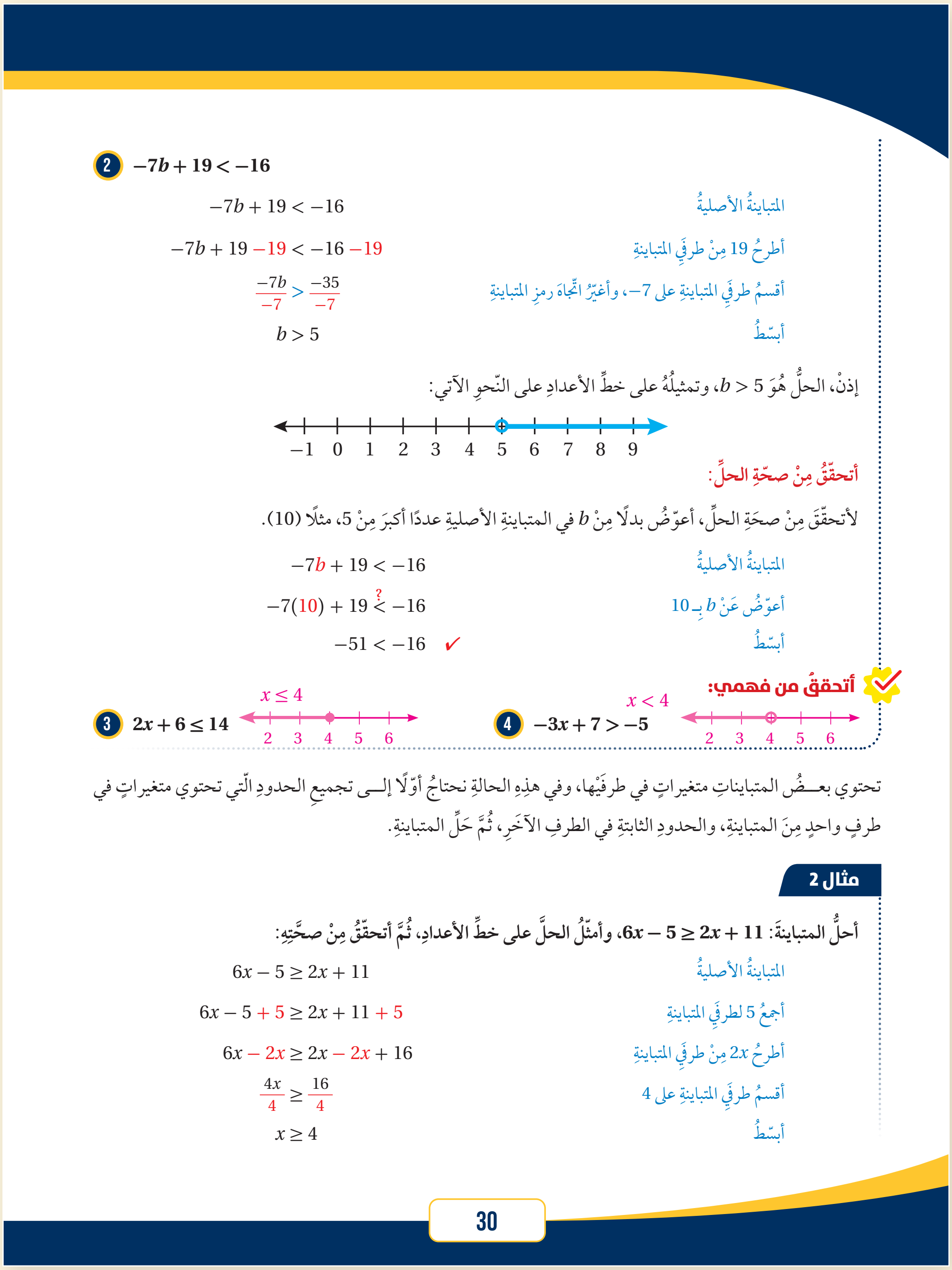
2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند **(أستكشف)**، ثمّ أسألهم:
  - » كم تبلغ كتلة جهاد؟ 95 kg
  - » كم يرغب جهاد أن تصبح كتلته؟ أقلّ من 80 kg
  - » ما المعدّل الأسبوعي الذي يفقده جهاد من كتلته باتباع الحمية الغذائية؟ 1.5 kg أسبوعيًّا.
  - » كيف يمكن إيجاد عدد الأسابيع التي تلزم جهادًا ليصل إلى هدفه؟ بكتابة متباينة وحلّها.
  - » ما المتباينة الدالّة على ذلك؟ $95 - 1.5x < 80$، حيث x عدد أسابيع اتباع جهاد للحمية.
  - » كيف يمكن حلّ هذه المتباينة؟
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - » مَنْ يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أوضّح للطلبة أنّه مثلما أنّ بعض المعادلات تحتاج إلى أكثر من خطوة لحلّها (مثل المعادلات في نشاط التهيئة)، فإن حلّ بعض المتباينات أيضًا يحتاج إلى أكثر من خطوة، وأبيّن لهم الهدف من هذه الخطوات وهو: الوصول إلى أبسط متباينة.
- أذكّر الطلبة بترتيب أولويات العمليات الحسابية، وأوضّح لهم أن ترتيب خطوات حلّ المتباينات بأكثر من خطوة هو عكس ترتيب أولويات العمليات، فنبدأ بالجمع أو الطرح، ثمّ ننتقل إلى الضرب أو القسمة.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 1 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إنْ لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم مهارة حلّ متباينات بأكثر من خطوة.



② $-7b + 19 < -16$

المتباينةُ الأصليةُ	$-7b + 19 < -16$
أطرحُ 19 مِنْ طرفَيِ المتباينةِ	$-7b + 19 - 19 < -16 - 19$
أقسمُ طرفَيِ المتباينةِ على −7، وأغيّرُ اتّجاهَ رمزِ المتباينةِ	$\frac{-7b}{-7} > \frac{-35}{-7}$
أبسّطُ	$b > 5$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $b > 5$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النّحوِ الآتي:

−1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

لأتحقّقَ مِنْ صحّةِ الحلِّ، أعوّضُ بدلًا مِنْ b في المتباينةِ الأصليةِ عددًا أكبرَ مِنْ 5، مثلًا (10).

المتباينةُ الأصليةُ	$-7b + 19 < -16$
أعوّضُ عَنْ b بـِ 10	$-7(10) + 19 \overset{?}{<} -16$
أبسّطُ	$-51 < -16$ ✓

أتحقّقُ من فهمي:

③ $2x + 6 \leq 14$ $x \leq 4$ 2 3 4 5 6

④ $-3x + 7 > -5$ $x < 4$ 2 3 4 5 6

تحتوي بعضُ المتبايناتِ متغيراتٍ في طرفَيْها، وفي هذِهِ الحالةِ نحتاجُ أوّلًا إلى تجميعِ الحدودِ الّتي تحتوي متغيراتٍ في طرفٍ واحدٍ مِنَ المتباينةِ، والحدودِ الثابتةِ في الطرفِ الآخَرِ، ثُمَّ حَلِّ المتباينةِ.

مثال 2

أحلُّ المتباينةَ: $6x - 5 \geq 2x + 11$، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

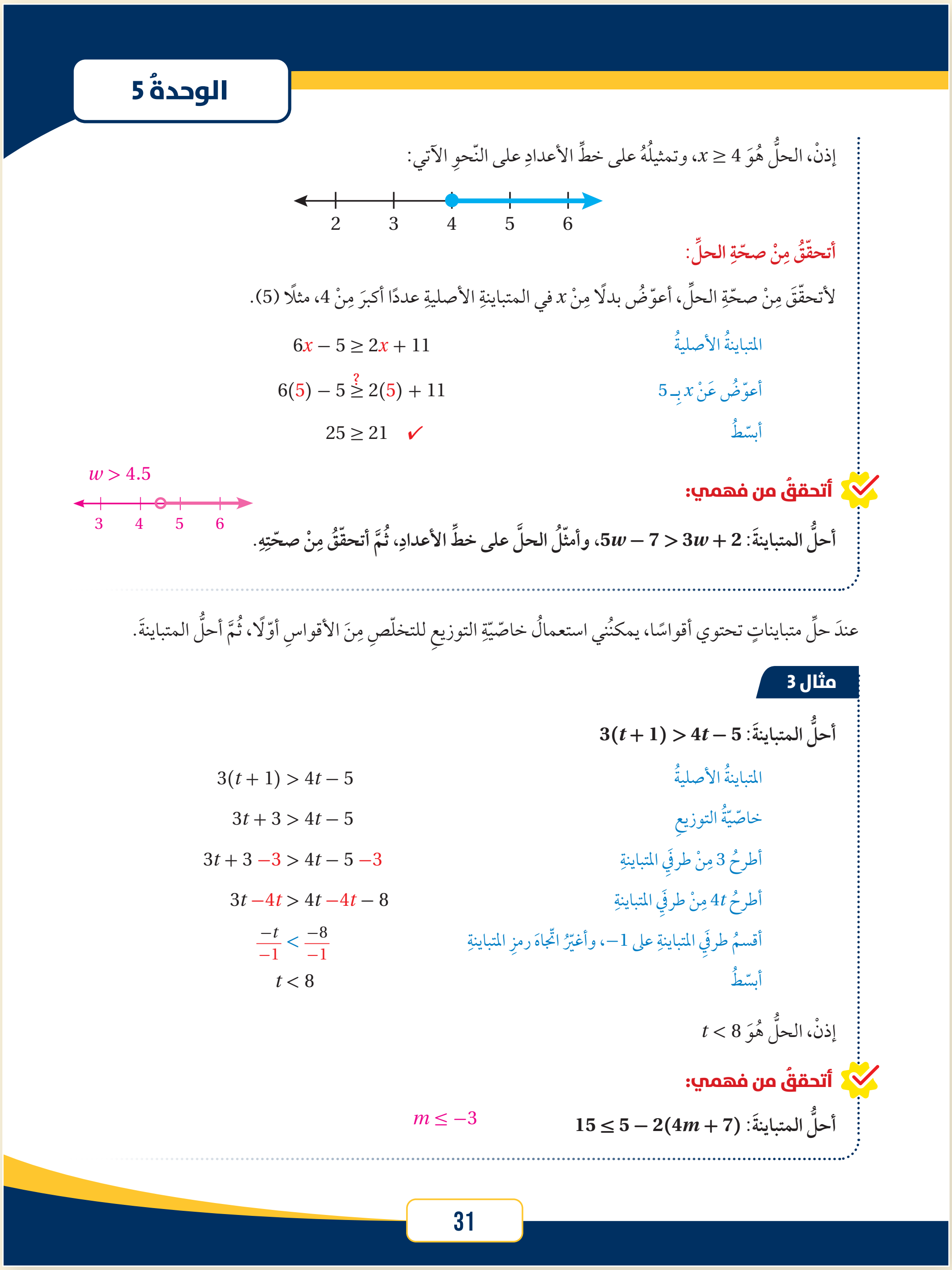
المتباينةُ الأصليةُ	$6x - 5 \geq 2x + 11$
أجمعُ 5 لطرفَيِ المتباينةِ	$6x - 5 + 5 \geq 2x + 11 + 5$
أطرحُ $2x$ مِنْ طرفَيِ المتباينةِ	$6x - 2x \geq 2x - 2x + 16$
أقسمُ طرفَيِ المتباينةِ على 4	$\frac{4x}{4} \geq \frac{16}{4}$
أبسّطُ	$x \geq 4$

30

إرشادات:

- أؤكّد للطلبة دائمًا أهمية التحقّق من صحة الحلّ، باختيار أحد حلول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقّق من أنّه يمثّل أيضًا حلًّا للمتباينة الأصلية.
- في الفرع 2 من المثال 1، أذكّر الطلبة بضرورة تغيير اتجاه رمز المتباينة عند قسمة طرفَي المتباينة على عدد سالب.

أخطاء شائعة: قد يُخطئ بعض الطلبة عند حلّ المتباينات بأكثر من خطوة، فمثلًا: في المتباينة $(\frac{x}{2} + 4 \geq 7)$ قد يضرب بعض الطلبة كلًّا من الحدّ $\frac{x}{2}$ والثابت 7 في 2 وينسَون ضرب 4 في 2، وفي الخطوة التالية يطرحون 4 من كِلا طرفَي المتباينة؛ ولعلاج ذلك أذكّرهم دائمًا بأن ترتيب خطوات حلّ المتباينات بأكثر من خطوة هو عكس ترتيب أولويات العمليات.



إذنْ، الحلُّ هُوَ $x \geq 4$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النّحوِ الآتي:

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

لأتحقّقَ مِنْ صحّةِ الحلِّ، أعوّضُ بدلًا مِنْ x في المتباينةِ الأصليةِ عددًا أكبرَ مِنْ 4، مثلًا (5).

المتباينةُ الأصليةُ	$6x - 5 \geq 2x + 11$
أعوّضُ عَنْ x بِـ 5	$6(5) - 5 \overset{?}{\geq} 2(5) + 11$
أبسّطُ	$25 \geq 21$ ✓

أتحقّقُ من فهمي:

أحلُّ المتباينةَ: $5w - 7 > 3w + 2$، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ.

$w > 4.5$

عندَ حلِّ متبايناتٍ تحتوي أقواسًا، يمكنُني استعمالُ خاصّيّةِ التوزيعِ للتخلّصِ مِنَ الأقواسِ أوّلًا، ثُمَّ أحلُّ المتباينةَ.

مثال 3

أحلُّ المتباينةَ: $3(t + 1) > 4t - 5$

المتباينةُ الأصليةُ	$3(t + 1) > 4t - 5$
خاصّيّةُ التوزيعِ	$3t + 3 > 4t - 5$
أطرحُ 3 مِنْ طرفَي المتباينةِ	$3t + 3 - 3 > 4t - 5 - 3$
أطرحُ $4t$ مِنْ طرفَي المتباينةِ	$3t - 4t > 4t - 4t - 8$
أقسمُ طرفَي المتباينةِ على -1، وأغيّرُ اتّجاهَ رمزِ المتباينةِ	$\frac{-t}{-1} < \frac{-8}{-1}$
أبسّطُ	$t < 8$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $t < 8$

أتحقّقُ من فهمي:

أحلُّ المتباينةَ: $15 \leq 5 - 2(4m + 7)$

$m \leq -3$

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حـلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشـتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أوضّح للطلبـة أن بعض المتباينـات تحتوي متغيرات فـي طرفيهـا؛ لذا يلزم قبـل حلّها تجميـع الحدود التي تحتـوي متغيرات فـي أحد طرفَي المتباينـة، والثوابت في الطرف الآخر، ثمّ حلّ المتباينة.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إنْ لـزم الأمـر، أناقـش الطلبـة في مزيـد مـن الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشـاد: أؤكّد للطلبة دائمًا أهمية التحقّق من صحة الحلّ، باختيار أحد حلــول المتباينة المكافئة وتعويضه في المتباينة الأصلية، والتحقّق من أنّه يمثّل أيضًا حلًّا للمتباينة الأصلية.

مثال 3

- أوضّـح للطلبة أن بعـض المتباينـات تحتـاج إلـى اسـتعمال خاصّيّة توزيع الضرب على الجمع أولًا، ثمّ حلّ المتباينة.
- أذكّر الطلبة بخاصّيّة التوزيع لتبسـيط المقادير الجبرية عن طريق مناقشة أمثلة على ذلك.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 3 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إنْ لـزم الأمـر، أناقـش الطلبـة في مزيـد مـن الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

مثال 4

- أوضّـح للطلبة أنّه عند إيجاد حـلّ بعض المتباينات لا يظهر المتغيّـر في المتباينة المكافئـة، وفي هذه الحالة إذا كانت الجملة الرياضية الناتجة صحيحة فهذا يعني أن حلّ هـذه المتباينة جميع الأعـداد الحقيقية، أمّا إذا كانـت المتباينـة المكافئـة الناتجة غير صحيحـة أبدًا، عندها فإنه لا يوجد حلّ لهذه المتباينة.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 4 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إنْ لـزم الأمـر، أناقـش الطلبـة في مزيـد مـن الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

تنويع التعليم:

قد يواجــه بعض الطلبة من ذوي المســتويين المتوسـط ودون المتوسط صعوبة في تحديد حلّ المتباينات المماثلة للمتباينات في المثال 4؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدّم لهم الدعم اللازم.

في بعـضِ الأحيانِ، يعطي حلُّ المتباينةِ جملةً رياضيـةً صحيحةً دائمًا، مثلَ 8 > 5، وفي هذِهِ الحالـةِ فإنَّ الحلَّ هُوَ جميعُ الأعدادِ الحقيقيةِ، وفي أحيانٍ أُخرى يعطي حلُّ المتباينةِ جملةً رياضيةً غيرَ صحيحةٍ أبدًا مثلَ 1 > 7، وهذا يعني أنَّهُ لا يوجدُ حلٌّ للمتباينةِ.

مثال 4

أحلُّ كلًّا مِنَ المتبايناتِ الآتيةِ:

① $14 + 6b > 2(5 + 3b)$

المتباينةُ الأصليةُ	$14 + 6b > 2(5 + 3b)$
خاصّيّةُ التوزيعِ	$14 + 6b > 10 + 6b$
أطرحُ $6b$ مِنْ طرفَيِ المتباينةِ	$14 + 6b - 6b > 10 + 6b - 6b$
أبسّطُ	$14 > 10$

بِمـا أنَّ المتباينـةَ 10 < 14 صحيحةٌ دائمًا مهما كانَتْ قيمةُ b، فإنَّ حـلَّ المتباينةِ $(14 + 6b > 2(5 + 3b))$ هُوَ جميعُ الأعدادِ الحقيقيةِ.

② $5 - 7m < m + 3 - 8m$

المتباينةُ الأصليةُ	$5 - 7m < m + 3 - 8m$
أبسّطُ	$5 - 7m < 3 - 7m$
أجمعُ $7m$ إلى طرفَيِ المتباينةِ	$5 - 7m + 7m < 3 - 7m + 7m$
أبسّطُ	$5 < 3$

بِما أنَّ المتباينةَ 3 > 5 غيرُ صحيحةٍ أبدًا مهما كانَتْ قيمةُ m، فإنَّ المتباينةَ $(5 - 7m < m + 3 - 8m)$ ليسَ لَها حلٌّ.

أتحققُ من فهمي:

③ $12 - 8h \leq 2(6 - 4h)$

④ $3(2+ m) > 5m + 9 - 2m$

المتباينــة 12 ≤ 12 صحيحة دائمًا، إذن، حلّ المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

المتباينــة 9 > 6 غير صحيحة أبدًا، إذن، لا يوجد حلّ للمتباينة الأصلية.

الوحدةُ 5

يمكنُ استعمالُ المتبايناتِ الّتي يحتاجُ حلُّها إلى أكثرَ مِنْ خطوةٍ في حلِّ مسائلَ حياتيةٍ.

مثال 5: منَ الحياةِ

مصاعدُ: **يبلغُ الحدُّ الأقصى لحمولةِ مصعدٍ في البنايةِ الّتي يسكنُ فيها هشامٌ 400 kg إذا أرادَ هشامٌ تحميلَ مجموعةٍ مِنَ الصّناديقِ كتلةُ الواحدِ مِنْها 20 kg، فأكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لأجدَ الحدَّ الأقصى لعددِ الصناديقِ الّتي يمكنُ لِهشامٍ تحميلُها في المصعدِ بأمانٍ، علمًا بأنَّ كتلةَ هشامٍ 80 kg**

بِالْكَلِماتِ كتلةُ هشامٍ وكتلةُ الصناديقِ أقلُّ مِنْ أَوْ يُساوي 400

المتغيرُ لِيَكنْ x عددَ الصناديقِ، إذنْ كتلةُ الصناديقِ $20x$

المتباينةُ $80 + 20x \leq 400$

المتباينةُ الأصليةُ	$80 + 20x \leq 400$
أطرحُ 80 مِنْ طرفَي المتباينةِ	$80 - 80 + 20x \leq 400 - 80$
أقسمُ طرفَي المتباينةِ على 20	$\frac{20x}{20} \leq \frac{320}{20}$
أبسّطُ	$x \leq 16$

إذنْ، يمكنُ لهشامٍ تحميلُ 16 صُندوقًا كحدٍّ أقصى في المصعدِ.

أتحققُ من فهمي:

تسويقٌ: **ترغبُ ريمُ في الإعلانِ عَنْ منتجاتِ شركتِها على موقعٍ إلكترونيٍّ مقابلَ 10 JD شهريًّا، إضافةً إلى 0.05 JD عَنْ كلِّ مَنْ يزورُ موقعَ الإعلانِ. أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لأجدَ أقلَّ عددٍ مِنَ الزّياراتِ الشهريةِ لموقعِ الإعلانِ ليكونَ المبلغُ الشهريُّ الّذي يتقاضاهُ الموقعُ الإلكترونيُّ مِنْ شركةِ ريمَ 100 JD على الأقلِّ.**

$0.05x + 10 \geq 100$

$x \geq 1800$

إذن أقل عدد من الزيارات الشهرية للموقع يجب أن يكون 1800 زيارة.

33

مثال 5: من الحياة

- أوضّح للطلبة أهمية المتباينات وحلّها في كثير من التطبيقات الحياتية، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 5، ثمّ أطلب إلى آخر التعبير عن الموقف الحياتي في المثال باستعمال جملة بسيطة، ثمّ أحدّد معهما المتغيّر في المسألة، وهو هنا: عدد الصناديق، وأفترض أنه x.
- أطلب إلى الطلبة التعبير عن الجملة بمتباينة، وكتابتها على ألواحهم الصغيرة، ثمّ أطلب إليهم رفع ألواحهم عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- أناقش حلّ المتباينة مع الطلبة على اللوح، باستعمال خصائص المتباينات.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي سؤال (**أتحقّق من فهمي**) الذي يَلي المثال 5، أوضّح للطلبة أهمية المشاريع التي تواكب لغة العصر، مثل: المتاجر الإلكترونية التي تحدّ من البطالة وتوفّر الدخل الكافي لأصحابها.

4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1 –20) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

✓ إرشادات:

- أَلفِت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)؛ لِما لها من أهمية في مساعدتهم على حلّ الأسئلة.
- في السؤال 23، ألفت انتباه الطلبة إلى أنه لتحقيق الربح يجب أن يكون الإيراد أعلى من التكلفة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (28 – 25).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ إرشادات:

- في السؤالين (25, 26) (**تحدٍّ**)، أوجّه الطلبة إلى توحيد مقامات معاملات المتغيّرات بعد تجميعها في أحد طرفَي المتباينة.
- في السؤال 27 (**تبرير**)، ألفت انتباه الطلبة إلى الاستعانة بالمعلومة في صندوق الإرشاد الوارد في هامش المسألة.

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:

» **أكتب أكبر عدد صحيح x يحقّق كلّ متباينة ممّا يأتي:**

① $x + 2 < 9$، حيث x عدد زوجي. 6

② $3x - 11 < 40$، حيث x مربع كامل. 16

③ $2x + 1 < 19$، حيث x عدد أولي. 7

④ $5x - 8 \le 15$، حيث x عدد فردي. 3

ملحوظة: **يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.**

أتدرّب وأحلّ المسائل

(6–1) أنظر الهامش.

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

① $3x - 2 < 13$

② $-6 > 3 - 3x$

③ $-5 \ge 4x + 7$

④ $5 - 2x < 17$

⑤ $7b - 4 \le 10$

⑥ $-6g + 2 > 20$

أحلُّ كلًّا مِنَ المتبايناتِ الآتيةِ، وأتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

⑦ $3y + 6 < 2y - 8$
$y < -14$

⑧ $6x + 10 \le 2(7 - x)$
$x \le \frac{1}{2}$

⑨ $3(x + 1) > 10 + 2x$
$x > 7$

⑩ $2(7 - 3a) \le 14 - 6a$
أنظر ملحق الإجابات.

⑪ $x - 4 - 7x > 1 - 6x$
أنظر ملحق الإجابات.

⑫ $8.1x + 1 > 8.1x - 10$
أنظر ملحق الإجابات.

⑬ $\frac{x}{2} + 4 < 7$
$x < 6$

⑭ $5w - 7 \le 3w + 4$
$w \le 5\frac{1}{2}$

⑮ $2(4x - 1) \le 3(x + 4)$
$x \le \frac{14}{5}$

⑯ $\frac{2t - 2}{7} > 4$
$t > 15$

⑰ $3(x - 2) < 15$
$x < 7$

⑱ $2(4t - 3) \ge 36$
$t \ge \frac{21}{4}$

⑲ $9h + 8 - 3h \ge 2(3h + 1) + 6$
أنظر ملحق الإجابات.

⑳ $n - 1 > 3n + 4 - 2n$
أنظر ملحق الإجابات.

أتذكّر
أستعملُ أولًا خاصّيّةَ التوزيعِ للتخلّصِ مِنَ الأقواسِ في طرفَيِ المتباينةِ، ثُمَّ أحلُّ المتباينة.

أكتبُ متباينةً تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي، ثُمَّ أحلُّها:

㉑ ثُلُثا عددٍ مطروحًا مِنْهُ 5 لا يزيدُ على 15 $\frac{2}{3}x - 5 \le 15$, $x \le 30$

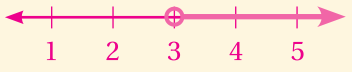
㉒ أربعةُ أمثالِ مجموعِ عددٍ مَعَ 5 أكبرُ مِنْ 2 $4(x + 5) > 2$, $x > -\frac{9}{2}$

34

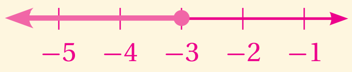
إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

1) $x < 5$

2) $x > 3$

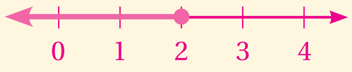


3) $x \le -3$

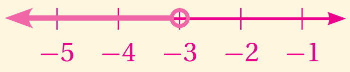


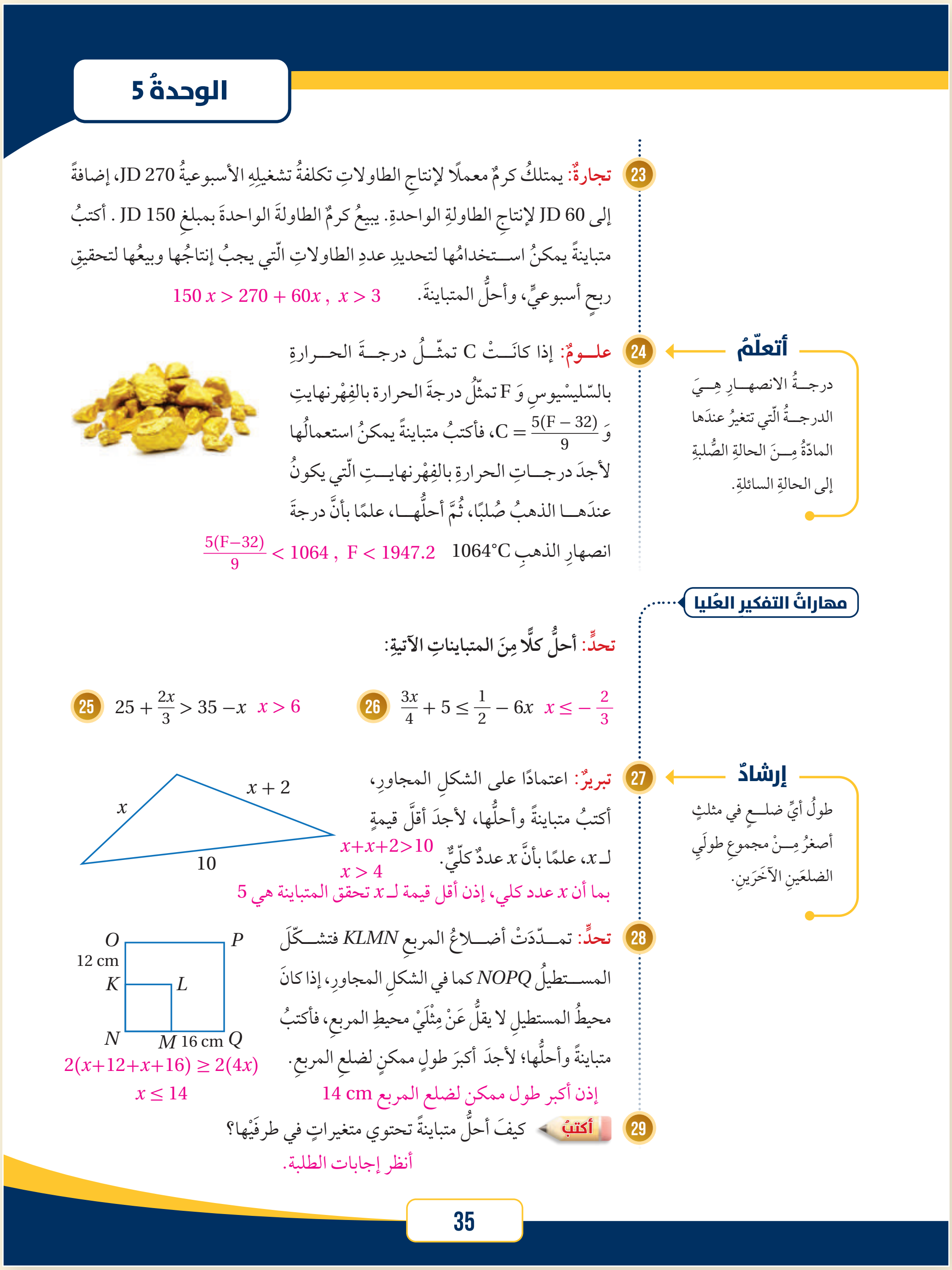
4) $x > -6$

5) $b \le 2$



6) $g < -3$





الوحدةُ 5

23 **تجارةٌ:** يمتلكُ كرمٌ معملًا لإنتاجِ الطاولاتِ تكلفةُ تشغيلِهِ الأسبوعيةُ JD 270، إضافةً إلى JD 60 لإنتاجِ الطاولةِ الواحدةِ. يبيعُ كرمٌ الطاولةَ الواحدةَ بمبلغِ JD 150 . أكتبُ متباينةً يمكنُ استخدامُها لتحديدِ عددِ الطاولاتِ الّتي يجبُ إنتاجُها وبيعُها لتحقيقِ ربحٍ أسبوعيٍّ، وأحلُّ المتباينةَ. $150x > 270 + 60x\ ,\ x > 3$

24 **علومٌ:** إذا كانَتْ C تمثّلُ درجةَ الحرارةِ بالسّليسيوسِ وَ F تمثّلُ درجةَ الحرارة بالفِهْرنهايتِ وَ $C = \frac{5(F-32)}{9}$، فأكتبُ متباينةً يمكنُ استعمالُها لأجدَ درجاتِ الحرارةِ بالفِهْرنهايتِ الّتي يكونُ عندَها الذهبُ صُلبًا، ثُمَّ أحلُّها، علمًا بأنَّ درجةَ انصهارِ الذهبِ 1064°C $\frac{5(F-32)}{9} < 1064\ ,\ F < 1947.2$

أتعلّمُ

درجةُ الانصهارِ هِيَ الدرجةُ الّتي تتغيرُ عندَها المادّةُ مِنَ الحالةِ الصُّلبةِ إلى الحالةِ السائلةِ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تحدٍّ: أحلُّ كلًّا مِنَ المتبايناتِ الآتيةِ:

25 $25 + \frac{2x}{3} > 35 - x$ $x > 6$

26 $\frac{3x}{4} + 5 \leq \frac{1}{2} - 6x$ $x \leq -\frac{2}{3}$

27 **تبريرٌ:** اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، أكتبُ متباينةً وأحلُّها، لأجدَ أقلَّ قيمةٍ لـ x، علمًا بأنَّ x عددٌ كلّيٌّ.

$x+x+2>10$

$x > 4$

بما أن x عدد كلي، إذن أقل قيمة لـ x تحقق المتباينة هي 5

إرشادٌ

طولُ أيِّ ضلعٍ في مثلثٍ أصغرُ مِنْ مجموعِ طولَيِ الضلعَينِ الآخَرَينِ.

28 **تحدٍّ:** تمدّدَتْ أضلاعُ المربعِ $KLMN$ فتشكّلَ المستطيلُ $NOPQ$ كما في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ محيطُ المستطيلِ لا يقلُّ عَنْ مِثْلَيْ محيطِ المربعِ، فأكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لأجدَ أكبرَ طولٍ ممكنٍ لضلعِ المربعِ.

إذن أكبر طول ممكن لضلع المربع 14 cm

$2(x+12+x+16) \geq 2(4x)$

$x \leq 14$

29 **أكتبُ** كيفَ أحلُّ متباينةً تحتوي متغيراتٍ في طرفَيْها؟

أنظر إجابات الطلبة.

35

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 21, 22 كتاب التمارين: (1 – 10)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (21 – 24) كتاب التمارين: (4 – 10), 14, 15
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (24 – 28) كتاب التمارين: (11 – 15)

نشاط التكنولوجيا:

- أحفّز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في حلّ متباينات بأكثر من خطوة.

إرشاد: يُمكِن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تنبيه: يحتوي الموقع الإلكتروني السابق على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضّح للطلبة معنى كلّ مصطلح، ليَسهُل عليهم حلّ المسائل.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوة 8 من خطوات تنفيذ المشروع.
- أُذكّر الطلبة بأنّ موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعيّن عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكّد أنّ جميع عناصر المشروع متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أكتب**)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

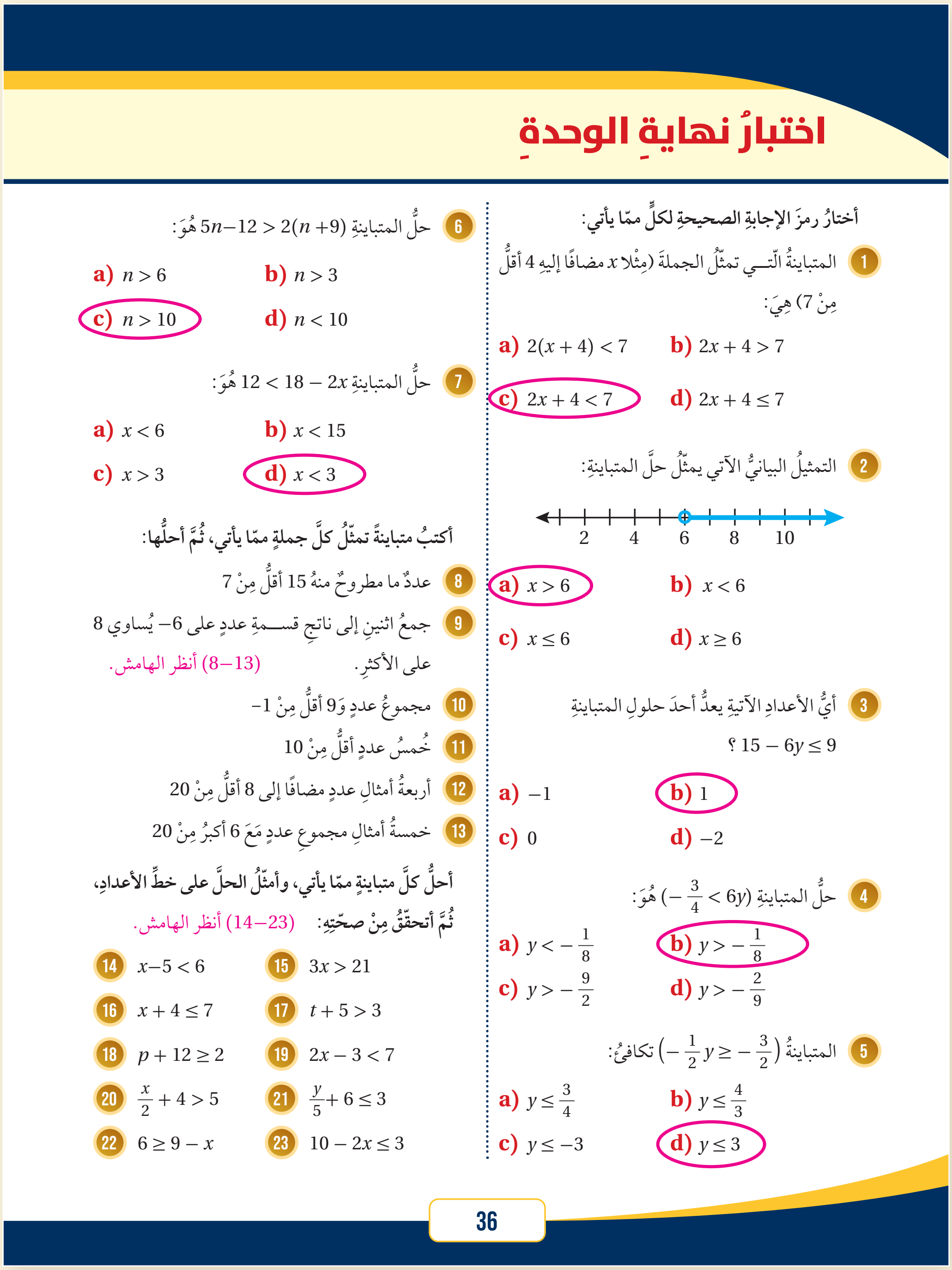
» **أحلّ كلّ متباينة ممّا يأتي:**

① $2x - 11 \geq 19$ $x \geq 15$

② $5t - 3 < 2t + 5$ $t < \frac{8}{3}$

اختبار نهاية الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حلّ الأسئلة (7 – 1) فرديًّا، وأتجوّل بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجّههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أناقشهم جميعًا في حلّ بعض المسائل على اللوح.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (30 – 8)، وأتجوّل بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجّههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أحدّد المسائل التي واجهوا صعوبة في حلّها؛ لمناقشتها على اللوح.



اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

① المتباينةُ الّتي تمثّلُ الجملةَ (مِثْلا x مضافًا إليهِ 4 أقلُّ مِنْ 7) هِيَ:

a) $2(x+4)<7$ **b)** $2x+4>7$

[✓ **c)** $2x+4<7$] **d)** $2x+4\le 7$

② التمثيلُ البيانيُّ الآتي يمثّلُ حلَّ المتباينةِ:

[✓ **a)** $x>6$] **b)** $x<6$

c) $x\le 6$ **d)** $x\ge 6$

③ أيُّ الأعدادِ الآتيةِ يعدُّ أحدَ حلولِ المتباينةِ $15-6y\le 9$ ؟

a) -1 [✓ **b)** 1]

c) 0 **d)** -2

④ حلُّ المتباينةِ $(-\frac{3}{4}<6y)$ هُوَ:

a) $y<-\frac{1}{8}$ [✓ **b)** $y>-\frac{1}{8}$]

c) $y>-\frac{9}{2}$ **d)** $y>-\frac{2}{9}$

⑤ المتباينةُ $\left(-\frac{1}{2}y\ge -\frac{3}{2}\right)$ تكافئُ:

a) $y\le\frac{3}{4}$ **b)** $y\le\frac{4}{3}$

c) $y\le -3$ [✓ **d)** $y\le 3$]

⑥ حلُّ المتباينةِ $5n-12>2(n+9)$ هُوَ:

a) $n>6$ **b)** $n>3$

[✓ **c)** $n>10$] **d)** $n<10$

⑦ حلُّ المتباينةِ $12<18-2x$ هُوَ:

a) $x<6$ **b)** $x<15$

c) $x>3$ [✓ **d)** $x<3$]

أكتبُ متباينةً تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي، ثُمَّ أحلُّها:

⑧ عددٌ ما مطروحٌ منهُ 15 أقلُّ مِنْ 7

⑨ جمعُ اثنينِ إلى ناتجِ قسمةِ عددٍ على 6– يُساوي 8 على الأكثرِ. (8–13) أنظر الهامش.

⑩ مجموعُ عددٍ وَ9 أقلُّ مِنْ 1–

⑪ خُمسُ عددٍ أقلُّ مِنْ 10

⑫ أربعةُ أمثالِ عددٍ مضافًا إلى 8 أقلُّ مِنْ 20

⑬ خمسةُ أمثالِ مجموعِ عددٍ مَعَ 6 أكبرُ مِنْ 20

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ: (14–23) أنظر الهامش.

⑭ $x-5<6$ ⑮ $3x>21$

⑯ $x+4\le 7$ ⑰ $t+5>3$

⑱ $p+12\ge 2$ ⑲ $2x-3<7$

⑳ $\frac{x}{2}+4>5$ ㉑ $\frac{y}{5}+6\le 3$

㉒ $6\ge 9-x$ ㉓ $10-2x\le 3$

36

إجابات (اختبار نهاية الوحدة):

8) $x-15<7, x<22$

9) $\frac{b}{-6}+2\le 8, b\ge -36$

10) $y+9<-1, y<-10$

11) $\frac{y}{5}<10, y<50$

12) $4d+8<20, d<3$

13) $5(w+6)>20, w>-2$

㉔ يتقاضى موظفُ مبيعاتٍ في أحـدَ المراكزِ التجاريةِ مبلـغَ 75 JD أسـبوعيًّا، إضافةً إلى 4% مِـنْ قيمةِ مبيعاتِـهِ. يخطّطُ هـذا الموظفُ ألّا يقـلَّ دخلُهُ هذا الأسـبوعَ عَنْ 95 JD، أجدُ الحـدَّ الأدنى للمبيعاتِ الّتي تحقّقُ هدفَهُ. $x \geq 500$

أحلُّ كلًّا مِنَ المتبايناتِ الآتيةِ، وأتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

㉕ $3 + \frac{r}{-4} \geq 6$ $r \leq -12$

㉖ $2 > -3t - 10$ $t > -4$

㉗ $5x - 12 < 3x - 4$ $x < 4$

㉘ $2(k-5) < 2k + 5$ المتباينـة $-10 < 5$ صحيحة دائمًا، إذن، حلّ المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

㉙ $2(5z - 20) < -3(4-z)$ $z < 4$

㉚ **مسـاعداتٌ:** تخطّطُ جمعيةٌ خيريةٌ لإقامةِ بازارٍ تبيعُ فيهِ أطباقًا مِنَ الطعامِ وتوزيعِ رَيعِ مبيعاتِهِ على عائلاتٍ فقيرةٍ. إذا كانَ سعرُ الطّبَقِ الواحدِ 1.25 JD وتخطّطُ الجمعيةُ لجمعِ ما لا يقلُّ عَنْ 400 JD، فأكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لأجـدَ أقلَّ عددٍ مِنَ الأطباقِ الّتي يجبُ بيعُها في البازارِ لتحقّقَ الجمعيةُ هدفَها. $x \geq 320$

يجب على الجمعية بيع ما لا يقل عن 320 طبقًا لتحقّق هدفها.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

㉛ حلُّ المتباينةِ $u - 13 < -18$ هُوَ:

[✓ a) $u < -5$] b) $u > 5$

c) $u > -5$ d) $u < 5$

㉜ ما أصغرُ عددٍ كلّيٍّ يحقّقُ المتباينةَ $-5\,n < 3$ ؟

a) -1 [✓ b) 0]

c) 1 d) 2

㉝ أيُّ المتبايناتِ تكافئُ المتباينةِ $w > 4$ ؟

a) $w < 4$ b) $-4 < w$

c) $w < -4$ [✓ d) $-w < -4$]

㉞ قرّرَتْ إدارةُ أحـدِ المطاراتِ صيانـةَ أحدِ مدارجِها البالغِ طولُهُ 456 m، إذا أُنجزَ أقلُّ مِنْ ثُلثِ العملِ في المرحلةِ الأولى، فإنَّ المتباينةَ الّتي تمثّلُ عددَ الأمتارِ الّتي ما زالَتْ تحتاجُ للصيانةِ هِيَ:

a) $d > 304$ b) $d \leq 304$

[✓ c) $d \geq 304$] d) $d < 304$

㉟ تكلفـةُ الدقيقـةِ الواحـدةِ مِنَ المكالماتِ الدوليةِ على الهاتفِ النّقّالِ لسميرٍ 8 قروشٍ. إذا كانَ الحدُّ الأعلى للمبلغِ الّذي يمكنُ أَنْ يصرفَهُ سـميرٌ علـى مكالمةٍ دوليةٍ 2.4 JD فما المتباينةُ الّتي تُستعمَلُ لإيجادِ مدّةِ المكالمةِ؟

[✓ a) $0.08\,x \leq 2.4$] b) $0.08\,x \geq 2.4$

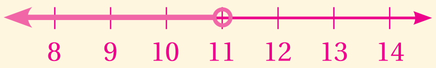
c) $0.08 \leq 2.4\,x$ d) $0.08 \geq 2.4\,x$

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

- أعرّف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبيّن لهم أهميتها بالاستعانة بالمعلومة أدناه، ثم أوجّههم إلى حلّ الأسئلة في بند **(تدريب على الاختبارات الدولية)** فرديًّا، ثمّ أناقشهم في إجاباتها على اللوح.
- يتقدم طلبة الصفّين الرابع والثامن في المدارس الأردنية إلى اختبار (TIMSS) كلّ أربع سنوات، ويهدف هذا الاختبار إلى قياس مستوى تقدّم الطلبة في التحصيل الدراسي في مادتي الرياضيات والعلوم، ولهذا الاختبار أهمية في تقييم جودة التعليم في الأردن بالمقارنة مع الدول الأُخرى التي يتقدّم طلبتها لهذا الاختبار، والمساعدة في رسم السياسة التربوية على المستوى الوطني بما يخدم تطوير النظام التربوي والارتقاء بنوعية مخرجاته.
- أشجّع الطلبة على الاهتمام بحلّ مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكلّ جدّيّة، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

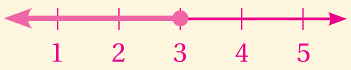
إجابات (اختبار نهاية الوحدة):

14) $x < 11$

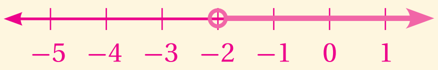


15) $x > 7$

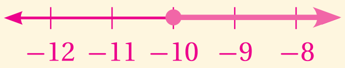
16) $x \leq 3$



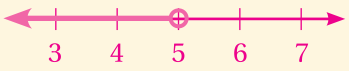
17) $t > -2$



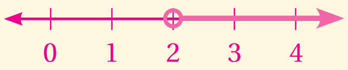
18) $p \geq -10$



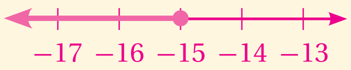
19) $x < 5$



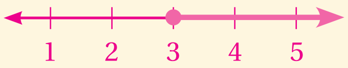
20) $x > 2$



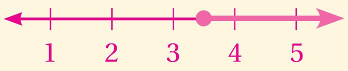
21) $y \leq -15$



22) $x \geq 3$



23) $x \geq 3.5$



كتاب التمارين

الوحدةُ 5

المتبايناتُ الخطّيّةُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

أختبِرُ مَعلوماتي بحلِّ التدريباتِ أوّلًا، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

تحديدُ إذا كانَتْ قيمةٌ معطاةٌ تمثّلُ حلًّا للمعادلةِ (الدرسُ 1)

أُبيّنُ إذا كانَتْ قيمةُ المتغيّرِ المعطاةُ تمثّلُ حلًّا للمعادلةِ أَمْ لا في كُلٍّ ممّا يأتي:

① $a + 6 = 17, (a = 9)$ لا تمثّل حلًّا.

② $4y = 56, (y = 14)$ تمثّل حلًّا.

③ $\frac{q}{2} = -14, (q = -28)$ تمثّل حلًّا.

④ $35 = -7n, (n = -3)$ لا تمثّل حلًّا.

⑤ $5s + 8 = 19, (s = 2)$ لا تمثّل حلًّا.

⑥ $-2x + 10 = 14, (x = -2)$ تمثّل حلًّا.

مثالٌ: أُبيّنُ إذا كانَتْ قيمةُ المتغيّرِ المعطاةُ تمثّلُ حلًّا للمعادلةِ أَمْ لا:

a) $\mathbf{2x + 1 = 11, (x = 6)}$

المعادلةُ المعطاةُ $2x + 1 = 11$

أعوّضُ عَنْ x بالعددِ 6 $2(6) + 1 \overset{?}{=} 11$

أتّبعُ أولويّاتِ العمليّاتِ؛ فأضربُ أوّلًا $12 + 1 \overset{?}{=} 11$

أجمعُ $13 \neq 11$

العبارةُ غيرُ صحيحةٍ؛ إِذَنْ $(x = 6)$ ليسَتْ حلًّا للمعادلةِ.

b) $\mathbf{3 + 2m = 1, (m = -1)}$

أكتبُ المعادلةَ $3 + 2m = 1$

أعوّضُ عَنْ m بالعددِ -1 $3 + 2(-1) \overset{?}{=} 1$

أتّبعُ أولويّاتِ العمليّاتِ، فأضربُ أوّلًا $3 + (-2) \overset{?}{=} 1$

أجمعُ $1 = 1$ ✔

أتذكّرُ
$2(-1)$ تَعْني
2×-1

العبارةُ صحيحةٌ؛ إذنْ تمثّلُ $(m = -1)$ حلًّا للمعادلةِ.

6

الوحدةُ 5

المتبايناتُ الخطّيّةُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

حلُّ معادلاتِ الجمعِ والطرحِ (الدرسُ 2)

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

⑦ $y + 3 = 7$ $y = 4$

⑧ $-2 + z = 8$ $z = 10$

⑨ $x - 4 = 1$ $x = 5$

⑩ $5 = y + 2$ $y = 3$

⑪ $-2 + x = 20$ $x = 22$

⑫ $x + 8 = 15$ $x = 7$

⑬ $3 = x - 3$ $x = 6$

⑭ $m - 4 = -4$ $m = 0$

⑮ $3 = n - 1$ $n = 4$

مثالٌ: أحلُّ المعادلةَ: $\mathbf{y + 5 = 18}$ ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

5	y
18	

أكتبُ المعادلةَ $y + 5 = 18$

$\cancel{5}$	y
$\cancel{5}$	13

أطرحُ 5 مِنَ الطرفَينِ (خاصّيّةُ المساواةِ للطرحِ)

$$\begin{array}{r} y + 5 = 18 \\ -5 \quad -5 \\ \hline y = 13 \end{array}$$

y
13

حلُّ المعادلةِ $y = 13$

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

أعوّضُ $y = 13$ في المعادلةِ $13 + 5 \overset{?}{=} 18$

الطّرفانِ متساويانِ، إِذَنْ، الحلُّ صحيحٌ. $18 = 18$ ✔

7

الوحدةُ 5

المتبايناتُ الخطّيّةُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

حلُّ معادلاتِ الضربِ والقسمةِ (الدرسُ 3)

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

⑯ $6n = 18$ $n = 3$

⑰ $\frac{b}{-2} = 3$ $b = -6$

⑱ $\frac{q}{-9} = 4$ $q = -36$

⑲ $-2n = 16$ $n = -8$

⑳ $21 = 3x$ $x = 7$

㉑ $4y = 44$ $y = 11$

㉒ $20 = 5n$ $n = 4$

㉓ $2k = 24$ $k = 12$

㉔ $\frac{x}{2} = 1$ $x = 2$

مثالٌ: أحلُّ المعادلةَ: $\mathbf{3x = 12}$، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

x	x	x
12		

أكتبُ المعادلةَ $3x = 12$

x	x	x
12÷3	12÷3	12÷3

أقسمُ الطرفَينِ على 3 (خاصّيّةُ المساواةِ للقسمةِ) $\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$

x
4

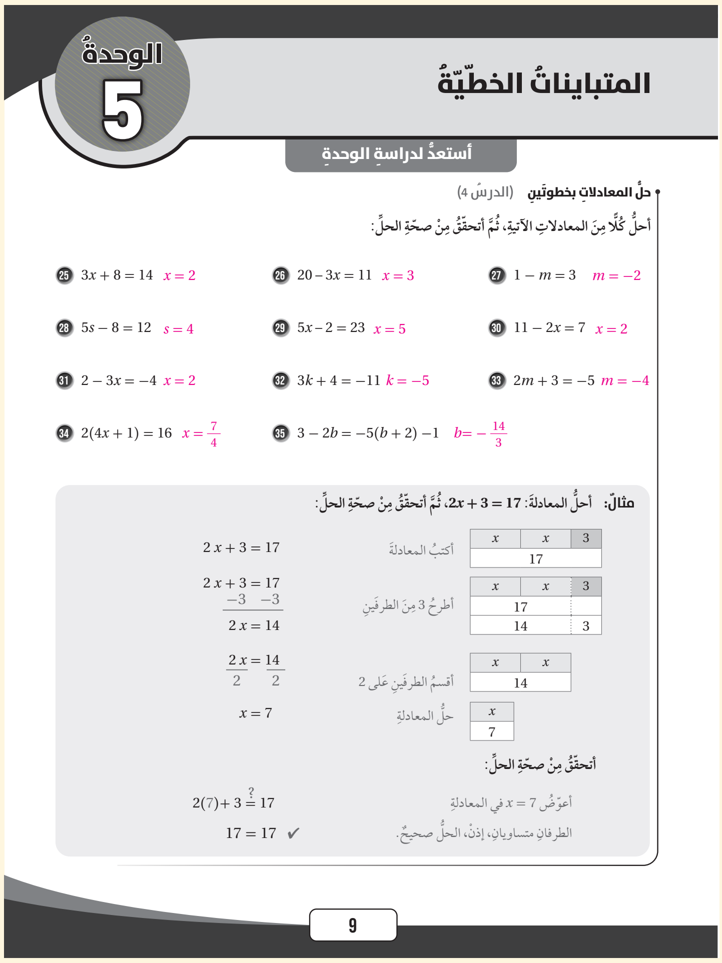
حلُّ المعادلةِ $x = 4$

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

أعوّضُ $x = 4$ في المعادلةِ $3(4) \overset{?}{=} 12$

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ. $12 = 12$ ✔

8



الوحدةُ 5

المتبايناتُ الخطّيّةُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

حلُّ المعادلاتِ بخطوتَينِ (الدرسُ 4)

أحلُّ كُلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

㉕ $3x + 8 = 14$ $x = 2$

㉖ $20 - 3x = 11$ $x = 3$

㉗ $1 - m = 3$ $m = -2$

㉘ $5s - 8 = 12$ $s = 4$

㉙ $5x - 2 = 23$ $x = 5$

㉚ $11 - 2x = 7$ $x = 2$

㉛ $2 - 3x = -4$ $x = 2$

㉜ $3k + 4 = -11$ $k = -5$

㉝ $2m + 3 = -5$ $m = -4$

㉞ $2(4x + 1) = 16$ $x = \frac{7}{4}$

㉟ $3 - 2b = -5(b + 2) - 1$ $b = -\frac{14}{3}$

مثالٌ: أحلُّ المعادلةَ: $\mathbf{2x + 3 = 17}$، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

3	x	x
17		

أكتبُ المعادلةَ $2x + 3 = 17$

3	x	x
	17	
3	14	

أطرحُ 3 مِنَ الطرفَينِ

$$\begin{array}{r} 2x + 3 = 17 \\ -3 \quad -3 \\ \hline 2x = 14 \end{array}$$

x	x
14	

أقسمُ الطرفَينِ عَلى 2 $\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$

x
7

حلُّ المعادلةِ $x = 7$

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

أعوّضُ $x = 7$ في المعادلةِ $2(7) + 3 \overset{?}{=} 17$

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ. $17 = 17$ ✔

9

كتاب التمارين

الدرسُ 1 كتابةُ المتبايناتِ وتمثيلُها

أكتبُ متباينةً تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي:

① **تعليمٌ جامعيٌّ:** الحدُّ الأدنى لمعدلِ الثانويةِ العامّةِ اللّازمِ لتقديمِ طلبِ الالتحاقِ بكُلّيةِ الطبِّ البشـريِّ في المملكةِ الأردنيةِ الهاشميةِ 85% $y \geq 85\%$

② **كرةُ قدمٍ:** يجبُ أَنْ يكونَ عمرُ اللّاعبِ في فريقِ الناشئينَ لكرةِ القدمِ أقلَّ مِنْ 17 سنةً. $b < 17$

③ عددٌ مطروحٌ منهُ 1 أكبرُ مِنْ 13 $x - 1 > 13$

④ ثلاثةُ أمثالِ عددٍ أقلُّ مِنْ 20 $3c < 20$

أبيّنُ ما إذا كانَتِ القيمةُ المعطاةُ تمثّلُ أحدَ حلولِ المتباينةِ أَمْ لا في كلٍّ ممّا يأتي: (5–16) أنظر ملحق الإجابات.

⑤ $9 - x > 4, x = 3$

⑥ $k + 6 < -5, k = -4$

⑦ $7u + 1 \geq 15, u = 2$

⑧ $\frac{8 + z}{z} \leq -2, z = -4$

⑨ $r + 4 > 8, r = 2$

⑩ $5 - x < 11, x = -7$

أمثّلُ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي على خطِّ الأعدادِ:

⑪ $y > -5$

⑫ $x < 0$

⑬ $w \geq 6$

⑭ $h \leq 5$

⑮ $w < 8$

⑯ $z \geq -1$

أكتبُ المتباينةَ الممثّلةَ على خطِّ الأعدادِ في كلٍّ ممّا يأتي:

⑰ $x \geq -32$

⑱ $x \leq -1$

⑲ $x > 14$

⑳ $x < 52$

㉑ **أكتشفُ الخطأَ:** يقولُ عامرٌ: إنَّ العددَ 8 لا يمثّلُ حلًّا للمتباينةِ $\frac{1}{2}x + 2 \leq 6$

أكتشفُ الخطأَ في ما يقولُهُ عامرٌ، وأصحّحُهُ.

✗

$\frac{1}{2}x + 2 \leq 6$

$\frac{1}{2}(8) + 2 \overset{?}{\leq} 6$

$4 + 2 \overset{?}{\leq} 6$

$6 \leq 6$

المتباينة $6 \leq 6$ عبارة صحيحة؛ لأن $6 = 6$، وعليه يكون 8 أحد الحلول.

10

الوحدةُ 5

المتبايناتُ الخطّيّةُ

الدرسُ 2 حلُّ المتبايناتِ بالجمعِ والطرحِ

أحلُّ كلَّ متباينةٍ، وأمثّلُها على خطِّ الأعدادِ وأتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ: (1–6) أنظر ملحق الإجابات.

① $m - 3 < 1$

② $5 < m + 3$

③ $y + 1.5 \geq 9.5$

④ $-7.6 \leq -0.6 + r$

⑤ $-1 \geq x - 9$

⑥ $3 \leq \frac{1}{2} + a$

إذا كانَ $x + 6 \geq 20$، فأكملُ كلَّ متباينةٍ:

⑦ $x \geq \overset{14}{\ldots\ldots}$

⑧ $x + \overset{10}{\ldots\ldots} \geq 24$

⑨ $x - 6 \geq \overset{8}{\ldots\ldots}$

أكتبُ أصغرَ عددٍ صحيحٍ y يحقّقُ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي:

⑩ $y - 3 > 5$ 9

⑪ $y - 7 \geq 6$ 13

أكتبُ أكبرَ عددٍ صحيحٍ d يحقّقُ كلَّ متباينةٍ:

⑫ $d + 3 < -2$ -6

⑬ $d - 4 \leq -2$ 2

⑭ **بيئةٌ:** هاني عضوٌ في نادي البيئةِ، ويطمحُ إلى بيعِ 15 شتلةً على الأقلِّ خلالَ ثلاثةِ أيّامٍ في معرضِ «الأرضِ» الّذي يقيمُهُ النّادي؛ لينفقَ رَيْعَها في المحافظةِ على البيئةِ. إذا باعَ هاني 4 شتلاتٍ يومَ الأحدَ، وَ5 شتلاتٍ يومَ الإثنينِ، فأكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لتحديدِ عددِ الشتلاتِ الّتي ينبغي لِهاني أنْ يبيعَها يومَ الثلاثاءِ. $x + 9 \geq 15, x \geq 6$

إذن، على هاني بيع ما لا يقل عن 6 شتلات يوم الثلاثاء.

⑮ يبيّنُ الشكلُ المجاورُ شكلًا رباعيًّا محيطُهُ أقلُّ مِنْ أَوْ يُساوي 18.7 cm

أكتبُ متباينةً وأحلُّها لإيجادِ قِيَمِ x المحتمَلةِ.

$15.4 + x \leq 18.7, x \leq 3.3$

11

الدرسُ 3 حلُّ المتبايناتِ بالضربِ والقسمةِ

أكتبُ < أَوْ > أَوْ ≤ أَوْ ≥ في ☐ لأكوّنَ عبارةً صحيحةً في ما يأتي:

① إذا كانَ $b > 7$ فإنَّ $21 \boxed{>} 3b$

② إذا كانَ $u > 0$ فإنَّ $0 \boxed{<} -u$

③ إذا كانَ $-5 \geq \frac{1}{2}y$ فإنَّ $-10 \boxed{\geq} y$

④ إذا كانَ $-3t \leq 18$ فإنَّ $-6 \boxed{\geq} t$

أحلُّ كلًّا من المتبايناتِ الآتيةَ، وأمثّلُها على خطِّ الأعدادِ، وأتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ. (5–10) أنظر ملحق الإجابات.

⑤ $0.5 \leq \frac{1}{4}y$

⑥ $-12 > 3x$

⑦ $\frac{2}{5}h < 10$

⑧ $-3.5 > 7b$

⑨ $-\frac{3}{5} \geq \frac{w}{5}$

⑩ $-\frac{9}{4} < -\frac{3}{8}b$

⑪ **صناعاتٌ غذائيةٌ:** يبلغُ معدّلُ إنتاجِ مصنعٍ مِنَ الألبانِ 120 علبةً في الساعةِ، ويخطّطُ قسمُ الإنتـاجِ في المصنعِ لإنتاجِ ما لا يقلُّ عَنْ 600 علبةٍ يوميًّا. أكتـبُ متباينةً وأحلُّها لأجدَ الحدَّ الأدنى مِنَ الساعاتِ اليوميةِ الّتي يجبُ أَنْ يعملَ بِها المصنعُ لإنتاجِ الكمّيّةِ المطلوبةِ.

$120y \geq 600, y \geq 5$

⑫ **هندسةٌ:** مستطيلٌ مِساحتُهُ أقلُّ مِنْ $85\ cm^2$ وطولُهُ 20 cm . أكتبُ متباينةً تمثّلُ العرضَ الممكنَ للمستطيلِ ثُمَّ أحلُّها.

$20h < 85, h < 4.25$

أبيّنُ ما إذا كانَتْ كلٌّ مِنَ العباراتِ الآتيةِ صحيحةً دائمًا أَمْ صحيحةً أحيانًا أَمْ غيرَ صحيحةٍ أبدًا، مَعَ توضيحِ ذلكَ بأمثلةٍ مناسبةٍ: (13–16) أنظر ملحق الإجابات.

⑬ إذا كانَ $x > 4$، $a < 1$، فإنَّ $ax > 0$

⑭ إذا كانَ $x < 0$، $b < 0$، فإنَّ $bx > 0$

⑮ إذا كانَ $x \geq 0$، $c > 1$، فإنَّ $cx > 0$

⑯ إذا كانَ $x > 0$، $d \geq 1$، فإنَّ $dx > 0$

12

الوحدةُ 5

المتبايناتُ الخطّيّةُ

الدرسُ 4 حلُّ المتبايناتِ متعدّدةِ الخطواتِ

أحلُّ كلًّا مِنَ المتبايناتِ الآتيةِ، وأتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

① $2x - 6 \leq 10$ $x \leq 8$

② $20 - 2x \geq 5$ $x \leq 7.5$

③ $3 - 4x > 11$ $x < -2$

④ $25 - 3x < 7$ $x > 6$

⑤ $2(6 - x) < 9$ $x > \frac{3}{2}$

⑥ $\frac{10 - 2x}{5} \geq 4$ $x \leq -5$

⑦ $3n + 14 > 8n - 13$ $n < 5.4$

⑧ $\frac{6n - 2}{7} < 9$ $n < \frac{65}{6}$

⑨ $7x + 1 > 3x - 7$ $x > -2$

⑩ يخطّـطُ أعضاءُ اللّجنةِ الإداريـةِ في أحدِ النّوادي الرياضيةِ لبيعِ قمصانٍ تحملُ اسـمَ النّادي بمبلغٍ لا يقلُّ عَنْ 500 JD خلالَ أسبوعٍ. إذا كانَ سعرُ القميصِ الواحدِ 2.5 JD ومَـعَ نهايةِ اليومِ الخامسِ كانَ إيرادُ النّادي مِنْ هذِهِ المبيعاتِ 375 JD، فأكتبُ متباينةً وأحلُّها لأجدَ أقلَّ عددٍ مِنَ القمصانِ يجـبُ بيعُهُ خلالَ اليومَينِ الباقيَينِ ليصلَ النّادي إلى هدفِهِ. $375 + 2.5b \geq 500, b \geq 50$

إذن، يجب على النادي أن يبيع ما لا يقل عن 50 قميصًا خلال اليومين الباقيين.

أكتبُ قِيَمَ x الّتي تحقّقُ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي:

⑪ $2x - 14 < 38$، حيثُ x مربعٌ كاملٌ. $x < 26, x = 0, 1, 4, 9, 16, 25$

⑫ $4x - 6 \leq 15$، حيثُ x عددٌ صحيحٌ فرديٌّ موجبٌ. $x \leq 5.25, x = 1, 3, 5$

⑬ لدى فارسٍ 4 JD، إذا اشـترى 8 علبِ عصيرٍ وأعطى أخاهُ دينارًا واحدًا، وبقيَ معَهُ 60 قرشًـا. أكتبُ متباينةً وأحلُّها لأجدَ الحدَّ الأعلى لسعرِ علبةِ العصيرِ الواحدةِ. $8x + 1 + 0.6 \leq 4, x \leq 0.3$

إذن، الحدّ الأعلى لسعر علبة العصير الواحدة يساوي 30 قرشًا.

في الشكلِ المجاورِ مستطيلٌ محيطُهُ يقلُّ عَنْ 40 cm

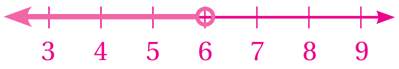
⑭ أكتبُ متباينةً بدلالةِ x تدلُّ على محيطِ المستطيلِ. $2(x + 2x-1) < 40, 6x-2 < 40$

⑮ أحلُّ المتباينةَ في السؤالِ السابقِ. $x < 7$

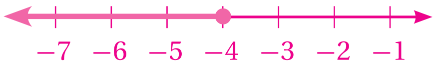
13

الدرس 2 (أتدرب وأحل المسائل):

7) $y < 6$

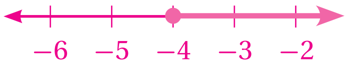


8) $b \leq -4$

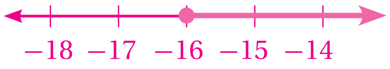


9) $y > 2$

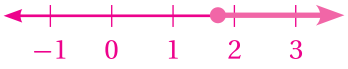
10) $n \geq -4$



11) $x \geq -16$

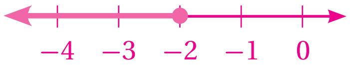


12) $w > 1\frac{3}{4}$

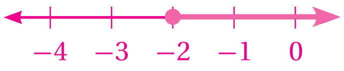


الدرس 3 (أتدرب وأحل المسائل):

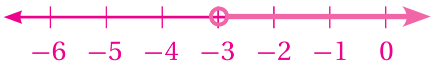
7) $x \leq -2$



8) $n \geq -2$



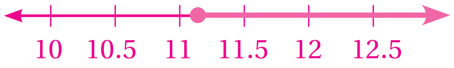
9) $b > -3$



10) $d > 12$

11) $m < 11$

12) $c \geq 11.2$



الدرس 4 (أتدرب وأحل المسائل):

10) المتباينة $14 \leq 14$ صحيحة دائمًا، إذن، حلّ المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

11) المتباينة $-4 > 1$ غير صحيحة أبدًا، إذن، لا يوجد حلّ للمتباينة الأصلية.

12) المتباينة $-10 < 1$ صحيحة دائمًا، إذن، حلّ المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

19) المتباينة $8 \geq 8$ صحيحة دائمًا، إذن، حلّ المتباينة الأصلية هو جميع الأعداد الحقيقية.

20) المتباينة $-1 > 4$ غير صحيحة أبدًا، إذن، لا يوجد حلّ للمتباينة الأصلية.

كتاب التمارين – الدرس 1:

5) تمثّل أحد حلول المتباينة.

6) لا تمثّل حلًّا للمتباينة.

7) تمثّل أحد حلول المتباينة.

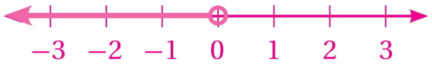
8) لا تمثّل حلًّا للمتباينة.

9) لا تمثّل حلًّا للمتباينة.

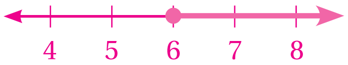
10) لا تمثّل حلًّا للمتباينة.

11)

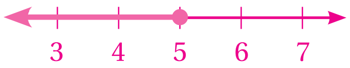
12)



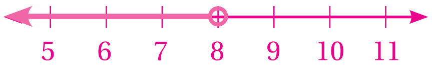
13)



14)



15)



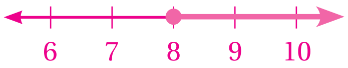
16)

كتاب التمارين – الدرس 2:

1) $m < 4$

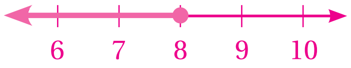
2) $m > 2$

3) $y \geq 8$

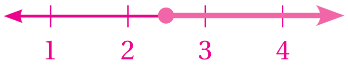


4) $r \geq -7$

5) $x \leq 8$

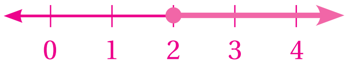


6) $a \geq 2\frac{1}{2}$



كتاب التمارين – الدرس 3:

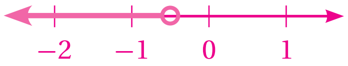
5) $y \geq 2$



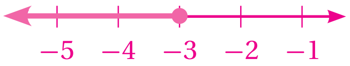
6) $x < -4$

7) $h < 25$

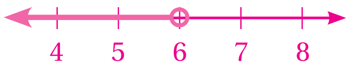
8) $b < -\frac{1}{2}$



9) $w \leq -3$



10) $b < 6$



13) صحيحة أحيانًا؛ فإذا كانت $a = \frac{1}{4}$ (مثلًا) تتحقّق المتباينة، أمّا إذا كانت $a = -1$ (مثلًا) لا تتحقّق المتباينة.

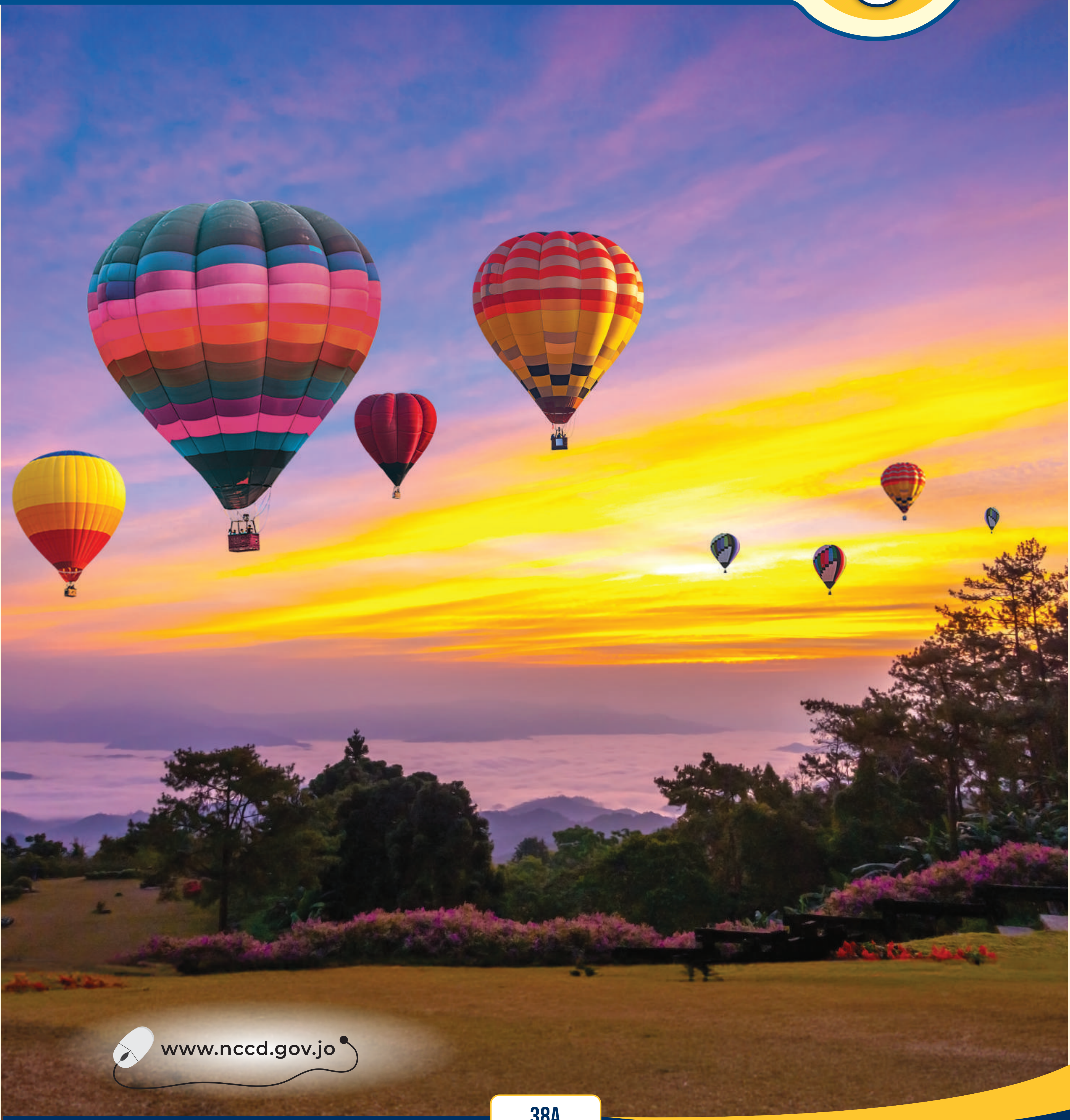
14) صحيحة دائمًا؛ لأن حاصل ضرب عدد سالب في عدد سالب يعطي دائمًا عددًا موجبًا، والأعداد الموجبة أكبر من الصفر.

15) صحيحة أحيانًا؛ فإذا كانت $x = 10$ (مثلًا) تتحقّق المتباينة، أمّا إذا كانت $x = 0$ (مثلًا) لا تتحقّق المتباينة.

16) صحيحة دائمًا؛ لأن إشارة x موجبة، وإشارة d موجبة، فيكون ناتج الضرب موجب دائمًا.

الوحدة 6

أنظمةُ المعادلاتِ الخطّيّةِ



www.nccd.gov.jo

مخطط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			• أحجار نرد. • ألواح صغيرة.	1
الدرس 1: حلّ نظام من معادلتين خطّيّتين بيانيًّا	• تعرّف نظام المعادلات الخطية بمتغيّرين. • التحقّق من أن الزوج المرتَّب يمثل حلًّا للنظام. • حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بيانيًّا. • نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيّتين، وحلّه بيانيًّا.	نظام المعادلات الخطية. حلّ نظام المعادلات الخطية.	• ألواح صغيرة. • ورقة المصادر 6	3
معمل برمجية جيوجيبرا: تمثيل نظام من معادلتين خطّيّتين بيانيًّا	• استعمال برمجية جيوجبرا في حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيّتين بمتغيّرين بيانيًّا.		• برمجية جيوجيبرا.	1
الدرس 2: حلّ نظام من معادلتين خطّيّتين بالتعويض	• حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بالتعويض. • نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيّتين ، وحلّه بالتعويض.	التعويض.	• ألواح صغيرة.	3
الدرس 3: حلّ نظام من معادلتين خطّيّتين بالحذف	• حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بالحذف. • نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيّتين ، وحلّه بالحذف.	الحذف.	• ألواح صغيرة. • ورقة المصادر 7	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			• جهاز حاسوب. • شبكة الإنترنت.	1 (حصة واحدة لعرض النتائج)
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع				13 حصة

الوحدة 6

تهيئة الوحدة

الوحدةُ 6

أنظمةُ المعادلاتِ الخطّيّةِ

ما أهميّةُ هذهِ الوحدة؟

يمكنُ نمذجةُ مواقفَ حياتيةٍ عديدةٍ باستعمالِ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بمتغيّرَينِ، مثلَ تغيّرِ الطّولِ، وتغيّرِ درجاتِ الحرارةِ في أثناءِ اليومِ، وتغيّرِ ارتفاعِ ما، فمثلًا يساعدُ حلُّ نظامِ المعادلاتِ على تحديدِ الوقتِ الذي يصبحُ فيهِ منطادانِ على الارتفاعِ نفسِهِ إذا كانَ معدّلُ التغيّرِ في ارتفاعِهما مختلفًا.

تعلّمتُ سابقًا:

- ✓ تعيينَ إحداثيَّيْ نقطةٍ في المستوى الإحداثيِّ.
- ✓ حلَّ المعادلةِ الخطّيّةِ بمتغيّرٍ واحدٍ.
- ✓ كتابةَ معادلةِ المستقيمِ بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ.

سأتعلّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- حلَّ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ بمتغيّرَينِ بيانيًّا.
- حلَّ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ بمتغيّرَينِ بالتعويضِ.
- حلَّ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ بمتغيّرَينِ بالحذفِ.

38

1 نظرة عامة على الوحدة:

سيبني الطلبة في هذه الوحدة على ما تعلّموه في الصف السابع الأساسي حول حلّ المعادلات الخطية بمتغير واحد بيانيًا وجبريًا، لتعرّف حلّ نظام مكوّن من معادلتين خطّيّتين بمتغيّرين بيانيًا وجبريًا، وسيتعلمون أيضًا كيفية استعمال برمجية جيوجيبرا في حلّ مثل هذه الأنظمة بيانيًا.

إضافة إلى ما سبق، سيتعرّف الطلبة كيفية نمذجة مواقف هندسية وحياتية باستعمال أنظمة من المعادلات الخطية، وحلّها.

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- حلّ معادلات خطية من خطوتين على الأقل تحتوي على متغيرات في طرفيها ضمن الأعداد الصحيحة والنسبية باستخدام النماذج وبيانيًا وجبريًا.
- التعبير عن مواقف حياتية بمعادلات يتطلب حلّها خطوتين، وحلّها بأكثر من طريقة.
- تعرّف الاقتران الخطي، والتعبير عنه بطرائق مختلفة.
- تمثيل الاقتران الخطي بيانيًا.

الصف الثامن

- تعرّف نظام المعادلات الخطية بمتغيّرين.
- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيّتين بمتغيرين بيانيًا، والتحقّق من صحة الحلّ.
- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بالتعويض، والتحقّق من صحة الحلّ.
- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بالحذف، والتحقّق من صحة الحلّ.

الصف التاسع

- حلّ المعادلة على صورة $ax^2+bx+c=0$ بيانيًا، وبالتحليل، وبإكمال المربع، وباستعمال القانون العام.
- حلّ معادلات تحتوي على مقادير جذرية ونسبية.
- حلّ معادلات تحتوي على مقادير نسبية.
- حلّ معادلات من الدرجة الثالثة على صورة فرق بين مكعبين ومجموع مكعبين.

مشروعُ الوحدةِ: الأشجارُ سريعةُ النّمُوِّ

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشـــروعِنا الخاصِّ لكتابةِ معادلاتٍ خطّيّةٍ تمثّلُ نُمُوَّ أشـــجارٍ ســـريعةِ النّمُوِّ، وتكوينِ أنظمةِ معادلاتٍ مِنْها، وحلِّها.

خُطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أبحثُ في شـــبكةِ الإنترنتْ عَنْ 4 أشجارٍ سريعةِ النّمُوِّ وأجدُ معدّلَ نُمُوِّ كلٍّ مِنْها، مَعَ ضرورةِ الانتباهِ لتوحيدِ وَحداتِ الزّمنِ، ووَحداتِ الطولِ للأشجارِ جميعِها.
2. أكتبُ أربعَ معادلاتٍ خطّيّةٍ لأطوالِ الأشـــجارِ الأربعِ بالنسبةِ للزمنِ معتمدًا على معدّلِ النّمُوِّ وَفقَ الشروطِ الآتيةِ:
   - أفترضُ طولًا أوّليًّا للشـــجرتَينِ ذواتَيْ معدّلِ النّمُوِّ الأقلِّ على أَنْ يكونَ أكثرَ مِنْ 2 m
   - أفترضُ طولًا أوّليًّا للشـــجرتَينِ ذواتَيْ معدّلِ النّمُوِّ الأعلى على أَنْ يكونَ أقلَّ مِنْ 1 m
3. أســـتعملُ المعادلاتِ الأربعَ الناتجةَ في الخطوةِ (2) لأكوّنَ 4 أنظمةِ معادلاتٍ خطّيّةٍ، كلُّ نظامٍ مِنْها مكوّنٌ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ، إحداهُما مِنَ الشجرتَينِ ذواتَيْ معدّلِ النّمُوِّ الأعلى والأُخرى مِنَ الشـــجرتَينِ ذواتَيْ معدّلِ النّمُوِّ الأقلِّ.
4. أجدُ مَتى يصبحُ طولُ الشجرتَينِ في كلِّ نظامِ معادلاتٍ كوَّنْتُـهُ في الخطوةِ (2) متســـاويًا، وذلكَ بحلِّ النظامِ بيانيًّا وجبريًّا باســـتعمالِ طريقتَيِ التعويضِ والحذفِ، وأبرّر إجابتي.
5. أســـتعملُ برمجيةَ جيوجيبرا لحـــلِّ أنظمةِ المعادلاتِ الخطّيّةِ والتحقّقِ مِنْ صحّةِ الحلِّ.
6. أُعِدُّ مطويةً مِنْ 4 صفحاتٍ، أُدرجُ في كلِّ صفحةٍ مِنْها صورةً لإحدى الأشجارِ الأربعِ ومعلوماتٍ عَنْها.

عرضُ النتائجِ:

- أعرضُ المطويةَ أمامَ طلبةِ صفّي، معَ توضيحِ المعادلاتِ الّتي كوّنْتُها لأطوالِ الأشجارِ.
- أطلبُ إلـــى زُملائي / زميلاتي في المجموعاتِ الأُخرى حلَّ أنظمةِ المعادلاتِ الّتي كوّنْتُها، ثُمَّ أعرضُ لَهُمُ الحلَّ الجبريَّ والبيانيَّ.

39

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	اختيار أشجار سريعة النمو، وإيجاد معدّل نموّ كلّ منها.			
2	تكوين نظام معادلات خطية لمعدلات نموّ أشجار سريعة النمو.			
3	حلّ نظام المعادلات بيانيًّا، والتحقّق من صحة الحلّ.			
4	حلّ نظام المعادلات بالتعويض، والتحقّق من صحة الحلّ.			
5	حلّ نظام المعادلات بالحذف، والتحقّق من صحة الحلّ.			
6	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
7	عرض المشروع بطريقة واضحة (مهارة التواصل).			
8	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 تقديم ناتج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2 تقديم ناتج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3 تقديم ناتج صحيح كامل.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشـروع: توظيف ما سـيتعلمه الطلبة في هذه الوحدة حول حلّ أنظمة المعادلات الخطية؛ لتكوين نظام معادلات خطية يمثّل نمو أشـجار سريعة النمو، وحلّ هذه الأنظمة بطرائق مختلفة.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلُّم موضوعات الوحدة.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكّد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضّـح للطلبة المـواد والأدوات اللازمـة لتنفيـذ المشـروع، وعناصـر المُنتَج النهائـي المطلوب منهم، وأؤكّـد أهميـة توثيـق خطـوات تنفيـذ المشـروع أوّلًا بأوّل، وتعزيزها بالصور.
- أذكّـر الطلبة بالعودة إلى المشـروع في نهاية كلّ درس مـن دروس الوحدة؛ لاسـتكمال ما يجـب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبيّن للطلبة سلفًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أبيّن للطلبة ما يأتي:
  - إمكانية اسـتعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشـروع، مثل: المطويّـة، وبرمجية العروض التقديمية.
  - اختيار كلّ مجموعـة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعـات الأُخرى، وعـرض البيانات التي جمعها مـع أفراد مجموعته (تتمثّـل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
  - الطلـب إلـى أفـراد المجموعـات ذِكْر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشـروع، وكيـف تمكّنـوا مـن التغلُّـب عليهـا؛ تعزيزًا لمهاراتهم في حلّ المشكلات.

3 نشاط الاستعداد للوحدة:

نصف ساعة

ملاحظاتي

هدف النشاط:

- التمهيد لمفهوم حلّ نظام مكوّن من معادلتين.

خطوات العمل:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أزوّد كلّ مجموعة بحجرَي نرد، ولوح صغير.
- أطلب إلى أحد فردي المجموعة رمي حجرَي النرد، وأطلب إلى الفرد الآخر تغطية عينيه.
- يخبر الفرد الأول زميله/ زميلته بمجموع العددين الظاهرين على وجهَي حجرَي النرد.
- يخمّن الفرد الثاني العددين الظاهرين على وجهَي حجرَي النرد، فإذا كان تخمينه صحيحًا يحصل على 3 نقاط، أمّا إذا كان تخمينه غير صحيح فعلى الفرد الأول إخبار الفرد الثاني بالفرق بين العددين، وعندها يخمّن الفرد الثاني العددين الظاهرين على وجهَي حجرَي النرد مرة أخرى، فإذا كان تخمينه صحيحًا هذه المرّة يحصل على نقطة واحدة.
- يتبادل فردا المجموعة الأدوار، ويكرّر الفرد الآخر ما فعله زميله/ زميلتها.
- يستمرّ فردا المجموعة بتبادل الأدوار حتى يلعب كلّ منهما 5 جولات.
- يسجّل الفوز لمَن يحصل على أكبر عدد من النقاط بعد انتهاء النشاط.
- أُخبر الطلبة أنني رميت حجرَي نرد وكان مجموع العددين الظاهرين على الحجرين 7، ثمّ أفترض العدد الذي يعبّر عن العدد الظاهر على الحجر الأول هو x، وأنّ العدد الظاهر على الحجر الثاني هو y، ثمّ أطلب إلى الطلبة كتابة المعادلة التي تعبّر عن مجموع العددين الظاهرين على وجهَي حجرَي النرد على ألواحهم الصغيرة ثمّ رفعها عاليًا؛ لأتمكن من تقديم التغذية الراجعة لهم، ثمّ أطلب إليهم تخمين القيم الممكنة لكلّ من x و y.
- أخبر الطلبة أن الفرق بين العددين الظاهرين على حجرَي النرد 3، ثمّ أطلب إليهم كتابة المعادلة التي تعبّر عن الفرق بين العددين الظاهرين على وجهَي حجرَي النرد على ألواحهم الصغيرة ثمّ رفعها عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم، ثمّ أطلب إليهم تخمين القيم الممكنة لكلّ من x و y التي تحقّق المعادلتين، لأتوصّل معهم إلى أن العددين اللّذين يحقّقان المعادلتين معًا هما: 5 و 2.

إرشادات:

- يُعَدّ هذا النشاط تمهيدًا لمفهوم حلّ نظام معادلات بمتغيّرين، فمثلًا إذا كان مجموع العددين الظاهرين على حجرَي النرد 7، والفرق بينهما 3 فإن تحديد العددين الظاهرين على حجرَي النرد يُعَد حلًّا للمعادلتين.
- عند معرفة الطلبة بالفرق بين العددين، فمن المتوقع تمكّنهم من تحديد العددين بسرعة، ولكن حينها لا يحصلون إلا على نقطة واحدة.

التكيُّف: يمكن استعمال حجرَي نرد الأعدادُ عليهما أكبر من العدد 6، لتعزيز الطلبة على إدراك أن المعادلة الأولى وحدها غير كافية لإيجاد الحلّ.

توسعة: يمكن للطلبة إعادة اللعبة مرة أخرى واستعمال المعادلات لإيجاد الحلّ.

الدرسُ 1 حلُّ نظامٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بيانيًّا

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ نظامَ معادلاتٍ مكوّنًا من معادلتَينِ خطّيّتَينِ بيانيًّا.

المصطلحاتُ:

نظامُ المعادلاتِ الخطّيّةِ، حلُّ نظامِ المعادلاتِ الخطّيّةِ.

أستكشفُ

شجرةٌ طولُها 0.6 m ويزدادُ طولُها بمعدّلٍ ثابتٍ مقدارُهُ 0.3 m في السنةِ، وشجرةٌ أُخرى طولُها 1.8 m ويزدادُ طولُها بمعدّلٍ ثابتٍ مقدارُهُ 0.15 m لكلِّ سنةٍ. بعدَ كمْ سنةٍ يصبحُ للشجرتَينِ الطولُ نفسُهُ؟

يتكوّنُ **نظامُ المعادلاتِ الخطّيّةِ** (system of linear equations) مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ أَوْ أكثرَ لَها المتغيّراتُ نفسُها، وفي ما يأتي مثالٌ على نظامٍ مكوّنٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ:

المعادلةُ 1 $y = 2x + 1$

المعادلةُ 2 $y = x - 3$

حلُّ نظامِ المعادلاتِ الخطّيّةِ (solution of a system of linear equations) بمتغيّرَينِ هُوَ زوجٌ مرتّبٌ يحقّقُ كلَّ معادلةٍ في النظامِ.

مثال 1

أحدّدُ ما إذا كانَ الزّوجُ المرتَّبُ يمثّلُ حلًّا لنظامِ المعادلاتِ الخطّيّةِ المُعطى في كلٍّ ممّا يأتي:

① $(4, 1);\quad x + 2y = 6$

$x - y = 3$

أعوّضُ الزّوجَ المرتَّبَ (4, 1) في كِلا المعادلتَينِ حيثُ $x = 4$ وَ $y = 1$

المعادلةُ 1	المعادلةُ 2
$x + 2y = 6$	$x - y = 3$
$(4) + 2(1) \overset{?}{=} 6$	$4 - 1 \overset{?}{=} 3$
$6 = 6$ ✓	$3 = 3$ ✓

بِما أنَّ الزّوجَ المرتَّبَ (4, 1) يمثّلُ حلًّا لِكِلا المعادلتَينِ، إذنْ (4, 1) يمثّلُ حلًّا لنظامِ المعادلاتِ الخطّيّةِ.

40

تنويع التعليم:

أطلب إلى الطلبة المتميزين كتابة المعادلة التي تمثّل كلّ جدول.

الدرس 1

نتاجات الدرس:

- تعرّف نظام المعادلات الخطية بمتغيّرين.
- التحقّق من أن الزوج المرتَّب يمثّل حلًّا للنظام.
- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بيانيًّا.
- نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيّتين، وحلّه بيانيًّا.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- تحديد إذا كان الزوج المرتَّب يمثل حلًّا للمعادلة الخطية بمتغيّرين.
- كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع.
- تمثيل المعادلات الخطية بمتغيّرين بيانيًّا في المستوى الإحداثي.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أزوّد كلّ مجموعة بورقة المصادر 6: **مطابقة التمثيلات البيانية**، ومشابك ورقية.
- أطلب إلى أفراد المجموعات مطابقة جدول القيم مع التمثيل البياني المرتبط به، ثمّ ربطهما بمشبك ورقي.

إرشاد: أقصّ البطاقات الموجودة في ورقة المصادر قبل بدء الدرس، ثمّ أخلطها جيدًا.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثمّ أسألهم:
  - » ما العوامل التي تساعد على نموّ الأشجار؟ أشعة الشمس، وخصوبة التربة، ...
  - » كم يبلغ طول كلّ من الشجرتين بعد عام؟ 0.9 m, 1.95 m
  - » كم يبلغ طول كلّ من الشجرتين بعد عامين؟ 1.2 m, 2.1 m
  - » بعد كم سنة يصبح للشجرتين الطول نفسه؟
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - » مَنْ يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.
- لا يقلّ المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا أحرص على ألّا أخطّئ أحدًا، بل أقول: "لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أُخرى؟"، ثمّ أشكره على محاولته الإجابة عن السؤال، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعزّزه، ثم أعود إلى الطالب نفسه/ الطالبة نفسها وأطلب إليه/ إليها الإجابة عن السؤال مَرَّة أُخرى، وأعزّزه/ أعزّزها كما عزّزت مَن قدّم الإجابة الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة بما تعلّموه سابقًا حول المعادلة الخطية بمتغيّرين وصورها المختلفة وحلّها، ثمّ أوضّح لهم مفهوم كلّ من نظام المعادلات الخطية، وحلّ نظام المعادلات الخطية.
- أناقش حلّ الفرع 1 من المثال 1 مع الطلبة على اللوح، فأطلب إلى أحد الطلبة تعويض الزوج المرتَّب في المعادلة الأولى، ثمّ أطلب إلى آخر تعويض الزوج المرتَّب في المعادلة الثانية، ثمّ أسأل الطلبة:
  - » هل مثّل الزوج المرتَّب حلًّا للمعادلة الأولى؟ نعم.
  - » هل مثّل الزّوج المرتَّب حلًّا للمعادلة الثانية؟ نعم.
  - » هل يمثّل الزوج المرتَّب حلًّا لنظام المعادلات الخطية المعطى؟ لماذا؟ نعم؛ لأنه يمثّل حلًّا لكلا المعادلتين.
- أبيّن للطلبة أن الزوج المرتَّب يمثّل حلًّا لنظام المعادلات؛ لأنه يمثّل حلًّا لكلا المعادلتين.
- أناقش حلّ الفرع 2 من المثال 1 مع الطلبة على اللوح، فأطلب إلى أحد الطلبة تعويض النقطة في المعادلة الأولى، ثمّ أطلب إلى آخر تعويض النقطة في المعادلة الثانية، ثمّ أسأل الطلبة:
  - » هل مثّل الزوج المرتَّب حلًّا للمعادلة الأولى؟ لا.
  - » هل مثّل الزّوج المرتَّب حلًّا للمعادلة الثانية؟ نعم.
  - » هل يمثّل الزوج المرتَّب حلًّا لنظام المعادلات الخطية المعطى؟ لماذا؟ لا؛ لأنه لا يمثّل حلًّا لكلا المعادلتين.
- أبيّن للطلبة أن الزوج المرتَّب لا يمثّل حلًّا لنظام المعادلات؛ لأنه لا يمثّل حلًّا لكلا المعادلتين، بالرغم من أنّه يمثّل حلًّا لإحدى المعادلتين.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة بالحكم على أن زوجًا مرتّبًا يمثّل حلًّا لنظام معادلات خطية إذا حقّق إحدى المعادلتين؛ لذا أؤكّد وبشكل مستمر ضرورة تعويض الزوج المرتَّب في كلتا المعادلتين؛ للتحقّق من تمثيله حلًّا لكلّ منهما.

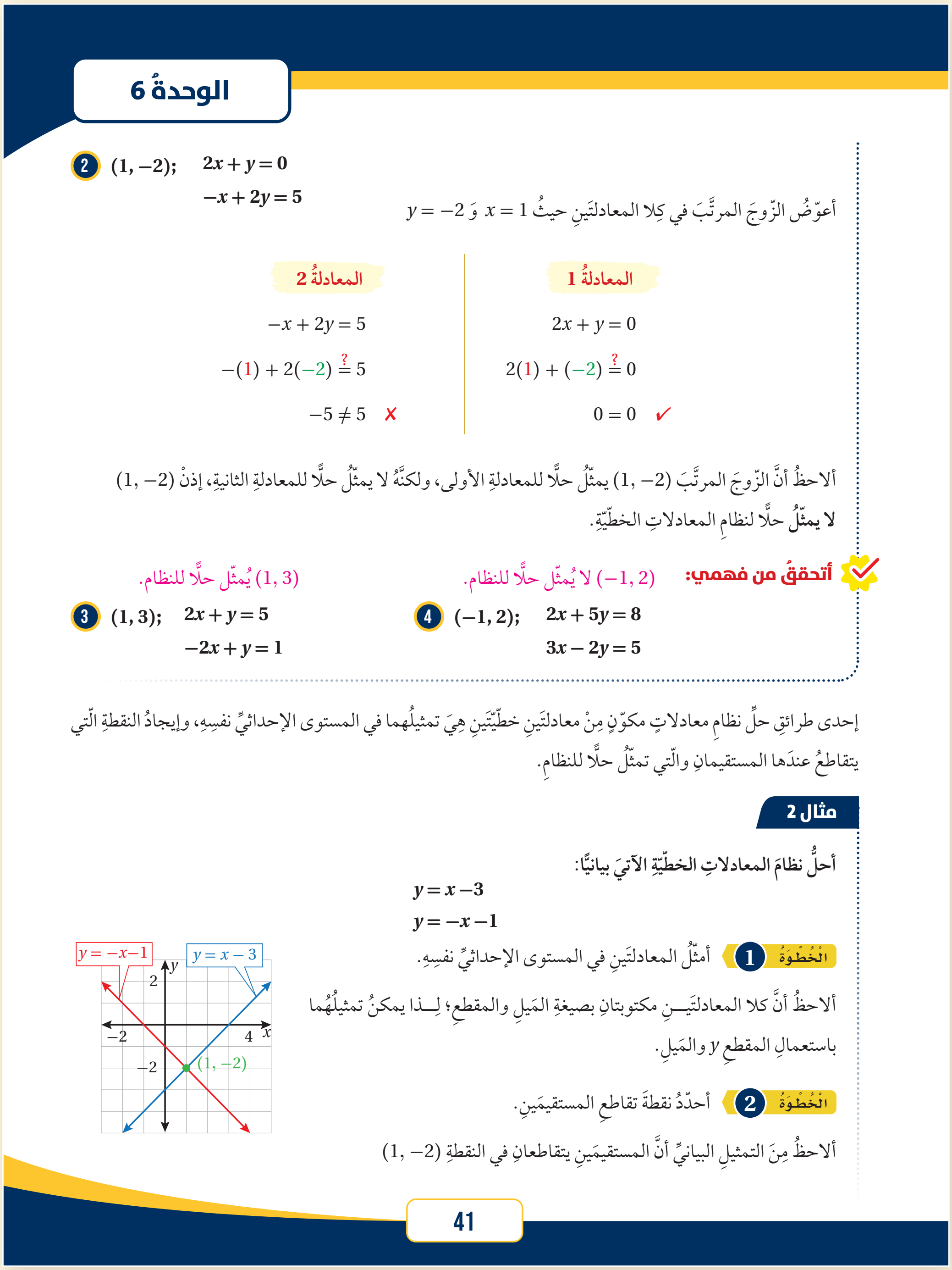
إرشاد: أوضّح للطلبة أنه إذا لم تحقّق النقطة المعادلة الأولى، فلا داعي لتعويضها في المعادلة الثانية.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.



② $(1, -2)$; $2x + y = 0$
$-x + 2y = 5$

أعوّضُ الزّوجَ المرتَّبَ في كِلا المعادلتَين حيثُ $x = 1$ وَ $y = -2$

المعادلةُ 1	المعادلةُ 2
$2x + y = 0$	$-x + 2y = 5$
$2(1) + (-2) \overset{?}{=} 0$	$-(1) + 2(-2) \overset{?}{=} 5$
$0 = 0$ ✓	$-5 \neq 5$ ✗

ألاحظُ أنَّ الزّوجَ المرتَّبَ $(1, -2)$ يمثّلُ حلًّا للمعادلةِ الأولى، ولكنَّهُ لا يمثّلُ حلًّا للمعادلةِ الثانيةِ، إذنْ $(1, -2)$ **لا يمثّلُ حلًّا لنظامِ المعادلاتِ الخطّيّةِ.**

أتحقّقُ من فهمي:

④ $(-1, 2)$; $2x + 5y = 8$
$3x - 2y = 5$

$(-1, 2)$ لا يُمثّل حلًّا للنظام.

③ $(1, 3)$; $2x + y = 5$
$-2x + y = 1$

$(1, 3)$ يُمثّل حلًّا للنظام.

إحدى طرائقِ حلِّ نظامِ معادلاتٍ مكوّنٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ هِيَ تمثيلُهما في المستوى الإحداثيِّ نفسِهِ، وإيجادُ النقطةِ الّتي يتقاطعُ عندَها المستقيمانِ والّتي تمثّلُ حلًّا للنظامِ.

مثال 2

أحلُّ نظامَ المعادلاتِ الخطّيّةِ الآتيَ بيانيًّا:

$$y = x - 3$$
$$y = -x - 1$$

الْخُطْوَةُ 1 أمثّلُ المعادلتَينِ في المستوى الإحداثيِّ نفسِهِ.

ألاحظُ أنَّ كلا المعادلتَينِ مكتوبتانِ بصيغةِ المَيلِ والمقطعِ؛ لِذا يمكنُ تمثيلُهُما باستعمالِ المقطعِ y والمَيلِ.

الْخُطْوَةُ 2 أحدّدُ نقطةَ تقاطعِ المستقيمَينِ.

ألاحظُ مِنَ التمثيلِ البيانيِّ أنَّ المستقيمَينِ يتقاطعانِ في النقطةِ $(1, -2)$

مثال 2

- أوضّح للطلبة أنهم سيتعلّمون في هذه الوحدة طرائق مختلفة لحلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيّتين، وإحدى هذه الطرائق هي: التمثيل البياني، ثمّ أبيّن لهم أن ذلك يتمّ عن طريق تمثيل كلّ من معادلتي النظام في المستوى الإحداثي نفسه، وتحديد نقطة تقاطع المستقيمين التي تمثّل حلًّا للنظام.

- أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 2 على اللوح، ثمّ أسأل الطلبة:

  » ما الصيغة التي كتبَتْ بها معادلتي النظام؟ صيغة الميل والمقطع.

- أطلب إلى أحد الطلبة تمثيل المعادلة الأولى في المستوى الإحداثي باستعمال الميل والمقطع، ثمّ أطلب إلى طالب آخر/ طالبة أخرى تمثيل المعادلة الثانية في المستوى الإحداثي نفسه باستعمال الميل والمقطع أيضًا، ثمّ أسأل الطلبة:

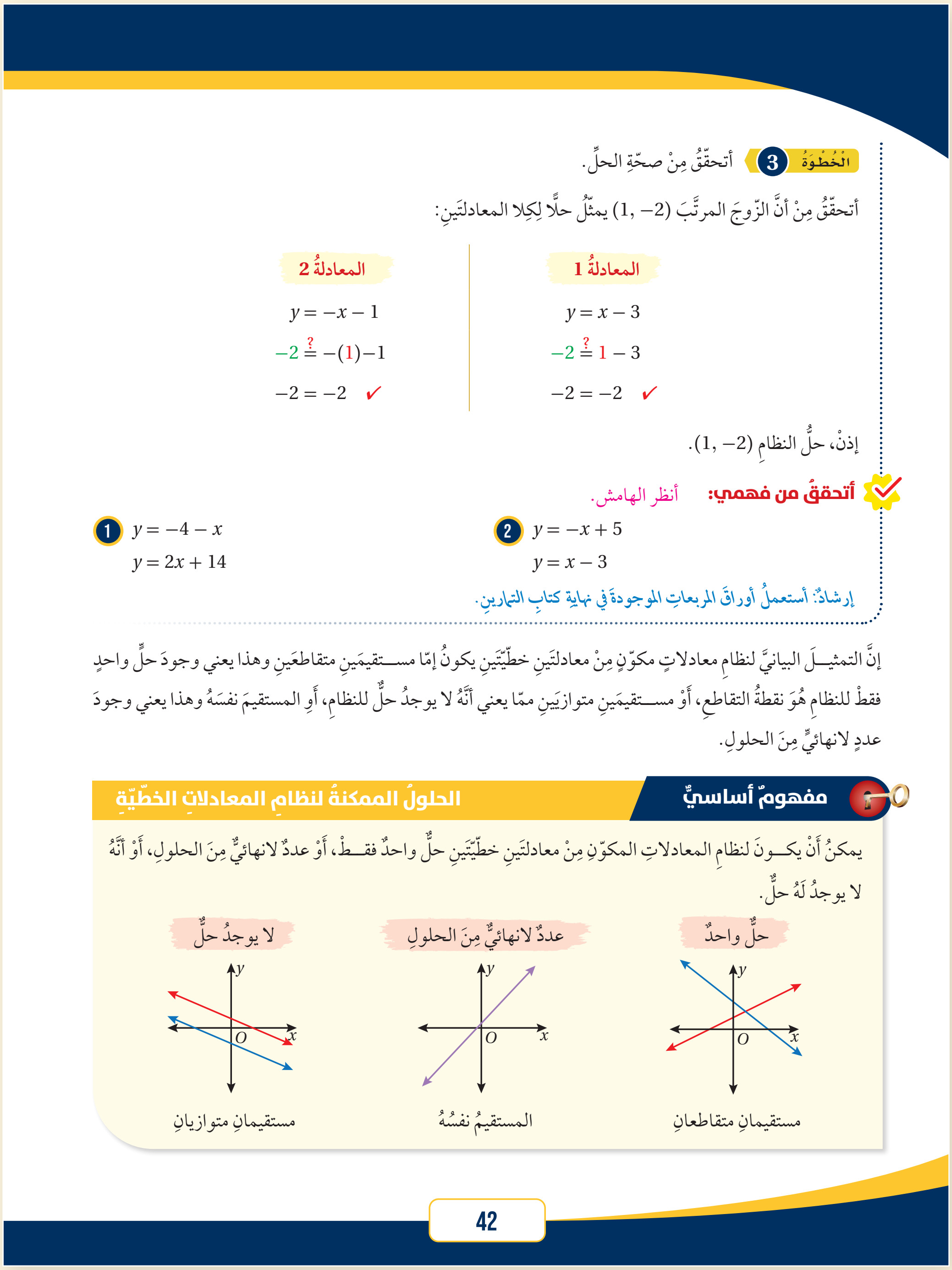
  » ما نقطة تقاطع المستقيمين؟ $(1, -2)$

  » هل تمثّل هذه النقطة حلًّا لنظام المعادلات؟ لماذا؟ نعم؛ لأنها تقع على كلّ من المستقيمين اللّذين يمثّلان معادلتي النظام، وهذا يعني أنها تحقّق كلًّا من المعادلتين.

  » كيف يمكن التحقّق من صحة الحلّ؟ بتعويض الزوج المرتّب في كلا المعادلتين، والتحقّق من أنه يمثّل حلًّا لكلّ منهما.

- أطلب إلى الطلبة التحقّق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثمّ رفعها عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

- إنْ لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.



الْخُطْوَةُ 3 أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ.

أتحقّقُ مِنْ أنَّ الزّوجَ المرتَّبَ (2− ,1) يمثّلُ حلًّا لِكِلا المعادلتَينِ:

المعادلةُ 2	المعادلةُ 1
$y = -x - 1$	$y = x - 3$
$-2 \overset{?}{=} -(1)-1$	$-2 \overset{?}{=} 1 - 3$
$-2 = -2$ ✓	$-2 = -2$ ✓

إذنْ، حلُّ النظامِ (2− ,1).

أتحقّقُ من فهمي: أنظر الهامش.

② $y = -x + 5$
$y = x - 3$

① $y = -4 - x$
$y = 2x + 14$

إرشادٌ: أستعملُ أوراقَ المربعاتِ الموجودةَ في نهايةِ كتابِ التمارينِ.

إنَّ التمثيــلَ البيانيَّ لنظامِ معادلاتٍ مكوّنٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ يكونُ إمّا مســتقيمَينِ متقاطعَينِ وهذا يعني وجودَ حلٍّ واحدٍ فقطْ للنظامِ هُوَ نقطةُ التقاطعِ، أَوْ مســتقيمَينِ متوازيَينِ ممّا يعني أنَّهُ لا يوجدُ حلٌّ للنظامِ، أَوِ المستقيمَ نفسَهُ وهذا يعني وجودَ عددٍ لانهائيٍّ مِنَ الحلولِ.

مفهومٌ أساسيٌّ **الحلولُ الممكنةُ لنظامِ المعادلاتِ الخطّيّةِ**

يمكنُ أَنْ يكــونَ لنظامِ المعادلاتِ المكوّنِ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ حلٌّ واحدٌ فقــطْ، أَوْ عددٌ لانهائيٌّ مِنَ الحلولِ، أَوْ أَنَّهُ لا يوجدُ لَهُ حلٌّ.

42

✓ إرشادات:

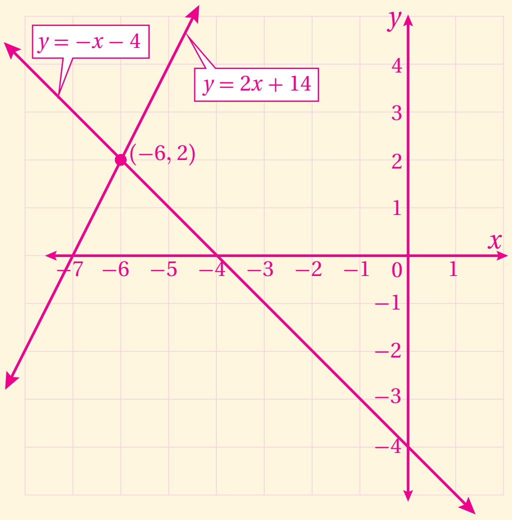
- أذكّر الطلبة بأن التمثيل البياني للمعادلة الخطية هو مستقيم يمرّ في النقاط جميعها التي تمثّل حلولًا للمعادلة، وأن أيّ نقطة تقع على هذا المستقيم تمثّل حلًّا للمعادلة.
- يساعد استعمال لوح متنقّل خاص بالمستوى الإحداثي على تمثيل المعادلات بسهولة، ويوفّر الوقت المستنفَد في رسم المحورين الإحداثيين وتقسيمهما، ويمكن إعداده بسهولة برسم المستوى الإحداثي على طبق من الكرتون المقوّى، ثمّ تغطيته بلاصق شفاف.

! أخطاء شائعة:

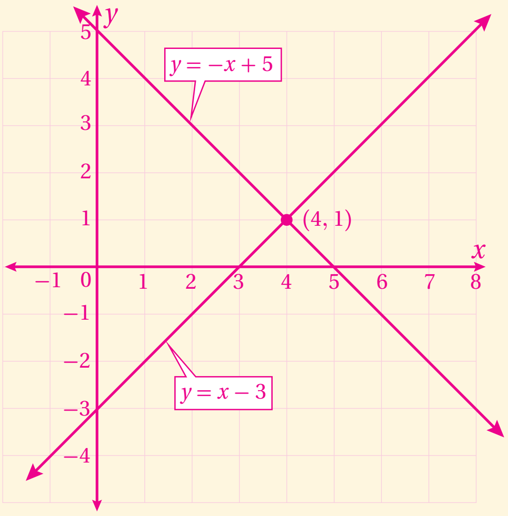
قد يخطئ بعض الطلبة في تمثيل المعادلات في المستوى الإحداثي، وينتج من ذلك نقطة تقاطع لا تمثّل حلًّا لنظام المعادلات؛ لذا أؤكّد وبشكل مستمر ضرورة التحقّق من صحة الحلّ.

إجابات (أتحقق من فهمي 2):

1) (2 ,6−) يُمثّل حلًّا للنظام.

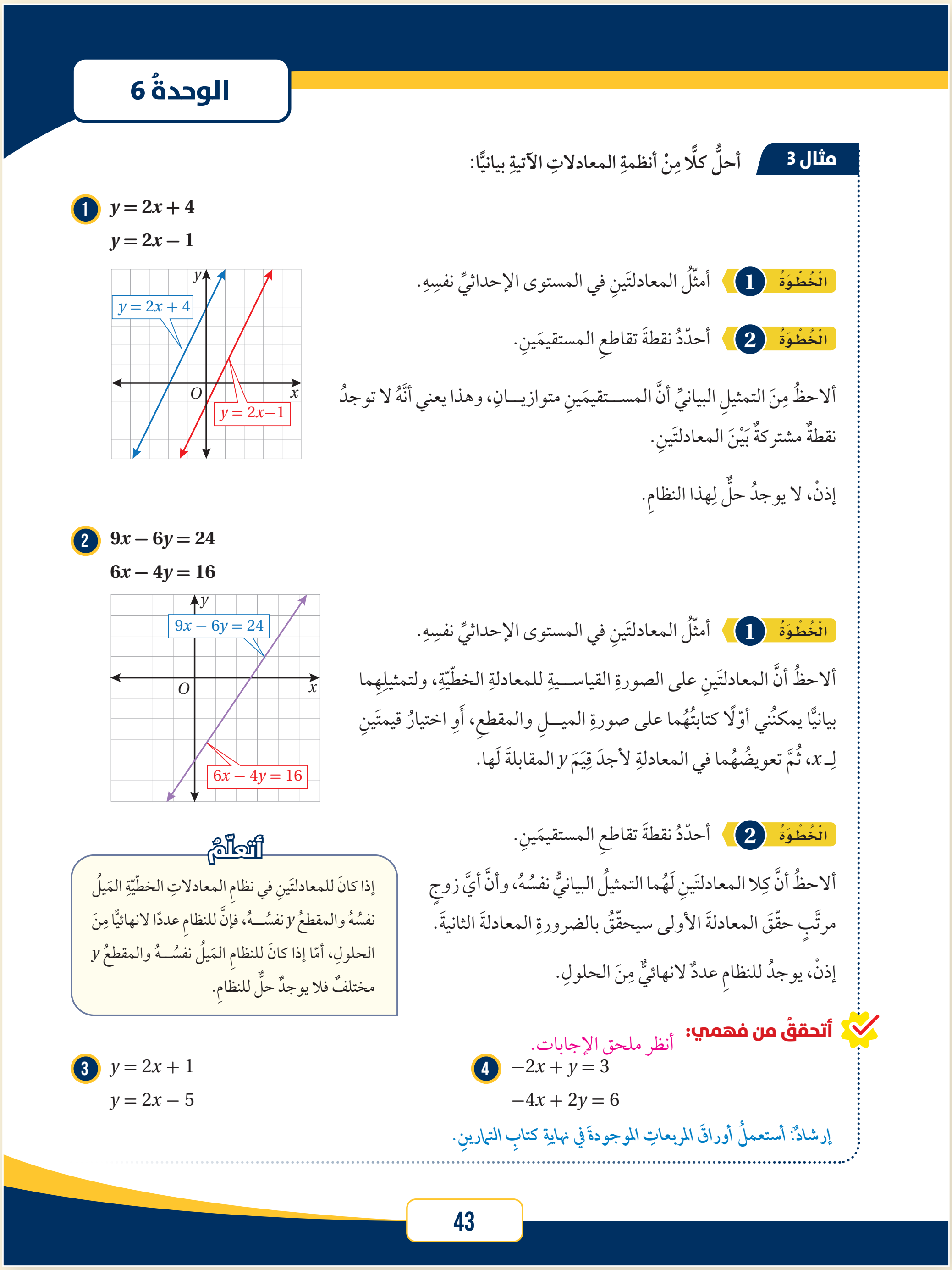


2) (1 ,4) يُمثّل حلًّا للنظام.



مثال 3

- أوضّح للطلبة أن أيّ مستقيمين في المستوى الإحداثي يكونان إمّا متقاطعين، أو منطبقين على بعضهما (المستقيم نفسه)، أو متوازيين، ثمّ أرسم لهم مثالًا على كلّ حالة.
- أطلب إلى الطلبة تأمّل الحالة الأولى (المستقيمين المتقاطعين)، ثمّ أسألهم:
  - » إذا كان هذان المستقيمان هما التمثيل البياني لنظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين، فكم حلًّا لهذا النظام؟ حلّ واحد.
  - » لماذا؟ لأن المستقيمين يتقاطعان في نقطة واحدة فقط، وهذه النقطة تمثّل الحلّ الوحيد للنظام.
- أطلب إلى الطلبة تأمُّل الحالة الثانية (المستقيمين المنطبقين على بعضهما)، ثمّ أسألهم:
  - » إذا كان هذان المستقيمان هما التمثيل البياني لنظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين، فكم حلًّا لهذا النظام؟ عدد لانهائيّ من الحلول.
  - » لماذا؟ لأن المستقيمين يتقاطعان في عدد لا نهائي من النقاط - يمثلان المستقيم نفسه- وكلّ من هذه النقاط تمثّل حلًّا للنظام.
- أطلب إلى الطلبة تأمُّل الحالة الثالثة (المستقيمين المتوازيين)، ثمّ أسألهم:
  - » إذا كان هذان المستقيمان هما التمثيل البياني لنظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين، فكم حلًّا لهذا النظام؟ لا يوجد حلّ للنظام.
  - » لماذا؟ لأن المستقيمين متوازيان؛ أي أنّهما لا يتقاطعان.
- أتوصّل عن طريق مناقشة الحالات السابقة مع الطلبة إلى أن أنظمة المعادلات الخطية بمتغيّرين إمّا أن يكون لها حلّ واحد، أو عدد لا نهائي من الحلول، أو لا يوجد لها حلّ.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 3 على اللوح.



الوحدةُ 6

مثال 3 أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ بيانيًّا:

① $y = 2x + 4$

$y = 2x - 1$

الْخُطْوَةُ 1 أمثّلُ المعادلتَينِ في المستوى الإحداثيِّ نفسِهِ.

الْخُطْوَةُ 2 أحدّدُ نقطةَ تقاطعِ المستقيمَينِ.

ألاحظُ مِنَ التمثيلِ البيانيِّ أنَّ المستقيمَينِ متوازيانِ، وهذا يعني أنَّهُ لا توجدُ نقطةٌ مشتركةٌ بَيْنَ المعادلتَينِ.

إذنْ، لا يوجدُ حلٌّ لِهذا النظامِ.

② $9x - 6y = 24$

$6x - 4y = 16$

الْخُطْوَةُ 1 أمثّلُ المعادلتَينِ في المستوى الإحداثيِّ نفسِهِ.

ألاحظُ أنَّ المعادلتَينِ على الصورةِ القياسيةِ للمعادلةِ الخطّيّةِ، ولتمثيلِهما بيانيًّا يمكنُني أوّلًا كتابتُهُما على صورةِ الميلِ والمقطعِ، أوِ اختيارُ قيمتَينِ لِـ x، ثُمَّ تعويضُهُما في المعادلةِ لأجدَ قِيَمَ y المقابلةَ لَها.

الْخُطْوَةُ 2 أحدّدُ نقطةَ تقاطعِ المستقيمَينِ.

ألاحظُ أنَّ كِلا المعادلتَينِ لَهُما التمثيلُ البيانيُّ نفسُهُ، وأنَّ أيَّ زوجٍ مرتَّبٍ حقّقَ المعادلةَ الأولى سيحقّقُ بالضرورةِ المعادلةَ الثانيةَ.

إذنْ، يوجدُ للنظامِ عددٌ لانهائيٌّ مِنَ الحلولِ.

أتعلّمُ

إذا كانَ للمعادلتَينِ في نظامِ المعادلاتِ الخطّيّةِ المَيلُ نفسُهُ والمقطعُ y نفسُهُ، فإنَّ للنظامِ عددًا لانهائيًّا مِنَ الحلولِ، أمّا إذا كانَ للنظامِ المَيلُ نفسُهُ والمقطعُ y مختلفٌ فلا يوجدُ حلٌّ للنظامِ.

أتحقّقُ من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

③ $y = 2x + 1$

$y = 2x - 5$

④ $-2x + y = 3$

$-4x + 2y = 6$

إرشادٌ: أستعملُ أوراقَ المربعاتِ الموجودةَ في نهايةِ كتابِ التمارينِ.

43

إرشادات:

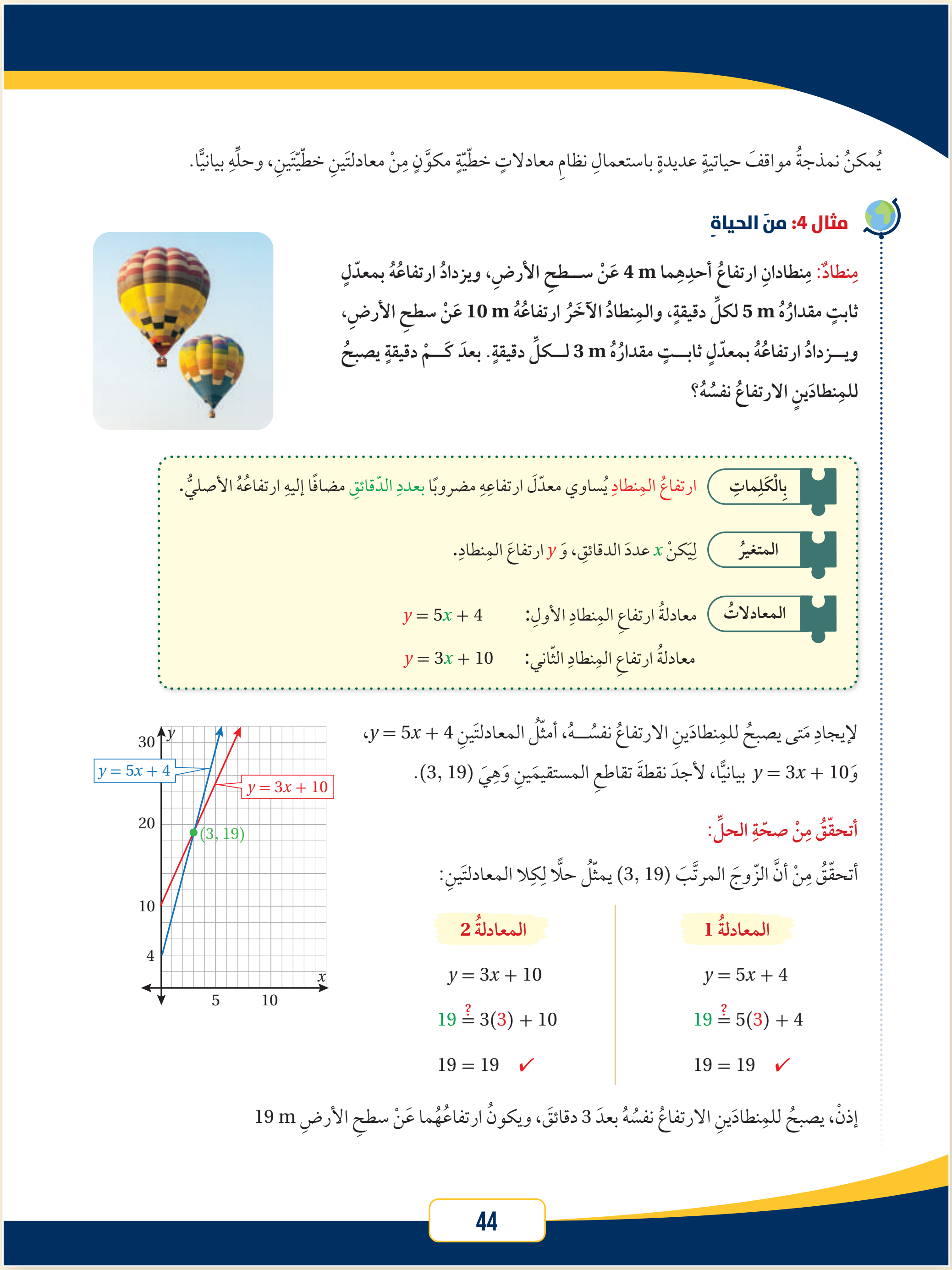
- ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (**أتعلّم**) الوارد في كتاب الطالب، وأهمية تحديد ما إذا كان لنظام المعادلات عدد لا نهائيّ من الحلول أم ليس له حلّ.
- أذكّر الطلبة بأنه يمكن تحديد ميل معادلة خطية بمتغيّرين والمقطع y لها بسهولة عند كتابتها بصيغة الميل والمقطع.

مثال 4: من الحياة

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأطلب إلى المجموعات قراءة المثال 4، وتحديد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- أناقش إجابات المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أوجّه الطلبة إلى أننا في هذه المسألة سنفترض بأن عدد الدقائق هو x، وارتفاع المنطاد بعد x دقيقة هو y.
- أطلب إلى المجموعات التعبير عن ارتفاع كلّ من المنطادين بمعادلة.
- أناقش إجابات المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، وأدوّن نظام المعادلات على اللوح، ثمّ أسأل الطلبة:
  - » ماذا نعني جبريًّا بأن للمنطادين الارتفاع نفسه؟ أي أن قيمة y في كلّ من المعادلتين متساوية؛ لأن y تمثّل ارتفاع كلّ منطاد.
  - » كيف يمكن إيجاد عدد الدقائق اللازمة ليصبح المنطادان على الارتفاع نفسه؟ بحلّ نظام المعادلات الخطية بيانيًّا، وتحديد نقطة تقاطع المعادلتين.
- أطلب إلى المجموعات تمثيل نظام المعادلات بيانيًّا، وإيجاد حلّ النظام، ثم التحقّق من صحة الحلّ.
- أوضّح للطلبة أن دلالة الزوج المرتّب الذي نتج من حلّ نظام المعادلات، هو أن المنطادين سيصلان إلى الارتفاع نفسه خلال 3 دقائق، وسيكون ارتفاعهما 19 m

تنبيه:

ألفت انتباه الطلبة إلى أن التمثيل البياني للمعادلات التي تمثّل موقفًا حياتيًّا تقتصر على الربع الأول فقط؛ لعدم وجود قيم سالبة للمتغيّرين.



يُمكنُ نمذجةُ مواقفَ حياتيةٍ عديدةٍ باستعمالِ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ مكوّنٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ، وحلِّهِ بيانيًّا.

مثال 4: منَ الحياةِ

منطادٌ: مِنطادانِ ارتفاعُ أحدِهِما 4 m عَنْ سطحِ الأرضِ، ويزدادُ ارتفاعُهُ بمعدّلٍ ثابتٍ مقدارُهُ 5 m لكلِّ دقيقةٍ، والمِنطادُ الآخَرُ ارتفاعُهُ 10 m عَنْ سطحِ الأرضِ، ويزدادُ ارتفاعُهُ بمعدّلٍ ثابتٍ مقدارُهُ 3 m لكلِّ دقيقةٍ. بعدَ كَمْ دقيقةٍ يصبحُ للمِنطادَينِ الارتفاعُ نفسُهُ؟

بِالْكَلِماتِ ارتفاعُ المِنطادِ يُساوي معدّلَ ارتفاعِهِ مضروبًا بعددِ الدّقائقِ مضافًا إليهِ ارتفاعُهُ الأصليُّ.

المتغيرُ لِيَكُنْ x عددَ الدقائقِ، وَ y ارتفاعَ المِنطادِ.

المعادلاتُ معادلةُ ارتفاعِ المِنطادِ الأولِ: $y = 5x + 4$

معادلةُ ارتفاعِ المِنطادِ الثّاني: $y = 3x + 10$

لإيجادِ مَتى يصبحُ للمِنطادَينِ الارتفاعُ نفسُهُ، أمثّلُ المعادلتَينِ $y = 5x + 4$، وَ $y = 3x + 10$ بيانيًّا، لأجدَ نقطةَ تقاطعِ المستقيمَينِ وَهِيَ (3, 19).

أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ:

أتحقّقُ مِنْ أنَّ الزّوجَ المرتّبَ (3, 19) يمثّلُ حلًّا لِكِلا المعادلتَينِ:

المعادلةُ 1	المعادلةُ 2
$y = 5x + 4$	$y = 3x + 10$
$19 \overset{?}{=} 5(3) + 4$	$19 \overset{?}{=} 3(3) + 10$
$19 = 19$ ✓	$19 = 19$ ✓

إذنْ، يصبحُ للمِنطادَينِ الارتفاعُ نفسُهُ بعدَ 3 دقائقَ، ويكونُ ارتفاعُهُما عَنْ سطحِ الأرضِ 19 m

44

تنويع التعليم

- أسأل الطلبة المتميزين السؤال الآتي: هل يمكن أن يصبح للمنطادين الارتفاع نفسه مرة أخرى؟ لماذا؟ لا، إجابة محتملة: لأن المستقيمين إذا تقاطعا، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

أتحققُ من فهمي:

لعبةٌ إلكترونيةٌ: تريدُ الأُختانِ هُدى ونَدى شراءَ لعبةٍ إلكترونيةٍ، وتوفّرانِ مِنْ مصروفِهِما مِنْ أجلِ ذلكَ. إذا كانَ مَعَ هُدى JD 14 وتوفّرُ أسبوعيًّا JD 3، ومَعَ نَدى JD 6 وتوفّرُ أسبوعيًّا JD 5 فبعدَ كَمْ أسبوعٍ يكونُ مَعَ الأُختَينِ المبلغُ نفسُهُ؟ أنظر ملحق الإجابات.

أتدرب وأحل المسائل

أحـدّدُ ما إذا كانَ الزّوجُ المرتَّبُ يمثّلُ حلًّا لنظامِ المعادلاتِ الخطّيّةِ المُعطى في كلٍّ ممّا يأتي:

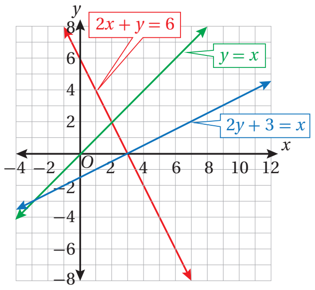
① $(2, -2);\ 3x + y = 4$, $x - 3y = 8$

$(2, -2)$ يُمثّل حلًّا للنظام.

② $(-1, 3);\ y = -7x - 4$, $y = 8x + 5$

$(-1, 3)$ لا يُمثّل حلًّا للنظام.

أستعملُ التمثيلَ البيانيَّ المجاورَ لأجدَ حلَّ كلِّ نظامِ معادلاتٍ ممّا يأتي:



③ $y = x$, $2x + y = 6$ $(2, 2)$

④ $2y + 3 = x$, $2x + y = 6$ $(3, 0)$

⑤ $2y + 3 = x$, $y = x$ $(-3, -3)$

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ بيانيًّا:

⑥ $y = 4x + 2$, $y = -2x - 4$ $(-1, -2)$

⑦ $y = x - 6$, $y = x + 2$ لا يوجد حل للنظام.

⑧ $y = -3$, $y = x - 3$ $(0, -3)$

⑨ $x + y = 4$, $3x + 3y = 12$ للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

⑩ $2x + 3y = 12$, $2x - y = 4$ $(3, 2)$

⑪ $y = 6x + 3$, $y = 2x + 3$ $(0, 3)$

⑫ $8x - 4y = 16$, $-5x - 5y = 5$ $(1, -2)$

⑬ $4x - 6y = 12$, $-2x + 3y = -6$ للنظام عـدد لا نهائي من الحلول.

⑭ $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{2}$ $(1, -1)$

إرشاد

يسهّلُ التخلّصُ مِنَ الكسورِ حلَّ أنظمةِ المعادلاتِ، ويتمُّ ذلكَ بضربِ معاملاتِ الحدودِ في كلِّ معادلةٍ بالمضاعفِ المشتركِ الأصغرِ لمقاماتِ الكسورِ.

إرشاد: في السؤال 21 (**أكتشف الخطأ**)، ألفت انتباه الطلبة إلى تعويض الزوج المرتّب في النظام للتحقّق من صحة الحلّ.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 18, 21 كتاب التمارين: (1 – 7)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 21 ,(16 – 19) كتاب التمارين: (8 – 12)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 16, 17, (20 – 22) كتاب التمارين: (11 – 13)

4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (15 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيِّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

إرشاد: في السؤال 17 أوضّح للطلبة أنّه يمكن التعبير عن المليون بالعدد 1، وعن نصف المليون بالعدد 0.5، وهكذا..؛ وذلك لتسهيل التمثيل البياني وإيجاد قيمة x التي تمثّل عدد السنوات.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في التعبير عن المسائل الحياتية بمعادلات؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدّم لهم أسئلة سهلة عند اللزوم.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤالين 16 و 17، أعزّز وعي الطلبة بأهمية الحصول على المعلومات من المواقع الموثوقة، والابتعاد عن المواقع غير المرغوب بها.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (22 – 20).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:
  - » أكتب نظام معادلات حلّه الزوج المرتّب (2 ,1). (أجد حلّين مختلفين).

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

نشاط التكنولوجيا

أحفّز الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها، إذ يجيب الطلبة عن أسئلة تتعلق بتمثيل نظام المعادلات الخطية بيانيًّا، ويتلقّون التغذية الراجعة المباشرة.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (3 – 1) من خطوات تنفيذ المشروع.
- أطلب إلى الطلبة حلّ أنظمة المعادلات التي تمّ الحصول عليها من الخطوة 3 بيانيًّا.

أنظر ملحق الإجابات.

15 **أعمارٌ:** يقلُّ عُمرُ نوالَ عَنْ عُمرِ والدتِها بمقدارِ 26 عامًا، ومجموعُ عُمرَيهِما 50 عامًا. أكتبُ نظامًا مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ يُمثّلُ عُمرَ نوالَ وعُمرَ والدَتِها، ثُمَّ أجدُ عُمرَ كلٍّ مِنْهُما.

مواقعُ إنترنتْ: موقعانِ تعليميّانِ على شبكةِ الإنترنتْ، سجّلَ الأولُ مليونَ زيارةٍ عامَ 2018م، وفي كلِّ عامٍ لاحقٍ ازدادَ عددُ زياراتِهِ بمعدّلٍ ثابتٍ مقدارُهُ نصفُ مليونِ زيارةٍ. وسجّلَ الموقعُ الثّاني عشرةَ ملايينِ زيارةٍ عامَ 2018م، ولكنَّ هذا العددَ تناقصَ في كلِّ عامٍ لاحقٍ بمعدّلٍ ثابتٍ يُساوي مليونَ زيارةٍ.

معلومةٌ

ازدادَتْ أعدادُ مستخدمي المواقعِ التعليميةِ على الإنترنتْ في أثناءِ جائحةِ كورونا.

16 أكتبُ نظامًا مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ يُمثّلُ أعدادَ زياراتِ الموقعَينِ. أنظر ملحق الإجابات.

17 في أيِ عامٍ سيصبحُ عددُ زياراتِ كلٍّ مِنَ الموقعَينِ متساويًا؟

في العام 2024 م

18 **هندسةٌ:** أجدُ قيمتَيْ x وَ y للمستطيلِ المجاورِ.

$x = 2, y = 3$

19 أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

بعد 8 سنوات.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

20 **تبريرٌ:** هَلْ يمكنُ أَنْ يكونَ لنظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ مكوَّنٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ حلّانِ مختلفانِ؟ أبرّرُ إجابَتي. أنظر ملحق الإجابات.

21 **أكتشفُ الخطأَ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ أنَّ حلَّ نظامِ المعادلاتِ الآتي هُوَ النقطةُ (1– ,3) :

$$x - 3y = 6$$

$$2x - 3y = 3$$

أكتشفُ الخطأَ في الحلِّ، وأصحّحُهُ.

أنظر ملحق الإجابات.

22 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ نظامَ معادلاتٍ خطّيّةٍ مكوّنًا مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ ليسَ لَهُ حلٌّ، ونظامًا آخَرَ لَهُ عددٌ لانهائيٌّ مِنَ الحلولِ. أنظر ملحق الإجابات.

23 **أكتبُ** كيفَ أجدُ حلَّ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ مكوّنٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بيانيًّا؟

أنظر إجابات الطلبة.

46

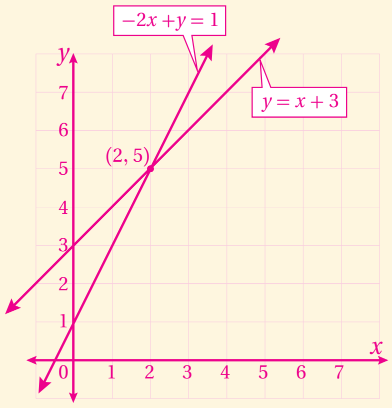
6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أحلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الخطية الآتية بيانيًّا:**

① $y = x + 3$

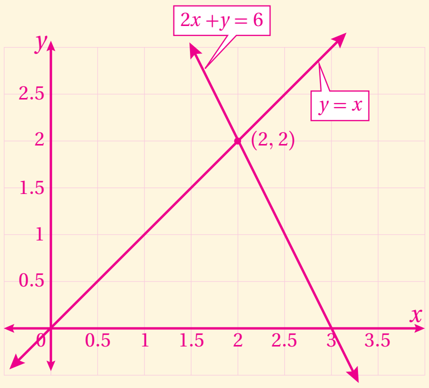
$y = 2x + 1$



(2, 5)

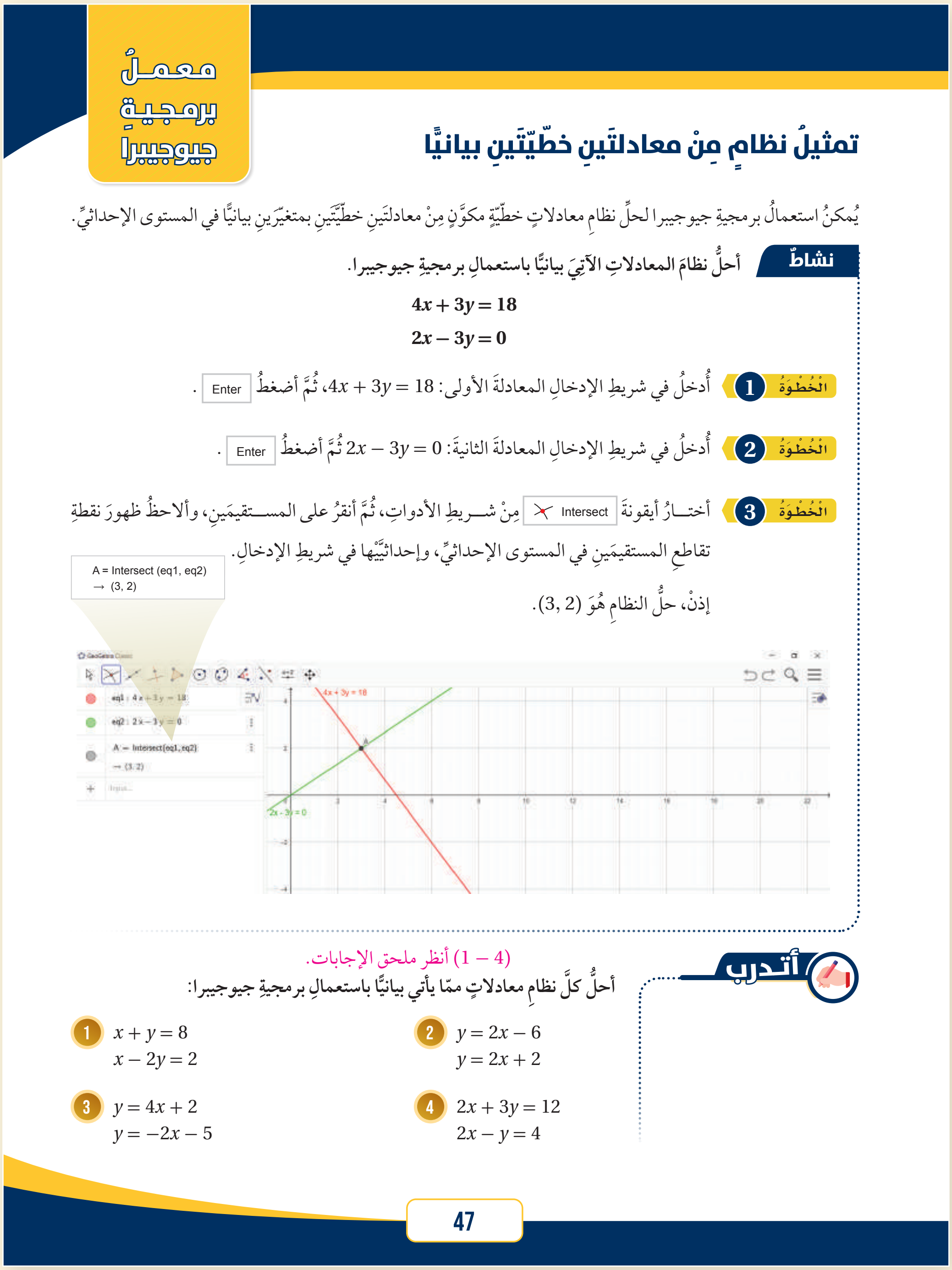
② $y = x$

$y = 6 - 2x$



(2, 2)

معمل برمجية جيوجبرا



معمل برمجيةِ جيوجيبرا

تمثيلُ نظامٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بيانيًّا

يُمكنُ استعمالُ برمجيةِ جيوجيبرا لحلِّ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ مكوَّنٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بمتغيّرَينِ بيانيًّا في المستوى الإحداثيِّ.

نشاطٌ أحلُّ نظامَ المعادلاتِ الآتيَ بيانيًّا باستعمالِ برمجيةِ جيوجيبرا.

$$4x + 3y = 18$$
$$2x - 3y = 0$$

الْخُطْوَةُ 1 أُدخلُ في شريطِ الإدخالِ المعادلةَ الأولى: $4x + 3y = 18$، ثُمَّ أضغطُ Enter .

الْخُطْوَةُ 2 أُدخلُ في شريطِ الإدخالِ المعادلةَ الثانيةَ: $2x - 3y = 0$ ثُمَّ أضغطُ Enter .

الْخُطْوَةُ 3 أختارُ أيقونةَ Intersect مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثُمَّ أنقرُ على المستقيمَينِ، وألاحظُ ظهورَ نقطةِ تقاطعِ المستقيمَينِ في المستوى الإحداثيِّ، وإحداثيَّيْها في شريطِ الإدخالِ.

A = Intersect (eq1, eq2)
→ (3, 2)

إذنْ، حلُّ النظامِ هُوَ (3, 2).

eq1 : 4x + 3y = 18
eq2 : 2x − 3y = 0
A = Intersect(eq1, eq2)
→ (3, 2)

أتدرب

(4 – 1) أنظر ملحق الإجابات.

أحلُّ كلَّ نظامِ معادلاتٍ ممّا يأتي بيانيًّا باستعمالِ برمجيةِ جيوجيبرا:

1. $x + y = 8$, $x - 2y = 2$
2. $y = 2x - 6$, $y = 2x + 2$
3. $y = 4x + 2$, $y = -2x - 5$
4. $2x + 3y = 12$, $2x - y = 4$

47

هدف النشاط:

استعمال برمجية جيوجبرا في حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيّتين بمتغيّرين بيانيًّا.

المصادر والأدوات:

برمجية جيوجبرا.

خطوات العمل:

- أُرافق الطلبة إلى مختبر الحاسوب، ثمّ أُجلِسهم في مجموعات صغيرة أمام أجهزة الحاسوب.
- أطلب إلى الطلبة فتح برمجية جيوجبرا من شبكة الإنترنت باستعمال الرابط الآتي:

https://www.geogebra.org/classic?lang=ar

- أُراجع الطلبة في أبرز أوامر البرمجية، مثل: تمثيل النقاط، وتمثيل المعادلات.
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ خطوات النشاط معًا، ثمّ أتجوّل بينهم، وأقدّم المساعدة لمَن يحتاج إليها.
- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الوارد في بند **(أتدرّب)**، وأؤكّد لهم ضرورة استعمال خاصية طباعة الشاشة لحفظ أعمالهم، ثمّ عرضها عليَّ إلكترونيًّا أو مطبوعةً.

إرشاد: توفيرًا للوقت، يُمكِنني تثبيت نسخة من هذه البرمجية المجّانية على أجهزة الحاسوب قبل بدء الحصة.

سؤال إضافي:

» أحلّ نظام المعادلات الآتي بيانيًّا باستعمال برمجية جيوجبرا:

$$y + 3x = 3$$
$$2y + 6x = 6$$

للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

نتاجات الدرس:

- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بالتعويض.
- نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيّتين ، وحلّه بالتعويض.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- تعرّف خصائص العمليات على المقادير الجبرية.
- حلّ المعادلة الخطية بمتغير واحد.
- حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانيًّا.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

لعبة: الشخص الأخير الواقف!!

- أكتب معادلة خطية بمتغيّرين على اللوح (مثل: $3x + y = 17$)، ثمّ أطلب إلى الطلبة إيجاد زوج مرتَّب يمثّل حلًّا لهذه المعادلة (مثل: $(5, 2)$)، وكتابته على ألواحهم الصغيرة.
- أطلب إلى الطلبة الوقوف، ثمّ يأخذ كلّ منهم دوره في قراءة الزوج المرتَّب الذي كتبه على لوحه الصغير بصوت مسموع، فإذا كان على اللوح الصغير لطالب آخر/ لطالبة أخرى الزوج المرتَّب نفسه، أطلب إلى كليهما الجلوس.
- أطلب إلى الطلبة الذين بقوا واقفين بعد الجولة السابقة كتابة زوج مرتَّب آخر يمثّل حلًّا للمعادلة، ثمّ أكرّر ما فعلته سابقًا.
- يفوز مَن يبقى واقفًا حتى النهاية.
- يمكن تكرار النشاط أكثر من مرة باختيار معادلات أخرى.

الدرسُ 2 حلُّ نظامٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بالتعويضِ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ نظامَ معادلاتٍ مكوّنًا مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بالتعويضِ.

المصطلحاتُ

التعويضُ.

أستكشفُ

قاسَتْ حنينُ درجةَ الحرارةِ في أحدِ أيّامِ الشتاءِ في منتصفِ النّهارِ، ثُمَّ قاسَتْها مرّةً ثانيةً في منتصفِ الليلِ، لتجدَ أنَّ مجموعَ درجتَي الحرارةِ 5°C والفرقَ بينَهُما 11°C. ما درجةُ الحرارةِ في منتصفِ النّهارِ؟ وما درجةُ الحرارةِ في منتصفِ الليلِ؟

تعلَّمْتُ في الدرسِ السابقِ حلَّ نظامٍ مكوّنٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بيانيًّا، وسأتعلّمُ في هذا الدرسِ طريقةً أُخرى لحلِّ نظامِ المعادلاتِ تُستعمَلُ فيها الخصائصُ الجبريةُ وتسمّى طريقةَ **التعويضِ** (substitution).

مفهومٌ أساسيٌّ **حلُّ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ بالتعويضِ**

الْخُطْوَةُ 1 إذا لزمَ الأمرُ، أكتبُ إحدى المعادلتَينِ على الأقلِّ بالنسبةِ لأحدِ المتغيّرَينِ.

الْخُطْوَةُ 2 أعوّضُ المقدارَ الناتجَ مِنَ **الخطوةِ 1** في المعادلةِ الثانيةِ، ثُمَّ أحلُّها.

الْخُطْوَةُ 3 أعوّضُ القيمةَ الناتجةَ مِنَ **الخطوةِ 2** في أيٍّ مِنَ المعادلتَينِ، ثُمَّ أحلُّ المعادلةَ الناتجةَ لأجدَ قيمةَ المتغيّرِ الثّاني، ثُمَّ أكتبُ الحلَّ في صورةِ زوجٍ مرتَّبٍ.

مثال 1

أستعملُ التعويضَ لحلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$y = 2x + 3$$
$$3x + 4y = 1$$

الْخُطْوَةُ 1 بِما أنَّ المعادلةَ الأولى مكتوبةٌ بالنسبةِ إلى y؛ إذنْ أنتقلُ مباشرةً إلى الخطوةِ الثانيةِ.

48

إرشادات:

- قبل البدء بتنفيذ اللعبة، يمكن أن ألفت انتباه الطلبة إلى أن استعمالهم أعدادًا سالبة أو كسورًا يضمن لهم حلًّا فريدًا، ويساعدهم على البقاء واقفين حتى النهاية.
- يمكنني سؤال الطلبة بعد تنفيذ النشاط عن الاستراتيجية التي استعملها كلّ منهم لإيجاد الزوج المرتَّب الذي يمثّل حلًّا للمعادلة.

الْخُطْوَةُ 2 أعوّضُ $(2x + 3)$ بدلاً مِنْ y في المعادلةِ الثانيةِ.

المعادلةُ الثانيةُ	$3x + 4y = 1$
أعوّضُ عَنْ y بِـ $(2x + 3)$	$3x + 4(2x + 3) = 1$
خاصّيّةُ التوزيعِ	$3x + 8x + 12 = 1$
أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ	$11x + 12 = 1$
أطرحُ 12 مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$11x + 12 - 12 = 1 - 12$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ عَلى 11	$\frac{11x}{11} = \frac{-11}{11}$
أبسّطُ	$x = -1$

الْخُطْوَةُ 3 أعوّضُ -1 بدلًا مِنْ x في أيٍّ مِنَ المعادلتَينِ لإيجادِ قيمةِ y.

المعادلةُ الأولى	$y = 2x + 3$
أعوّضُ عَنْ x بِـ -1	$= 2(-1) + 3$
أبسّطُ	$= 1$

إذنْ، حلُّ النظامِ هُوَ $(-1, 1)$.

التحقّقُ: أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ بتعويضِ الزّوجِ المرتَّبِ في كلٍّ مِنْ معادلتَيِ النظامِ.

أتحققُ من فهمي:

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ باستعمالِ التعويضِ:

① $y = 17 - 4x$، $2x + y = 9$ — $(4, 1)$ هو حلّ النظام.

② $y - 5x = 1$، $x = y + 3$ — $(-1, -4)$ هو حلّ النظام.

لاحظْتُ في المثالِ السابقِ أنَّ إِحدى المعادلتَينِ كانَتْ مكتوبةً بالنسبةِ إلى أحدِ المتغيّراتِ، أمّا إذا لَمْ يَكُنِ الأمرُ كذلكَ، فأحلُّ إِحدى المعادلتَينِ أوّلًا بالنسبةِ إلى أحدِ المتغيّرينِ، ثُمَّ أحلُّ النظامَ بالتعويضِ.

إرشـاد: ألفت انتباه الطلبة إلى ضـرورة كتابة حلّ النظام في صورة زوج مرتَّب.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعـض الطلبة عند كتابة حلّ النظام فـي صورة زوج مرتَّب بكتابته على الصورة (y, x)؛ لذا أنبّه الطلبة بشـكل مستـمر على هذا الخطأ.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند **(أستكشف)**، ثمّ أسألهم:
  - متى تكون درجة الحرارة أعلى؛ في منتصف الليل أم في منتصف النهار؟ لماذا؟ في منتصف النهار؛ لأن الشمس تكون عمودية على الأرض.
  - ما مجموع درجتي الحرارة اللتين سجّلتهما حنين؟ 5°C
  - ما الفرق بين درجتي الحرارة اللتين سجّلتهما حنين؟ 11°C
  - ما درجة الحرارة التي سجّلتها حنين في منتصف النهار؟ وما درجة الحرارة التي سجّلتها في منتصف الليل؟
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرَّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - مَنْ يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة بما تعلّموه في الدرس السابق حول حلّ نظام معادلات مكوّن من معادلتين خطّيّتين بيانيًّا، وأوضّح لهم أنّهم سيتعلمون في هذا الدرس طريقة جبرية لحلّ نظام المعادلات الخطية تُسمّى طريقة التعويض.
- أوضّح للطلبة خطوات حلّ نظام معادلات خطية بالتعويض بالاستعانة بصندوق **(مفهوم أساسي)** الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 1 على اللوح، وأؤكّد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- أطلب إلى الطلبة التحقّق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثمّ رفعها عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربيــة واللغة الإنجليزيــة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

✓ التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حــلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- ألفـت انتبـاه الطلبـة إلـى أن إحـدى المعـادلات فـي المثـال 1 كانـت مكتوبـة بدلالة المتغيـر y؛ لـذا بدأْنا الحـلّ مباشـرة بتعويـض هـذه المعادلة فـي المعادلة الأخرى، ولكنّ ذلك لا ينطبق على أنظمة المعادلات كلّهـا، إذ نحتـاج في كثير من الأنظمـة إلى حلّ إحدى المعادلات أولًا بالنسـبة إلى أحـد المتغيّرين، ثمّ حلّ النظام بالتعويض.
- أكتـب نظام المعادلات الوارد في المثال 2 على اللوح ثمّ أسأل الطلبة:
  - » أيّ متغيــر يســهل التعويض بدلًا منــه في نظام المعادلات؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أناقـش إجابات الطلبـة وأتوصّل معهم إلى أن أسـهل متغير هو المتغير y؛ لأنَّ معامله 1 في المعادلة الأولى؛ لذا سـيكون حلّ المعادلة الأولى بالنسـبة إليه سـهلًا، ومن ثمّ التعويض بدلًا منه في المعادلة الثانية.
- أناقـش الطلبـة في حـلّ المثـال علـى اللـوح، وأؤكّد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- أطلـب إلـى الطلبـة التحقّـق مـن صحـة الحـلّ علـى ألواحهـم الصغيرة، ثمّ رفعها عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- إنْ لـزم الأمـر، أناقـش الطلبـة فـي مزيد مـن الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

مثال 2

أستعملُ التعويضَ لحلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$3x + y = 5$$
$$5x - 2y = 12$$

الْخُطْوَةُ 1 أحلُّ المعادلةَ الأولى بالنسبةِ للمتغيّرِ y؛ لأنَّ معاملَهُ 1

المعادلةُ الأولى	$3x + y = 5$
أطرحُ $3x$ مِنْ طرفَي المعادلةِ	$3x - 3x + y = 5 - 3x$
أبسّطُ	$y = 5 - 3x$

الْخُطْوَةُ 2 أعوّضُ $(5-3x)$ بدلاً مِنْ y في المعادلةِ الثانيةِ.

المعادلةُ الثانيةُ	$5x - 2y = 12$
أعوّضُ عَنْ y بـِ $(5-3x)$	$5x - 2(5-3x) = 12$
خاصّيّةُ التوزيعِ	$5x - 10 + 6x = 12$
أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ	$11x - 10 = 12$
أجمعُ 10 إلى طرفَي المعادلةِ	$11x - 10 + 10 = 12 + 10$
أقسمُ طرفَي المعادلةِ على 11	$\frac{11x}{11} = \frac{22}{11}$
أبسّطُ	$x = 2$

الْخُطْوَةُ 3 أعوّضُ 2 بدلًا مِنْ x في أيٍّ مِنَ المعادلتَينِ لإيجادِ قيمةِ y.

المعادلةُ الأولى	$3x + y = 5$
أعوّضُ عَنْ x بـ 2	$3(2) + y = 5$
أبسّطُ	$6 + y = 5$
أطرحُ 6 مِنْ طرفَي المعادلةِ	$y = -1$

إذنْ، حلُّ النظامِ هُوَ $(2, -1)$.

التحقّقُ: أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ بتعويضِ الزّوجِ المرتَّبِ في كلٍّ مِنْ معادلتَي النظامِ.

- أسأل الطلبة:
  - » أيّ متغير يُعَدّ التعويض بدلًا منه أكثر ســهولة في كلّ من أنظمة المعادلات الخطية الآتية:

① $6x + y = 25$
$3x - y = 11$

② $2x + 5y = 24$
$2x + 3y = 20$

③ $10x + 3y = 46$
$7x + y = 30$

④ $x - y = 2$
$2y - x = 2$

- أناقـش الطلبـة فـي إجاباتهـم عـن السـؤال السـابق، وأطلـب إليهم تبريرها.

الوحدةُ 6

أتحققُ من فهمي:

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ باستعمالِ التعويضِ:

① $4x + 3y = 37$، $2x + y = 17$ (7, 3) هو حلّ النظام.

② $x + 3y = 7$، $2x - y = 7$ (4, 1) هو حلّ النظام.

بشكلٍ عامٍّ، إذا كانَ ناتجُ حلِّ نظامِ معادلاتٍ مكوَّنٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ جملةً صحيحةً مثلَ $(-2 = -2)$، فإنَّ للنظامِ عددًا لانهائيًّا مِنَ الحلولِ، أمّا إذا كانَ الناتجُ جملةً خطأً مثلَ $(5 = -2)$، فلا يوجدُ حلٌّ للنظامِ.

مثال 3

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ باستعمالِ التعويضِ:

① $x - 4y = 12$

$8y - 2x = 20$

الْخُطْوَةُ 1 أحلُّ المعادلةَ الأولى بالنسبةِ للمتغيِّرِ x؛ لأنَّ معاملَهُ 1

المعادلةُ الأولى	$x - 4y = 12$
أجمعُ $4y$ إلى طرفَيِ المعادلةِ	$x - 4y + 4y = 12 + 4y$
أبسّطُ	$x = 12 + 4y$

الْخُطْوَةُ 2 أعوّضُ $(12 + 4y)$ بدلاً مِنْ x في المعادلةِ الثانيةِ.

المعادلةُ الثّانيةُ	$8y - 2x = 20$
أعوّضُ عَنْ x بِـ $(12 + 4y)$	$8y - 2(12 + 4y) = 20$
خاصّيّةُ التوزيعِ	$8y - 24 - 8y = 20$
أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ	$-24 = 20$

بِما أنَّ الجملةَ الناتجةَ خطأٌ، إذنْ، لا يوجدُ حلٌّ للنظامِ.

51

✓ إرشـاد: أوجّه الطلبة إلى تمثيل كلّ من أنظمة المعادلات الخطية في المثال 3 بيانيًّا؛ للتحقّق من أن المستقيمين في الفرع 1 من المثال متوازيان؛ لذا لا يوجد حلّ للنظام، وأن المستقيمين في الفرع 2 من المثـال منطبقان؛ لذا يوجد للنظـام عدد لا نهائي من الحلول.

✓ إرشاد: أطلب إلى الطلبة حلّ المعادلة الثانية بالنسبة للمتغير y، ومقارنة الحلّ الجديد بالحلّ السابق، وتحديد الأسهل منهما، ثمّ أناقش معهم سبب الفرق بين الحلّين، لأتوصّل معهم عن طريق المناقشة إلى تأثير اختيار المتغير الذي سيُعَوَّض بدلًا منه على الحلّ.

مثال 3

- أذكّر الطلبة بما تعلّموه في الدرس السابق حول أن أنظمة المعادلات الخطية بمتغيّرين إمّا أن يكون لها حلّ واحد، أو عدد لا نهائي من الحلول ،أو أن لا يكون هناك حل للنظام، ثمّ أسألهم:
  - » كيف يمكن أن نحدّد عن طريق حلّ نظام المعادلات جبريًّا أن لنظام المعادلات حلًّا واحدًا؟ سينتج من الحلّ الجبري زوج مرتَّب وحيد يحقّق كلتا معادلتي النظام.
  - » كيف يمكن أن نحدّد عن طريق حلّ نظام المعادلات جبريًّا أن لنظام المعادلات عددًا لا نهائيًّا من الحلول؟ ستختلف إجابات الطلبة.
  - » كيف يمكن أن نحدّد عن طريق حلّ نظام المعادلات جبريًّا أنه لا يوجد حلّ لنظام المعادلات؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أبيّن للطلبة أن الناتج الجبري لنظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين له عدد لا نهائي من الحلول هو جملة رياضية صحيحة دائمًا، وأعطي لهم أمثلة على ذلك، وأن الناتج الجبري لنظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين ليس له حلّ هو جملة رياضية غير صحيحة، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.
- أناقش الطلبة في حلّ الفرع 1 من المثال 3، وأبيّن لهم أن الجملة $(-24 = 20)$ التي حصلنا عليها في نهاية الحلّ غير صحيحة؛ لذا فإنه لا يوجد حلّ للنظام.
- أناقش الطلبة في حلّ الفرع 2 من المثال 3، وأبيّن لهم أن الجملة $(10 = 10)$ التي حصلنا عليها في نهاية الحلّ صحيحة؛ لذا فإن للنظام عددًا لا نهائيًّا من الحلول.

مثال 4: من الحياة

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، ثمّ أناقش الطلبة في معطيات المسألة ومطلوبها.
- أسأل الطلبة: مـا القيـم المجهولة في المسـألة؟ عدد الأسـئلة التـي إجاباتهـا صحيحة، وعدد الأسـئلة التي إجاباتها خطأ.
- أتّفـق مـع الطلبة علـى افتـراض أن عدد الأسـئلة التي إجاباتهـا صحيحـة هـو x، وأن عـدد الأسـئلة التـي إجاباتها خطأ هو y.
- أعيد قراءة الجملة الآتية من المثال:
  " تقدّمت أماني لاختبار مكوّن من 50 سؤالًا "
- أسأل الطلبة:
  - ما مجموع الأســئلة التي إجاباتها صحيحة والتي إجاباتها غير صحيحة؟ 50
  - كيف يمكــن التعبير عن هــذه الجملة بمعادلة؟ $x + y = 50$
- أعيد قراءة الجملة الآتية من المثال:
  " تحصل فيه على علامتين عن كلّ ســؤال إجابته صحيحة، وتخسر علامة عن كلّ سؤال إجابته غير صحيحة. فإذا أجابت أماني على أســئلة الاختبار جميعها وحصلت على 67 علامة " .
- أسأل الطلبة:
  - كيف أعبّر عن العلامات التي حصلت عليها أماني من الأسئلة التي كانت إجابتها عنها صحيحة؟ $2x$
  - كيف أعبّر عــن العلامات التــي حصلت عليها أماني من الأســئلة التي كانت إجابتها عليها غير صحيحة؟ $-y$
  - كيف أعبّر عن حصــول أماني على 67 بمعادلة؟ $2x - y = 67$
- أناقش حلّ نظام المعادلات الذي كُوِّنَ مع الطلبة على اللـوح؛ وأؤكّد ضـرورة تبرير كلّ خطـوة من خطوات الحلّ.

② $x - y = 5$
$2x = 2y + 10$

الْخُطْوَةُ 1 أحلُّ المعادلةَ الأولى بالنسبةِ للمتغيّرِ x؛ لأنَّ معاملَهُ 1

المعادلةُ الأولى	$x - y = 5$
أجمعُ y إلى طرفَي المعادلةِ	$x - y + y = 5 + y$
أبسّطُ	$x = 5 + y$

الْخُطْوَةُ 2 أعوّضُ $(5 + y)$ بدلًا مِنْ x في المعادلةِ الثانيةِ.

المعادلةُ الثانيةُ	$2x = 2y + 10$
أعوّضُ عَنْ x بِـ $(5 + y)$	$2(5 + y) = 2y + 10$
خاصّيّةُ التوزيعِ	$10 + 2y = 2y + 10$
أطرحُ $2y$ مِنْ طرفَي المعادلةِ	$10 + 2y - 2y = 2y - 2y + 10$
أبسّطُ	$10 = 10$

بِما أنَّ الجملةَ الناتجةَ صحيحةٌ، إذنْ، يوجدُ عددٌ لانهائيٌّ مِنَ الحلولِ.

أتحققُ من فهمي:

④ $x - 5y = 15$
$10y - 2x = -30$
يوجد للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

③ $x - 2y = 4$
$8y - 4x = 8$
لا يوجد حلّ للنظام.

يمكنُ استعمالُ التعويضِ لحلِّ مسائلَ مِنْ واقعِ الحياةِ تتضمّنُ نظامًا مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بمتغيّرَينِ.

مثال 4: منَ الحياةِ

اختباراتٌ: تقدّمَتْ أماني لاختبارٍ مكوّنٍ مِنْ 50 سؤالًا تحصلُ فيهِ على علامتَينِ عَنْ كلِّ سؤالٍ إجابتُهُ صحيحةٌ، وتخسرُ علامةَ عَنْ كلِّ سؤالٍ إجابتُهُ خطأٌ. فإذا أجابَتْ أماني عَنْ أسئلةِ الاختبارِ جميعِها وحصلَتْ على 67 علامةً، فكَمْ سؤالًا أجابَتْ عَنْهُ إجابةً صحيحةً؟

52

الوحدةُ 6

لِتكُنْ x عددَ الأسئلةِ الّتي إجابتُها صحيحةٌ، وَy عددَ الأسئلةِ الّتي إجابتُها خطأٌ.

إذنْ، نظامُ المعادلاتِ الّذي يعبِّرُ عَنِ المسألةِ هُوَ:

$$x + y = 50$$
$$2x - y = 67$$

الْخُطْوَةُ 1 أحلُّ المعادلةَ الأولى بالنسبةِ للمتغيّرِ y؛ لأنَّ معاملَهُ 1

المعادلةُ الأولى	$x + y = 50$
أطرحُ x مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$x - x + y = 50 - x$
أبسّطُ	$y = 50 - x$

الْخُطْوَةُ 2 أعوّضُ $(50 - x)$ بدلاً مِنْ y في المعادلةِ الثانيةِ.

المعادلةُ الثانيةُ	$2x - y = 67$
أعوّضُ عَنْ y بـ $(50-x)$	$2x - (50 - x) = 67$
خاصّيّةُ التوزيعِ	$2x - 50 + x = 67$
أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ	$3x - 50 = 67$
أجمعُ 50 إلى طرفَيِ المعادلةِ	$3x - 50 + 50 = 67 + 50$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 3	$3x = 117$
أبسّطُ	$x = 39$

إذنْ، أجابَتْ أماني في الاختبارِ عَنْ 39 سؤالًا إجابةً صحيحةً.

أتحققُ من فهمي:

تسوّقٌ: اشترى خالدٌ كتابًا وناقلةَ بياناتٍ بـ JD 14، إذا كانَ مِثْلا ثَمنِ الكتابِ يزيدُ عَنْ ثمنِ ناقلةِ البياناتِ بمقدارِ JD 10، فَما سعرُ كلٍّ مِنْ ناقلةِ البياناتِ والكتابِ؟ أنظر الهامش.

53

إجابة (أتحقّق من فهمي 4):

$$x + y = 14$$
$$2x - y = 10$$

حلّ النظام هو (8, 6)، أيْ أن سعر الكتاب JD 8، وسعر الناقلة JD 6

تنويع التعليم:

قد يجد بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في تحديد نظام المعادلات الذي يعبّر عن مسألة حياتية؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدّم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم.

4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1 –10) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

إرشاد: أَلفِت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)؛ لِما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (17 – 15).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ إرشاد: في السؤال 15 (**تبرير**)، ألفت انتباه الطلبة بما أن الزوج المرتّب $(-9, 1)$ يمثّل حلًّا للنظام، فإن هذا يعني أن قيمة كلّ من x و y في المعادلتين معلومة.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 11, 12 كتاب التمارين: 4, 5, 6, 8, 9, 13
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 13, 14 كتاب التمارين: 1, 2, 3, 7, (10 – 12)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (14 – 17) كتاب التمارين: (13 – 16)

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:
  - « أكتب ثلاث معادلات خطية تشكّل مع المعادلة $6x - 9y = 18$ ثلاثة أنظمة معادلات، كلّ نظام مكوّن من معادلتين، بحيث لا يكون للنظام الأول حلّ، ويكون للنظام الثاني عدد لا نهائي من الحلول، ويكون للنظام الثالث حلّ واحد.

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

أتدرب وأحل المسائل

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ باستعمالِ التعويضِ:

① $y = 4x + 2$ ، $2x + y = 8$
$(1, 6)$

② $y = x + 5$ ، $y = -2x - 4$
$(-3, 2)$

③ $x = 3 - \frac{1}{2}y$ ، $5x - y = 1$
$(1, 4)$

④ $\frac{1}{2}x - y = 2$ ، $y = 9 - 5x$
$(2, -1)$

⑤ $x - 4y = 20$ ، $y - 3x = 6$
$(-4, -6)$

⑥ $y - 6x = 3$ ، $y - 2x = 3$
$(0, 3)$

⑦ $8x - y = 16$ ، $\frac{1}{4}y - 2x = 3$
لا يوجد حلّ للنظام.

⑧ $6x - 9y = 18$ ، $-2x + 3y = -6$
للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

⑨ $y + 3x + 6 = 0$ ، $y + 6x + 24 = 0$
$(-6, 12)$

أتذكر
يمكنُني أيضًا استعمالُ استراتيجيةِ التخمينِ والتحقُّقِ لإيجادِ عددِ الدجاجِ والأرانبِ.

⑩ **مزرعةٌ:** مزرعةُ حيواناتٍ فيها دجاجٌ وأرانبُ، إذا عددْتُ رؤوسَها سأجدُها 18 رأسًا، وإذا عددْتُ أرجُلَها سأجدُها 50 رِجْلًا. كَمْ دجاجةً وَكَمْ أرنبًا في هذِهِ المزرعةِ؟
11 دجاجة، و 7 أرانب.

فاكهةٌ: اشترى مُرادٌ وفؤادٌ برتقالًا وتفاحًا مِنَ النوعِ نفسِهِ، فدفعَ مرادٌ JD 3.25 عندَ شرائِهِ 5 kg برتقالًا وَ 1 kg تفاحًا، ودفعَ فؤادٌ JD 3.75 عندَ شرائِهِ 3 kg تفاحًا وَ 3 kg برتقالًا:

⑪ أكتبُ نظامًا مِنْ معادلتَيْنِ خطّيّتَيْنِ يُمثّلُ المسألةَ، ثُمَّ أحلُّهُ لأجدَ سعرَ الكيلوغرامِ الواحدِ مِنْ كلٍّ مِنَ التفاحِ والبرتقالِ.

11)
$5x + y = 3.25$
$3x + 3y = 3.75$
سعر 1 kg من البرتقال هو: JD 0.5، وسعر 1 kg من التفاح هو: JD 0.75

⑫ إذا اشترَتْ منالُ 2 kg مِنَ نوعِ التفاحِ نفسِهِ وَ 2 kg مِنَ نوعِ البرتقالِ نفسِهِ، فَما المبلغُ الّذي دفعَتْهُ؟ JD 2.5

54

الوحدةُ 6

معلومةٌ

توجدُ في الأردنِّ مواقعُ أثريةٌ عدةٌ تعودُ لحضاراتٍ وحقبٍ تاريخيةٍ مختلفةٍ.

13 **سياحةٌ:** يُبيّنُ الجدولُ الآتي أعدادَ السيّاحِ في موقعَينِ أثريَّينِ في أحدِ الأعوامِ، ومعدّلَ الزيادةِ السنويةِ في أعدادِ السيّاحِ (بالآلافِ) بعدَ ذلكَ العامِ:

	أعدادُ السيّاحِ (بالآلافِ)	معدّلُ الزيادةِ في أعدادِ السيّاحِ (بالآلافِ لكلِّ عامٍ)
الموقعُ (أ)	57	1.1
الموقعُ (ب)	61	0.7

إذا استمرَّتِ الزيادةُ في أعدادِ السيّاحِ وفقَ هذِهِ المعدّلاتِ، فبعدَ كَمْ عامٍ يمكنُ أنْ تتساوى أعدادُ السيّاحِ في الموقعَينِ؟ وَكَمْ يبلغُ عددُهُمْ حينئذٍ؟

10 أعوام، وعندها يكون العدد 68000 سائح.

14 **هندسةٌ:** إذا كانَتِ القيمةُ العدديةُ لمحيطِ المثلثِ المجاورِ تُساوي القيمةَ العدديةَ لمساحتِهِ، فَما قيمةُ x؟

$x = 5$

$2x$ cm

8 cm

$(x+1)$ cm

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

15 **تبريرٌ:** أجدُ قيمتَي الثابتَينِ a وَ b في نظامِ المعادلاتِ الخطّيّةِ الآتي، حيثُ الزّوجُ المرتَّبُ $(-9, 1)$ هُوَ حلُّ النظامِ، وأبرّر إجابَتي:

$$ax + by = -31$$
$$ax - by = -41$$

أنظر الهامش.

16 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ نظامَ معادلاتٍ خطّيّةٍ مكوّنًا مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ حيثُ يمثّلُ الزّوجُ المرتَّبُ $(3, -5)$ حلًّا لإحدى المعادلتَينِ فقطْ، ويمثّلُ الزّوجُ المرتَّبُ $(-1, 7)$ حلًّا للنظامِ. أنظر الهامش.

معلومةٌ

تسعى مديريةُ الدفاعِ المدنيِّ إلى تعميقِ مفهومِ الوعيِ الوقائيِّ، ونشرِهِ في المجتمعِ، عَنْ طريقِ برامجَ تدريبيةٍ تنمّي مهاراتِ إطفاءِ الحرائقِ والإنقاذِ والإسعافِ.

17 **تحدٍّ:** تتألّفُ دُفعةٌ مِنْ خرّيجي دورةٍ للدفاعِ المدنيِّ مِنْ 240 شخصًا، نسبةُ الذكورِ فيها إلى الإناثِ 7 : 5، أكتبُ نظامًا مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ يُمثّلُ المسألةَ، ثُمَّ أحلُّهُ لأجدَ عددَ الذكورِ وعددَ الإناثِ في هذِهِ الدفعةِ مِنَ الخرّيجينَ.

المملكة الأردنية الهاشمية
الدفاع المدني

أنظر الهامش.

18 **أكتبُ** كيفَ أحلُّ نظامَ معادلاتٍ خطّيّةٍ مكوّنًا مِنْ معادلتَينِ بالتعويضِ؟

يعتمد على إجابات الطلبة.

55

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

15) بما أن $(-9, 1)$ هو حلّ للنظام، فإنه يحقّق كلًّا من معادلتيه، وبالتعويض ينتج:

$$-9a + b = -31$$
$$-9a - b = -41$$

وبحلّ هذا النظام من المعادلات الخطية، ينتج أن:

$$a = 4, b = 5$$

16) إجابة محتملة:

$$y = -3x + 4$$
$$5y - x = 36$$

17)
$$x + y = 240$$
$$5y - 7x = 0$$
$$x = 100\ ,\ y = 140$$

عدد الذكور: 140 وعدد الإناث: 100

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤال 17، أعزّز الوعي الوطني لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية البرامج التدريبية التي تعقدها مديرية الدفاع المدني.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة حلّ أنظمة المعادلات التي تمّ الحصول عليها من الخطوة 3 جبريًّا باستعمال طريقة التعويض.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أكتب**)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أحلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال التعويض:**

① $2x = 6 - y$ $(1, 4)$
$5x - y = 1$

② $3x + 2y = 26$ $(6, 4)$
$x + 4y = 22$

③ $9x + 3y = 36$ يوجد عدد لا نهائي من الحلول.
$3x + y = 12$

الدرس 3

نتاجات الدرس:

- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بالحذف.
- نمذجة مواقف حياتية باستعمال نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين خطّيّتين، وحلّه بالحذف.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بيانيًّا.
- حلّ نظام معادلات خطية مكوّن من معادلتين بالتعويض.
- إيجاد معكوس العدد النسبي.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

لعبة: في دقيقة

- أكتب معادلة بسيطة على اللوح، مثل: $3x = 9$
- أطلب إلى الطلبة كتابة أكبر عدد من المعادلات المكافئة للمعادلة المكتوبة على اللوح خلال دقيقة على ألواحهم الصغيرة.
- أطلب إلى الطلبة بعد انتهاء الدقيقة رفع ألواحهم عاليًا، لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.
- أعزّز الطلبة الذين كتبوا أكبر عدد من المعادلات المميزة.

الدرسُ 3 حلُّ نظامٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بالحذفِ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ نظامَ معادلاتٍ خطّيّةٍ مكوّنًا مِنْ معادلتَينِ بالحذفِ.

المصطلحاتُ

الحذفُ.

أستكشفُ

تمارسُ سميرةُ الرياضةَ كلَّ صباحٍ لمدّةِ 40 دقيقةً، بحيثُ تلعبُ أوّلًا تمارينَ الإطالةِ الّتي تحرقُ بِها 4 سعراتٍ حراريةٍ في الدقيقةِ، ثُمَّ تلعبُ مجموعةً مِنَ التمارينِ الهوائيةِ؛ لتساعدَها على حرقِ 11 سعرةً حراريةً في الدقيقةِ. كَمْ دقيقةً عَلى سميرةَ أنْ تلعبَ مِنْ كُلِّ نشاطٍ لتحرقَ 335 سعرةً حراريةً؟

في بعضِ الأحيانِ يؤدّي جمعُ معادلتَينِ أَوْ طرحُهُما إلى حذفِ أحدِ المتغيّراتِ، وتسمّى هذِهِ الطريقةُ الجبريةُ في حلِّ نظامِ المعادلاتِ الخطّيّةِ طريقةَ **الحذفِ** (elimination).

مفهومٌ أساسيٌّ **حلُّ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ بالحذفِ**

الْخُطْوَةُ 1 أضربُ – إنْ لزمَ الأمرُ – إحدى المعادلتَينِ أَوْ كلتَيهِما في عددٍ ثابتٍ بحيثُ يكونُ هناكَ على الأقلِّ حدّانِ متشابهانِ معاملاهُما متساويانِ أَوْ معاملُ أحدِهِما معكوسٌ للآخَرِ.

الْخُطْوَةُ 2 أكتبُ النظامَ بحيثُ تكونُ الحدودُ المتشابهةُ فوقَ بعضِها بعضًا.

الْخُطْوَةُ 3 أجمعُ المعادلتَينِ أَوْ أطرحُهُما للتخلّصِ مِنْ أحدِ المتغيّراتِ، ثُمَّ أحلُّ المعادلةَ الناتجةَ.

الْخُطْوَةُ 4 أعوّضُ القيمةَ الناتجةَ في **الخطوةِ 3** في إحدى المعادلتَينِ، ثُمَّ أحلُّها لإيجادِ قيمةِ المتغيّرِ الثاني، ثُمَّ أكتبُ الحلَّ في صورةِ زوجٍ مرتَّبٍ.

مثال 1

أستعملُ الحذفَ لحلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$5x + y = 22$$

$$2x - y = 6$$

الْخُطْوَةُ 1 بِما أنَّ معاملَيْ y في المعادلتَينِ كُلٌّ منهُما معكوسٌ للآخَرِ، فهذا يعني أنَّني لستُ بحاجةٍ إلى ضربِ أيٍّ مِنَ المعادلتَينِ بثابتٍ؛ إذنْ أنتقلُ مباشرةً إلى الخطوةِ الثانيةِ.

56

إرشاد: أوجّه الطلبة إلى استعمال الجمع والطرح والضرب والقسمة لكتابة معادلات مكافئة.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند **(أستكشف)**، ثمّ أسألهم:
  - ما المقصود بتمارين الإطالة؟ هي التمارين التي يتمّ فيها تحديد عضلة أو وتر وتمديدها؛ من أجل تحسين مرونتها.
  - ما المقصود بالتمارين الهوائية؟ هي التمارين التي يتم فيها ضخّ الدم المؤكسَج من القلب؛ لتوصيل الأكسجين إلى العضلات التي تمارس جهدًا حركيًا.
  - إذا لعبت سميرة 10 دقائق من تمارين إطالة، و30 دقيقة من التمارين الهوائية، فما مجموع السعرات الحرارية التي تحرقها؟ 370 سعرة حرارية.
  - كم دقيقة على سميرة أن تلعب من كلّ تمرين لتحرق 335 سعرة حراريّة؟
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرَّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - مَنْ يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة بما تعلّموه في الدرسين السابقين حول حلّ نظام معادلات مكوّن من معادلتين خطّيّتين بيانيًا وجبريًّا باستعمال طريقة التعويض، وأوضّح لهم أنّهم سيتعلمون في هذا الدرس طريقة جبرية أخرى لحلّ نظام المعادلات الخطية تُسمّى طريقة الحذف.
- أقدّم المصطلح الجديد **(الحذف)**، وأربطه بمفهوم المعكوس عن طريق تقديم أمثلة على ذلك.
- أوضّح للطلبة خطوات حلّ نظام معادلات خطية بالحذف بالاستعانة بصندوق **(مفهوم أساسي)** الوارد في كتاب الطالب.
- أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 1 على اللوح، ثمّ أسأل الطلبة:
  - أيّ المتغيرين يمكن التخلّص منه باستعمال طريقة الحذف؟ لماذا؟ المتغير y؛ لأن كلًّا من معاملي y في المعادلتين معكوس للآخر.
  - هل يمكن حلّ النظام بالجمع؟ لماذا؟ نعم؛ لأنه يمكن التخلّص من المتغير y عند جمع المعادلتين.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال على اللوح، وأؤكّد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- أطلب إلى الطلبة التحقّق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثمّ رفعها عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

ملاحظاتي

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة **(أستكشف)**، أعزّز الوعي الصحي لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية ممارسة الرياضة وعلاقتها بصحة الجسم، وأبيّن لهم مخاطر السّمنة.

✓ إرشادات:

- في الخطوة 3 من الحلّ، ألفت انتباه الطلبة إلى إمكانية تعويض قيمة x في المعادلة الثانية، ثمّ أطلب إلى أحد الطلبة تعويضها على اللوح.
- ألفت انتباه الطلبة إلى ضرورة كتابة حلّ النظام في صورة زوج مرتَّب.
- في الفرع 2 من بند (**أتحقّق من فهمي**) التابع للمثال 1، أذكّر الطلبة بضرورة ترتيب الحدود المتشابهة بعضها فوق بعض؛ لذا فإن المعادلة الثانية في النظام تحتاج إلى إعادة ترتيب.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربيــة واللغة الإنجليزيــة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

✓ التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حــلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

الخُطوةُ 2 أجمعُ المعادلتَينِ.

$$\begin{array}{rl} & 5x + y = 22 \\ (+) & 2x - y = 6 \\ \hline & 7x \quad = 28 \end{array}$$

أحذفُ المتغيّرَ y	$7x = 28$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 7	$\frac{7x}{7} = \frac{28}{7}$
أبسّطُ	$x = 4$

الخُطوةُ 3 أعوّضُ 4 بدلًا مِنْ x في إحدى المعادلتَينِ؛ لإيجادِ قيمةِ y.

المعادلةُ الأولى	$5x + y = 22$
أعوّضُ عَنْ x بـِ 4	$5(4) + y = 22$
أبسّطُ	$20 + y = 22$
أطرحُ 20 مِنْ كِلا الطرفَينِ	$20 - 20 + y = 22 - 20$
أبسّطُ	$y = 2$

إذنْ، حلُّ النظامِ هُوَ $(4, 2)$.

التحقّقُ: أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ بتعويضِ الزّوجِ المرتّبِ في كلٍّ مِنْ معادلتَي النظامِ.

أتحقّقُ من فهمي:

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ باستعمالِ الحذفِ:

① $2x + y = 7$ ، $5x - y = 14$ $(3, 1)$ هو حلّ النظام.

② $3x + 2y = 16$ ، $6y - 3x = -12$ $(5, 0.5)$ هو حلّ النظام.

يمكنُني استعمالُ الطرحِ لحلِّ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ مكوّنٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ، وذلكَ عندَما يكونُ في المعادلتَينِ حدّانِ متشابهانِ معاملاهُما متساويانِ.

مثال 2

أستعملُ الحذفَ لحلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$\mathbf{12x + 2y = 30}$$
$$\mathbf{8x + 2y = 22}$$

الْخُطْوَةُ 1 ألاحظُ أنَّ كِلا المعادلتَيْنِ تحويانِ $2y$، وهذا يعني أنَّني لستُ بحاجةٍ إلى ضربِ أيٍّ مِنَ المعادلتَيْنِ بثابتٍ، وأنَّهُ يمكنُ حلُّ النظامِ بطرحِ إحدى المعادلتَيْنِ مِنَ الأُخرى.

الْخُطْوَةُ 2 أطرحُ معادلةً مِنَ الأُخرى.

	$12x + 2y = 30$
	$(-)\quad 8x + 2y = 22$
أحذفُ المتغيّرَ y	$4x \quad = 8$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 4	$\frac{4x}{4} = \frac{8}{4}$
أبسّطُ	$x = 2$

الْخُطْوَةُ 3 أعوّضُ 2 بدلًا مِنْ x في إحدى المعادلتَيْنِ؛ لإيجادِ قيمةِ y.

المعادلةُ الأولى	$12x + 2y = 30$
أعوّضُ عَنْ x بـِ 2	$12(2) + 2y = 30$
أبسّطُ	$24 + 2y = 30$
أطرحُ 24 مِنْ كِلا الطرفَيْنِ	$24 - 24 + 2y = 30 - 24$
أبسّطُ	$2y = 6$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 2	$\frac{2y}{2} = \frac{6}{2}$
أبسّطُ	$y = 3$

إذنْ، حلُّ النظامِ هُوَ $(2, 3)$.

التحقّقُ: أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ بتعويضِ الزّوجِ المرتّبِ في كلٍّ مِنْ معادلتَيِ النظامِ.

مثال 2

- أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 2 على اللوح، ثمّ أسأل:
  - » أيّ المتغيّرين يمكن التخلّص منه باستعمال طريقة الحذف؟ لماذا؟ المتغير y؛ لأن معاملي y في كلا المعادلتين متساوٍ.
  - » هل يمكن حلّ النظام بالجمع؟ لماذا؟ لا؛ لأنه لا يمكن التخلّص من المتغير y بالجمع، إنّما ستنتج معادلة جديدة بمتغيّرين.
  - » هل يمكن حلّ النظام بالطرح؟ لماذا؟ نعم؛ لأنه يمكن التخلّص من المتغير y عند طرح المعادلتين من بعضهما.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال على اللوح، وأؤكّد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- أطلب إلى الطلبة التحقّق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثمّ رفعها عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

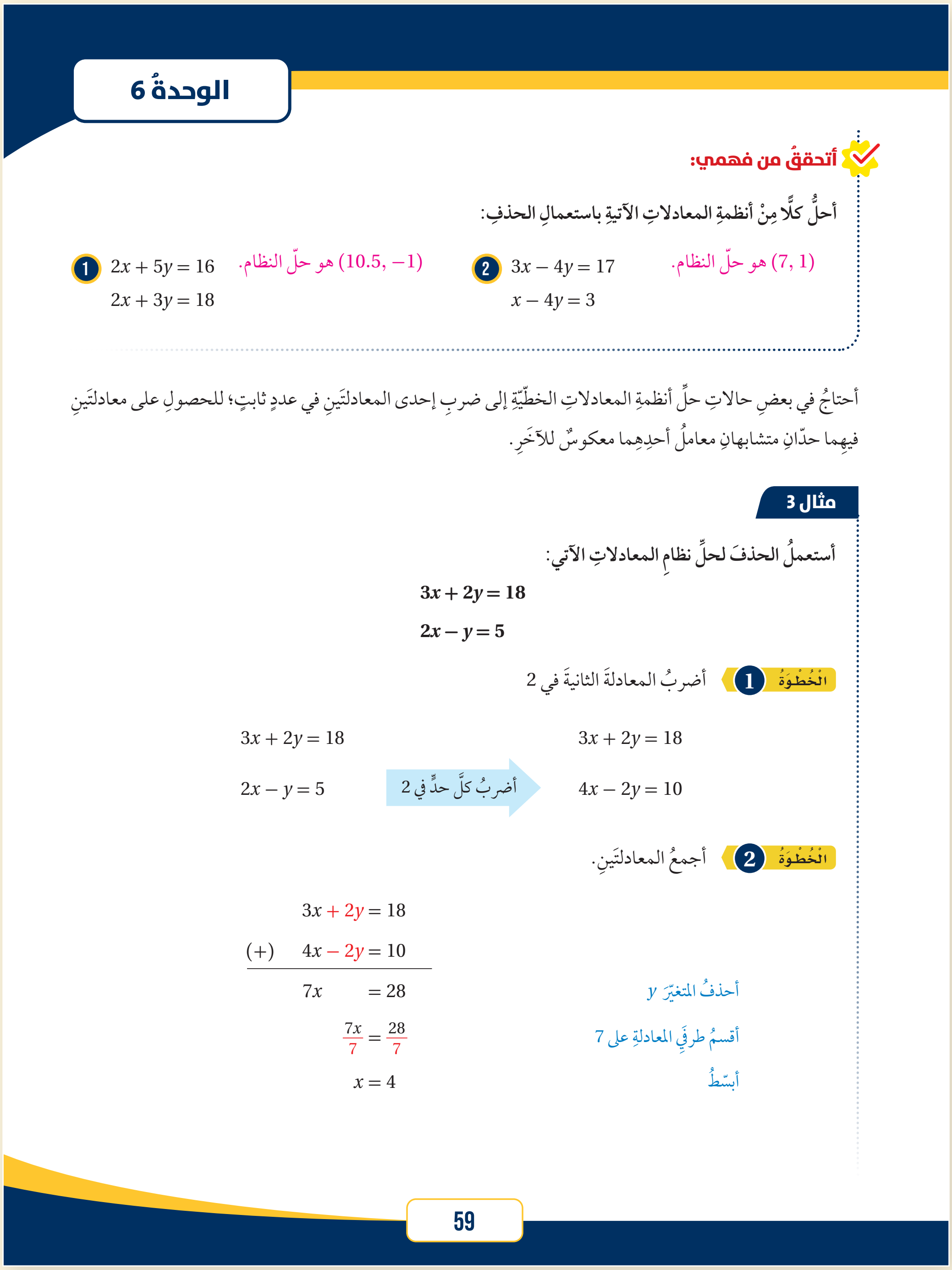
✓ **إرشاد:** أوضّح للطلبة أنّه يمكن حلّ النظام بضرب المعادلة الثانية بالعدد (-1) ثمّ جمع المعادلتين، وأعيد حلّ المثال باستعمال هذه الطريقة على اللوح.

مثال 3

- أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 3 على اللوح، ثمّ أسأل:
  - » هل يوجد حدّان متشابهان في هذا النظام معاملاهما متساويان؟ لا.
  - » هل يوجد حدّان متشابهان في هذا النظام معامل أحدهما معكوس للآخر؟ لا.
  - » كيف يمكن جَعْل معاملي حدّين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوسًا للآخر؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أناقش إجابات الطلبة، وأتوصّل معهم إلى أنه يمكن جَعْل معاملي حدّين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوسًا للآخر باستعمال الضرب، وأنّ أسهل إجراء هو ضرب كلّ حدّ في المعادلة الثانية في 2؛ للتخلّص من المتغير y بجمع المعادلتين.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال على اللوح، وأؤكّد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- أطلب إلى الطلبة التحقّق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثمّ رفعها عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند ضرب معادلة بعدد ثابت بضرب الحدّ المراد تغييره فقط، أو ضرب أحد طرفي المساواة فقط؛ لذا أؤكّد وبشكل مستمر أنّه عند ضرب معادلة بعدد، فإنّه يلزم ضرب كلّ حدّ من حدود المعادلة بهذا العدد.



الوحدةُ 6

أتحققُ من فهمي:

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ باستعمالِ الحذفِ:

① $2x + 5y = 16$
$2x + 3y = 18$
$(10.5, -1)$ هو حلّ النظام.

② $3x - 4y = 17$
$x - 4y = 3$
$(7, 1)$ هو حلّ النظام.

أحتاجُ في بعضِ حالاتِ حلِّ أنظمةِ المعادلاتِ الخطِّيّةِ إلى ضربِ إحدى المعادلتَينِ في عددٍ ثابتٍ؛ للحصولِ على معادلتَينِ فيهِما حدّانِ متشابهانِ معاملُ أحدِهما معكوسٌ للآخَرِ.

مثال 3

أستعملُ الحذفَ لحلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$3x + 2y = 18$$
$$2x - y = 5$$

الخُطوةُ 1 أضربُ المعادلةَ الثانيةَ في 2

$$3x + 2y = 18 \qquad 3x + 2y = 18$$
$$2x - y = 5 \xrightarrow{\text{أضربُ كلَّ حدٍّ في 2}} 4x - 2y = 10$$

الخُطوةُ 2 أجمعُ المعادلتَينِ.

$$\begin{array}{rl} & 3x + 2y = 18 \\ (+) & 4x - 2y = 10 \\ \hline & 7x \quad = 28 \end{array}$$

أحذفُ المتغيّرَ y

$$\frac{7x}{7} = \frac{28}{7}$$

أقسمُ طرفَي المعادلةِ على 7

$$x = 4$$

أبسّطُ

59

الْخُطْوَةُ 3 أعوّضُ 4 بدلًا مِنْ x في إحدى المعادلتَينِ؛ لإيجادِ قيمةِ y.

المعادلةُ الثانيةُ	$2x - y = 5$
أعوّضُ عَنْ x بِـ 4	$2(4) - y = 5$
أبسّطُ	$8 - y = 5$
أطرحُ 8 مِنْ كِلا الطرفَينِ	$8 - 8 - y = 5 - 8$
أبسّطُ	$-y = -3$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على -1	$\frac{-y}{-1} = \frac{-3}{-1}$
أبسّطُ	$y = 3$

إذنْ، حلُّ النظامِ هُوَ (4, 3).

التحقّقُ: أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ بتعويضِ الزّوجِ المرتَّبِ في كلٍّ مِنْ معادلتَيِ النظامِ.

✓ أتحققُ من فهمي:

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ باستعمالِ الحذفِ:

① $5x + 2y = 4$
$4x - y = 11$
(2, −3) هو حلّ النظام.

② $3x + 5y = 15$
$x + 3y = 7$
(2.5, 1.5) هو حلّ النظام.

أحتاجُ في بعضِ حالاتِ حلِّ أنظمةِ المعادلاتِ الخطّيّةِ إلى ضربِ كلِّ معادلةٍ في عددٍ ثابتٍ مختلفٍ للحصولِ على معادلتَينِ فيهما حدّانِ متشابهانِ معاملُ أحدِهما معكوسٌ للآخَرِ.

مثال 4

أستعملُ الحذفَ لحلِّ نظامِ المعادلاتِ الآتي:

$$4x + 3y = 27$$
$$5x - 2y = 5$$

مثال إضافي

أحلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

① $3x + y = 19$
$2x + 3y = 22$
(5, 4)

② $7x + 4y = 53$
$2x - 2y = -10$
(3, 8)

③ $4x + 5y = 21$
$10x + y = 41$
(4, 1)

نشاط

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة بورقة المصادر 7: **حلّ أنظمة المعادلات الخطية بالحذف.**
- أطلب إلى المجموعات تكوين أنظمة معادلات خطية بمتغيّرين باستعمال المعادلات في ورقة المصادر يمكن حلّها بسهولة باستعمال الطرح، وتكوين أنظمة معادلات خطية بمتغيّرين يمكن حلّها بسهولة باستعمال الجمع.
- أتابع عمل المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

مثال 4

- أكتب نظام المعادلات الخطية الوارد في المثال 4 على اللوح، ثمّ أسأل:
  - « هل يوجد حدّان متشابهان في هذا النظام معاملاهما متساويان؟ لا.
  - « هل يوجد حدّان متشابهان في هذا النظام معامل أحدهما معكوس للآخر؟ لا.
  - « هل يمكن جَعْل معاملي حدّين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوسًا للآخر بضرب معادلة واحدة فقط بعدد ثابت؟ لا.
  - « كيف يمكن جَعْل معاملي حدّين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوسًا للآخر؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أناقش إجابات الطلبة، وأتوصّل معهم إلى أنّه يمكن جَعْل معاملي حدّين متشابهين في هذا النظام متساويين أو جعل أحدهما معكوسًا للآخر بضرب كلتا المعادلتين بعدد ثابت.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال على اللوح، وأؤكّد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.

✓ **إرشاد:** أوجّه الطلبة إلى قراءة صندوق (**أتعلّم**) الوارد في المثال 4، ثمّ أطلب إليهم إعادة حلّ المثال بالاستعانة بما ورد في الصندوق، والتحقّق من أن الإجابة متساوية في كلتا الحالتين.

- أطلب إلى الطلبة التحقّق من صحة الحلّ على ألواحهم الصغيرة، ثمّ رفعها عاليًا؛ لأتمكّن من تقديم التغذية الراجعة لهم.

الْخُطْوَةُ 1 أضربُ المعادلةَ الأولى في 2 والمعادلةَ الثانيةَ في 3؛ لأحذفَ المتغيّرَ y

$8x + 6y = 54$	أضربُ كلَّ حدٍّ في 2	$4x + 3y = 27$
$15x - 6y = 15$	أضربُ كلَّ حدٍّ في 3	$5x - 2y = 5$

الْخُطْوَةُ 2 أجمعُ المعادلتَين.

$$\begin{array}{rl} & 8x + 6y = 54 \\ (+) & 15x - 6y = 15 \\ \hline & 23x \quad = 69 \end{array}$$

أحذفُ المتغيّرَ y	$23x = 69$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 23	$\frac{23x}{23} = \frac{69}{23}$
أبسّطُ	$x = 3$

أتعلّمُ

يمكنُ أيضًا حلُّ النظامِ بحذفِ المتغيّرِ x، فمثلًا: يمكنُني ضربُ المعادلةِ الأولى في 5 وضربُ المعادلةِ الثانيةِ في -4

الْخُطْوَةُ 3 أعوّضُ 3 بدلًا مِنْ x في إحدى المعادلتَينِ؛ لإيجادِ قيمةِ y.

المعادلةُ الثانيةُ	$5x - 2y = 5$
أعوّضُ عَنْ x بـ 3	$5(3) - 2y = 5$
أبسّطُ	$15 - 2y = 5$
أطرحُ 15 مِنْ كِلا الطرفَينِ	$15 - 15 - 2y = 5 - 15$
أبسّطُ	$-2y = -10$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على -2	$\frac{-2y}{-2} = \frac{-10}{-2}$
أبسّطُ	$y = 5$

إذنْ، حلُّ النظامِ هُوَ $(3, 5)$.

التحقّقُ: أتحقّقُ مِنْ صحّةِ الحلِّ بتعويضِ الزّوجِ المرتَّبِ في كلٍّ مِنْ معادلتَيِ النظامِ.

أتحققُ من فهمي:

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ باستعمالِ الحذفِ:

① $2x + 5y = 15$, $3x - 2y = 13$ (5, 1) هو حلّ النظام.

② $5x - 3y = 14$, $4x - 5y = 6$ (4, 2) هو حلّ النظام.

مثال إضافي

أحلّ نظامَيِ المعادلات الآتية باستعمال الحذف:

① $3x + 2y = 28$ $(6, 5)$

$2x + 7y = 47$

② $2x - 3y = 15$ $(9, 1)$

$5x + 7y = 52$

يمكنُ استعمالُ الحذفِ لحلِّ مسائلَ حياتيةٍ وعلميةٍ تتضمّنُ نظامًا مِنْ معادلتَين خطّيّتَين بمتغيّرَين.

مثال 5: منَ الحياةِ

وظيفةٌ: يعملُ ماجدٌ وحازمٌ أثناءَ عطلةِ الجامعةِ في محطّتَينِ مختلفتَينِ لوقودِ السيّاراتِ، ويتقاضى كلٌّ منهُما أجرتَهُ على عددِ ساعاتِ العملِ. في أحدِ الأيّامِ عملَ ماجدٌ 6 ساعاتٍ وعملَ حازمٌ 7 ساعاتٍ، فكانَ مجموعُ ما تقاضَياهُ معًا JD 36، وفي اليومِ التّالي عملَ ماجدٌ 8 ساعاتٍ وعملَ حازمٌ 6 ساعاتٍ، فكانَ مجموعُ ما تقاضَياهُ معًا JD 38. كَمْ يتقاضى كلٌّ منهُما عَنْ كلِّ ساعةِ عملٍ؟

لِتكُنْ x الأجرةَ الّتي يتقاضاها ماجدٌ عَنْ كلِّ ساعةِ عملٍ، وَy الأجرةَ الّتي يتقاضاها حازمٌ عَنْ كلِّ ساعةِ عملٍ.

إذنْ، نظامُ المعادلاتِ الّذي يعبّرُ عَنِ المسألةِ هُوَ:

$$6x + 7y = 36$$

$$8x + 6y = 38$$

الْخُطْوَةُ 1 أضربُ المعادلةَ الأولى في 4 والمعادلةَ الثانيةَ في 3−؛ لأحذفَ المتغيّرَ x.

$$6x + 7y = 36 \xrightarrow{\text{أضربُ كلَّ حدٍّ في 4}} 24x + 28\,y = 144$$

$$8x + 6y = 38 \xrightarrow{\text{أضربُ كلَّ حدٍّ في }-3} -24x - 18y = -114$$

الْخُطْوَةُ 2 أجمعُ المعادلتَينِ.

$$\begin{array}{rr} & 24x + 28y = 144 \\ (+) & -24x - 18y = -114 \\ \hline & 10y = 30 \end{array}$$

أحذفُ المتغيّرَ x

$$\frac{10y}{10} = \frac{30}{10}$$

أقسمُ طرفَي المعادلةِ على 10

$$y = 3$$

أبسّطُ

أتعلّمُ

يمكنُ أيضًا حلُّ النظامِ بحذفِ المتغيّرِ y، فمثلًا: يمكنُني ضربُ المعادلةِ الأولى في 6 وضربُ المعادلةِ الثانيةِ في 7−

62

مثال 5: من الحياة

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 5، ثمّ أناقش الطلبة في معطيات المسألة ومطلوبها.
- أسأل الطلبة: ما القيم المجهولة في المسألة؟ الأجرة التي يتقاضاها ماجد عن كلّ ساعة عمل، والأجرة التي يتقاضاها حازم عن كلّ ساعة عمل.
- أتفق مع الطلبة على افتراض أن الأجرة التي يتقاضاها ماجد عن كلّ ساعة عمل هو x، وأن الأجرة التي يتقاضاها حازم عن كلّ ساعة عمل هو y.
- أعيد قراءة الجملة الآتية من المثال:

  "في أحد الأيام عمل ماجد 6 ساعات، وعمل حازم 7 ساعات، فكان مجموع ما تقاضياه معًا JD 36"
- أسأل الطلبة:
  - » كيف يمكن التعبير عن هذه الجملة بمعادلة؟ $6x + 7y = 36$
- أعيد قراءة الجملة الآتية من المثال:

  "في اليوم التالي عمل ماجد 8 ساعات، وعمل حازم 6 ساعات، فكان مجموع ما تقاضياه JD 36"
- أسأل الطلبة:
  - » كيف يمكن التعبير عن هذه الجملة بمعادلة؟ $8x + 6y = 38$
- أناقش حلّ نظام المعادلات الذي كُوِّنَ مع الطلبة على اللوح؛ وأؤكّد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.

✓ إرشاد: أوجّه الطلبة إلى قراءة صندوق (**أتعلّم**) الوارد في المثال 5، ثمّ أطلب إليهم إعادة حلّ المثال بالاستعانة بما ورد في الصندوق، والتحقّق من أن الإجابة متساوية في كلتا الحالتين.

تنويع التعليم:

قد يجد بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في تحديد نظام المعادلات الذي يعبّر عن مسألة حياتية؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدّم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم.

4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (13 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

إرشاد: أناقش مع الطلبة حلّ سؤال (**أفكّر**) الوارد في هامش السؤال 13؛ لأهمية إجابته في حلّ المسألة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (21 – 19).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 19 (**أكتشف الخطأ**)، أسأل الطلبة: هل ضُرِبَت جميع حدود المعادلة الثانية بالعدد (4–)؟

الوحدةُ 6

الْخُطْوَةُ 3 أعوّضُ 3 بدلًا مِنْ y في إحدى المعادلتَينِ؛ لإيجادِ قيمةِ x.

المعادلةُ الأولى $6x + 7y = 36$

أعوّضُ عَنْ y بِـ 3 $6x + 7(3) = 36$

أبسّطُ $6x + 21 = 36$

أطرحُ 21 مِنْ كِلا الطرفَينِ $6x + 21 - 21 = 36 - 21$

أبسّطُ $6x = 15$

أقسمُ طرفَي المعادلةِ على 6 $\frac{6x}{6} = \frac{15}{6}$

أبسّطُ $x = 2.5$

أَيْ إنَّ ماجدًا يتقاضى JD 2.5 عَنْ كلِّ ساعةِ عملٍ، أمّا حازمٌ فيتقاضى JD 3 عَنْ كلِّ ساعةِ عملٍ.

أتحققُ من فهمي:

حافلةٌ فيها ركّابٌ مِنَ النّساءِ والأطفالِ، إذا كانَ ثلاثةُ أمثالِ عددِ النّساءِ مضافًا إليهِ مِثْلا عددِ الأطفالِ يُساوي 29، وكانَ مِثْلا عددِ النّساءِ مضافًا إليهِ عددُ الأطفالِ يُساوي 17، فكَمِ امرأةً وَكَمْ طفلًا في الحافلةِ؟ أنظر الهامش.

أتدرب وأحل المسائل

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ باستعمالِ الحذفِ:

① $4x - y = -2$, $2x + y = 8$ $(1, 6)$

② $3x + y = 4$, $5x + y = 6$ $(1, 1)$

③ $6x + 2y = 14$, $3x - 5y = 10$ $(2.5, -0.5)$

④ $11x - 20y = 28$, $3x + 4y = 36$ $(8, 3)$

⑤ $-2x - 5y = 9$, $3x + 11y = 4$ $(-17, 5)$

⑥ $y + 2x = 4$, $x - y = 5$ $(3, -2)$

⑦ $2x + 3y = 30$, $5x + 7y = 71$ $(3, 8)$

⑧ $3x - 4y = 4.5$, $x + y = 5$ $(3.5, 1.5)$

⑨ $0.5x - 9y = 28$, $30.5x + 7y = 40$ $(2, -3)$

إرشادٌ

ترتيبُ الحدودِ المتشابهةِ في المعادلتَينِ تحتَ بعضِهما بعضًا يسهّلُ حلَّ نظامِ المعادلاتِ.

63

إجابة (أتحقّق من فهمي 4):

$$3x + 2y = 29$$

$$2x + y = 17$$

حلّ النظام هو: (5, 7)، أي أن عدد النساء هو: 5، وعدد الأطفال هو: 7

① $8x + y = 1$
$8x - y = 3$
$(0.25, -1)$

⑪ $12x - 7y = -2$
$8x + 11y = 30$
$(1, 2)$

⑫ $9x + 2y = 39$
$6x + 13y = -9$
$(5, -3)$

⑬ **طقسٌ:** لاحظَ راصـدٌ جوّيٌّ أَنَّ عددَ الأيّامِ مِنْ شـهرِ كانونِ الأولِ الّتي تسـاقطَتْ فيها الأمطارُ يزيدُ 7 أيّامٍ عَنْ تلكَ الّتي لَمْ تتساقطْ فيها الأمطارُ. أكتبُ نظامًا مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ يُمثّلُ المسـألةَ، ثُمَّ أحلُّهُ لأجدَ عددَ الأيّامِ الّتي تساقطَتْ فيها الأمطارُ وعددَ الأيّامِ الّتي لَمْ تتساقطْ فيها الأمطارُ في هذا الشّهرِ. أنظر الهامش.

⑭ أربطُ كلَّ زوجٍ مرتَّبٍ مَعَ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ مكوّنٍ مِـنْ معادلتَينِ مِنَ المعادلاتِ الأربعِ المُعطاةِ، بحيثُ يكونُ الزّوجُ المرتّبُ حَلًّا للمعادلتَينِ:

الزّوجُ المرتَّبُ
$(1, -2)$
$(-1, 3)$
$(2, 1)$
$(3, -3)$

المعادلاتُ
$5x + 2y = 1$
$4x + y = 9$
$3x - y = 5$
$3x + 2y = 3$

⑮ **أعدادٌ:** ثلاثةُ أمثالِ عددٍ مطروحًا مِنْها عددٌ آخَرُ يُساوي 3−، إذا كانَ مجموعُ العددَينِ يُساوي 11، فَما العددانِ؟ $x = 2, y = 9$

⑯ **موادٌّ غذائيةٌ:** في مخزنِ أحدِ المطاعمِ مجموعةٌ مِنْ أكيـاسِ الأرزِّ وأكياسِ السـكّرِ. كتلـةُ 3 أكياسٍ مِنَ السـكّرِ وَ4 أكياسٍ مِـنَ الأرزِّ 12 kg، وكتلةُ 5 أكياسٍ مِنَ السـكّرِ وكيسَـينِ مِنَ الأرزِّ 13 kg . كيفَ يمكنُ مساعدةُ طبّاخِ المطعمِ على إيجادِ كتلةِ كيسَينِ مِنَ السكّرِ وخمسةِ أكياسٍ مِنَ الأرزِّ؟ أنظر الهامش.

أفكّرُ ⑬
كَمْ يومًا في شـهرِ كانونِ الأولِ؟

14)

نظام المعادلات	الحلّ
$5x + 2y = 1$ $3x - y = 5$	$(1,-2)$
$5x + 2y = 1$ $3x + 2y = 3$	$(-1,3)$
$4x + y = 9$ $3x - y = 5$	$(2,1)$
$4x + y = 9$ $3x + 2y = 3$	$(3,-3)$

معلومةٌ ⑯
يفضَّـلُ تخزينُ الحبوبِ في مكانٍ جافٍّ بعيدًا عَنْ أشعّةِ الشمسِ المباشرةِ؛ حفاظًا عليها مِنَ التّلفِ.

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

13) $x + y = 31$

$x - y = 7$

وبحلّ نظام المعادلات ينتج أن: $x = 19, y = 12$، أي أن الأمطار تساقطت في 19 يومًا، ولم تتساقط في 12 يومًا من شهر كانون أول.

16) $3x + 4y = 12$

$5x + 2y = 13$

$x = 2 \ , \ y = 1.5$

أي أن كتلة كيسين من السكر تساوي $2 \times 2 = 4$ kg، وكتلة خمسة أكياس من الأرز تساوي $5 \times 1.5 = 7.5$ kg

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 19 ,16 ,15 كتاب التمارين: (10 – 1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (19 – 14) كتاب التمارين: (12 – 3)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (21 – 17) كتاب التمارين: (15 – 12)

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:
  - » أجـد مسـاحة المثلـث الناتـج مـن تقاطـع المستقيمات الآتية:

$$x - 2y = 2 \ , \ x + 2y = 6, \ x + y = 3$$

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

نشاط التكنولوجيا:

- أحفّز الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في حلّ أنظمة المعادلات الخطية باستعمال طريقة الحذف، ويحتوي الموقع على مستويات مختلفة من المسائل.

إرشاد: يُمكِن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تنبيه: يحتوي الموقع الإلكتروني السابق على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضّح للطلبة معنى كلّ مصطلح، ليَسهُل عليهم حلّ المسائل.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة حلّ أنظمة المعادلات التي تمّ الحصول عليها من الخطوة 3 جبريًّا باستعمال طريقة الحذف.
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 5 و 6 من خطوات المشروع.
- أُذكّر الطلبة بأنّ موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعيّن عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكّد أنّ جميع عناصر المشروع متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أكتب**)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أحلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية باستعمال الحذف:**

① $4x + y = 17$ $(4, 1)$

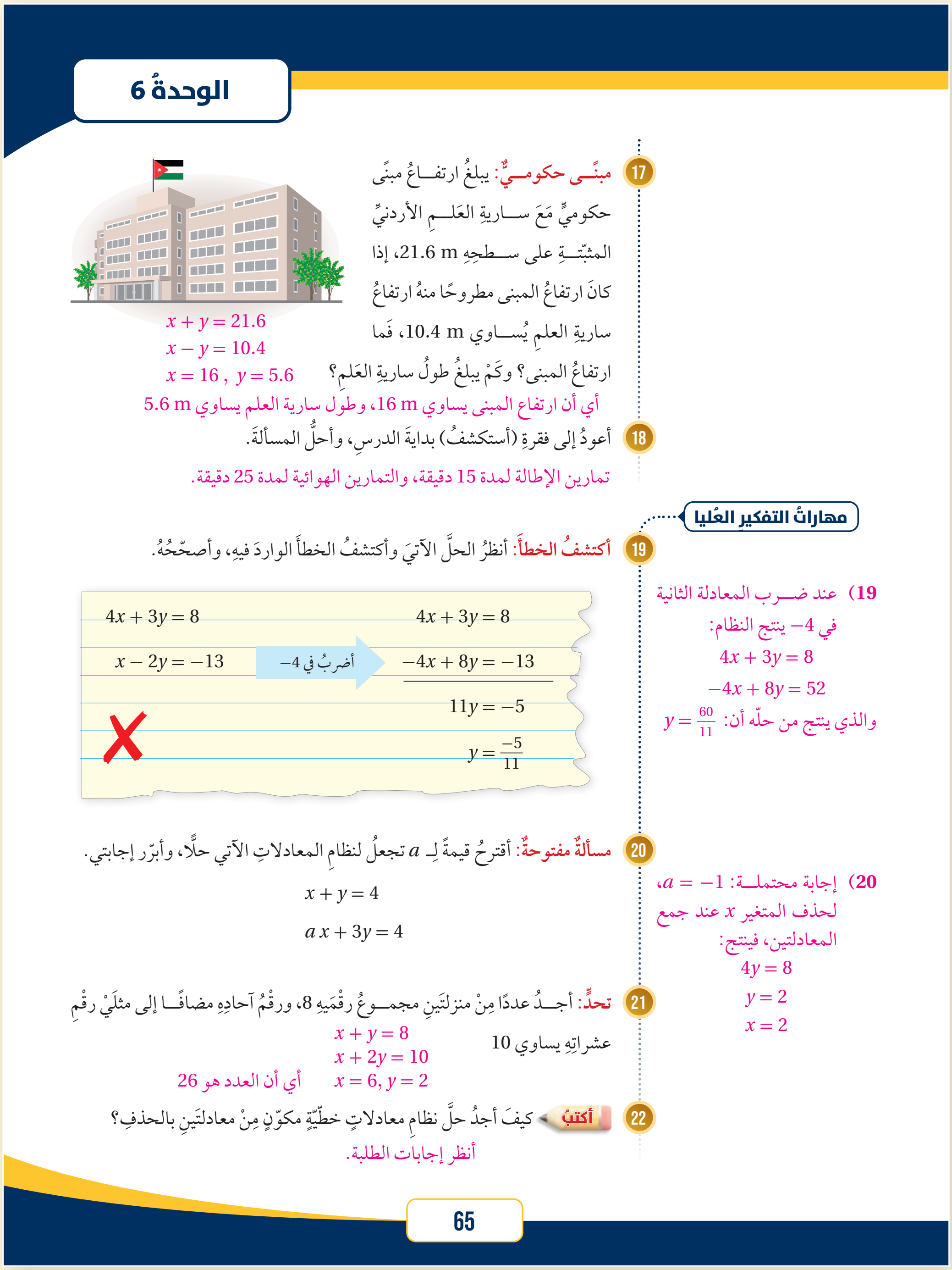
$2x + y = 9$

② $10x - y = 3$ $(1, 7)$

$3x + 2y = 17$

③ $2x + 5y = 15$ $(5, 1)$

$3x - 2y = 13$



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

17 **مبنًى حكوميٌّ**: يبلغُ ارتفاعُ مبنًى حكوميٍّ مَعَ ساريةِ العَلَمِ الأردنيِّ المثبّتةِ على سطحِهِ 21.6 m، إذا كانَ ارتفاعُ المبنى مطروحًا منهُ ارتفاعُ ساريةِ العلمِ يُساوي 10.4 m، فَما ارتفاعُ المبنى؟ وكَمْ يبلغُ طولُ ساريةِ العَلَمِ؟

$x + y = 21.6$

$x - y = 10.4$

$x = 16\ ,\ y = 5.6$

أي أن ارتفاع المبنى يساوي 16 m، وطول سارية العلم يساوي 5.6 m

18 أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

تمارين الإطالة لمدة 15 دقيقة، والتمارين الهوائية لمدة 25 دقيقة.

19 **أكتشفُ الخطأَ**: أنظرُ الحلَّ الآتيَ وأكتشفُ الخطأَ الواردَ فيهِ، وأصحّحُهُ.

$4x + 3y = 8$

$x - 2y = -13$ أضربُ في -4

$4x + 3y = 8$

$-4x + 8y = -13$

$11y = -5$

$y = \frac{-5}{11}$

19) عند ضرب المعادلة الثانية في -4 ينتج النظام:

$4x + 3y = 8$

$-4x + 8y = 52$

والذي ينتج من حلّه أن: $y = \frac{60}{11}$

20 **مسألةٌ مفتوحةٌ**: أقترحُ قيمةً لِـ a تجعلُ لنظامِ المعادلاتِ الآتي حلًّا، وأبرّر إجابتي.

$x + y = 4$

$a\,x + 3y = 4$

20) إجابة محتملة: $a = -1$، لحذف المتغير x عند جمع المعادلتين، فينتج:

$4y = 8$

$y = 2$

$x = 2$

21 **تحدٍّ**: أجدُ عددًا مِنْ منزلتَينِ مجموعُ رقْمَيهِ 8، ورقْمُ آحادِهِ مضافًا إلى مثلَيْ رقْمِ عشراتِهِ يساوي 10

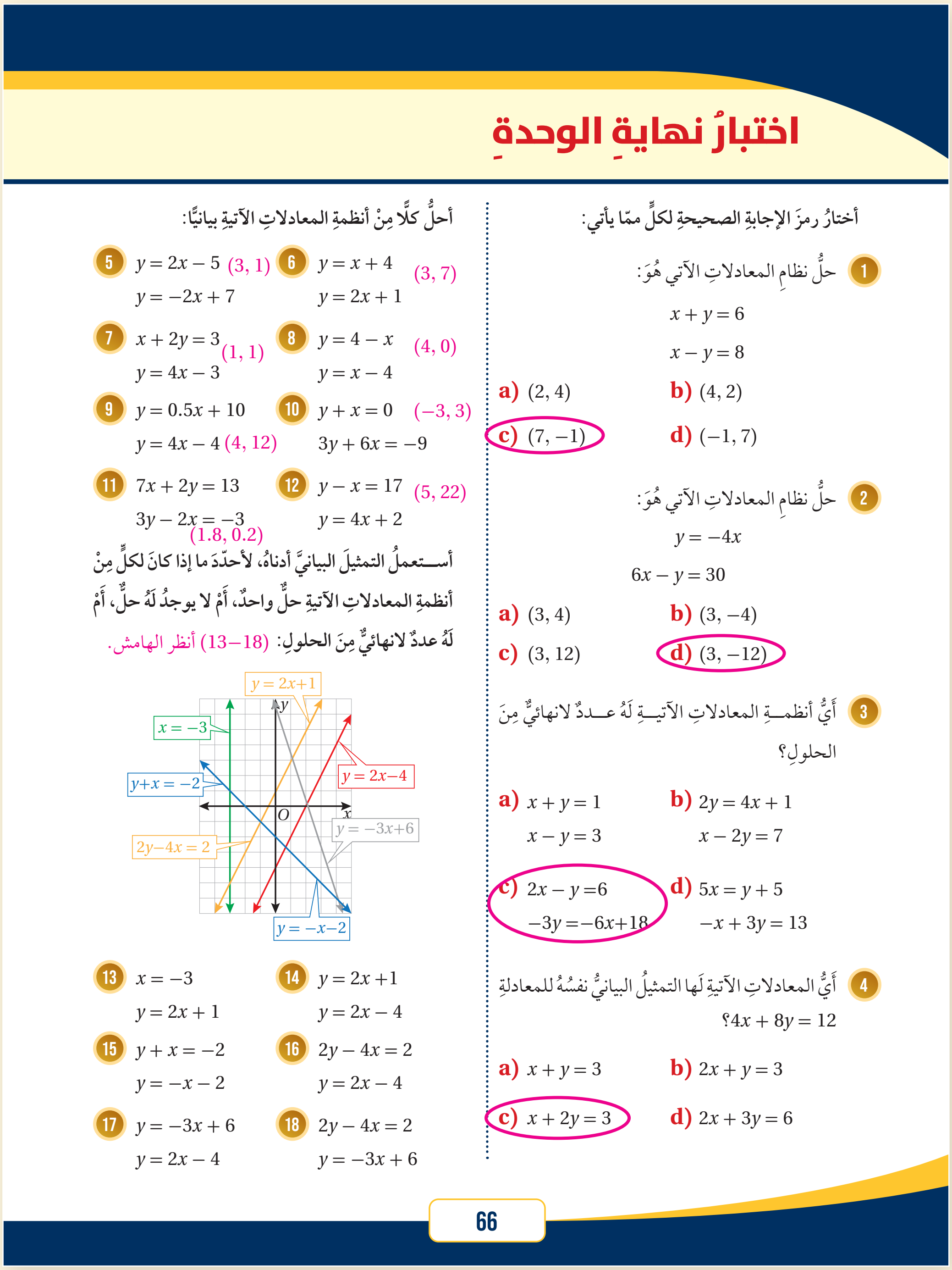
$x + y = 8$

$x + 2y = 10$

$x = 6, y = 2$ أي أن العدد هو 26

22 **أكتبُ** كيفَ أجدُ حلَّ نظامِ معادلاتٍ خطّيّةٍ مكوّنٍ مِنْ معادلتَينِ بالحذفِ؟

أنظر إجابات الطلبة.



اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

① حُلُّ نظامِ المعادلاتِ الآتي هُوَ:

$x + y = 6$

$x - y = 8$

a) $(2, 4)$ **b)** $(4, 2)$ [✓ **c)** $(7, -1)$] **d)** $(-1, 7)$

② حُلُّ نظامِ المعادلاتِ الآتي هُوَ:

$y = -4x$

$6x - y = 30$

a) $(3, 4)$ **b)** $(3, -4)$ **c)** $(3, 12)$ [✓ **d)** $(3, -12)$]

③ أيُّ أنظمـةِ المعادلاتِ الآتيـةِ لَهُ عـددٌ لانهائيٌّ مِنَ الحلولِ؟

a) $x + y = 1$, $x - y = 3$

b) $2y = 4x + 1$, $x - 2y = 7$

[✓ **c)** $2x - y = 6$, $-3y = -6x + 18$]

d) $5x = y + 5$, $-x + 3y = 13$

④ أيُّ المعادلاتِ الآتيةِ لَها التمثيلُ البيانيُّ نفسُهُ للمعادلةِ $4x + 8y = 12$؟

a) $x + y = 3$ **b)** $2x + y = 3$ [✓ **c)** $x + 2y = 3$] **d)** $2x + 3y = 6$

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ بيانيًّا:

⑤ $y = 2x - 5$, $y = -2x + 7$ $(3, 1)$

⑥ $y = x + 4$, $y = 2x + 1$ $(3, 7)$

⑦ $x + 2y = 3$, $y = 4x - 3$ $(1, 1)$

⑧ $y = 4 - x$, $y = x - 4$ $(4, 0)$

⑨ $y = 0.5x + 10$, $y = 4x - 4$ $(4, 12)$

⑩ $y + x = 0$, $3y + 6x = -9$ $(-3, 3)$

⑪ $7x + 2y = 13$, $3y - 2x = -3$ $(1.8, 0.2)$

⑫ $y - x = 17$, $y = 4x + 2$ $(5, 22)$

أســتعملُ التمثيلَ البيانيَّ أدناهُ، لأحدِّدَ ما إذا كانَ لكلٍّ مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ حلٌّ واحدٌ، أَمْ لا يوجدُ لَهُ حلٌّ، أَمْ لَهُ عددٌ لانهائيٌّ مِنَ الحلولِ: (13–18) أنظر الهامش.

⑬ $x = -3$, $y = 2x + 1$

⑭ $y = 2x + 1$, $y = 2x - 4$

⑮ $y + x = -2$, $y = -x - 2$

⑯ $2y - 4x = 2$, $y = 2x - 4$

⑰ $y = -3x + 6$, $y = 2x - 4$

⑱ $2y - 4x = 2$, $y = -3x + 6$

66

إجابات (اختبار نهاية الوحدة):

13) له حلّ واحد.

14) لا يوجد له حلّ.

15) له عدد لا نهائي من الحلول.

16) لا يوجد له حلّ.

17) له حلّ واحد.

18) له حلّ واحد.

اختبار نهاية الوحدة:

- أطلـب إلـى الطلبـة حـلّ الأسـئلة (12 – 1) فرديًّـا، وأتجـوّل بينهـم؛ لأسـاعدهم وأرشـدهم وأوجّههـم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أناقشهم جميعًا في حلّ بعض المسائل على اللوح.
- أوزّع الطلبـة إلـى مجموعات رباعية، ثـمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (29 – 13)، وأتجوّل بينهم؛ لأساعدهم وأرشـدهم وأوجّههم، وأقـدّم لهـم التغذيـة الراجعة اللازمـة، ثمّ أحدّد المسـائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلّها؛ لمناقشتها على اللوح.

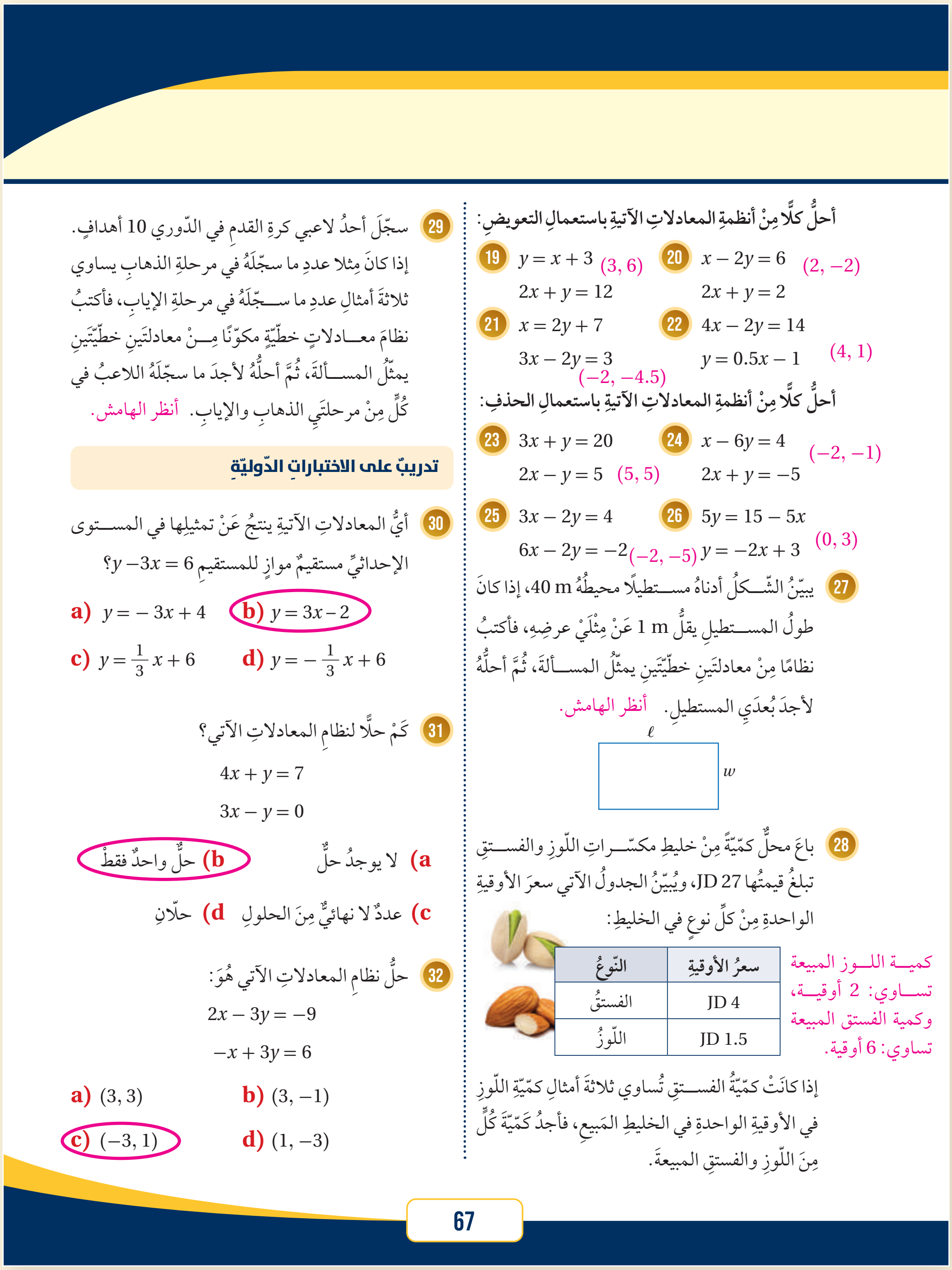
✓ إرشادات:

- فـي السـؤال 27، أذكّـر الطلبـة بقانـون محيـط المستطيل.
- في الأسئلة (29 – 27)، أراجع الطلبة بما يأتي:

مِثْلا x	$2x$
ثلاثة أمثال x	$3x$
يزيد على x بمقدار 4	$x + 4$
يقلّ عن x بمقدار 3	$x - 3$

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

- أعرّف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبيّن لهم أهميتها، ثـم أوجّههـم إلى حلّ الأسـئلة فـي بنـد (**تدريب على الاختبـارات الدولية**) فرديًّا، ثمّ أناقشـهم فـي إجاباتها على اللوح.
- أشـجّع الطلبة علـى الاهتمام بحلّ مثل هذه الأسـئلة، والاهتمام بالمشـاركة في الدراسـات وبرامـج التقييم الدولية بكلّ جدّيّة، وأحـرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.



أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ باستعمالِ التعويضِ:

⑲ $y = x + 3$ (3, 6)
$2x + y = 12$

⑳ $x - 2y = 6$ (2, −2)
$2x + y = 2$

㉑ $x = 2y + 7$
$3x - 2y = 3$ (−2, −4.5)

㉒ $4x - 2y = 14$
$y = 0.5x - 1$ (4, 1)

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ باستعمالِ الحذفِ:

㉓ $3x + y = 20$
$2x - y = 5$ (5, 5)

㉔ $x - 6y = 4$ (−2, −1)
$2x + y = -5$

㉕ $3x - 2y = 4$
$6x - 2y = -2$ (−2, −5)

㉖ $5y = 15 - 5x$ (0, 3)
$y = -2x + 3$

㉗ يبيّنُ الشّـكلُ أدناهُ مسـتطيلًا محيطُهُ 40 m، إذا كانَ طولُ المسـتطيلِ يقلُّ 1 m عَنْ مِثْلَيْ عرضِهِ، فأكتبُ نظامًا مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ يمثّلُ المسـألةَ، ثُمَّ أحلُّهُ لأجدَ بُعدَيِ المستطيلِ. أنظر الهامش.

ℓ

w

㉘ باعَ محلٌّ كمّيّةً مِنْ خليطِ مكسّـراتِ اللّوزِ والفسـتقِ تبلغُ قيمتُها JD 27، ويُبيّنُ الجدولُ الآتي سعرَ الأوقيةِ الواحدةِ مِنْ كلِّ نوعٍ في الخليطِ:

النّوعُ	سعرُ الأوقيةِ
الفستقُ	JD 4
اللّوزُ	JD 1.5

كميـة اللـوز المبيعة تسـاوي: 2 أوقيـة، وكمية الفستق المبيعة تساوي: 6 أوقية.

إذا كانَتْ كمّيّةُ الفسـتقِ تُساوي ثلاثةَ أمثالِ كمّيّةِ اللّوزِ في الأوقيةِ الواحدةِ في الخليطِ المَبيعِ، فأجدُ كَمّيّةَ كُلٍّ مِنَ اللّوزِ والفستقِ المبيعةَ.

㉙ سجّلَ أحدُ لاعبي كرةِ القدمِ في الدّوري 10 أهدافٍ. إذا كانَ مِثلا عددِ ما سجّلَهُ في مرحلةِ الذهابِ يساوي ثلاثةَ أمثالِ عددِ ما سـجّلَهُ في مرحلةِ الإيابِ، فأكتبُ نظامَ معـادلاتٍ خطّيّةٍ مكوّنًا مِـنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ يمثّلُ المسـألةَ، ثُمَّ أحلُّهُ لأجدَ ما سجّلَهُ اللاعبُ في كُلٍّ مِنْ مرحلتَيِ الذهابِ والإيابِ. أنظر الهامش.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

㉚ أيُّ المعادلاتِ الآتيةِ ينتجُ عَنْ تمثيلِها في المسـتوى الإحداثيِّ مستقيمٌ موازٍ للمستقيمِ $y - 3x = 6$؟

a) $y = -3x + 4$ [✓ **b)** $y = 3x - 2$]

c) $y = \frac{1}{3}x + 6$ **d)** $y = -\frac{1}{3}x + 6$

㉛ كَمْ حلًّا لنظامِ المعادلاتِ الآتي؟

$4x + y = 7$

$3x - y = 0$

a) لا يوجدُ حلٌّ [✓ **b)** حلٌّ واحدٌ فقطْ]

c) عددٌ لا نهائيٌّ مِنَ الحلولِ **d)** حلّانِ

㉜ حلُّ نظامِ المعادلاتِ الآتي هُوَ:

$2x - 3y = -9$

$-x + 3y = 6$

a) (3, 3) **b)** (3, −1)

[✓ **c)** (−3, 1)] **d)** (1, −3)

إجابات (اختبار نهاية الوحدة):

27) $2w - l = 1$

$w + l = 20$

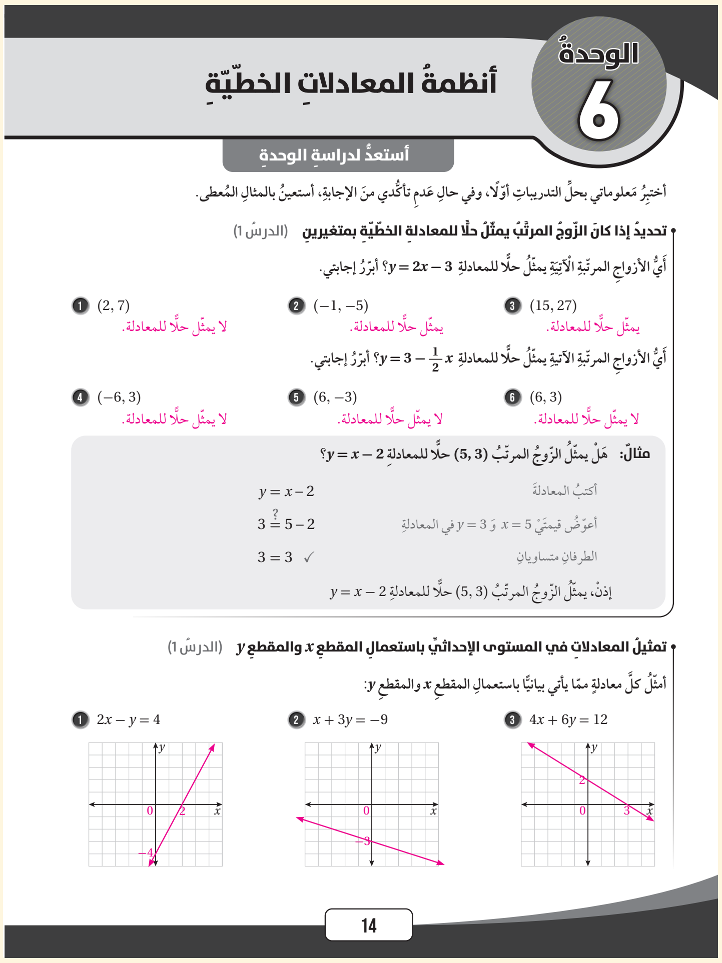
بحلّ النظام ينتج أنّ: $l = 13, w = 7$

29) $x + y = 10$

$2x = 3y$

بحلّ النظام ينتج أنّ: $x = 6, y = 4$

كتاب التمارين



الوحدةُ 6

أنظمةُ المعادلاتِ الخطّيّةِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

أختبرُ مَعلوماتي بحلِّ التدريباتِ أوّلًا، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

تحديدُ إذا كانَ الزّوجُ المرتَّبُ يمثّلُ حلًّا للمعادلةِ الخطّيّةِ بمتغيرين (الدرسُ 1)

أيُّ الأزواجِ المرتّبةِ الآتيةِ يمثّلُ حلًّا للمعادلةِ $y = 2x - 3$؟ أبرّرُ إجابتي.

❶ $(2, 7)$ لا يمثّلُ حلًّا للمعادلة.

❷ $(-1, -5)$ يمثّلُ حلًّا للمعادلة.

❸ $(15, 27)$ يمثّلُ حلًّا للمعادلة.

أيُّ الأزواجِ المرتّبةِ الآتيةِ يمثّلُ حلًّا للمعادلةِ $y = 3 - \frac{1}{2}x$؟ أبرّرُ إجابتي.

❹ $(-6, 3)$ لا يمثّلُ حلًّا للمعادلة.

❺ $(6, -3)$ لا يمثّلُ حلًّا للمعادلة.

❻ $(6, 3)$ لا يمثّلُ حلًّا للمعادلة.

مثالٌ: هَلْ يمثّلُ الزّوجُ المرتّبُ $(5, 3)$ حلًّا للمعادلةِ $y = x - 2$؟

أكتبُ المعادلةَ	$y = x - 2$
أعوّضُ قيمتَيْ $x = 5$ وَ $y = 3$ في المعادلةِ	$3 \overset{?}{=} 5 - 2$
الطرفانِ متساويانِ	$3 = 3$ ✓

إذنْ، يمثّلُ الزّوجُ المرتّبُ $(5, 3)$ حلًّا للمعادلةِ $y = x - 2$

تمثيلُ المعادلاتِ في المستوى الإحداثيِّ باستعمالِ المقطعِ x والمقطعِ y (الدرسُ 1)

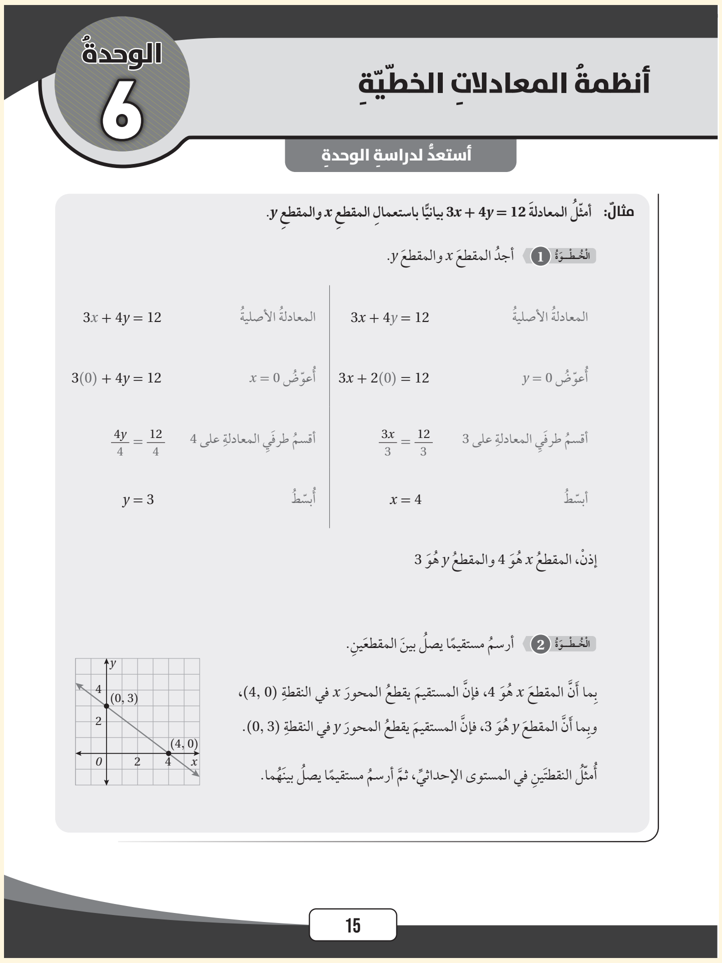
أمثّلُ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي بيانيًّا باستعمالِ المقطعِ x والمقطعِ y:

❶ $2x - y = 4$

❷ $x + 3y = -9$

❸ $4x + 6y = 12$

14



الوحدةُ 6

أنظمةُ المعادلاتِ الخطّيّةِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

مثالٌ: أمثّلُ المعادلةَ $3x + 4y = 12$ بيانيًّا باستعمالِ المقطعِ x والمقطعِ y.

الخُطوةُ 1 أجدُ المقطعَ x والمقطعَ y.

المعادلةُ الأصليةُ	$3x + 4y = 12$	المعادلةُ الأصليةُ	$3x + 4y = 12$
أعوّضُ $y = 0$	$3x + 2(0) = 12$	أعوّضُ $x = 0$	$3(0) + 4y = 12$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 3	$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$	أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 4	$\frac{4y}{4} = \frac{12}{4}$
أبسّطُ	$x = 4$	أُبسّطُ	$y = 3$

إذنْ، المقطعُ x هُوَ 4 والمقطعُ y هُوَ 3

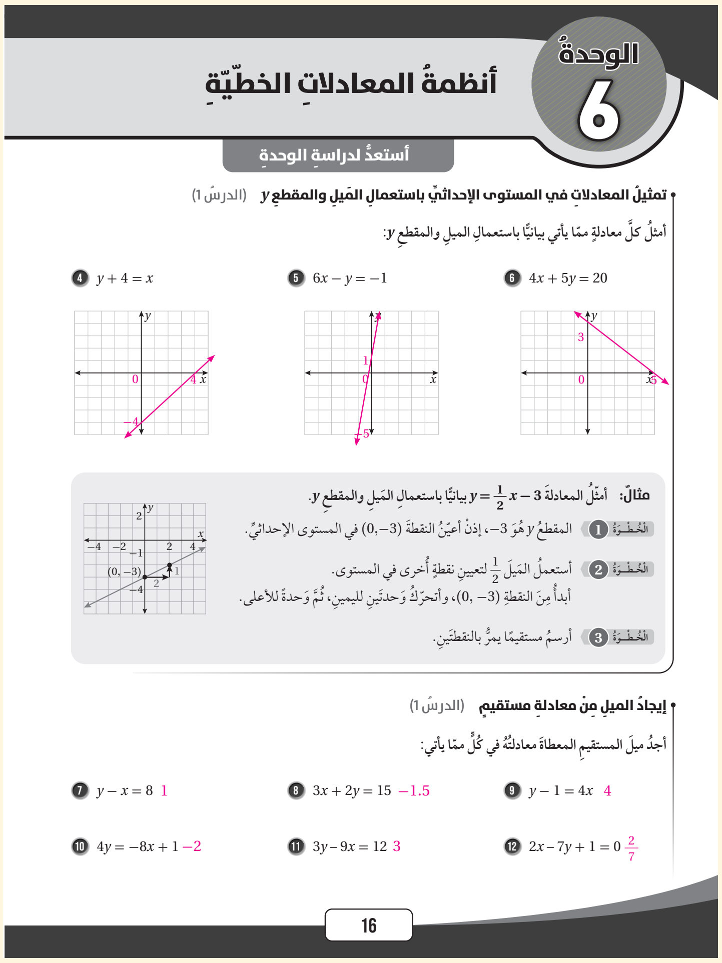
الخُطوةُ 2 أرسمُ مستقيمًا يصلُ بينَ المقطعَينِ.

بِما أَنَّ المقطعَ x هُوَ 4، فإنَّ المستقيمَ يقطعُ المحورَ x في النقطةِ $(4, 0)$،

وبِما أنَّ المقطعَ y هُوَ 3، فإنَّ المستقيمَ يقطعُ المحورَ y في النقطةِ $(0, 3)$.

أُمثّلُ النقطتَينِ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ مستقيمًا يصلُ بينَهُما.

15



الوحدةُ 6

أنظمةُ المعادلاتِ الخطّيّةِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

تمثيلُ المعادلاتِ في المستوى الإحداثيِّ باستعمالِ المَيلِ والمقطعِ y (الدرسُ 1)

أمثلُ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي بيانيًّا باستعمالِ الميلِ والمقطعِ y:

❹ $y + 4 = x$

❺ $6x - y = -1$

❻ $4x + 5y = 20$

مثالٌ: أمثّلُ المعادلةَ $y = \frac{1}{2}x - 3$ بيانيًّا باستعمالِ المَيلِ والمقطعِ y.

الخُطوةُ 1 المقطعُ y هُوَ -3، إذنْ أعيّنُ النقطةَ $(0,-3)$ في المستوى الإحداثيِّ.

الخُطوةُ 2 أستعملُ المَيلَ $\frac{1}{2}$ لتعيينِ نقطةٍ أُخرى في المستوى.

أبدأُ مِنَ النقطةِ $(0, -3)$، وأتحرّكُ وَحدتَينِ لليمينِ، ثُمَّ وَحدةً للأعلى.

الخُطوةُ 3 أرسمُ مستقيمًا يمرُّ بالنقطتَينِ.

إيجادُ الميلِ مِنْ معادلةِ مستقيمٍ (الدرسُ 1)

أجدُ ميلَ المستقيمِ المعطاةَ معادلتُهُ في كُلٍّ ممّا يأتي:

❼ $y - x = 8$ 1

❽ $3x + 2y = 15$ -1.5

❾ $y - 1 = 4x$ 4

❿ $4y = -8x + 1$ -2

⓫ $3y - 9x = 12$ 3

⓬ $2x - 7y + 1 = 0$ $\frac{2}{7}$

16

الوحدةُ 6

أنظمةُ المعادلاتِ الخطّيّةِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

مثالٌ: أجدُ ميلَ المستقيمِ الّذي معادلتُهُ $x = 4y - 6$.

المعادلةُ الأصليّةُ	$x = 4y - 6$
أضيفُ 6 إلى طرَفيِ المعادلةِ	$x + 6 = 4y - 6 + 6$
أقسمُ طرَفيِ المعادلةِ على 4	$\frac{x+6}{4} = \frac{4y}{4}$
بالتبسيطِ	$y = \frac{1}{4}x + \frac{6}{4}$

الميلُ هُوَ معاملُ x ويساوي $\frac{1}{4}$

حلُّ المعادلةِ الخطّيّةِ بمتغيّرٍ واحدٍ (الدرسُ 2)

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ:

⓭ $2x + 10 = 22$ $x = 6$

⓮ $3x - 4 = 2x + 8$ $x = 12$

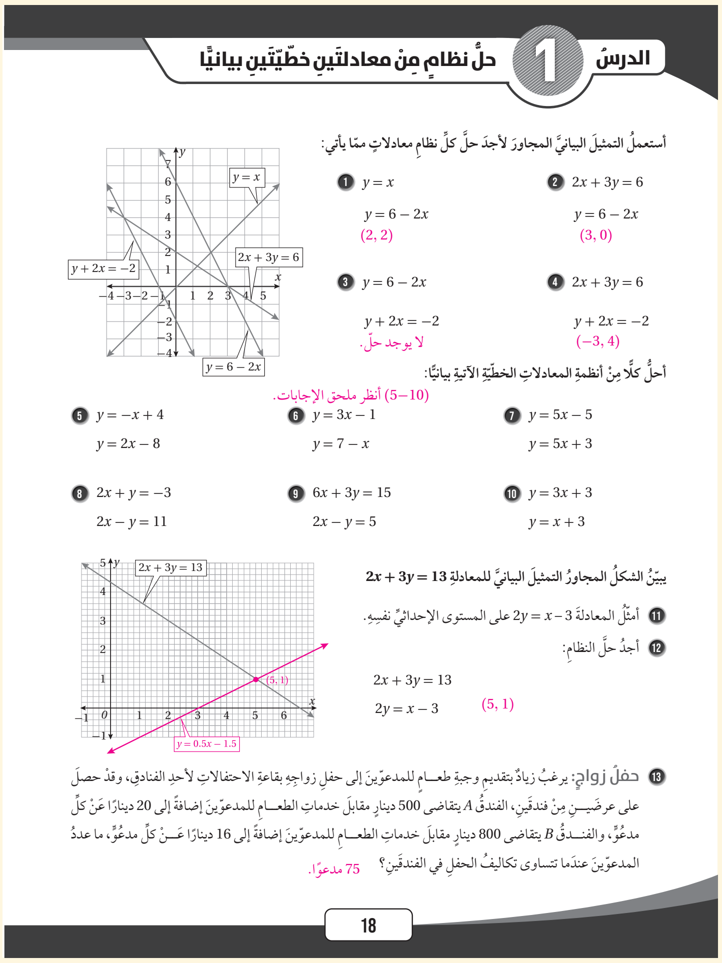
⓯ $5t + 9 = t - 7$ $t = -4$

مثالٌ: أحلُّ المعادلةَ: $4x - 6 = 6 - 2x$

المعادلةُ الأصليةُ	$4x - 6 = 6 - 2x$
أجمعُ $2x$ إلى طرفَيِ المعادلةِ	$4x - 6 + 2x = 6 - 2x + 2x$
أجمعُ 6 إلى طرفَيِ المعادلةِ	$6x - 6 + 6 = 6 + 6$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 6	$\frac{6x}{6} = \frac{12}{6}$
أبسّطُ	$x = 2$

17

كتاب التمارين



الدرسُ 1 حلُّ نظامٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بيانيًّا

أستعملُ التمثيلَ البيانيَّ المجاورَ لأجدَ حلَّ كلِّ نظامِ معادلاتٍ ممّا يأتي:

① $y = x$
$y = 6 - 2x$
$(2, 2)$

② $2x + 3y = 6$
$y = 6 - 2x$
$(3, 0)$

③ $y = 6 - 2x$
$y + 2x = -2$
لا يوجد حلّ.

④ $2x + 3y = 6$
$y + 2x = -2$
$(-3, 4)$

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الخطّيّةِ الآتيةِ بيانيًّا:

(5–10) أنظر ملحق الإجابات.

⑤ $y = -x + 4$
$y = 2x - 8$

⑥ $y = 3x - 1$
$y = 7 - x$

⑦ $y = 5x - 5$
$y = 5x + 3$

⑧ $2x + y = -3$
$2x - y = 11$

⑨ $6x + 3y = 15$
$2x - y = 5$

⑩ $y = 3x + 3$
$y = x + 3$

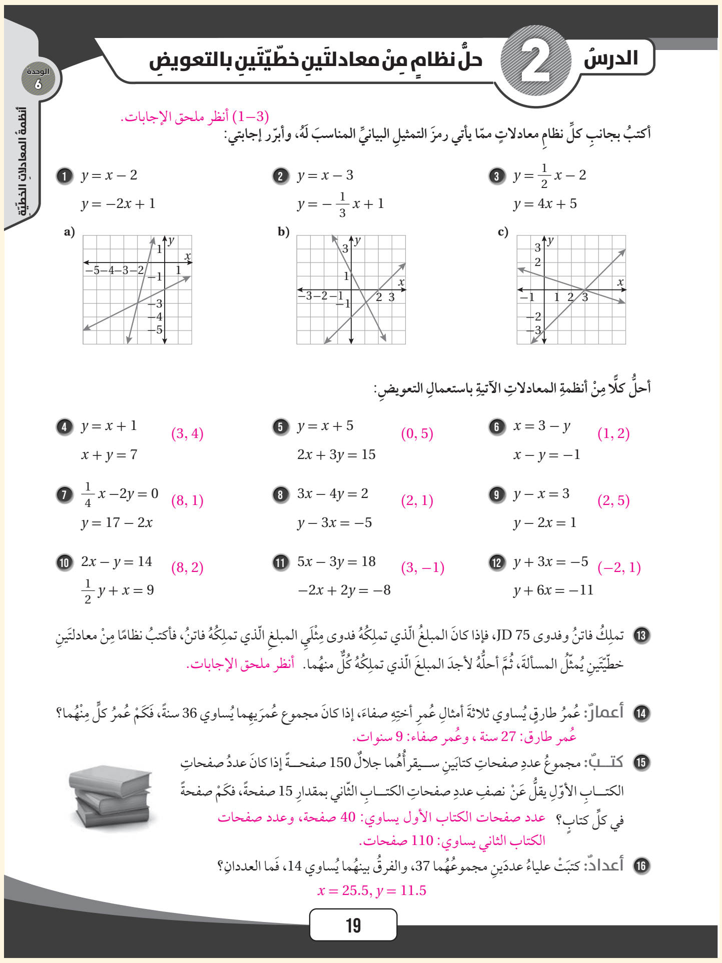
يبيّنُ الشكلُ المجاورُ التمثيلَ البيانيَّ للمعادلةِ $2x + 3y = 13$

⑪ أمثّلُ المعادلةَ $2y = x - 3$ على المستوى الإحداثيِّ نفسِهِ.

⑫ أجدُ حلَّ النظامِ:
$2x + 3y = 13$
$2y = x - 3$
$(5, 1)$

⑬ **حفلُ زواجٍ:** يرغبُ زيادٌ بتقديمِ وجبةِ طعــامٍ للمدعوّينَ إلى حفلِ زواجِهِ بقاعةِ الاحتفالاتِ لأحدِ الفنادقِ، وقدْ حصلَ على عرضَيــنِ مِنْ فندقَينِ، الفندقُ A يتقاضى 500 دينارٍ مقابلَ خدماتِ الطعــامِ للمدعوّينَ إضافةً إلى 20 دينارًا عَنْ كلِّ مدعُوٍّ، والفنــدقُ B يتقاضى 800 دينارٍ مقابلَ خدماتِ الطعــامِ للمدعوّينَ إضافةً إلى 16 دينارًا عَــنْ كلِّ مدعُوٍّ، ما عددُ المدعوّينَ عندَما تتساوى تكاليفُ الحفلِ في الفندقَينِ؟ 75 مدعوًا.

18



الدرسُ 2 حلُّ نظامٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بالتعويضِ

(1–3) أنظر ملحق الإجابات.

أكتبُ بجانبِ كلِّ نظامِ معادلاتٍ ممّا يأتي رمزَ التمثيلِ البيانيِّ المناسبَ لَهُ، وأبرّر إجابتي:

① $y = x - 2$
$y = -2x + 1$

② $y = x - 3$
$y = -\frac{1}{3}x + 1$

③ $y = \frac{1}{2}x - 2$
$y = 4x + 5$

أحلُّ كلًّا مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ باستعمالِ التعويضِ:

④ $y = x + 1$
$x + y = 7$
$(3, 4)$

⑤ $y = x + 5$
$2x + 3y = 15$
$(0, 5)$

⑥ $x = 3 - y$
$x - y = -1$
$(1, 2)$

⑦ $\frac{1}{4}x - 2y = 0$
$y = 17 - 2x$
$(8, 1)$

⑧ $3x - 4y = 2$
$y - 3x = -5$
$(2, 1)$

⑨ $y - x = 3$
$y - 2x = 1$
$(2, 5)$

⑩ $2x - y = 14$
$\frac{1}{2}y + x = 9$
$(8, 2)$

⑪ $5x - 3y = 18$
$-2x + 2y = -8$
$(3, -1)$

⑫ $y + 3x = -5$
$y + 6x = -11$
$(-2, 1)$

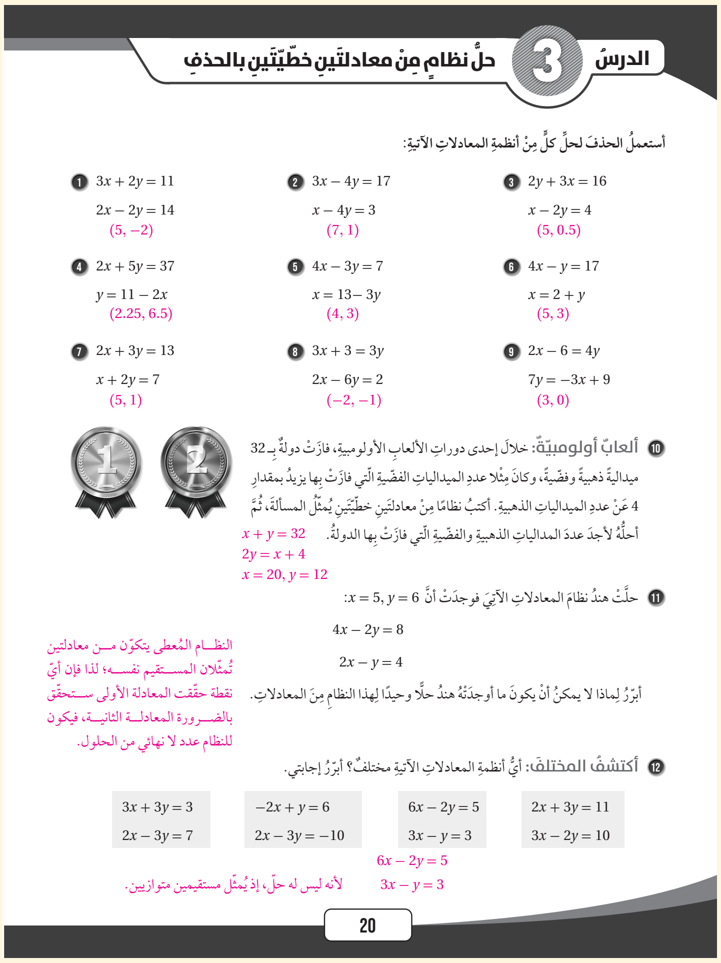
⑬ تملِكُ فاتنُ وفدوى 75 JD، فإذا كانَ المبلغُ الّذي تملِكُهُ فدوى مِثْلَي المبلغِ الّذي تملِكُهُ فاتنُ، فأكتبُ نظامًا مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ يُمثّلُ المسألةَ، ثُمَّ أحلُّهُ لأجدَ المبلغَ الّذي تملِكُهُ كُلٌّ منهُما. أنظر ملحق الإجابات.

⑭ **أعمارٌ:** عُمرُ طارقٍ يُساوي ثلاثةَ أمثالِ عُمرِ أختِهِ صفاءَ، إذا كانَ مجموع عُمرَيهِما يُساوي 36 سنةً، فَكَمْ عُمرُ كلٍّ مِنْهُما؟
عُمر طارق: 27 سنة ، وعُمر صفاء: 9 سنوات.

⑮ **كتــبٌ:** مجموعُ عددِ صفحاتِ كتابَينِ ســيقرأُهُما جلالٌ 150 صفحــةً إذا كانَ عددُ صفحاتِ الكتــابِ الأوّلِ يقلُّ عَنْ نصفِ عددِ صفحاتِ الكتــابِ الثّاني بمقدارِ 15 صفحةً، فكَمْ صفحةً في كلِّ كتابٍ؟ عدد صفحات الكتاب الأول يساوي: 40 صفحة، وعدد صفحات الكتاب الثاني يساوي: 110 صفحات.

⑯ **أعدادٌ:** كتبَتْ علياءُ عددَينِ مجموعُهُما 37، والفرقُ بينهُما يُساوي 14، فَما العددانِ؟
$x = 25.5, y = 11.5$

19



الدرسُ 3 حلُّ نظامٍ مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ بالحذفِ

أستعملُ الحذفَ لحلِّ كلٍّ مِنْ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ:

① $3x + 2y = 11$
$2x - 2y = 14$
$(5, -2)$

② $3x - 4y = 17$
$x - 4y = 3$
$(7, 1)$

③ $2y + 3x = 16$
$x - 2y = 4$
$(5, 0.5)$

④ $2x + 5y = 37$
$y = 11 - 2x$
$(2.25, 6.5)$

⑤ $4x - 3y = 7$
$x = 13 - 3y$
$(4, 3)$

⑥ $4x - y = 17$
$x = 2 + y$
$(5, 3)$

⑦ $2x + 3y = 13$
$x + 2y = 7$
$(5, 1)$

⑧ $3x + 3 = 3y$
$2x - 6y = 2$
$(-2, -1)$

⑨ $2x - 6 = 4y$
$7y = -3x + 9$
$(3, 0)$

⑩ **ألعابٌ أولومبيّةٌ:** خلالَ إحدى دوراتِ الألعابِ الأولومبيةِ، فازَتْ دولةٌ بـ32 ميداليةً ذهبيةً وفضّيةً، وكانَ مِثْلا عددِ الميدالياتِ الفضّيةِ الّتي فازَتْ بها يزيدُ بمقدارِ 4 عَنْ عددِ الميدالياتِ الذهبيةِ. أكتبُ نظامًا مِنْ معادلتَينِ خطّيّتَينِ يُمثّلُ المسألةَ، ثُمَّ أحلُّهُ لأجدَ عددَ المدالياتِ الذهبيةِ والفضّيةِ الّتي فازَتْ بها الدولةُ.
$x + y = 32$
$2y = x + 4$
$x = 20, y = 12$

⑪ حلَّتْ هندُ نظامَ المعادلاتِ الآتِيَ فوجدَتْ أنَّ $x = 5, y = 6$:
$4x - 2y = 8$
$2x - y = 4$
أبرّرُ لِماذا لا يمكنُ أنْ يكونَ ما أوجدَتْهُ هندُ حلًّا وحيدًا لِهذا النظامِ مِنَ المعادلاتِ.
النظــام المُعطى يتكوّن مــن معادلتين تُمثّلان المســتقيم نفســه؛ لذا فإن أيّ نقطة حقّقت المعادلة الأولى ســتحقّق بالضــرورة المعادلــة الثانيــة، فيكون للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

⑫ **أكتشفُ المختلفَ:** أيُّ أنظمةِ المعادلاتِ الآتيةِ مختلفٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

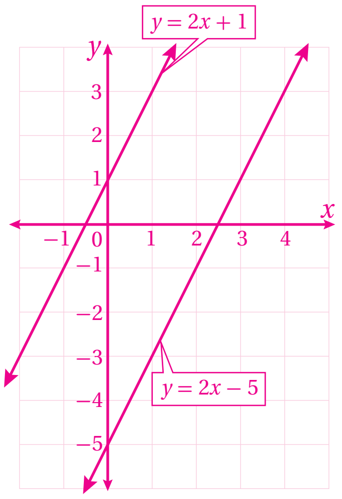
$2x + 3y = 11$ $3x - 2y = 10$	$6x - 2y = 5$ $3x - y = 3$	$-2x + y = 6$ $2x - 3y = -10$	$3x + 3y = 3$ $2x - 3y = 7$

$6x - 2y = 5$
$3x - y = 3$
لأنه ليس له حلّ، إذ يُمثّل مستقيمين متوازيين.

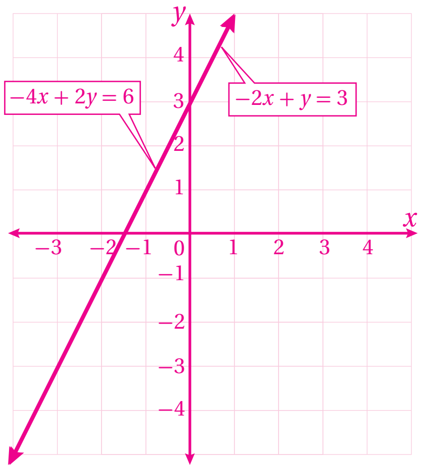
20

الدرس 1 (أتحقّق من فهمي 3):

3) لا يوجد حلّ للنظام.

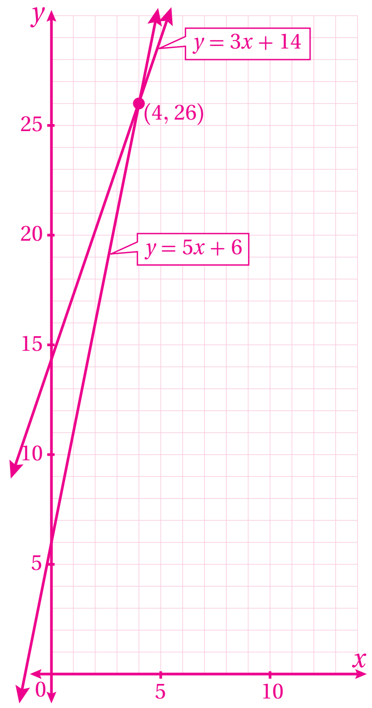


4) يوجد للنظام عدد لا نهائي من الحلول.



الدرس 1 (أتحقّق من فهمي 4):

بعد 4 أسابيع تكون الأختان قد وفّرتا المبلغ نفسه، ويساوي: 26 دينارًا.



الدرس 1 (أتدرب وأحل المسائل):

15) $y - x = 26$

$x + y = 50$

(12, 38) يُمثّل حلًّا للنظام، إذن عمر نوال 12 عامًا، وعمر والدتها 38 عامًا.

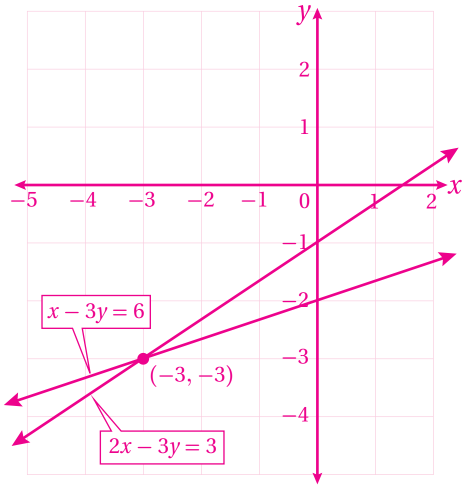
16) $y = 500000x + 1000000$

$y = -1000000x + 10000000$

20) لا يمكن؛ لأن المستقيمين إذا تقاطعا معًا، فإنّهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط، ما لم يكونا منطبقين، وعندها يكون لهما عدد لا نهائي من نقاط التقاطع.

21) التمثيل البياني غير صحيح.

التمثيل التالي هو الصحيح، وحلّ النظام هو: $(-3, -3)$



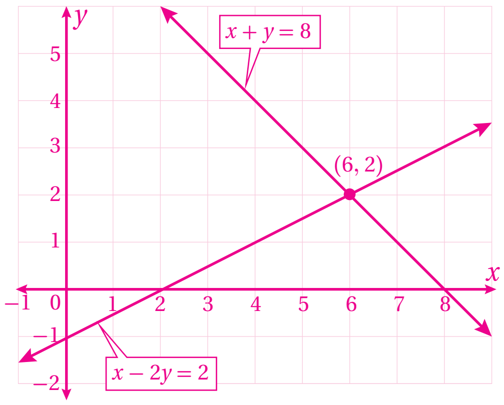
22) إجابات محتملة:

نظام ليس له حلول: $y = 5x + 2$، $y = 5x + 6$

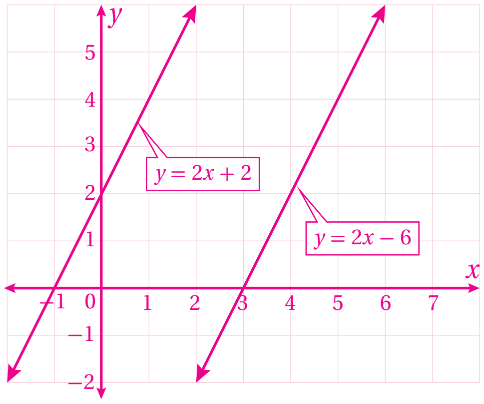
نظام له عدد لا نهائي من الحلول: $x + 2y = 4$، $6x + 12y = 24$

معمل برمجية جيوجبرا (أتدرب):

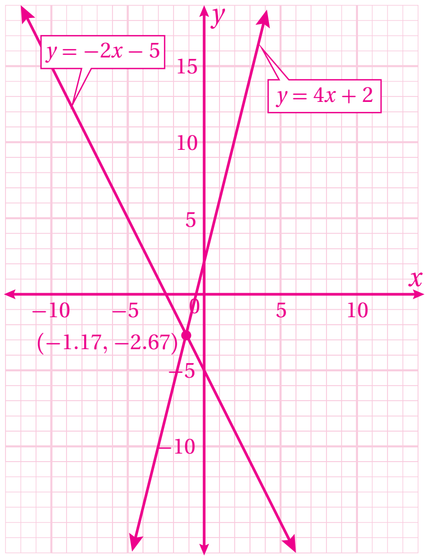
1) $(6, 2)$ يُمثّل حلًّا للنظام.



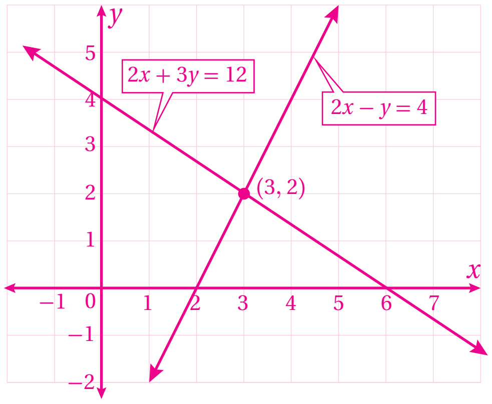
2) لا يوجد حلّ للنظام.



3) $(-1.17, -2.67)$ يُمثّل حلًّا للنظام.

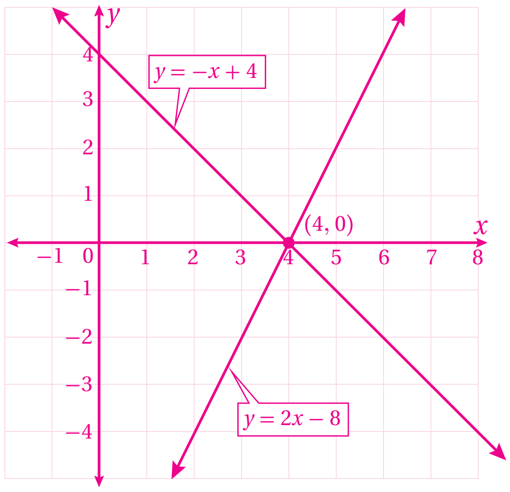


4) $(3, 2)$ يُمثّل حلًّا للنظام.

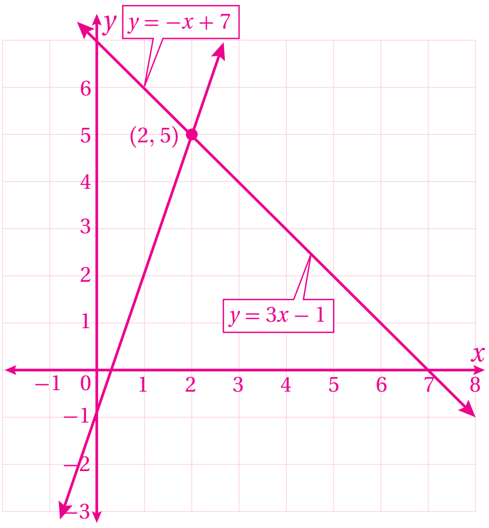


كتاب التمارين – الدرس 1:

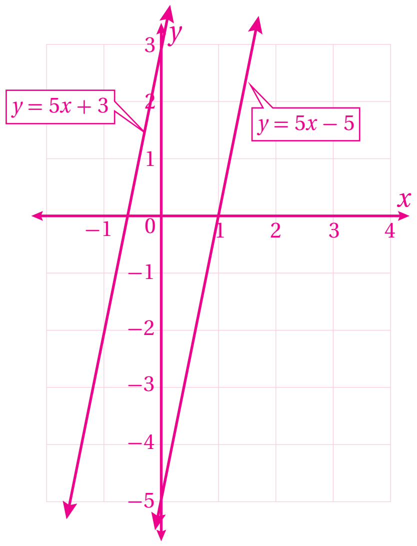
5) $(4, 0)$



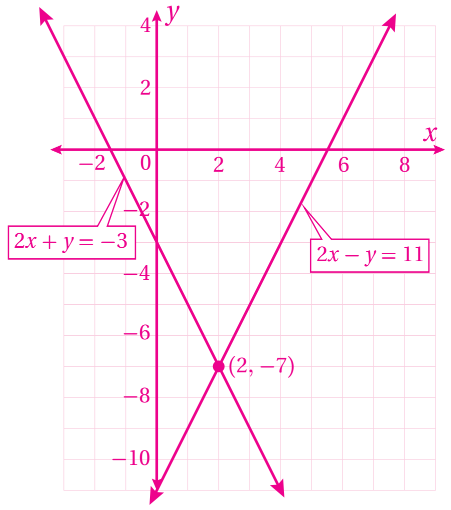
6) $(2, 5)$



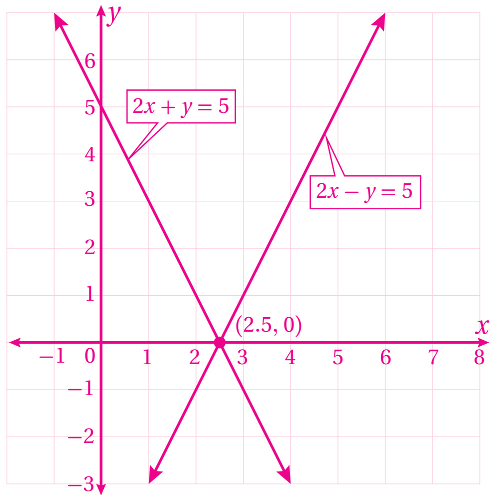
7) لا يوجد حلّ.



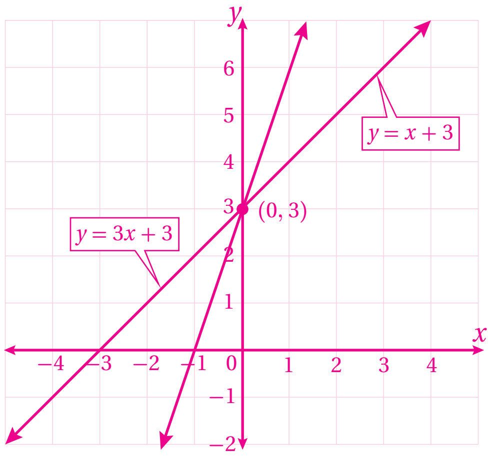
8) $(2, -7)$



9) $(2.5, 0)$



10) $(0, 3)$



كتاب التمارين – الدرس 2:

1) b؛ لأن نقطة تقاطع المستقيمين $(1, -1)$ هي حلّ للنظام:

$$y = x - 2$$
$$y = -2x + 1$$

2) c؛ لأن نقطة تقاطع المستقيمين $(3, 0)$ هي حلّ للنظام:

$$y = x - 3$$
$$y = \frac{-1}{3}x + 1$$

3) a؛ لأن نقطة تقاطع المستقيمين $(-2, -3)$ هي حلّ للنظام:

$$y = \frac{1}{2}x - 2$$
$$y = 4x + 5$$

13) نظام المعادلات $x + y = 75$

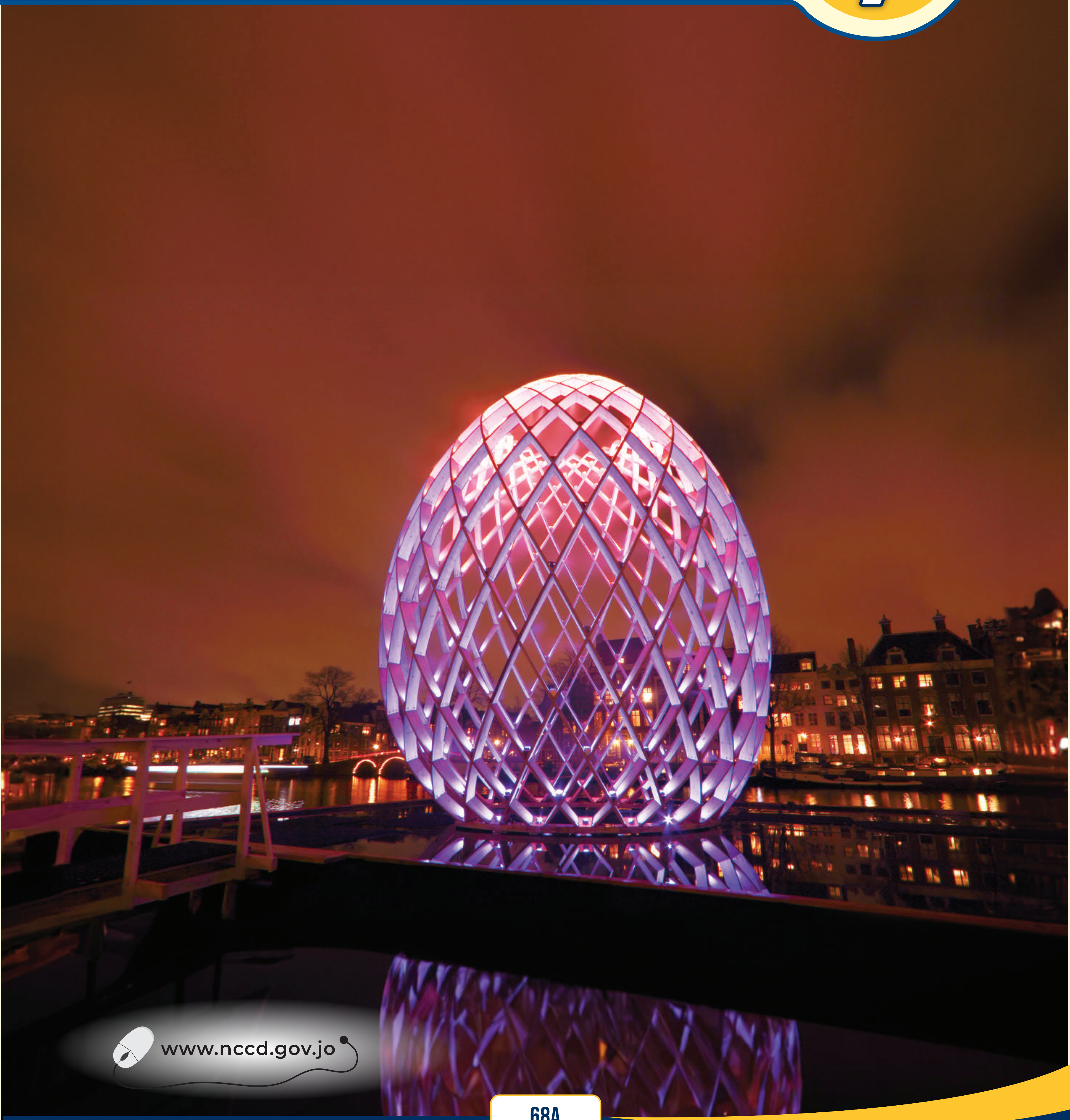
$$y = 2x$$

تملك فاتن: 25 دينارًا، وتملك فدوى: 50 دينارًا.

الوحدة

7

الأشكال ثنائية الأبعاد



www.nccd.gov.jo

مخطط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			• ورقة المصادر 8	1
الدرس 1: إثبات توازي المستقيمات وتعامدها	• تطبيـق مسـلّمة الزاويتيـن المتناظرتيـن أو عكسـها؛ لاسـتخلاص علاقـات مرتبطـة بمسـتقيمين متوازيـين وقاطـع لهما. • تطبيـق النظريـات المتعلّقة بالزوايـا المتبادلة والزوايا المتحالفة أو عكسـها؛ لاسـتخلاص علاقات مرتبطة بمسـتقيمين متوازيـين وقاطع لهما. • تطبيق نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين ونظرية القاطع العمودي وعكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمين متعامدين.		• ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية. • أجهزة الحاسوب. • برمجية جيوجبرا.	3
الدرس 2: متوازي الأضلاع	• تعرّف خصائص أضلاع وزوايا وأقطار متوازي الأضلاع. • تطبيق النظريات المتعلّقة بالأضلاع والزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع. • تعرّف الزاويتين المتحالفتين في متوازي الأضلاع. • تطبيق النظريات المتعلّقة بالزاويتين المتحالفتين في متوازي الأضلاع. • تطبيق النظريات المتعلّقة بقطري متوازي الأضلاع. • استعمال خصائص متوازي الأضلاع لبرهنة علاقات في أشكال هندسية مركّبة.	متوازي الأضلاع. الزوايا المتحالفة.	• ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية.	3
الدرس 3: تمييز متوازي الأضلاع	• إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابق فيه كل ضلعين متقابلين. • إثبـات أن الشـكل الرباعـي متـوازي أضـلاع إذا تطابقـت فيـه كل زاويتيـن متقابلتيـن. • تطبيق عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع لإيجاد قياسات مجهولة من القطرين. • استعمال شروط متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة التي تجعل الشكل الرباعي متوازي أضلاع. • استعمال الميل لبيان ما إذا كان شكل رباعي معطى إحداثيات رؤوسه في المستوى الإحداثي يُمثّل متوازي أضلاع أم لا.		• ورقة المصادر 9 • ورق الرسم البياني. • لوح المستوى الإحداثي.	3
الدرس 4: حالات خاصة من متوازي الأضلاع	• تحديد خصائص كلّ من: المستطيل، والمعين، والمربع. • تحديد ما إذا كان متوازي أضلاع معطى يمثّل مستطيلًا أو معينًا أو مربعًا. • اسـتعمال خصائـص كلّ من المسـتطيل والمعيـن والمربع لإيجاد قياسـات مجهولة.	المستطيل. المعين. المربع.	• ورقة المصادر 10 • ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية.	3
الدرس 5: تشابه المثلثات	• تحديد المثلثات المتشابهة باستعمال حالات التشابه AA و SSS و SAS. • استعمال تشابه مثلثين في إيجاد قياسات مجهولة متعلّقة بأضلاع المثلثين.		• ورقة المصادر 11 • ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية.	3
الدرس 6: التمدّد	• تعرّف التمدّد ومركزه ومعامله. • التمييز بين التكبير والتصغير. • إيجاد قيمة معامل التمدّد في شكل معطى. • إيجاد صورة نقطة في المستوى الإحداثي بتأثير تمدّد مركزه نقطة الأصل ومعامله معلوم.	التمدّد. مركز التمدّد. معامل التمدّد. التكبير. التصغير.	• ورقة المصادر 12 • ورق الرسم البياني. • أدوات هندسية. • لوح المستوى الإحداثي.	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			• لوحتان من الكرتون المقوّى. • ورقة كبيرة. • دبابيس ومثقب. • مسطرة ومقص.	1
اختبار نهاية الوحدة				2
المجموع				22 حصة

الوحدة 7

تهيئة الوحدة

1 نظرة عامة على الوحدة:

في هذه الوحدة سيتعرّف الطلبة مجموعة من المسلّمات والنظريات المتعلّقة بأزواج الزوايا التي تنتج من مستقيمين متوازيين وقاطع لهما، وتعريف متوازي الأضلاع والنظريات التي تحدّد خصائصه، والنظريات المتعلّقة بحالات متوازي الأضلاع الخاصة (المستطيل، والمعين، والمربع)، ويحددون العلاقة بين متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة، ويستعملون تلك الخصائص في مواقف هندسية وحياتية متنوعة.

وسيتعرّف الطلبة أيضًا مسلّمة تشابه مثلثين (AA)، ونظريات التشابه (SSS) و (SAS)، ويستعملونها في مواقف هندسية وحياتية.

وسيستعمل الطلبة المفاهيم المرتبطة بالتمدّد لرسم صورة لمضلع ناتجة من تكبير أو تصغير في المستوى الإحداثي.

الوحدةُ 7

الأشكالُ ثنائيةُ الأبعادِ

ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

للأشكالِ الهندسيةِ أنواعٌ كثيرةٌ وخصائصُ لا يمكنُ حصرُها؛ لذا تُستعمَلُ في مجالاتٍ حياتيةٍ وعلميةٍ شتّى. ولا يمكنُ إنتاجُ أيِّ تصميمٍ أَوْ عملٍ فنّيٍّ أَوْ معماريٍّ مِنْ دونِ استعمالِ خصائصِ الأشكالِ الهندسيةِ، وهذا يعني أنَّهُ لا بدَّ مِنْ فهمِ هذِهِ الخصائصِ قبلَ البدءِ بأيِّ تصميمٍ.

تعلَّمتُ سابِقًا:

- ✓ تصنيفَ الأشكالِ الرباعيةِ حسبَ خواصِّها الأساسيةِ.
- ✓ العلاقةَ بَيْنَ الأضلاعِ والزوايا المتناظرةِ في مضلعينِ متشابهَينِ.
- ✓ رسمَ مضلعٍ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- تحديدَ المثلثاتِ المتشابهةِ باستعمالِ حالاتِ التشابهِ AA وَSSS وَ SAS
- خصائصَ أضلاعٍ وزوايا وأقطارِ متوازي الأضلاعِ، وحالاتِهِ الخاصةِ.
- رسمَ صورةِ مضلعٍ تحتَ تأثيرِ تمدّدٍ في المستوى الإحداثيِّ.

68

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- تمييز الزاويتين المتقابلتين بالرأس والعلاقة بين قياسيهما.
- تمييز الزوايا المتبادلة والزوايا المتحالفة والزوايا المتناظرة الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين.
- إيجاد قياسات زوايا مجهولة ناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين.
- رسم شكل تحت تأثير تمدّد مركزه نقطة الأصل بمعامل صحيح موجب.
- تحديد معامل تمدّد شكل مرسوم تحت تأثير تمدّد بمعامل صحيح موجب.

الصف الثامن

- استكشاف خصائص متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة (المستطيل، والمربع، والمعين).
- استعمال المسلّمات والنظريات المتعلّقة بمتوازي الأضلاع وحالاته الخاصة لحلّ مسائل هندسية وحياتية.
- حلّ معادلات خطية بسيطة لإيجاد أطوال أضلاع وقياسات زوايا في متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة.
- برهنة تشابه مثلثين باستعمال مسلّمة التشابه ونظرياته.
- استكشاف مفهوم التمدّد ومركزه ومعامله (التكبير والتصغير).
- رسم شكل في المستوى الإحداثي تحت تأثير تمدّد مركزه نقطة الأصل بمعامل حقيقي معطى.

الصف التاسع

- استعمال التشابه والتناسب لبرهنة نظريات تتعلّق بالمثلث (مثل: القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث).
- حلّ مسائل هندسية وحياتية على المثلثات تتضمّن التشابه والتمدّد.
- برهنة خصائص متوازي الأضلاع وحالاته الخاصة المرسومة في المستوى الإحداثي باستعمال مفاهيم الهندسة الإحداثية.

مشروعُ الوحدةِ: المِنساخُ

أســتعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ، الّذي سنوظّفُ فيهِ ما نتعلمُهُ في هذِهِ الوَحدةِ لتصميمِ أداةٍ هندسيةٍ تُسمّى المنساخَ.

الموادُّ والأدواتُ:

- لوحتانِ مِنَ الكرتونِ المقوّى.
- ورقةٌ كبيرةٌ.
- دبابيسُ ومِثقبٌ.
- مسطرة ومِقصٌّ.

خُطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

أشاهدُ المقطعَ المرئيَّ (الفيديو) في الرمزِ المجاورِ، ثُمَّ أنفّذُ الخطواتِ الآتيةَ:

1 أقصُّ أربعَ قطعٍ مســتطيلةِ الشكلِ مِنَ الكرتونِ المقوّى: قطعتَينِ طولُ كلٍّ منهُما 20 cm، وقطعتَينِ أُخريَينِ طولُ كلٍّ منهُما 10 cm، وَعرضُ كُلِّ قطعةٍ منها 2.5 cm

2 أســتعملُ المثقبَ لصنــعِ فتحاتٍ في طــرفِ كلٍّ مِنَ القطعتَينِ الطويلتَيــنِ، وأربطُ بينَهُما مِنْ خلالِ الثقبَينِ باستعمالِ الدبابيسِ.

3 أســتعملُ المثقبَ لصنعِ فتحاتٍ في منتصــفِ كلٍّ مِنَ القطعتَينِ الطويلتَينِ وطرفِ كلٍّ مِنَ القطعتَينِ القصيرَتينِ، وأصلُ بَيْنَ القطعتَينِ القصيرتَينِ والطويلتَينِ بالدبابيسِ.

4 أثقبُ الطرفَ الآخَرَ في كلٍّ مِنَ القطعتَينِ القصيرتَينِ، وأضعُ إحداهُما فوقَ الأُخــرى بحيثُ ينطبقُ الثّقبانِ، ثُمَّ أثقبُ الطرفَ الآخَرَ لكلٍّ مِنَ القطعتَينِ الطويلتَينِ.

5 أرسمُ على ورقةٍ خارجيةٍ متوازيَ أضلاعٍ بأبعادٍ محدَّدةٍ، وأضعُ الورقةَ تحتَ أحدَ قلمَيِ الرّصاصِ، وأتتبّعُ محيطَ المتوازي، ثُمَّ ألاحظُ الرسمَ الناتجَ مِنَ القلمِ الآخَرِ.

6 أحدّدُ العلاقةَ بَيْنَ الرسمَينِ مِنْ حيثُ: أطوالُ الأضلاعِ، وقياساتُ الزوايا.

7 أكرّرُ الخطوتَينِ 8 وَ 9 باختيارِ أشكالٍ رباعيةٍ مختلفةٍ.

عرضُ النتائجِ:

- أعرضُ المِنساخَ الّذي صمّمْتُهُ أمامَ طلبةِ صفّي، وأوضحُ أهميتَهُ وعلاقتَهُ بِما تعلّمْتُهُ في الوَحدةِ.
- أُعِدُّ عرضًــا تقديميًّا، وأتحدثُ بالتفصيــلِ عَنْ خطواتِ تصميمِ المِنساخِ والنتائجِ الّتي توصّلْتُ إليها.

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	مناسبة المواد والأدوات التي أعدت بها أداة المنساخ.			
2	قصّ قطع الكرتون المقوّى بقياسات دقيقة.			
3	ثقب قطع الكرتون عند الأطراف بطريقة مناسبة تسهّل الحركة.			
4	تثبيت قطع الكرتون المقوّى باستعمال دبابيس تضمن تحريك الأداة بيسر.			
5	إظهار العرض المقدّم مراحلَ تصميم أداة المنساخ.			
6	إظهار العرض المقدّم استعمالَ الأداة بطريقة صحيحة توضّح وظيفتها.			
7	التعاون والعمل بروح الفريق.			
8	إنجاز المشروع في الوقت المحدد.			
9	عرض المشروع بطريقة واضحة (مهارة التواصل).			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3 تقديم نتاج صحيح كامل.

2 مشروع الوحدة:

هــدف المشــروع: يهدف المشــروع إلــى توظيف ما ســيتعلّمه الطلبة في هــذه الوحدة من مهــارات لتصميم أداة المنســاخ، واستعمالها لرســم صور مكبرة أو مصغرة لأشكال هندسية.

ويهدف المشروع أيضًا إلى تنمية مهارتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشــكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلّم موضوعات الوحدة.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكّد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضّــح للطلبة المــواد والأدوات اللازمة لتنفيــذ المشــروع، وعناصــر المُنتَج النهائي المطلوب منهم، وأؤكّــد أهميــة توثيــق خطــوات تنفيــذ المشــروع أوّلًا بأوّل، وتعزيزها بالصور.
- أذكّــر الطلبة بالعودة إلى المشــروع في نهاية كلّ درس مــن دروس الوحدة؛ لاســتكمال ما يجــب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبيّن للطلبة سلفًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أُبيّن للطلبة ما يأتي:
  - » إمكانية اســتعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشــروع، مثل: المطويــة، وبرمجية العروض التقديمية.
  - » اختيار كلّ مجموعــة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعــات الأُخرى، وعــرض البيانات التي جمعها مــع أفراد مجموعته (تتمثّــل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
  - » الطلــب إلــى أفــراد المجموعــات ذِكْر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشــروع، وكيــف تمكّنــوا مــن التغلُّــب عليهــا؛ تعزيزًا لمهاراتهم في حلّ المشكلات.

3 نشاط الاستعداد للوحدة:

نصف ساعة

ملاحظاتي

نشاط 1

هدف النشاط:

مراجعة الطلبة في تصنيف الأشكال الهندسية المستوية بناءً على خصائصها.

إجراءات النشاط:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة **بورقة المصادر 8: الأشكال الرباعية،** ومسطرة، وأقلام تلوين.
- أطلب إلى المجموعات الإجابة عن الأسئلة الواردة في ورقة المصادر.
- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدّم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش حلّ ورقة المصادر مع الصف كاملًا.

التكيّف: إذا واجه بعض الطلبة صعوبة في تصنيف الأشكال الهندسية وفق خصائصها، أقدّم أمثلة إضافية لمعالجة الفاقد لديهم.

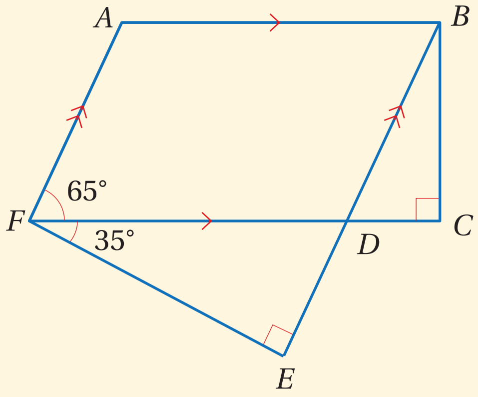
نشاط 2

هدف النشاط:

مراجعة الطلبة في تسمية المضلعات والمستقيمات والزوايا.

إجراءات النشاط:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية.
- أرسم الشكل المجاور على اللوح.
- أطلب إلى المجموعات تسمية كلّ ممّا يأتي من الشكل:
  - شبه منحرف.
  - زاويتان قائمتان.
  - زاويتان قياسهما 55°
  - مستقيم موازٍ للمستقيم $\overleftrightarrow{EB}$
  - مستقيم موازٍ للمستقيم $\overleftrightarrow{FC}$
  - متوازي أضلاع.
  - سداسي.



- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدّم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش الحلّ مع الصف كاملًا.

الدرسُ 1 إثباتُ توازي المستقيماتِ وتعامدِها

فكرةُ الدرسِ

أميِّزُ المستقيماتِ المتوازيةَ بناءً على علاقاتٍ بَيْـنَ أزواجٍ مِنَ الزوايا الناتجةِ عَنْ مستقيمينِ قاطعٍ.

أستكشفُ

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ سُلَّمًا كلُّ درجةٍ مِنْ درجاتِهِ عموديةٌ على الدّعامتَينِ الرئيستَينِ.

1) هَلِ الدعامتانِ الرئيستانِ متوازيتانِ؟ أبرّرُ إجابتي.

2) هَلِ الدرجاتُ جميعُها متوازيةٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

تعلّمْتُ سابِقًا أنَّهُ إذا قطعَ مستقيمٌ مستقيمَينِ متوازيَينِ في المستوى نفسِهِ، فإنَّ هذا يقودُ إلى النظرياتِ الآتيةِ حولَ العلاقةِ بَيْنَ أزواجِ الزوايا الناتجةِ عَنْ هذا التقاطعِ.

مراجعةُ المفهومِ **نظرياتُ المستقيمَينِ المتوازيَينِ وأزواجِ الزوايا**

- **مسلّمةُ الزاويتَينِ المتناظرتَينِ**

  إذا قطعَ قاطعٌ مستقيمَينِ متوازيَينِ، فإنَّ كلَّ زاويتَينِ متناظرتَينِ متطابقتانِ.

  مثالٌ: $\angle 1 \cong \angle 5$ وَ $\angle 2 \cong \angle 6$ وَ $\angle 4 \cong \angle 8$ وَ $\angle 3 \cong \angle 7$

- **نظريةُ الزاويتَينِ المتبادلتَينِ داخليًّا**

  إذا قطعَ قاطعٌ مستقيمَينِ متوازيَينِ، فإنَّ كلَّ زاويتَينِ متبادلتَينِ داخليًّا متطابقتانِ.

  مثالٌ: $\angle 4 \cong \angle 6$ و $\angle 3 \cong \angle 5$

- **نظريةُ الزاويتَينِ المتحالفتَينِ**

  إذا قطعَ قاطعٌ مستقيمَينِ متوازيَينِ، فإنَّ كلَّ زاويتَينِ متحالفتَينِ متكاملتانِ.

  مثالٌ: $m\angle 4 + m\angle 5 = 180°$

  $m\angle 3 + m\angle 6 = 180°$

- **نظريةُ الزاويتَينِ المتبادلتَينِ خارجيًّا**

  إذا قطعَ قاطعٌ مستقيمَينِ متوازيَينِ، فإنَّ كلَّ زاويتَينِ متبادلتَينِ خارجيًّا متطابقتانِ.

  مثالٌ: $\angle 1 \cong \angle 7$ و $\angle 2 \cong \angle 8$

70

نتاجات الدرس:

- تطبيق مسلّمة الزاويتين المتناظرتين أو عكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمين متوازيين وقاطع لهما.
- تطبيق النظريات المتعلّقة بالزوايا المتبادلة والزوايا المتحالفة أو عكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمين متوازيين وقاطع لهما.
- تطبيق نظرية الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين ونظرية القاطع العمودي وعكسها؛ لاستخلاص علاقات مرتبطة بمستقيمين متعامدين.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- التمييز بين أزواج: الزوايا المتناظرة والزوايا المتبادلة داخليًّا، والزوايا المتبادلة خارجيًّا، والزوايا المتحالفة، والزوايا المتقابلة بالرأس، والزوايا المتجاورة.
- تحديد العلاقة بين كلّ من أزواج: الزوايا المتناظرة، والزوايا المتبادلة داخليًّا، والزوايا المتبادلة خارجيًّا، والزوايا المتحالفة، والزوايا المتقابلة بالرأس، والزوايا المتجاورة الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين في المستوى نفسه.

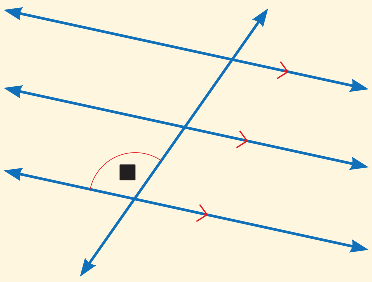
مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المبيَّنة في مقدمة دليل المعلم (الصفحتين h و i) المتعلّقة بمراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

ملاحظاتي

1 التهيئة

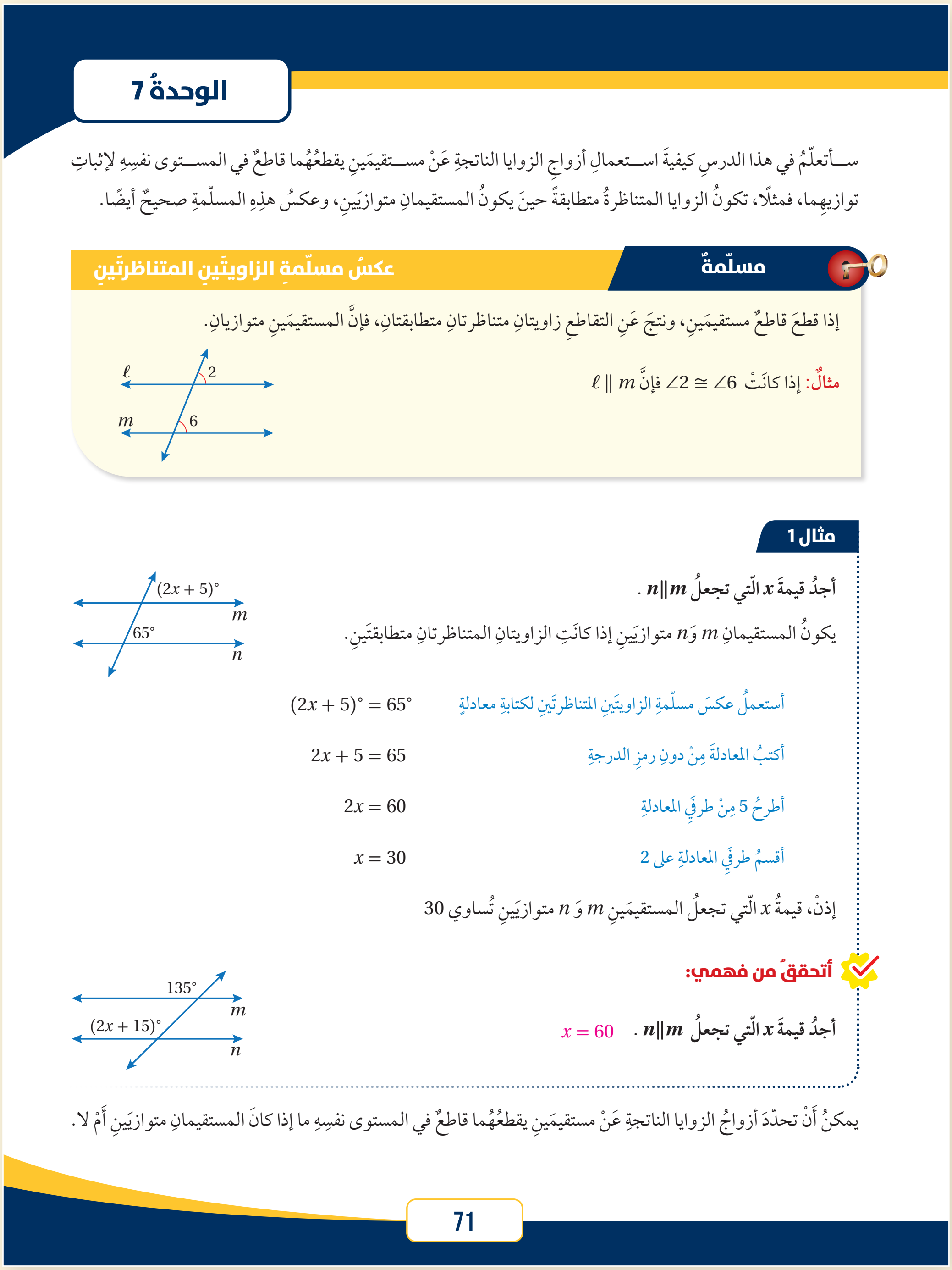
- أرسم الشكل المجاور على اللوح، وأرمز إلى إحدى الزوايا برمز ■.
- أطلب إلى الطلبة تحديد كلّ ممّا يأتي:
  - » زاوية في وضع تبادل داخلي مع الزاوية ■.
  - » زاوية في وضع تبادل خارجي مع الزاوية ■.
  - » زاوية في وضع تناظر مع الزاوية ■.
  - » زاوية في وضع تحالف مع الزاوية ■.
  - » زاوية تقابل بالرأس الزاوية ■.
  - » زاوية تشكّل مع الزاوية ■ زاوية مستقيمة.
- أناقش إجابات الطلبة، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.



✓ **إرشاد:** ألفت انتباه الطلبة إلى إمكانية وجود أكثر من زاوية تحقّق كلّ مطلوب في النشاط.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمُّل الصورة المجاورة لها، ثمّ أسألهم:
  - » ما قياس الزاوية بين أيّ من درجات السلّم والدعامتين الأساسيتين؟ 90°
  - » هل يمكن تحديد أزواج من الزوايا المتناظرة في صورة السلّم؟ نعم
  - » هل يمكن تحديد أزواج من الزوايا المتبادلة داخليًّا في صورة السلّم؟ نعم
  - » هل يمكن تحديد أزواج من الزوايا المتبادلة خارجيًّا في صورة السلّم؟ نعم
  - » كيف يمكن إثبات أن الدعامتين الأساسيتين متوازيتان؟
  - » كيف يمكن إثبات أن درجات السلّم جميعها متوازية؟
- أُخبر الطلبة أنَّهم سيتعرّفون إجابة السؤالين السابقين في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكنّ؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.
- لا يقلّ المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي، فأحرص على ألا أخطّئ أحدًا، بل أقول: (لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمَنْ يستطيع إعطاء إجابة أُخرى؟)، ثمّ أشكره على محاولته الإجابة، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعزّزه، ثمّ أعود إلى الطالب نفسه/ الطالبة نفسها وأطلب إليه/ إليها الإجابة عن السؤال، وأعزّزه/ أعزّزها كما عزّزت مَن قدّم الإجابة الصحيحة.



الوحدةُ 7

سـأتعلّمُ في هذا الدرسِ كيفيةَ اسـتعمالِ أزواجِ الزوايا الناتجةِ عَنْ مسـتقيمَينِ يقطعُهُما قاطعٌ في المسـتوى نفسِهِ لإثباتِ توازيهِما، فمثلًا، تكونُ الزوايا المتناظرةُ متطابقةً حينَ يكونُ المستقيمانِ متوازيَينِ، وعكسُ هذِهِ المسلّمةِ صحيحٌ أيضًا.

مسلّمةٌ **عكسُ مسلّمةِ الزاويتَينِ المتناظرتَينِ**

إذا قطعَ قاطعٌ مستقيمَينِ، ونتجَ عَنِ التقاطعِ زاويتانِ متناظرتانِ متطابقتانِ، فإنَّ المستقيمَينِ متوازيانِ.

مثالٌ: إذا كانَتْ $\angle 6 \cong \angle 2$ فإنَّ $\ell \parallel m$

مثال 1

أجدُ قيمةَ x التّي تجعلُ $m \parallel n$.

يكونُ المستقيمانِ m وَ n متوازيَينِ إذا كانَتِ الزاويتانِ المتناظرتانِ متطابقتَينِ.

أستعملُ عكسَ مسلّمةِ الزاويتَينِ المتناظرتَينِ لكتابةِ معادلةٍ	$(2x + 5)^\circ = 65^\circ$
أكتبُ المعادلةَ مِنْ دونِ رمزِ الدرجةِ	$2x + 5 = 65$
أطرحُ 5 مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$2x = 60$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 2	$x = 30$

إذنْ، قيمةُ x التّي تجعلُ المستقيمَينِ m وَ n متوازيَينِ تُساوي 30

أتحققُ من فهمي:

أجدُ قيمةَ x التّي تجعلُ $m \parallel n$. $x = 60$

يمكنُ أنْ تحدّدَ أزواجُ الزوايا الناتجةِ عَنْ مستقيمَينِ يقطعُهُما قاطعٌ في المستوى نفسِهِ ما إذا كانَ المستقيمانِ متوازيَينِ أَمْ لا.

71

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الـوارد في بند **(أتحقّق من فهمي)** بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسـم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

3 التدريس

مثال 1

- أذكّـر الطلبـة بـأزواج الزوايا الناتجة من قطع مسـتقيم لمسـتقيمين متوازييـن مـع تدعيـم ذلك بالرسـم على اللوح.
- أوضّـح للطلبـة علـى الرسـم مسـلّمة الزاويتيـن المتناظرتيـن، ونظريـة الزاويتيـن المتبادلتيـن داخليًّا، ونظريـة الزاويتيـن المتبادلتيـن خارجيًّا، ونظريـة الزاويتين المتحالفتين، بالاسـتعانة بصندوق (مراجعة المفهوم) الوارد في كتاب الطالب، وأدعم ذلك بأمثلة عددية.
- أوضّـح للطلبة عكس مسـلّمة الزاويتين المتناظرتين، بالاسـتعانة بصنـدوق (مسـلّمة) الـوارد فـي كتـاب الطالب.
- أناقـش حـلّ المثال 1 مـع الطلبـة على اللـوح، وأبيّن لهم أنه يُمكن الاسـتفادة من عكس مسـلّمة الزاويتين المتناظرتيـن لإيجـاد قيمـة مجهولـة تتعلّـق بقيـاس إحـدى الزاويتيـن المتناظرتيـن بحيث نضمـن توازي المستقيمين m و n.
- أوضّـح للطلبـة بأنـه لإيجاد قيمـة المجهـول x، أحلّ معادلة خطية بسيطة، وأذكّرهم بإجراءات حلّها.

إرشادات:

- عند مناقشـة إجـراءات حلّ المعادلـة الخطية في المثـال 1، أؤكّد ضرورة كتابـة المعادلة من دون رمز الدرجة؛ لأنّ قيمـة المجهول x التي نحصل عليها هي عدد حقيقي وليس قياس زاوية.
- أؤكّـد للطلبة بـأن جميع المسـلّمات والنظريات التي سـيتناولها الدرس والتي تتعلّق بمسـتقيمين يقطعهما مسـتقيم ثالث تقع جميعها في مسـتوى واحد.

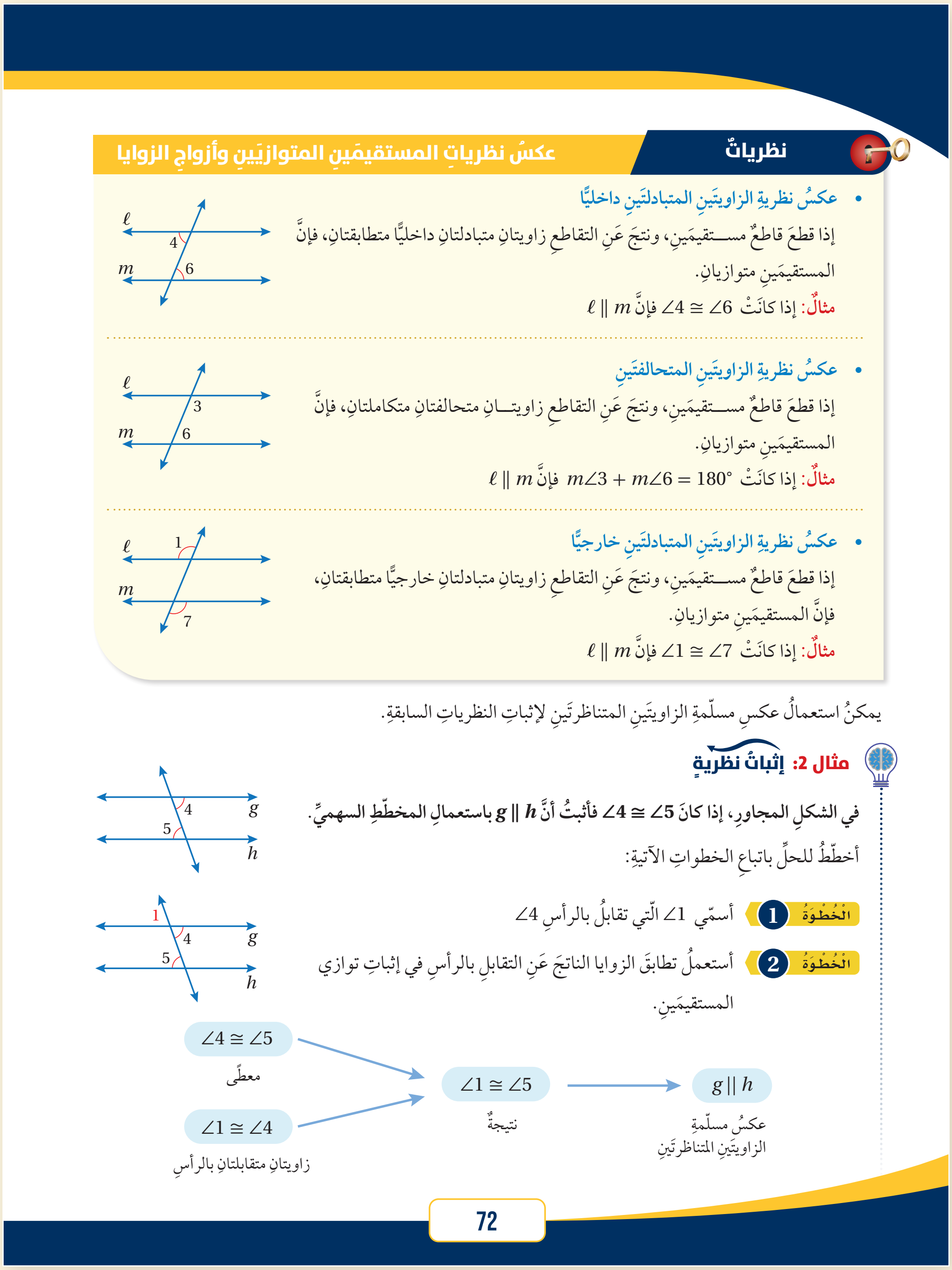
مثال 2: إثباتُ نظريةٍ

- أؤكّـد للطلبة أنه يُمكن أن تحـدّد أزواج الزوايا الناتجة من مستقيمين يقطعهما مستقيم في المستوى نفسه، ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم لا، ثمّ أقدّم لهم عكس نظريات المسـتقيمين المتوازيين وأزواج الزوايا على اللوح مدعَّمة بالرسم المناسب لكلّ نظرية، بالاستعانة بصندوق (**نظريات**) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقـش مـع الطلبة عـن طريـق المثال 2 إثبـات عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًّا، وأوضّح لهم كيف يُمكن اسـتعمال عكس مسـلّمة الزاويتين المتناظرتين في ذلك، مع تأكيد أهمية الخطوة الأولى بتسمية زاوية جديـدة تقابـل بالـرأس $\angle 4$ أو $\angle 5$ ، وأن الهـدف مـن تسمية هذه الزاوية الجديدة هو الحصول على زاويتين متناظرتين في الشكل المعطى.

✓ إرشاد: أذكّر الطلبة بطريقة المخطّط السهمي لكتابة البراهين.

أخطاء شائعة:

لا يُميّز بعض الطلبة بين المسـلّمة والنظرية؛ لذلك أوضّح لهـم الفرق بينهما، إذ إنّ المسـلّمة لا حاجة لإثبات صحتها، ويقبل تطبيقهـا بعَدِّها حقيقة متفَقًا علـى صحتها، مثلهـا مثل كثير مـن الحقائق (مثل: حقائق الجمـع وحقائق الضرب)، في حين أنه ينبغي إثبات صحة النظرية، ولا يمكن تطبيقها ما لم يسـبق ذلـك إثبات صحتها، وعادةً تُسـتعمل المسـلّمات والنظريـات المثبَتـة فـي إثبات صحـة نظريات أو تخمينات أخرى.



نظرياتٌ عكسُ نظرياتِ المستقيمَينِ المتوازيَينِ وأزواجِ الزوايا

- عكسُ نظريةِ الزاويتَينِ المتبادلتَينِ داخليًّا

إذا قطعَ قاطعٌ مســتقيمَينِ، ونتجَ عَنِ التقاطعِ زاويتانِ متبادلتانِ داخليًّا متطابقتانِ، فإنَّ المستقيمَينِ متوازيانِ.

مثالٌ: إذا كانَتْ $\angle 6 \cong \angle 4$ فإنَّ $\ell \parallel m$

- عكسُ نظريةِ الزاويتَينِ المتحالفتَينِ

إذا قطعَ قاطعٌ مســتقيمَينِ، ونتجَ عَنِ التقاطعِ زاويتــانِ متحالفتانِ متكاملتانِ، فإنَّ المستقيمَينِ متوازيانِ.

مثالٌ: إذا كانَتْ $m\angle 3 + m\angle 6 = 180°$ فإنَّ $\ell \parallel m$

- عكسُ نظريةِ الزاويتَينِ المتبادلتَينِ خارجيًّا

إذا قطعَ قاطعٌ مســتقيمَينِ، ونتجَ عَنِ التقاطعِ زاويتانِ متبادلتانِ خارجيًّا متطابقتانِ، فإنَّ المستقيمَينِ متوازيانِ.

مثالٌ: إذا كانَتْ $\angle 7 \cong \angle 1$ فإنَّ $\ell \parallel m$

يمكنُ استعمالُ عكسِ مسلّمةِ الزاويتَينِ المتناظرتَينِ لإثباتِ النظرياتِ السابقةِ.

مثال 2: إثباتُ نظريةٍ

في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $\angle 5 \cong \angle 4$ فأثبتُ أنَّ $h \parallel g$ باستعمالِ المخطّطِ السهميِّ.

أخطّطُ للحلِّ باتباعِ الخطواتِ الآتيةِ:

الْخُطْوَةُ 1 أسمّي $\angle 1$ الّتي تقابلُ بالرأسِ $\angle 4$

الْخُطْوَةُ 2 أستعملُ تطابقَ الزوايا الناتجَ عَنِ التقابلِ بالرأسِ في إثباتِ توازي المستقيمَينِ.

$$\begin{tikzcd} \angle 4 \cong \angle 5 \arrow[dr] & & \\ & \angle 1 \cong \angle 5 \arrow[r] & g \parallel h \\ \angle 1 \cong \angle 4 \arrow[ur] & & \end{tikzcd}$$

معطًى

زاويتانِ متقابلتانِ بالرأسِ

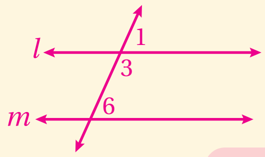
نتيجةٌ

عكسُ مسلّمةِ الزاويتَينِ المتناظرتَينِ

72

توسعة:

- أطلـب إلى الطلبـة كتابة إثبات عكس نظريـة الزاويتين المتحالفتين باستعمال المخطّط السهمي.



$$\begin{tikzcd} m\angle 3 + m\angle 6 = 180° \arrow[dr] & & \\ & \angle 6 \cong \angle 1 \arrow[r] & l \parallel m \\ m\angle 3 + m\angle 1 = 180° \arrow[ur] & & \end{tikzcd}$$

معطى

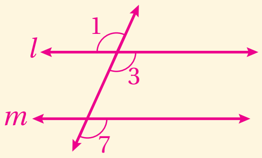
تشكلان زاوية مستقيمة

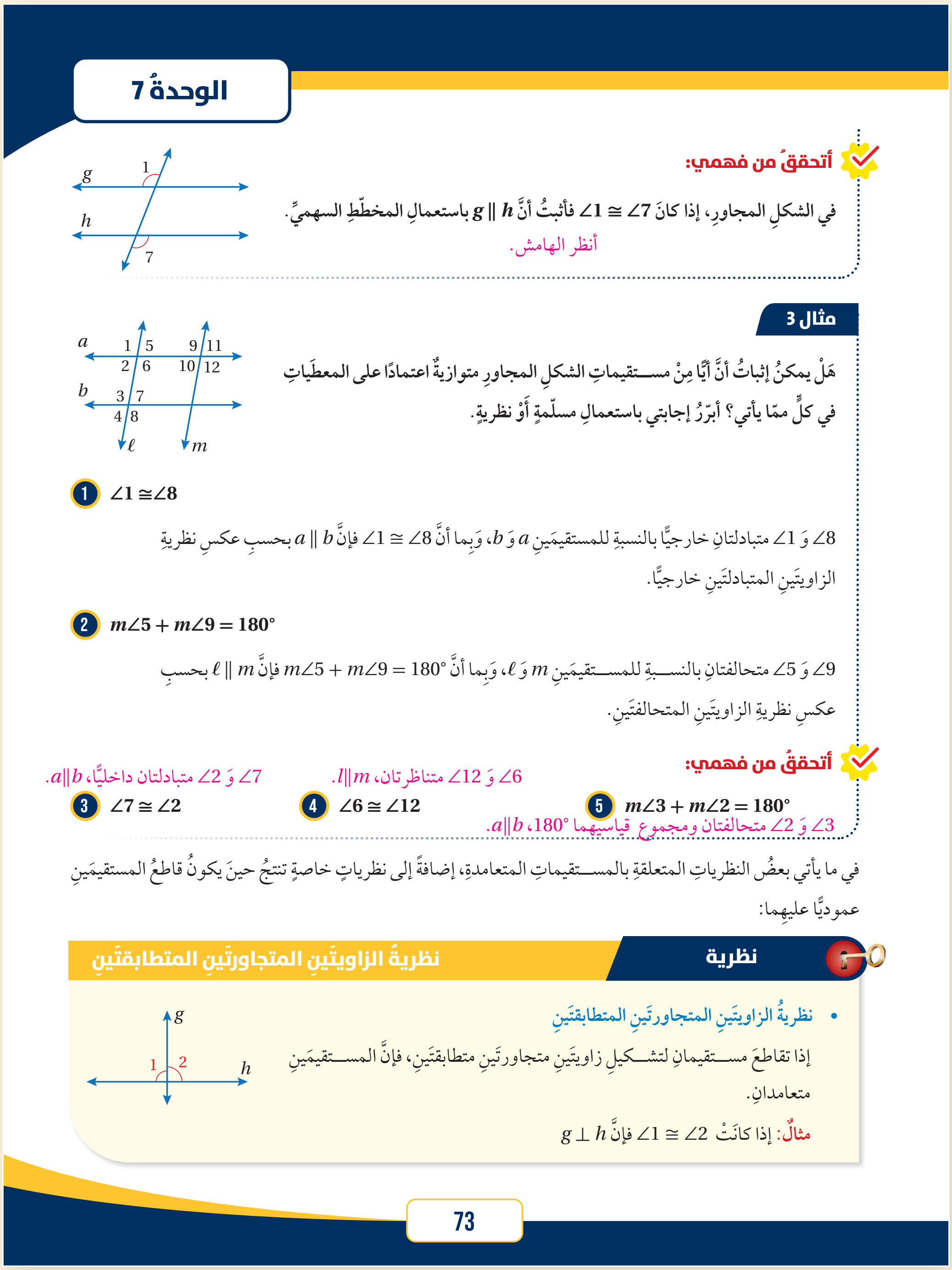
نتيجة

عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين

- أطلب إلى الطلبة كتابة إثبات عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًّا باستعمال البرهان ذي العمودين.

العبارات	المبرّرات
1) $\angle 1 \cong \angle 7$	1) معطى.
2) $\angle 1 \cong \angle 3$	2) متقابلتان بالرأس.
3) $\angle 3 \cong \angle 7$	3) نتيجة.
4) $l \parallel m$	4) عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين.





الوحدةُ 7

أتحققُ من فهمي:

في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $\angle 7 \cong \angle 1$ فأثبتُ أنَّ $h \parallel g$ باستعمالِ المخطَّطِ السهميِّ.

أنظر الهامش.

مثال 3

هَلْ يمكنُ إثباتُ أنَّ أيًّا مِنْ مســتقيماتِ الشكلِ المجاورِ متوازيةٌ اعتمادًا على المعطَياتِ في كلٍّ ممّا يأتي؟ أبرّرُ إجابتي باستعمالِ مسلّمةٍ أَوْ نظريةٍ.

① $\angle 1 \cong \angle 8$

$\angle 8$ وَ $\angle 1$ متبادلتانِ خارجيًّا بالنسبةِ للمستقيمَينِ a وَ b، وَبما أنَّ $\angle 8 \cong \angle 1$ فإنَّ $a \parallel b$ بحسبِ عكسِ نظريةِ الزاويتَينِ المتبادلتَينِ خارجيًّا.

② $m\angle 5 + m\angle 9 = 180°$

$\angle 9$ وَ $\angle 5$ متحالفتانِ بالنسبةِ للمستقيمَينِ m وَ ℓ، وَبما أنَّ $m\angle 5 + m\angle 9 = 180°$ فإنَّ $m \parallel \ell$ بحسبِ عكسِ نظريةِ الزاويتَينِ المتحالفتَينِ.

أتحققُ من فهمي:

⑤ $m\angle 3 + m\angle 2 = 180°$

$\angle 3$ وَ $\angle 2$ متحالفتان ومجموع قياسيهما $180°$، $a \| b$.

④ $\angle 6 \cong \angle 12$

$\angle 6$ وَ $\angle 12$ متناظرتان، $l \| m$.

③ $\angle 7 \cong \angle 2$

$\angle 7$ وَ $\angle 2$ متبادلتان داخليًّا، $a \| b$.

في ما يأتي بعضُ النظرياتِ المتعلقةِ بالمســتقيماتِ المتعامدةِ، إضافةً إلى نظرياتٍ خاصةٍ تنتجُ حينَ يكونُ قاطعُ المستقيمَينِ عموديًّا عليهِما:

نظرية | **نظريةُ الزاويتَينِ المتجاورتَينِ المتطابقتَينِ**

- نظريةُ الزاويتَينِ المتجاورتَينِ المتطابقتَينِ

إذا تقاطعَ مســتقيمانِ لتشــكيلِ زاويتَينِ متجاورتَينِ متطابقتَينِ، فإنَّ المســتقيمَينِ متعامدانِ.

مثالٌ: إذا كانَتْ $\angle 2 \cong \angle 1$ فإنَّ $g \perp h$

73

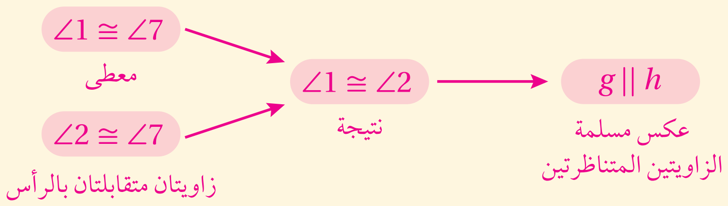
مثال 3

- أوضّح للطلبة أنه بعد إثباتنا صحةَ عكس نظريات المستقيمين المتوازيين وأزواج الزوايا، يُمكن الآن تطبيقها لاستنتاج ما إذا كان مستقيمان متوازيين أم لا اعتمادًا على معطيات تتعلّق بأزواج الزوايا المتبادلة أو المتحالفة.
- أناقش فرعي المثال 3، وأدعّم ذلك برسم للشكل المعطى على اللوح.

✓ إرشاد: إذا توفّر جهاز Data Show، أستعمله لعرض الأشكال المعطاة في أمثلة الدرس؛ توفيرًا للوقت الذي أحتاج إليه في رسمها على اللوح.

إجابة – (أتحقق من فهمي 2):

لتكن 2 الزاوية المقابلة بالرأس للزاوية 7



مثال 4: إثباتُ نظريةٍ

- أذكّـر الطلبة بقيـاس الزاوية المسـتقيمة، وأن مجموع قياسـات الزوايا على مسـتقيم يسـاوي °180؛ تمهيدًا لمناقشـة نظرية الزاويتيـن المتجاورتيـن المتطابقتين، بالاستعانة بصندوق (نظرية) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقـش مـع الطلبة نظريـة القاطـع العمودي وعكسـها، وأدعّـم الشـرح بالرسـم المناسـب علـى اللـوح، بالاسـتعانة بصنـدوق (نظريـات) الـوارد فـي كتـاب الطالب.
- أناقـش مـع الطلبة عـن طريـق المثال 4 إثبـات عكس نظريـة القاطـع العمـودي بكتابة برهـان ذي عمودين، بالاعتماد على مسلّمة عكس الزاويتين المتناظرتين.

مثال إضافي:

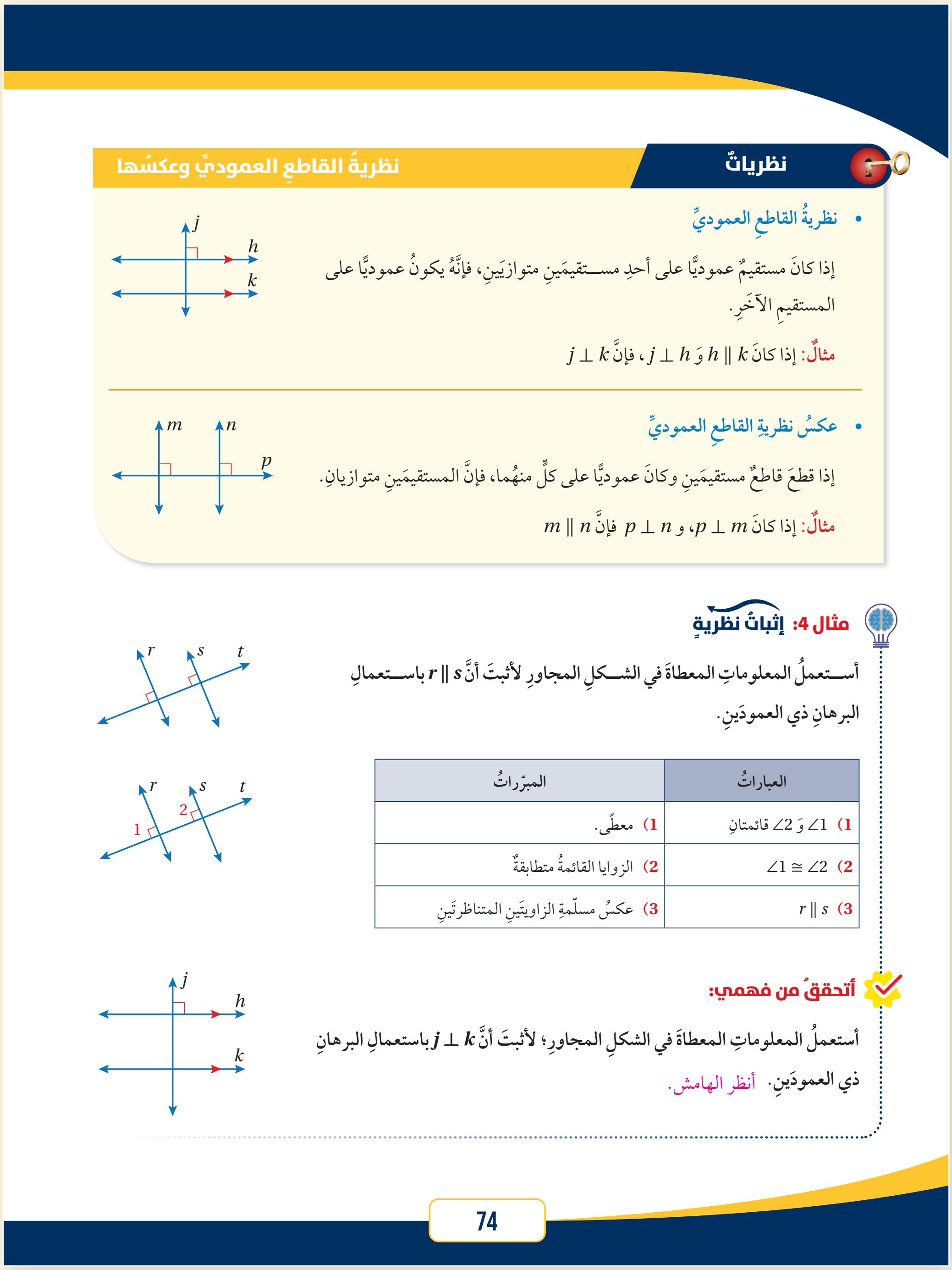
» أكتـب برهانًـا ذا عموديـن لنظريـة الزاويتين المتجاورتين المتطابقتين.

العبارات	المبرّرات
$\angle 1 \cong \angle 2$ (1	1) معطى.
$m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$ (2	2) زاويتان متجاورتان تشكّلان زاوية مستقيمة.
$m\angle 1 = m\angle 2 = 90°$ (3	3) من المعطى وقياس الزاوية المستقيمة.
$g \perp h$ (4	4) لأنّ الزاوية بين المستقيمين قائمة.

4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّـه الطلبـة إلى بنـد (**أتـدرّب وأحلّ المسـائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسـائل (8 – 1) ضمن مجموعات ثنائيـة داخـل الغرفـة الصفية؛ فهـذه المسـائل تحديدًا ترتبـط ارتباطًا مباشـرًا بأمثلة الدرس، وهي تُسـتعمَل خاصـةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسـها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.



نظرياتٌ نظريةُ القاطعِ العموديِّ وعكسُها

- نظريةُ القاطعِ العموديِّ

إذا كانَ مستقيمٌ عموديًّا على أحدِ مسـتقيمَينِ متوازيَينِ، فإنَّهُ يكونُ عموديًّا على المستقيمِ الآخَرِ.

مثالٌ: إذا كانَ $k \parallel h$ وَ $j \perp h$، فإنَّ $j \perp k$

- عكسُ نظريةِ القاطعِ العموديِّ

إذا قطعَ قاطعٌ مستقيمَينِ وكانَ عموديًّا على كلٍّ منهُما، فإنَّ المستقيمَينِ متوازيانِ.

مثالٌ: إذا كانَ $p \perp m$، و $p \perp n$ فإنَّ $m \parallel n$

مثال 4: إثباتُ نظريةٍ

أسـتعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشـكلِ المجاورِ لأثبتَ أنَّ $r \parallel s$ باسـتعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

العباراتُ	المبرّراتُ
1) $\angle 1$ وَ $\angle 2$ قائمتانِ	1) معطًى.
2) $\angle 1 \cong \angle 2$	2) الزوايا القائمةُ متطابقةٌ
3) $r \parallel s$	3) عكسُ مسلّمةِ الزاويتَينِ المتناظرتَينِ

أتحققُ من فهمي:

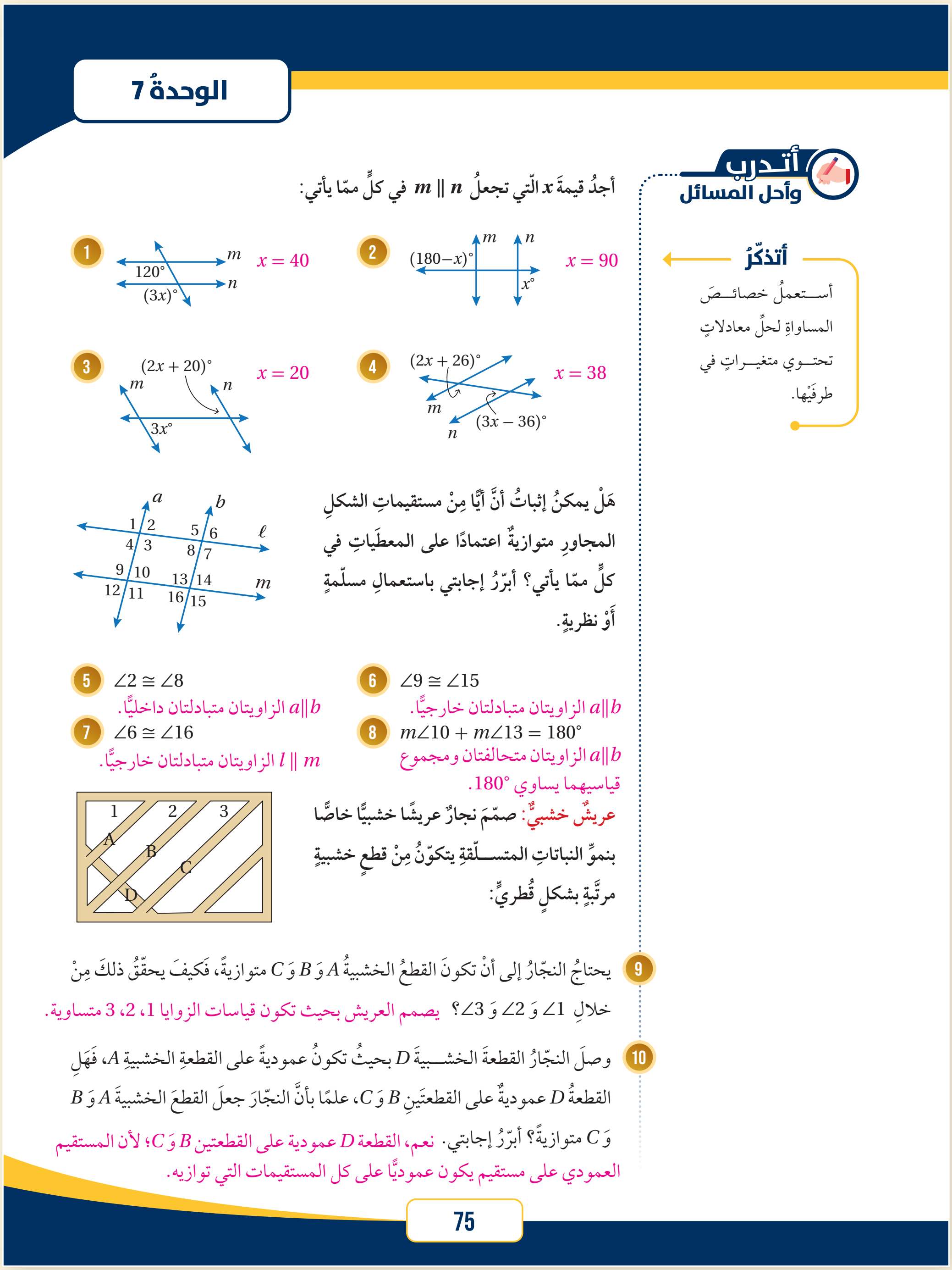
أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المجاورِ؛ لأثبتَ أنَّ $j \perp k$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ. أنظر الهامش.

74

إجابة – (أتحقق من فهمي 4):

لتكن 1 الزاوية القائمة بين المستقيمين j وَ h، الزاوية 2 التي تناظر الزاوية 1.

العبارات	المبرّرات
$h \parallel k$ (1	1) معطى.
$\angle 1$ قائمة (2	2) معطى.
$\angle 2$ قائمة (3	3) $\angle 2$ وَ $\angle 1$ زاويتان متناظرتان.
$j \perp k$ (4	4) لأنّ الزاوية بين المستقيمين قائمة.



الوحدةُ 7

أتدرب وأحل المسائل

أجدُ قيمةَ x الّتي تجعلُ $n \parallel m$ في كلٍّ ممّا يأتي:

أتذكّرُ

أستعملُ خصائصَ المساواةِ لحلِّ معادلاتٍ تحتوي متغيراتٍ في طرفَيْها.

① $x = 40$

② $x = 90$

③ $x = 20$

④ $x = 38$

هَلْ يمكنُ إثباتُ أنَّ أيًّا مِنْ مستقيماتِ الشكلِ المجاورِ متوازيةٌ اعتمادًا على المعطَياتِ في كلٍّ ممّا يأتي؟ أبرّرُ إجابتي باستعمالِ مسلّمةٍ أَوْ نظريةٍ.

⑤ $\angle 2 \cong \angle 8$
$a \parallel b$ الزاويتان متبادلتان داخليًّا.

⑥ $\angle 9 \cong \angle 15$
$a \parallel b$ الزاويتان متبادلتان خارجيًّا.

⑦ $\angle 6 \cong \angle 16$
$l \parallel m$ الزاويتان متبادلتان خارجيًّا.

⑧ $m\angle 10 + m\angle 13 = 180^\circ$
$a \parallel b$ الزاويتان متحالفتان ومجموع قياسيهما يساوي 180°.

عريشٌ خشبيٌّ: صمّمَ نجارٌ عريشًا خشبيًّا خاصًّا بنموِّ النباتاتِ المتسلّقةِ يتكوّنُ مِنْ قطعٍ خشبيةٍ مرتَّبةٍ بشكلٍ قُطريٍّ:

⑨ يحتاجُ النجّارُ إلى أنْ تكونَ القطعُ الخشبيةُ A وَ B وَ C متوازيةً، فَكيفَ يحقّقُ ذلكَ مِنْ خلالِ $\angle 1$ وَ $\angle 2$ وَ $\angle 3$؟ يصمم العريش بحيث تكون قياسات الزوايا 1، 2، 3 متساوية.

⑩ وصلَ النجّارُ القطعةَ الخشبيةَ D بحيثُ تكونُ عموديةً على القطعةِ الخشبيةِ A، فَهَلِ القطعةُ D عموديةٌ على القطعتَينِ B وَ C، علمًا بأنَّ النجّارَ جعلَ القطعَ الخشبيةَ A وَ B وَ C متوازيةً؟ أبرّرُ إجابتي. نعم، القطعة D عمودية على القطعتين B وَ C؛ لأن المستقيم العمودي على مستقيم يكون عموديًّا على كل المستقيمات التي توازيه.

75

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 9, 10 كتاب التمارين: (1 – 6)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 11, 12, 13 كتاب التمارين: (7 – 11)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (11 – 15) كتاب التمارين: (7 – 12)

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي السؤالين 9 و 10 (**عريش خشبي**)، أعزّز الوعي بالمهن والحِرَف وأهمية التوجّه لتعلّمها، واحترام أصحابها، وأذكّرهم بأنّ سيدنا نبيّ الله زكريا –عليه السلام– احترف النجارة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (13 – 15).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

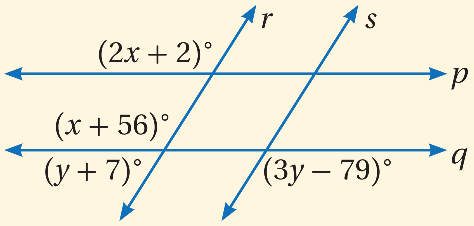
إرشاد: في السؤالين 14 و15 (**تحدٍّ**)، أوجّه الطلبة إلى استعمال المسطرة والمنقلة لرسم الأشكال بدقة.

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:

» أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي، للإجابة عن الأسئلة الآتية:



① قيمة x التي تجعل $p \parallel q$ $x = 54$

② قيمة y التي تجعل $r \parallel s$ $y = 63$

③ هل يمكن أن يكون $r \parallel s$ و $p \parallel q$ معًا في الوقت نفسه؟ أبرّر إجابتي. نعم، إذا تحققت المسلمات أو النظريات المتعلقة بالزوايا التي يتضمنها الشكل.

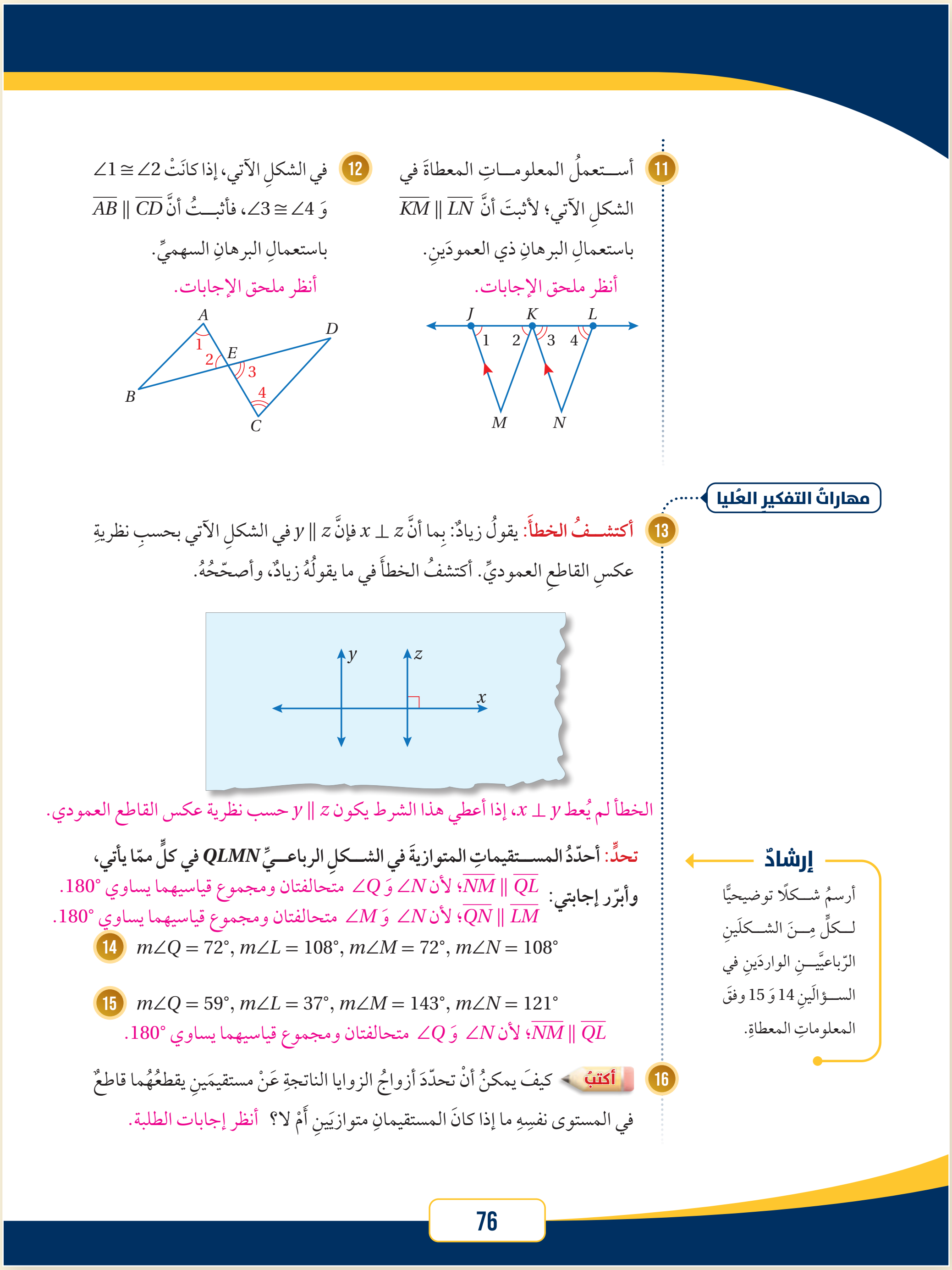
ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

نشاط التكنولوجيا

- أوجّه الطلبة إلى استعمال برمجية جيوجبرا وتنفيذ الخطوات الآتية:
  - » فتح برمجية جيوجبرا، ثمّ اختيار الأداة Line من شريط الأدوات. ثمّ تعيين أيّ نقطتين في مستوى الرسم، إذ سيظهر فورًا مستقيم يمرّ بالنقطتين، ثمّ تعيين نقطة ثالثة لا تقع على المستقيم الذي رُسِمَ في الخطوة السابقة.
  - » اختيار الأداة Parallel Line من شريط أدوات الرسم، ثمّ النقر على المستقيم المرسوم، ثمّ النقر على النقطة التي لا تقع عليه، إذ سيظهر مستقيم جديد موازٍ للمستقيم الأول.
  - » اختيار الأداة Line من شريط أدوات الرسم مرة ثانية، ورسم مستقيم قاطع للمستقيمين المتوازيين، ثمّ اختيار أيّ زوج من الزوايا المتناظرة، ثمّ من شريط أدوات الرسم، اختيار الأداة Angle لإظهار قياس كلّ زاوية من الزوايا المتناظرة.
  - » تحريك النقاط التي تقع على المستقيمات التي رُسِمَت، وملاحظة قياس كلّ زاويتين متناظرتين.
  - » تكرار النشاط أعلاه، ولكن باختيار زوج من الزوايا المتبادلة داخليًّا أو الزوايا المتبادلة خارجيًّا.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة مشاهدة الفيديو عن طريق مسح رمز الاستجابة السريع الموجود في صفحة مشروع الوحدة.
- أطلب إلى أفراد كلّ مجموعة كتابة وصف لأداة المنساخ بلغتهم الخاصة.



11 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي؛ لأثبتَ أنَّ $\overline{LN} \parallel \overline{KM}$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَين.

أنظر ملحق الإجابات.

12 في الشكلِ الآتي، إذا كانَتْ $\angle 1 \cong \angle 2$ وَ $\angle 3 \cong \angle 4$، فأثبتُ أنَّ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ باستعمالِ البرهانِ السهميِّ.

أنظر ملحق الإجابات.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

13 **أكتشفُ الخطأَ:** يقولُ زيادٌ: بِما أنَّ $z \perp x$ فإنَّ $z \parallel y$ في الشكلِ الآتي بحسبِ نظريةِ عكسِ القاطعِ العموديِّ. أكتشفُ الخطأَ في ما يقولُهُ زيادٌ، وأصحّحُهُ.

الخطأ لم يُعطِ $y \perp x$، إذا أعطي هذا الشرط يكون $z \parallel y$ حسب نظرية عكس القاطع العمودي.

تحدٍّ: أحدّدُ المستقيماتِ المتوازيةَ في الشكلِ الرباعيِّ QLMN في كلٍّ ممّا يأتي، وأبرّر إجابتي:

$\overline{QL} \parallel \overline{NM}$؛ لأن $\angle N$ وَ $\angle Q$ متحالفتان ومجموع قياسيهما يساوي 180°.

$\overline{LM} \parallel \overline{QN}$؛ لأن $\angle N$ وَ $\angle M$ متحالفتان ومجموع قياسيهما يساوي 180°.

14 $m\angle Q = 72°, m\angle L = 108°, m\angle M = 72°, m\angle N = 108°$

15 $m\angle Q = 59°, m\angle L = 37°, m\angle M = 143°, m\angle N = 121°$

$\overline{QL} \parallel \overline{NM}$؛ لأن $\angle N$ وَ $\angle Q$ متحالفتان ومجموع قياسيهما يساوي 180°.

16 **أكتبُ** كيفَ يمكنُ أنْ تحدّدَ أزواجُ الزوايا الناتجةِ عَنْ مستقيمَينِ يقطعُهُما قاطعٌ في المستوى نفسِهِ ما إذا كانَ المستقيمانِ متوازيَينِ أَمْ لا؟ أنظر إجابات الطلبة.

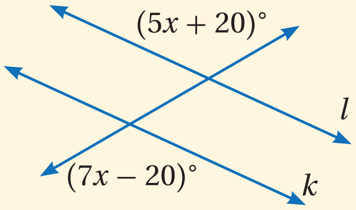
إرشادٌ

أرسمُ شكلًا توضيحيًّا لكلٍّ مِنَ الشكلَينِ الرّباعيّينِ الوارديْنِ في السؤالَينِ 14 وَ 15 وفقَ المعلوماتِ المعطاةِ.

76

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
  - » **في الشكل الآتي، ما قيمة x التي تجعل $k \| l$؟**



$x = 20$

الدرسُ 2 متوازي الأضلاعِ

فكرةُ الدرسِ

أتعـرّفُ خصائصَ أضــلاعِ وزوايا وأقطارِ متوازي الأضلاعِ.

المصطلحاتُ

متوازي الأضلاعِ، الزوايا المتحالفةُ

أستكشفُ

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ رافعةَ سيّاراتٍ:

1) ما اسمُ الشكلِ الرباعيِّ $ABCD$؟

2) ما العلاقةُ بَيْنَ $\angle A$ وَ $\angle C$؟

3) ما العلاقةُ بَيْنَ $\angle B$ وَ $\angle D$؟

متوازي الأضلاعِ (parallelogram) هوَ شــكلٌ رباعيٌّ فيهِ كلُّ ضلعَينِ متقابلَينِ متوازيانِ، ويُرمَزُ إليهِ بالرمزِ ▱

فَفي $▱QRSP$ المبيَّنِ جانبًا $\overline{SR} \parallel \overline{PQ}$ وَ $\overline{PS} \parallel \overline{QR}$ بحسبِ التعريفِ.

وتقدّمُ النظرياتُ الآتيةُ خصائصَ أُخرى لمتوازي الأضلاعِ.

نظرياتٌ **خصائصُ متوازي الأضلاعِ (1)**

- **نظريةُ الأضلاعِ المتقابلةِ في متوازي الأضلاعِ**

إذا كانَ الشكلُ الرباعيُّ متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ الأضلاعَ المتقابلةَ متطابقةٌ.

مثالٌ: إذا كانَ $PQRS$ متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ $\overline{PQ} \cong \overline{SR}, \overline{QR} \cong \overline{PS}$

- **نظريةُ الزوايا المتقابلةِ في متوازي الأضلاعِ**

إذا كانَ الشكلُ الرباعيُّ متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ الزوايا المتقابلةَ متطابقةٌ.

مثالٌ: إذا كانَ $PQRS$ متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ $\angle P \cong \angle R, \angle Q \cong \angle S$

77

الدرس 2

نتاجات الدرس:

- تعـرّف خصائـص أضـلاع وزوايـا وأقطار متوازي الأضلاع.
- تطبيق النظريات المتعلّقة بالأضلاع والزوايا المقابلة في متوازي الأضلاع.
- تعـرّف الزاويتين المتحالفتيـن في متوازي الأضلاع.
- تطبيـق النظريـات المتعلّقـة بالزاويتيـن المتحالفتين في متوازي الأضلاع.
- تطبيـق النظريات المتعلّقـة بقطري متوازي الأضلاع.
- اسـتعمال خصائـص متـوازي الأضـلاع لبرهنة علاقات في أشكال هندسية مركّبة.

نتاجات التعلُّم القبلي:

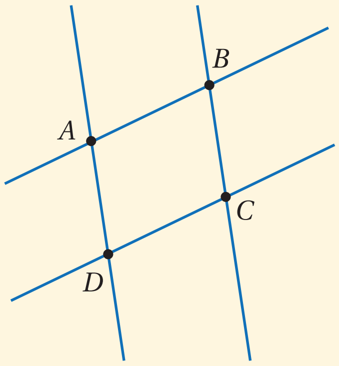
- تعرّف الشكل الرباعي وخصائصه.
- تعـرّف المسـلّمات والنظريـات وعكسـها المتعلّقـة بمستقيمين متوازيين وقاطع لهما.

مراجعـة التعلُّـم القبلـي ومعالجـة الفاقد التعليمي:

أسترشـد بالإجـراءات المُبيَّنة فـي مقدّمة دليـل المعلّم (الصفحتيـن h و i) والمُتعلِّقــة بمراجعــة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة بورقة بيضاء A4 ومسطرة ومنقلة.
- أطلب إلى الطلبة اسـتعمال المسطرة لرسم مستقيمين متوازيـين على طـول حرفي المسـطرة، وتسـميتهما: m و n.
- أطلب إلى الطلبة إمالة المسـطرة قليلاً لرسـم مسـتقيمين متوازيين آخرين على طول حرفي المسطرة ويقطعان المستقيمين: m و n.
- أطلب إلى الطلبة تسمية رؤوس الشكل الرباعـي النـاتـج: A,B,C,D، كمـا فـي الشكل المجاور.



- أطلـب إلـى الطلبـة اسـتعمال المنقلـة لقياس الزوايا الداخلية الأربع للشـكل $ABCD$، ثـمّ تدويـن ملاحظاتهم حول قياسات تلك الزوايا.
- أتجـوّل بيـن مجموعات الطلبة للتأكّد مـن فهمهم لتعليمات النشـاط وتنفيذها تنفيذًا صحيحًا.

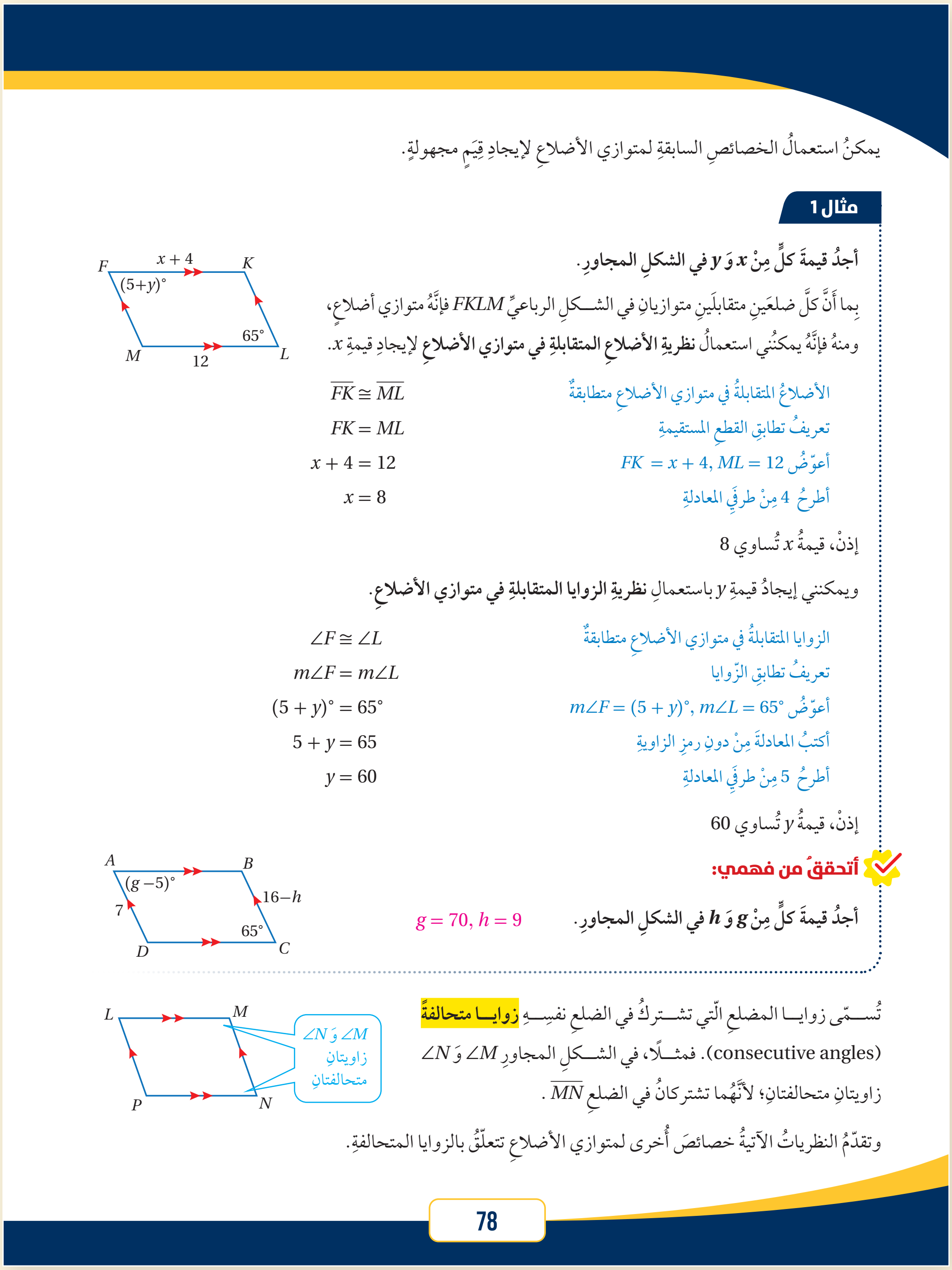
2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمُّل الشكل المجاور لها، ثمّ أسألهم:
  - » ما اسم الأداة التي تظهر في الصورة؟ رافعة السيارة اليدوية.
  - » لماذا يحتاج السائق إلى استعمال هذه الأداة؟ لتبديل عجلة السيارة إذا ثُقبت أو فرغت من الهواء.
  - » كيف تعمل هذه الأداة عند استعمالها لرفع السيارة؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أوجّه الأسئلة الثلاثة الواردة في فقرة (**أستكشف**) إلى الطلبة، وأستمع لإجاباتهم من دون تعليق، ثمّ أخبرهم أنهم سيتعرّفون إجابة هذه الأسئلة في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكنّ؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أدوّن على اللوح تعريف متوازي الأضلاع والرّمز الدالّ على متوازي الأضلاع. ثمّ أناقش مع الطلبة نظرية الأضلاع المتقابلة ونظرية الزوايا المتقابلة اللتين توضّحان بعض خصائص متوازي الأضلاع بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ خصائص متوازي الأضلاع (1)) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش على اللوح حلّ مثال 1 مع الطلبة، وأوضّح لهم أنه يُمكن استعمال الخصائص السابقة لإيجاد قيم مجهولة تتعلّق بأطوال الأضلاع وقياسات الزوايا.
- أشجّع الطلبة على التحقّق من تطابق الأضلاع وتطابق الزوايا في متوازي الأضلاع بتعويض القيم التي تمّ إيجادها.



يمكنُ استعمالُ الخصائصِ السابقةِ لمتوازي الأضلاعِ لإيجادِ قِيَمٍ مجهولةٍ.

مثال 1

أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ x وَ y في الشكلِ المجاورِ.

بِما أَنَّ كلَّ ضلعَينِ متقابلَينِ متوازيانِ في الشكلِ الرباعيِّ $FKLM$ فإنَّهُ متوازي أضلاعٍ، ومنهُ فإنَّهُ يمكنُني استعمالُ **نظريةِ الأضلاعِ المتقابلةِ في متوازي الأضلاعِ** لإيجادِ قيمةِ x.

الأضلاعُ المتقابلةُ في متوازي الأضلاعِ متطابقةٌ	$\overline{FK} \cong \overline{ML}$
تعريفُ تطابقِ القطعِ المستقيمةِ	$FK = ML$
أعوّضُ $FK = x + 4, ML = 12$	$x + 4 = 12$
أطرحُ 4 مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$x = 8$

إذنْ، قيمةُ x تُساوي 8

ويمكنني إيجادُ قيمةِ y باستعمالِ **نظريةِ الزوايا المتقابلةِ في متوازي الأضلاعِ**.

الزوايا المتقابلةُ في متوازي الأضلاعِ متطابقةٌ	$\angle F \cong \angle L$
تعريفُ تطابقِ الزّوايا	$m\angle F = m\angle L$
أعوّضُ $m\angle F = (5 + y)°, m\angle L = 65°$	$(5 + y)° = 65°$
أكتبُ المعادلةَ مِنْ دونِ رمزِ الزاويةِ	$5 + y = 65$
أطرحُ 5 مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$y = 60$

إذنْ، قيمةُ y تُساوي 60

أتحققُ من فهمي:

أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ g وَ h في الشكلِ المجاورِ. $g = 70, h = 9$

تُسمّى زوايا المضلعِ الّتي تشتركُ في الضلعِ نفسِهِ **زوايا متحالفةً** (consecutive angles). فمثلًا، في الشكلِ المجاورِ $\angle M$ وَ $\angle N$ زاويتانِ متحالفتانِ؛ لأنَّهُما تشتركانُ في الضلعِ $\overline{MN}$.

وتقدّمُ النظرياتُ الآتيةُ خصائصَ أُخرى لمتوازي الأضلاعِ تتعلّقُ بالزوايا المتحالفةِ.

78

إرشادات:

- أذكّر الطلبة بأنّ الأسهم الحمراء المتماثلة على أيّ ضلعين في الشكل الرباعي تعني أنّ الضلعين متوازيان.
- إنّ استعمال لوح متنقّل خاصّ بالمستوى الإحداثي يساعد على رسم متوازي الأضلاع بدقّة، وعند الرسم على اللوح أستعمل المسطرة والمنقلة لرسم متوازي الأضلاع بدقّة، وأحثّ الطلبة على استعمال الأدوات الهندسية.
- أؤكّد للطلبة ضرورة كتابة المعادلة المتعلّقة بقياسات الزوايا المتطابقة من دون رمز الدرجة.

الوحدةُ 7

مفهومٌ أساسيٌّ خصائصُ متوازي الأضلاعِ (2)

- **نظريةُ الزوايا المتحالفةِ في متوازي الأضلاعِ**

إذا كانَ الشكلُ الرباعيُّ متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ كلَّ زاويتَينِ متحالفتَينِ متكاملتانِ.

مثالٌ: إذا كانَ $PQRS$ متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ $x^\circ + y^\circ = 180^\circ$

- **نظريةُ الزاويةِ القائمةِ في متوازي الأضلاعِ**

إذا كانَتْ إحدى زوايا متوازي الأضلاعِ قائمةً، فإنَّ زواياهُ الأربعَ قوائمُ.

مثالٌ: في $\square PQRS$ إذا كانت $\angle Q$ قائمةً فإنَّ:

$\angle R , \angle S , \angle P$ قوائمُ أيضًا.

مثال 2

في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $LMNP$ متوازيَ أضلاعٍ، فأجدُ $m\angle PLM$ وَ $m\angle LMN$

- أجدُ $m\angle PLM$

أجمعُ قياسَيِ الزاويتَينِ	$m\angle MNP = 66^\circ + 42^\circ = 108^\circ$
الزوايا المتقابلةُ في متوازي الأضلاعِ متطابقةٌ	$m\angle PLM = m\angle MNP$
أعوّضُ $m\angle MNP = 108^\circ$	$m\angle PLM = 108^\circ$

إذنْ، $m\angle PLM$ تُساوي 108°

- أجدُ $m\angle LMN$

زاويتانِ متحالفتانِ في متوازي أضلاعٍ	$m\angle MNP + m\angle LMN = 180^\circ$
أعوّضُ $m\angle MNP = 108^\circ$	$108^\circ + m\angle LMN = 180^\circ$
أطرحُ 108° مِنْ كِلا الطرفَينِ	$m\angle LMN = 72^\circ$

إذنْ، $m\angle LMN$ تُساوي 72°

79

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربيــة واللغة الإنجليزية، وأحفّــز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حــلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أدوّن علـى اللـوح تعريـف الزاويتيـن المتحالفتين في المضلع، وأوضّح ذلك بالرسم، ثمّ أدوّن نظرية الزوايا المتحالفـة ونظريـة الزاويـة القائمـة اللتيـن توضّحان بعـض خصائـص متـوازي الأضـلاع، وأناقشـهما مع الطلبـة بالاسـتعانة بصنـدوق (نظريـات؛ خصائـص متوازي الأضلاع (2)) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش على اللوح حلّ مثال 2 مع الطلبة، وأوضّح لهم أنه يُمكن اسـتعمال النظريات السابقة لإيجاد قياسات الزوايـا المجهولـة فـي متـوازي الأضلاع عنـد إعطاء قياسات لبعض زواياه.

مثال 3: من الحياة

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثمّ أطلب إلى الطلبة تأمّل صورة مصباح المكتب الواردة في المثال.
- أرسم على اللوح شكلًا تقريبيًّا لمتوازي الأضلاع *PQRS*، وأوضّح عليه الزاوية المعطى قياسها والزاوية المطلوب إيجاد قياسها، وأنَّهما زاويتان متحالفتان.
- أناقش حلّ المثال مع الطلبة على اللوح.

أخطاء شائعة:

تنتقل بعض الأخطاء في مهارة رسم الأشكال الهندسية التقريبية وتقدير القياسات عليها من دون قصد من المعلم/ المعلمة إلى الطلبة، لذلك أؤكّد أهمية توخّي الدقّة عند رسم زوايا متوازي الأضلاع، بحيث يتّفق الرسم التقريبي مع قياسات زواياه، فلا يُقبل -على سبيل المثال- رسم زاوية حادّة، ثمّ إيجاد قياسها بالحلّ على أنّه 115°، أو رسم زاوية معطى قياسها بأنّه 80° بوصفها زاوية منفرجة أو زاوية قائمة.

أتحققُ من فهمي:

في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ *JKLM* متوازيَ أضلاعٍ، فأجدُ $m\angle MJK$ وَ $m\angle JKL$

$m\angle MJK = 100°, m\angle JKL = 80°$

مثال 3: منَ الحياةِ

إضاءةٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ جزءًا مِنْ مصباحِ مكتبٍ على شكلِ متوازي أضلاعٍ، وتتغيرُ زواياهُ عندَ رفعِهِ وخفضِهِ. أجدُ $m\angle QRS$ إذا علمْتُ أنَّ $m\angle PSR = 100°$

زاويتانِ متحالفتانِ في متوازي أضلاعٍ	$m\angle QRS + m\angle PSR = 180°$
أعوّضُ $m\angle PSR = 100°$	$m\angle QRS + 100° = 180°$
أطرحُ 100° مِنْ كِلا الطرفَينِ	$m\angle QRS = 80°$

أتحققُ من فهمي:

أفترضُ أنَّ مصباحَ المكتبِ عُدِّلَ لتصبحَ $m\angle PSR = 86°$، أجدُ $m\angle QRS$

$m\angle QRS = 94°$

تعلّمْتُ في الأمثلةِ السابقةِ خصائصَ متوازي الأضلاعِ المتعلّقةَ بأضلاعِهِ وزواياهُ، وهناكَ أيضًا بعضُ الخصائصِ المتعلّقةِ بقُطرَيهِ.

نظرياتٌ — **قُطرا متوازي الأضلاعِ**

- **نظريةُ قُطرَيْ متوازي الأضلاعِ**

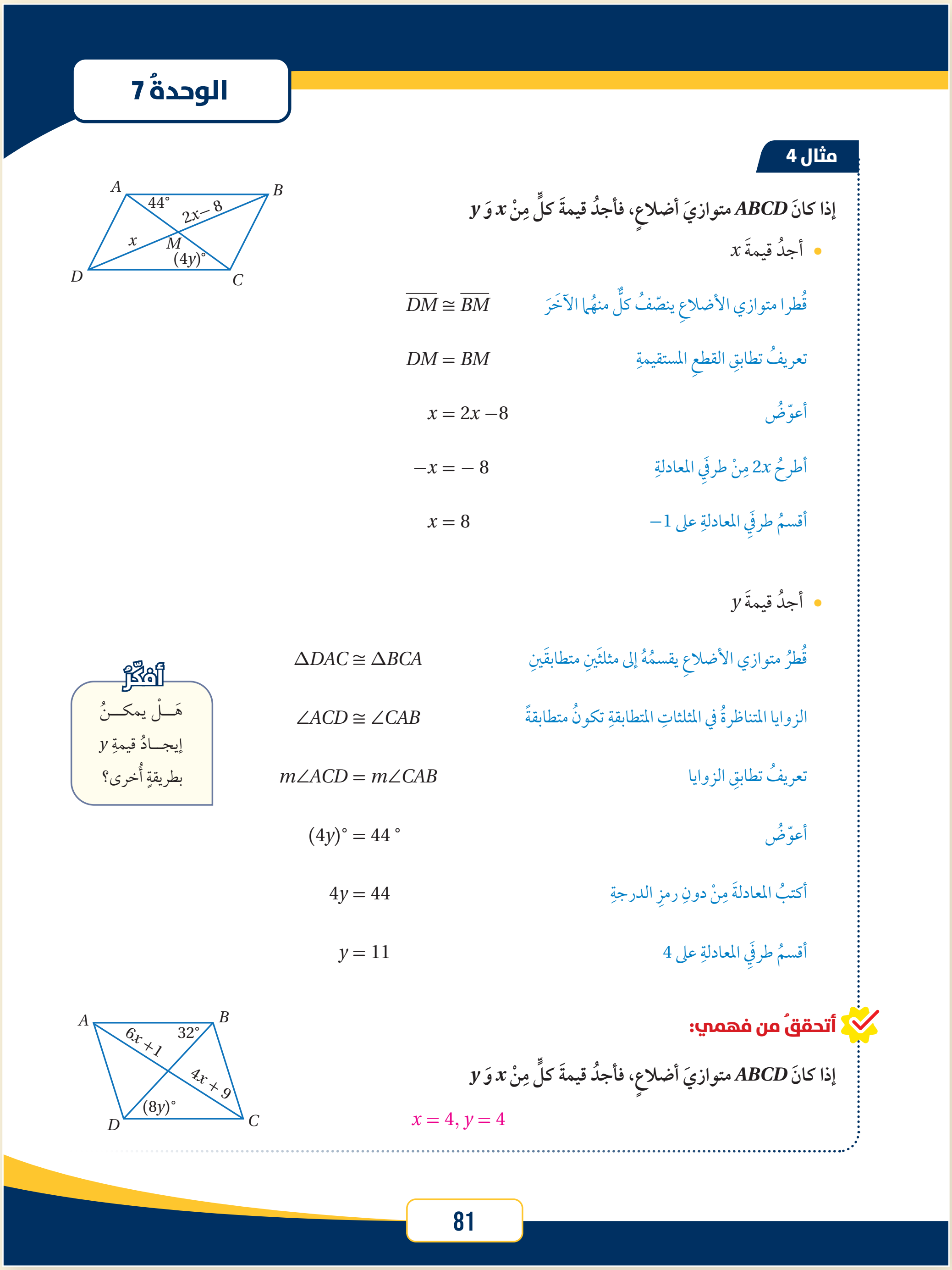
  إذا كانَ الشكلُ الرباعيُّ متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ قُطرَيهِ ينصّفُ كلٌّ منهُما الآخَرَ.

  مثالٌ: إذا كانَ *PQRS* متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ $\overline{QM} \cong \overline{SM}$, $\overline{PM} \cong \overline{RM}$

- **نظريةُ قُطرِ متوازي الأضلاعِ**

  إذا كانَ الشكلُ الرباعيُّ متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ كلَّ قُطرٍ يقسمُهُ إلى مثلثَينِ متطابقَينِ.

  مثالٌ: إذا كانَ *PQRS* متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ $\Delta PQS \cong \Delta RSQ$



الوحدةُ 7

مثال 4

إذا كانَ $ABCD$ متوازيَ أضلاعٍ، فأجدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ x وَ y

- أجدُ قيمةَ x

قُطرا متوازي الأضلاعِ ينصّفُ كلٌّ منهُما الآخَرَ	$\overline{DM} \cong \overline{BM}$
تعريفُ تطابقِ القطعِ المستقيمةِ	$DM = BM$
أعوّضُ	$x = 2x - 8$
أطرحُ $2x$ مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$-x = -8$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على -1	$x = 8$

- أجدُ قيمةَ y

قُطرُ متوازي الأضلاعِ يقسمُهُ إلى مثلثَيْنِ متطابقَيْنِ	$\Delta DAC \cong \Delta BCA$
الزوايا المتناظرةُ في المثلثاتِ المتطابقةِ تكونُ متطابقةً	$\angle ACD \cong \angle CAB$
تعريفُ تطابقِ الزوايا	$m\angle ACD = m\angle CAB$
أعوّضُ	$(4y)^\circ = 44^\circ$
أكتبُ المعادلةَ مِنْ دونِ رمزِ الدرجةِ	$4y = 44$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 4	$y = 11$

أفكّرُ

هَلْ يمكنُ إيجادُ قيمةِ y بطريقةٍ أُخرى؟

أتحقّقُ من فهمي:

إذا كانَ $ABCD$ متوازيَ أضلاعٍ، فأجدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ x وَ y

$x = 4, y = 4$

81

مثال 4

- أدوّن على اللوح نظرية قطرَي متوازي الأضلاع ونظرية قطر متوازي الأضلاع اللتين توضّحان خصائص متعلّقة بقطرَيه، وأناقشهما مع الطلبة بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ قطرا متوازي الأضلاع) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش الطلبة في حلّ مثال 4 على اللوح، وأوضّح لهم أنه يُمكن استعمال الخصائص السابقة لإيجاد قيم مجهولة تتعلّق بأطوال القطرَين وقياسات لزوايا مجهولة في متوازي الأضلاع محصورة بين أضلاعه وقطرَيه.

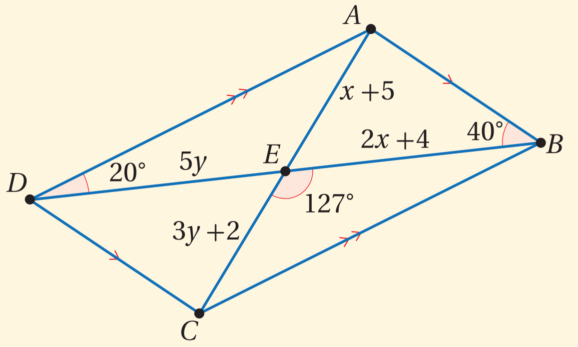
إرشاد: أناقش الطلبة في إجابة سؤال (**أفكّر**) الوارد في هامش المثال 4.

مثال 5

- أناقش على اللوح حلّ مثال 5 مع الطلبة، وأوضّح لهم أنه يمكن استعمال خصائص متوازي الأضلاع لبرهنة علاقات في أشكال هندسية مركّبة.

مثال إضافي:

أستعمل المعلومات المعطاة على الشكل التقريبي الآتي؛ لأجد كلًّا ممّا يأتي مع تبرير إجابتي:



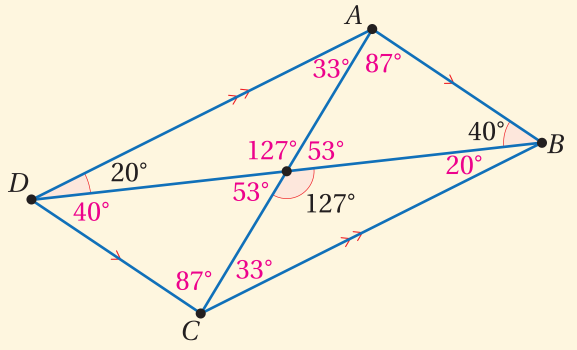
① طول كلّ من قطرَي متوازي الأضلاع.

$x = 3, y = 2$

$AC = 16$

$BD = 20$

② قياسات جميع الزوايا الداخلية التي تظهر في الشكل.



4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (9 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

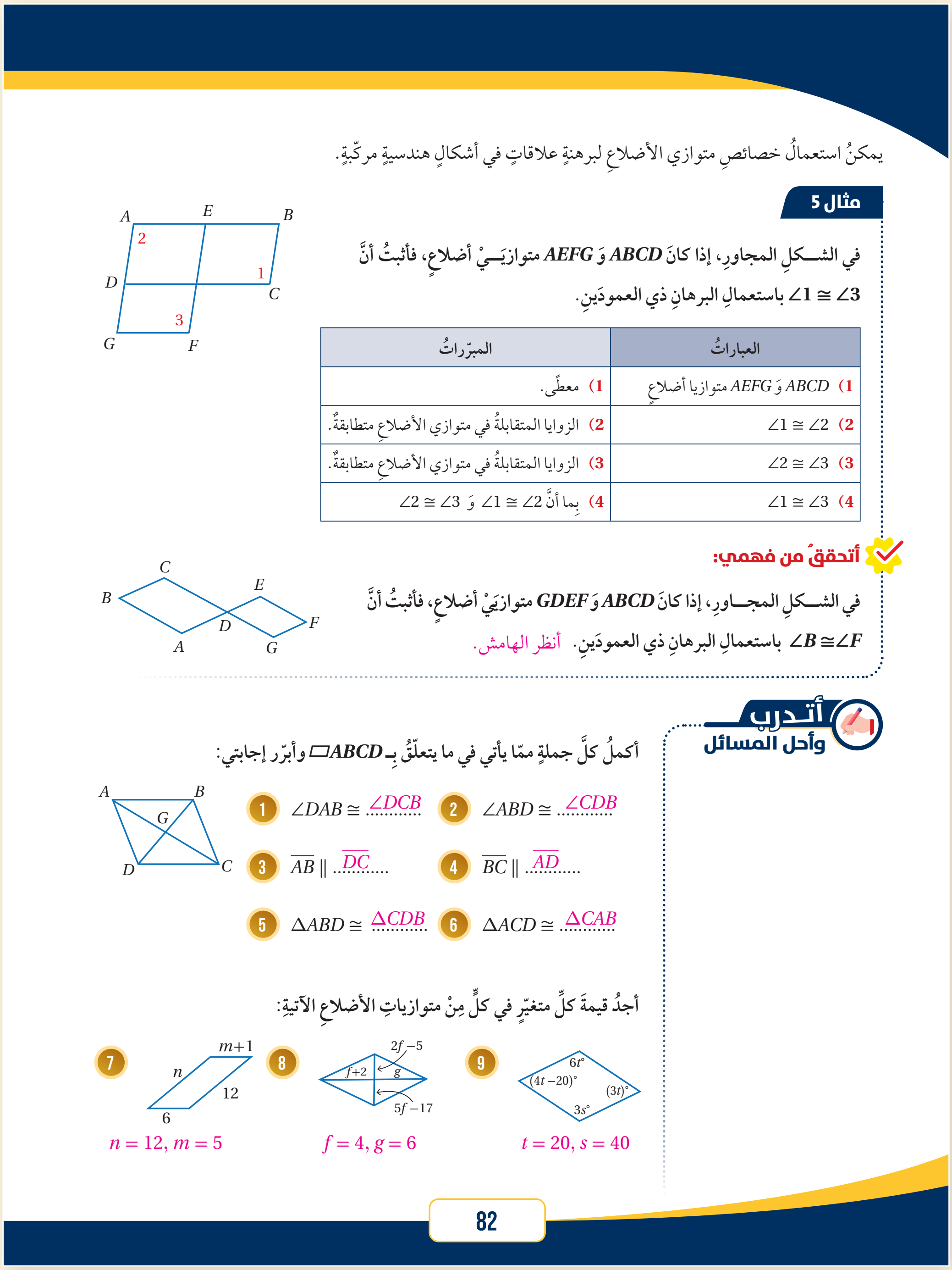
- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسألتين 16 و 17.
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 17 (**تبرير**)، أوجّه الطلبة إلى استعمال المسطرة لرسم شكل تقريبي لمتوازي الأضلاع.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (10 – 14) كتاب التمارين: (1 – 8), (10 – 12)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (10 – 16) كتاب التمارين: 9, (12 – 15)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (14 – 17) كتاب التمارين: 9, (13 – 17)



يمكنُ استعمالُ خصائصِ متوازي الأضلاعِ لبرهنةِ علاقاتٍ في أشكالٍ هندسيةٍ مركّبةٍ.

مثال 5

في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $ABCD$ وَ $AEFG$ متوازيَيْ أضلاعٍ، فأثبتُ أنَّ $\angle 3 \cong \angle 1$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَين.

العباراتُ	المبرّراتُ
1) $ABCD$ وَ $AEFG$ متوازيا أضلاعٍ	1) معطًى.
2) $\angle 1 \cong \angle 2$	2) الزوايا المتقابلةُ في متوازي الأضلاعِ متطابقةٌ.
3) $\angle 2 \cong \angle 3$	3) الزوايا المتقابلةُ في متوازي الأضلاعِ متطابقةٌ.
4) $\angle 1 \cong \angle 3$	4) بِما أنَّ $\angle 2 \cong \angle 1$ وَ $\angle 2 \cong \angle 3$

أتحققُ من فهمي:

في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $ABCD$ وَ $GDEF$ متوازيَيْ أضلاعٍ، فأثبتُ أنَّ $\angle B \cong \angle F$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَين. أنظر الهامش.

أتدرب وأحل المسائل

أكملُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي في ما يتعلّقُ بِـ $\square ABCD$ وأبرّر إجابتي:

① $\angle DAB \cong$ $\angle DCB$ ② $\angle ABD \cong$ $\angle CDB$

③ $\overline{AB} \parallel$ $\overline{DC}$ ④ $\overline{BC} \parallel$ $\overline{AD}$

⑤ $\Delta ABD \cong$ ΔCDB ⑥ $\Delta ACD \cong$ ΔCAB

أجدُ قيمةَ كلِّ متغيّرٍ في كلٍّ مِنْ متوازياتِ الأضلاعِ الآتيةِ:

⑦ $n = 12, m = 5$

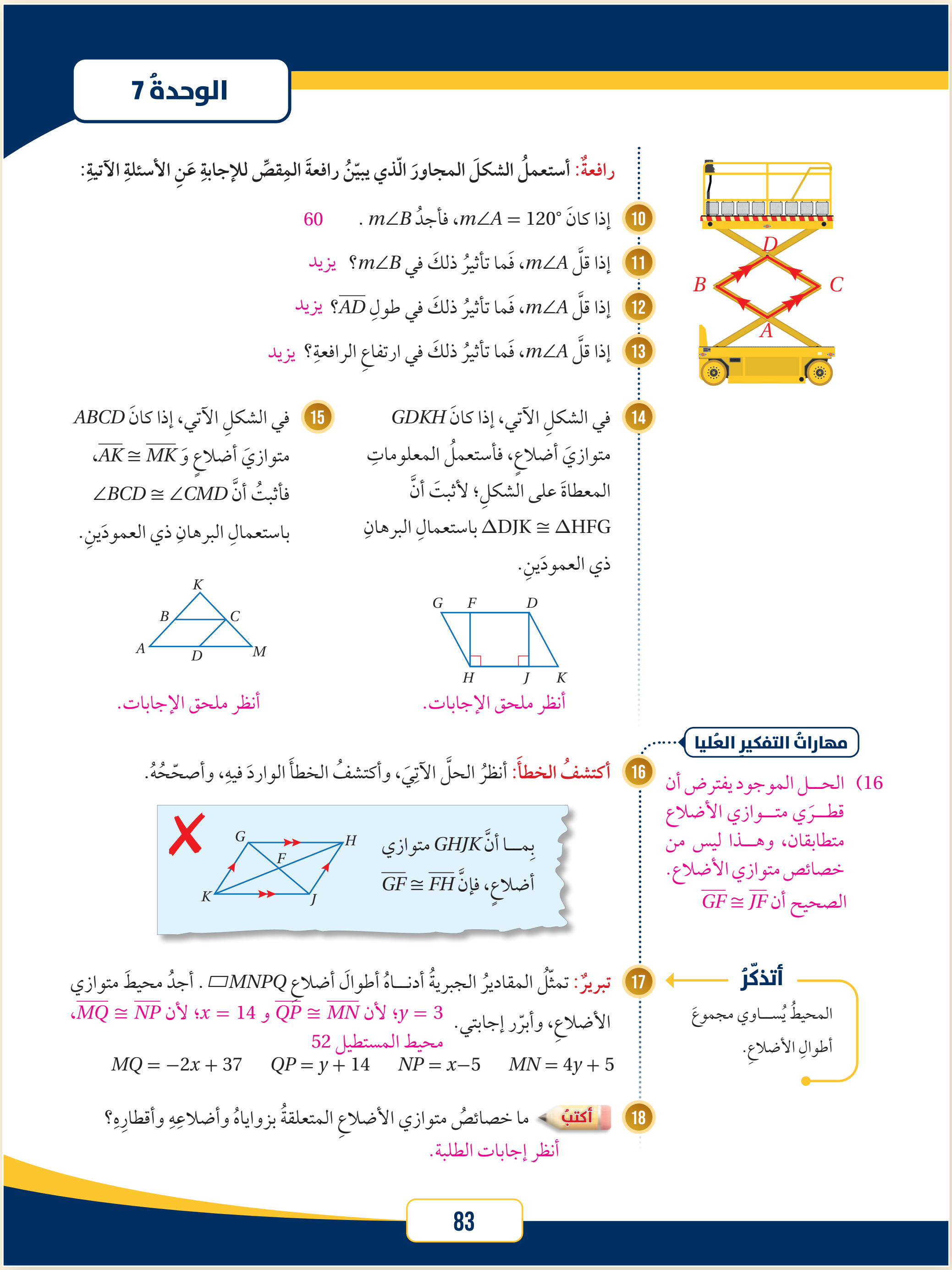
⑧ $f = 4, g = 6$

⑨ $t = 20, s = 40$

82

إجابة – (أتحقق من فهمي 5):

العبارات	المبرّرات
1) $\angle CDA \cong \angle EDG$	1) زاويتان متقابلتان بالرأس.
2) $\angle B \cong \angle CDA$	2) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.
3) $\angle F \cong \angle EDG$	3) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.
4) $\angle B \cong \angle F$	4) نتيجة.



الوحدةُ 7

رافعةٌ: أستعملُ الشكلَ المجاورَ الّذي يبيّنُ رافعةَ المِقصِّ للإجابةِ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

10 إذا كانَ $m\angle A = 120°$، فأجدُ $m\angle B$. 60

11 إذا قلَّ $m\angle A$، فَما تأثيرُ ذلكَ في $m\angle B$؟ يزيد

12 إذا قلَّ $m\angle A$، فَما تأثيرُ ذلكَ في طولِ $\overline{AD}$؟ يزيد

13 إذا قلَّ $m\angle A$، فَما تأثيرُ ذلكَ في ارتفاعِ الرافعةِ؟ يزيد

14 في الشكلِ الآتي، إذا كانَ $GDKH$ متوازيَ أضلاعٍ، فأستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ على الشكلِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta DJK \cong \Delta HFG$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

أنظر ملحق الإجابات.

15 في الشكلِ الآتي، إذا كانَ $ABCD$ متوازيَ أضلاعٍ وَ $\overline{MK} \cong \overline{AK}$، فأثبتُ أنَّ $\angle CMD \cong \angle BCD$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

أنظر ملحق الإجابات.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

16 **أكتشفُ الخطأَ:** أنظرُ الحلَّ الآتِيَ، وأكتشفُ الخطأَ الواردَ فيهِ، وأصحّحُهُ.

بِمــا أنَّ $GHJK$ متوازي أضلاعٍ، فإنَّ $\overline{FH} \cong \overline{GF}$

✗

16) الحــل الموجود يفترض أن قطــرَي متــوازي الأضلاع متطابقان، وهــذا ليس من خصائص متوازي الأضلاع.
الصحيح أن $\overline{JF} \cong \overline{GF}$

17 **تبريرٌ:** تمثّلُ المقاديرُ الجبريةُ أدنــاهُ أطوالَ أضلاعِ $\square MNPQ$. أجدُ محيطَ متوازي الأضلاعِ، وأبرّر إجابتي. $y = 3$؛ لأن $\overline{MN} \cong \overline{QP}$ و $x = 14$؛ لأن $\overline{NP} \cong \overline{MQ}$، محيط المستطيل 52

$MN = 4y + 5 \quad NP = x-5 \quad QP = y + 14 \quad MQ = -2x + 37$

أتذكّرُ

المحيطُ يُســاوي مجموعَ أطوالِ الأضلاعِ.

18 **أكتبُ** ما خصائصُ متوازي الأضلاعِ المتعلقةُ بزواياهُ وأضلاعِهِ وأقطارِهِ؟

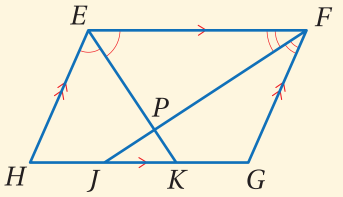
أنظر إجابات الطلبة.

83

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:
  - » أستعمل المعلومات المعطاة في الشكل الآتي لإثبات أنّ $\overline{EK} \perp \overline{FJ}$



أنظر ملحق الإجابات.

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عــدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

نشاط التكنولوجيا:

أحفّز الطلبة علــى تصفُّح الموقع الإلكترونــي الــذي سـيظهر عنــد مســح الرمز المجــاور في المنزل للإجابة عن أسـئلة تتعلّق بخصائص متوازي الأضلاع، عن طريق مجموعة من الألعاب التفاعلية.

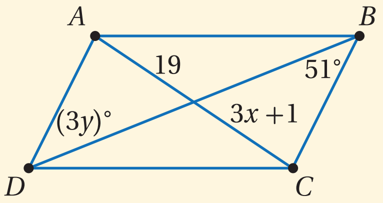
تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة إحضار المواد والأدوات اللازمة.
- أطلـب إلى الطلبة تنفيـذ الخطوتين 1 و 2 من خطوات المشروع.

إرشــاد: أوجّه الطلبة إلى إمكانية لصق طبقتين من لوحتي الكرتون المقوّى؛ للحصول على قطع متينة للمســتطيلات التي ستُســتعمَل لتصميم أداة المنساخ الخاصة بهم.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
  - » **في الشــكل المجاور، ما قيمة كلٍّ من x, y التي تجعل الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع.**



$x = 6, y = 17$

الدرس
3

نتاجات الدرس:

- إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابق فيه كل ضلعين متقابلين.
- إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا تطابقت فيه كل زاويتين متقابلتين.
- تطبيق عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع لإيجاد قياسات مجهولة من القطرين.
- استعمال شروط متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة التي تجعل الشكل الرباعي متوازي أضلاع.
- استعمال الميل لبيان ما إذا كان شكل رباعي معطى إحداثيات رؤوسه في المستوى الإحداثي يُمثّل متوازي أضلاع أم لا.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- تعرّف خصائص أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه وقطرَيه.
- إيجاد ميل مستقيم يمرّ بنقطتين معلومتين.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة **بورقة المصادر 9: لعبة التوصيل**.
- أطلب إلى المجموعات التوصيل بين نصّ النظرية والشكل المناسب.
- أتجوّل بين المجموعات وأتابع حلولهم.
- المجموعة الفائزة هي التي تُنهي التوصيل بطريقة صحيحة أولًا.

الدرسُ 3 تمييزُ متوازي الأضلاعِ

فكرةُ الدرسِ

أتعرّفُ الشروطَ الّتي تؤكّدُ أنَّ شكلًا رباعيًّا متوازي أضلاعٍ.

أستكشفُ

هَلْ تبقى رفوفُ الصُّندوقِ موازيةً لبعضِها بعضًا بغضِّ النظرِ عَنْ موقعها؟ أبرّرُ إجابتي.

تعلّمْتُ في الدرسِ السّابقِ نظرياتٍ حولَ خصائصِ متوازي الأضلاعِ، وسأتعلّمُ في هذا الدرسِ عكسَ هذِهِ النظرياتِ، بحيثُ يمكنُ تحديدُ ما إذا كانَ الشكلُ الرباعيُّ متوازيَ أضلاعٍ أَمْ لا إذا كانَتْ أضلاعُهُ وزواياهُ وأقطارُهُ لَها خصائصُ معيَّنةٌ.

نظرياتٌ **شروطُ متوازي الأضلاعِ (1)**

- **عكسُ نظريةِ الأضلاعِ المتقابلةِ في متوازي الأضلاعِ**

  إذا كانَ كلُّ ضلعَينِ متقابلَينِ متطابقَينِ في الشكلِ الرباعيِّ، فإنَّ الشكلَ الرباعيَّ متوازي أضلاعٍ.

  مثالٌ: إذا كانَ $\overline{AD} \cong \overline{BC}$, $\overline{DC} \cong \overline{AB}$ ، فإنَّ $ABCD$ متوازي أضلاعٍ.

- **عكسُ نظريةِ الزوايا المتقابلةِ في متوازي الأضلاعِ**

  إذا كانَتْ كلُّ زاويتَينِ متقابلتَينِ متطابقتانِ في الشكلِ الرباعيِّ، فإنَّ الشكلَ الرباعيَّ متوازي أضلاعٍ.

  مثالٌ: إذا كانَ $\angle D \cong \angle B$, $\angle C \cong \angle A$، فإنَّ الشكلَ الرباعيَّ $ABCD$ متوازي أضلاعٍ.

مثال 1: إثباتُ نظريةٍ

في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ ، فأثبتُ أنَّ $ABCD$ متوازي أضلاعٍ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

84

- أعرض حلّ المجموعة الفائزة، وأعزّز أفرادها، وأشكر باقي أفراد المجموعات على محاولاتهم.
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعلّمون في هذا الدرس عكس هذه النظريات.

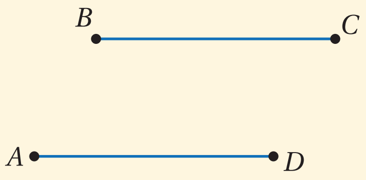
2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمّل الصورة المجاورة لها، ثمّ أسألهم:
  - مَن منكم لديه في البيت صندوق يشبه الصندوق الظاهر في الصورة؟ ستختلف إجابات الطلبة.
  - لِمَ يُستعمَل مثل هذا الصندوق؟ لترتيب الأدوات اليدوية وحفظها، مثل مفكّات البراغي وغيرها.
  - ما شكل المفاصل الجانبية التي تربط رفوف الصندوق معًا عند فتحه إلى أقصى حدّ ممكن؟ متوازي أضلاع.
  - كيف يُمكن التأكّد من بقاء رفوف الصندوق متوازية؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرّفون إجابة السؤال الأخير في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكنّ؟
  - من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أستعمل المسطرة لرسم $\overline{AD}$ على اللوح، ثمّ أرسم بموازاتها $\overline{BC}$ بحيث يكون $AD = BC$، كما في الشكل المجاور، وأسجّل طول كلّ منهما على الرسم.



- أرسم $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$، ثمّ أطلب إلى أحد الطلبة قياس طول كلّ منهما باستعمال المسطرة، وتسجيله على الرسم.
  - أسأل الطلبة: كيف نثبت أن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أوضّح للطلبة أنّه يمكن تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا باستعمال عكس النظريات التي تعلّموها في الدرس السابق، ومنها: عكس نظرية الأضلاع المتقابلة، وعكس نظرية الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع، ثمّ أدوّن النظريتين على اللوح، وأوضّح كلًّا منهما بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ شروط متوازي الأضلاع (1)) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش مع الطلبة عن طريق المثال 1 إثبات عكس نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع، وأوضّح لهم كيف يُمكن استعمال تطابق المثلثات في إثبات النظرية.

ملاحظاتي

....

....

....

....

....

....

....

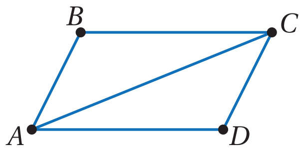
....

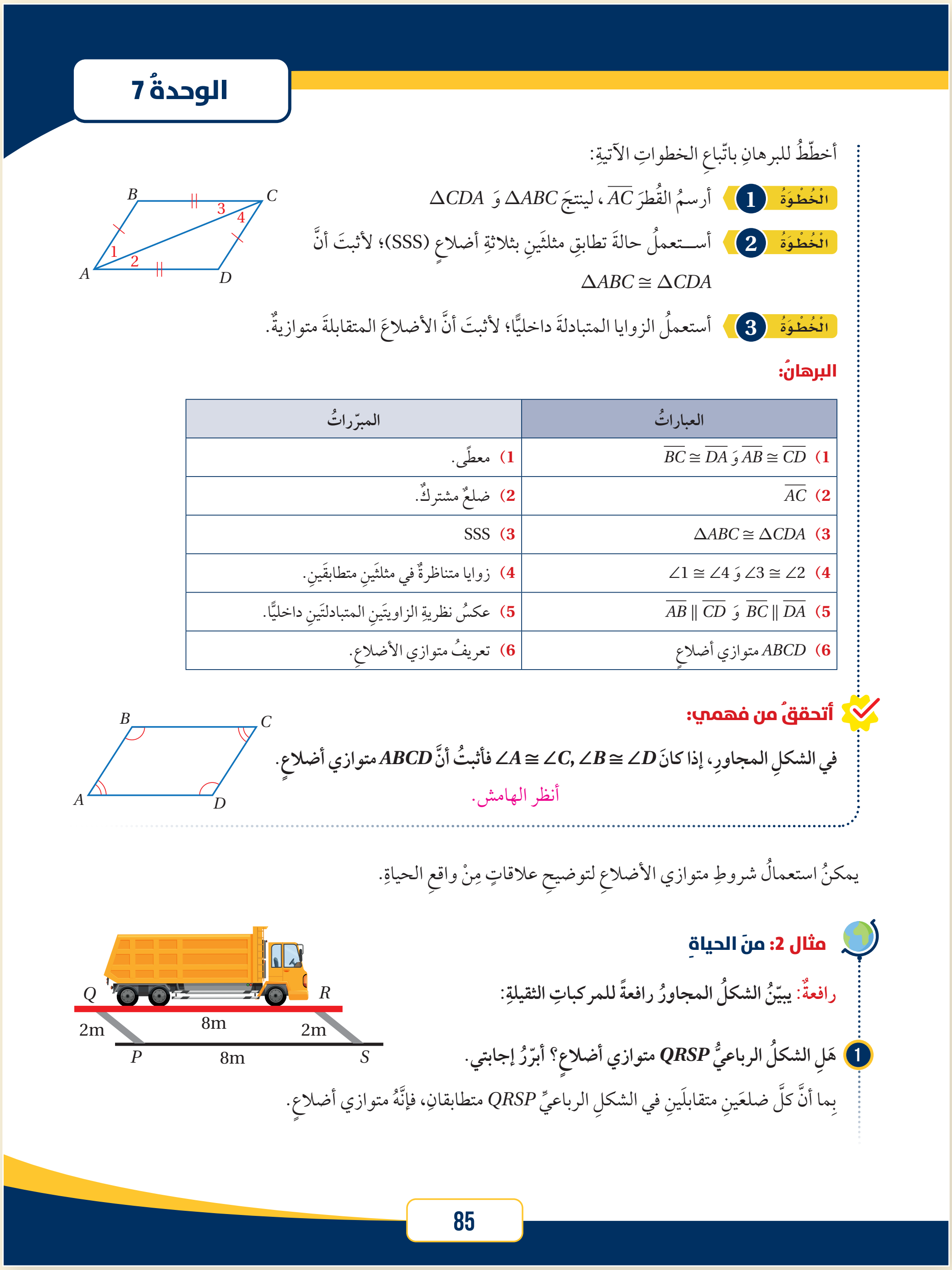
....

....

....

✔ **إرشاد:** في سؤال (**أتحقّق من فهمي**) التابع للمثال 1، أوجّه الطلبة إلى رسم القطر $\overline{AC}$، كما في الشكل الآتي، والإفادة من مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي وعكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.





أخطّطُ للبرهانِ باتّباعِ الخطواتِ الآتيةِ:

الْخُطْوَةُ 1 أرسمُ القُطرَ $\overline{AC}$، ليتنجَ ΔABC وَ ΔCDA

الْخُطْوَةُ 2 أســتعملُ حالةَ تطابقِ مثلثَينِ بثلاثةِ أضلاعٍ (SSS)؛ لأثبتَ أنَّ

$\Delta ABC \cong \Delta CDA$

الْخُطْوَةُ 3 أستعملُ الزوايا المتبادلةَ داخليًّا؛ لأثبتَ أنَّ الأضلاعَ المتقابلةَ متوازيةٌ.

البرهانُ:

العباراتُ	المبرّراتُ
1) $\overline{BC} \cong \overline{DA}$ وَ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	1) معطًى.
2) $\overline{AC}$	2) ضلعٌ مشتركٌ.
3) $\Delta ABC \cong \Delta CDA$	3) SSS
4) $\angle 1 \cong \angle 4$ وَ $\angle 3 \cong \angle 2$	4) زوايا متناظرةٌ في مثلثَينِ متطابقَينِ.
5) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ وَ $\overline{BC} \parallel \overline{DA}$	5) عكسُ نظريةِ الزاويتَينِ المتبادلتَينِ داخليًّا.
6) $ABCD$ متوازي أضلاعٍ	6) تعريفُ متوازي الأضلاعِ.

أتحقّقُ من فهمي:

في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $\angle A \cong \angle C, \angle B \cong \angle D$ فأثبتُ أنَّ $ABCD$ متوازي أضلاعٍ.

أنظر الهامش.

يمكنُ استعمالُ شروطِ متوازي الأضلاعِ لتوضيحِ علاقاتٍ مِنْ واقعِ الحياةِ.

مثال 2: منَ الحياةِ

رافعةٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ رافعةً للمركباتِ الثقيلةِ:

1 هَلِ الشكلُ الرباعيُّ $QRSP$ متوازي أضلاعٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

بِما أنَّ كلَّ ضلعَينِ متقابلَينِ في الشكلِ الرباعيِّ $QRSP$ متطابقانِ، فإنَّهُ متوازي أضلاعٍ.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حـلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

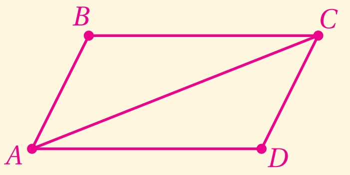
مثال 2: من الحياة

- أوضّـح للطلبـة أهميـة اسـتعمال شـروط متـوازي الأضـلاع فـي كثيـر مـن التطبيقـات الحياتيـة.
- أناقـش حـلّ فرعـي المثـال 2، وأؤكّـد أهميـة تبريـر الإجابـات.

إرشادات:

- يفضّـل الاسـتعانة بجهـاز Data Show لعرض الصــورة المرافقــة، وفــي حـال عدم توفّـر جهاز لعرض الصــورة، أوجّه الطلبة للنظر إلى الصورة في كتاب الطالب أثناء مناقشة الحلّ.
- أخبـر الطلبة أن موازاة الشـاحنة لـلأرض تتحقّق عندما نتخيّل مستقيمًا وهميًّا يمرّ في مركز دوران عجلاتهـا، ويكون هذا المسـتقيم موازيًا للمنصّة الممثَّلـة بِــ $\overline{QR}$ التـي تـوازي الأرض الممثّلـة بِـ $\overline{PS}$.

إجابة – (أتحقق من فهمي 1):



أصل القطر $\overline{AC}$ كما في الشكل المجاور:

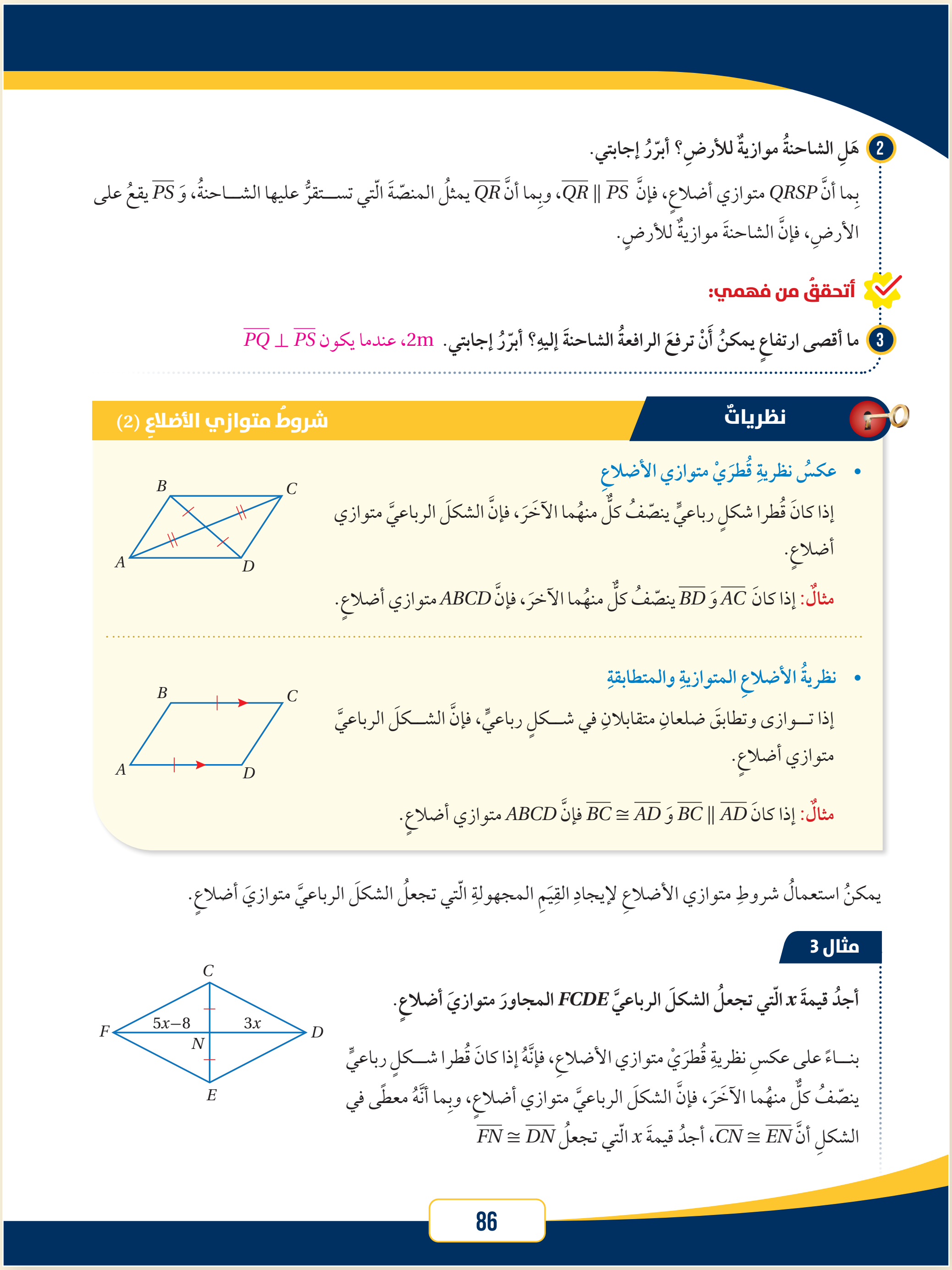
بما أن مجموع قياســات زوايــا المثلث 180°، فإن مجموع قياســات زوايا الشــكل الرباعي $ABCD$ يساوي 360°؛ لأنه انقسم إلى مثلثين.

أي أن: $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360°$

العبارات	المبرّرات
1) $\angle A \cong \angle C, \angle B \cong \angle D$	1) معطيات.
2) $m\ \angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360°$	2) مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي $ABCD$
3) $m\angle A + m\angle B + m\angle A + m\angle B = 360°$	3) لأن $\angle A \cong \angle C, \angle B \cong \angle D$
4) $2(m\angle \mathrm{A}) + 2(m\angle B) = 360°$ وكذلك $2(m\angle A)+2(m\angle D) = 360°$	4) تجميع الحدود المتشابهة.
5) $m\angle A + m\angle B = 180°$، $\angle A$ و $\angle B$ متحالفتان	5) بالقسمة على 2، وتعريف الزوايا المتحالفة.
6) $m\angle A + m\angle D = 180°$، $\angle D$ و $\angle A$ متحالفتان	6) بالقسمة على 2، وتعريف الزوايا المتحالفة.
7) $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ وَ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$	7) عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.
8) $ABCD$ متوازي أضلاع	8) تعريف متوازي الأضلاع.

إرشاد:

يمكن تبســيط المعادلات في الخطــوات 2 و 3 و 4 في حل المسألة في بند (**أتحقق من فهمي**) بفرض أن قياس الزاوية المجهولة هو x أو y أو أي متغير آخر.



2 هَلِ الشاحنةُ موازيةٌ للأرضِ؟ أبرّرُ إجابتي.

بِما أنَّ $QRSP$ متوازي أضلاعٍ، فإنَّ $\overline{PS} \parallel \overline{QR}$، وبِما أنَّ $\overline{QR}$ يمثلُ المنصّةَ الّتي تستقرُّ عليها الشاحنةُ، وَ $\overline{PS}$ يقعُ على الأرضِ، فإنَّ الشاحنةَ موازيةٌ للأرضِ.

أتحققُ من فهمي:

3 ما أقصى ارتفاعٍ يمكنُ أَنْ ترفعَ الرافعةُ الشاحنةَ إليهِ؟ أبرّرُ إجابتي. $2m$، عندما يكون $\overline{PS} \perp \overline{PQ}$

نظرياتٌ **شروطُ متوازي الأضلاعِ (2)**

- **عكسُ نظريةِ قُطرَيْ متوازي الأضلاعِ**

إذا كانَ قُطرا شكلٍ رباعيٍّ ينصّفُ كلٌّ منهُما الآخَرَ، فإنَّ الشكلَ الرباعيَّ متوازي أضلاعٍ.

مثالٌ: إذا كانَ $\overline{AC}$ وَ $\overline{BD}$ ينصّفُ كلٌّ منهُما الآخرَ، فإنَّ $ABCD$ متوازي أضلاعٍ.

- **نظريةُ الأضلاعِ المتوازيةِ والمتطابقةِ**

إذا توازى وتطابقَ ضلعانِ متقابلانِ في شكلٍ رباعيٍّ، فإنَّ الشكلَ الرباعيَّ متوازي أضلاعٍ.

مثالٌ: إذا كانَ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ وَ $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ فإنَّ $ABCD$ متوازي أضلاعٍ.

يمكنُ استعمالُ شروطِ متوازي الأضلاعِ لإيجادِ القِيَمِ المجهولةِ الّتي تجعلُ الشكلَ الرباعيَّ متوازيَ أضلاعٍ.

مثال 3

أجدُ قيمةَ x الّتي تجعلُ الشكلَ الرباعيَّ $FCDE$ المجاورَ متوازيَ أضلاعٍ.

بنـاءً على عكسِ نظريةِ قُطرَيْ متوازي الأضلاعِ، فإنَّهُ إذا كانَ قُطرا شكلٍ رباعيٍّ ينصّفُ كلٌّ منهُما الآخَرَ، فإنَّ الشكلَ الرباعيَّ متوازي أضلاعٍ، وبِما أنَّهُ معطًى في الشكلِ أنَّ $\overline{EN} \cong \overline{CN}$، أجدُ قيمةَ x الّتي تجعلُ $\overline{DN} \cong \overline{FN}$

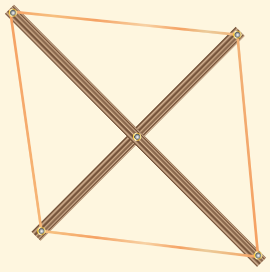
86

مثال 3

- أدوّن على اللوح عكس نظرية قطرَي متوازي الأضلاع وعكس نظرية الأضلاع المتوازية المتطابقة، وأوضّح كلًّا منهما بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ شروط متوازي الأضلاع (2)) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش حلّ مثال 3 مع الطلبة على اللوح بوصفه تطبيقًا لعكس نظرية قطري متوازي الأضلاع، وأؤكّد أنها شرط كافٍ لجعل الشكل الرباعي $FCDE$ المُعطى متوازي أضلاع.

تنويع التعليم:

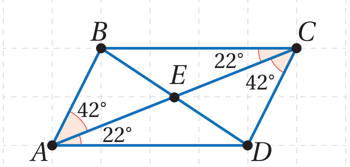
- أصمّم أداة باستعمال قطعتَي خشب مختلفتين في الطول، وذلك بتثبيتهما معًا ببرغي وصامولة عند نقطة منتصف كلّ منهما، ووضع مسمار عند كلّ طرف من أطراف قطعتَي الخشب، واستعمال قطعة مطاط دائرية الشكل ذات طول مناسب، وتمريرها حول المسامير الأربعة، كما في الشكل الآتي.



- أحرّك قطعتَي الخشب حول البرغي مرات عدّة، وفي كلّ مرة أطلب إلى أحد الطلبة استعمال مسطرة مدرَّجة؛ للتحقّق من تطابق كلّ جزأين متقابلين من المطاط، وأسأل الطلبة: ما الذي يُمكن استنتاجه؟
- يساعد استعمال هذه الأداة الطلبة على فهم عكس نظرية قطري متوازي الأضلاع، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء حسّي.

أخطاء شائعة:

قد يظنّ بعض الطلبة خطأً أن قطرَي متوازي الأضلاع ينصّفان الزوايا المتقابلة فيه، لذا أؤكّد للطلبة أنّ هذا غير صحيح إلّا في بعض الحالات الخاصة لمتوازيات الأضلاع التي سيتعرّفونها في الدرس التالي، وهما حالتا المربع والمعين، ويمكن استعمال برمجية جيوجبرا لتوضيح ذلك، كما يظهر في الشكل الآتي.

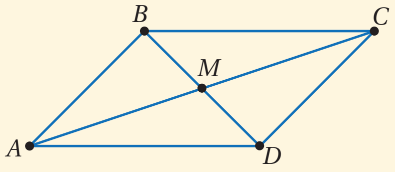


إرشادات:

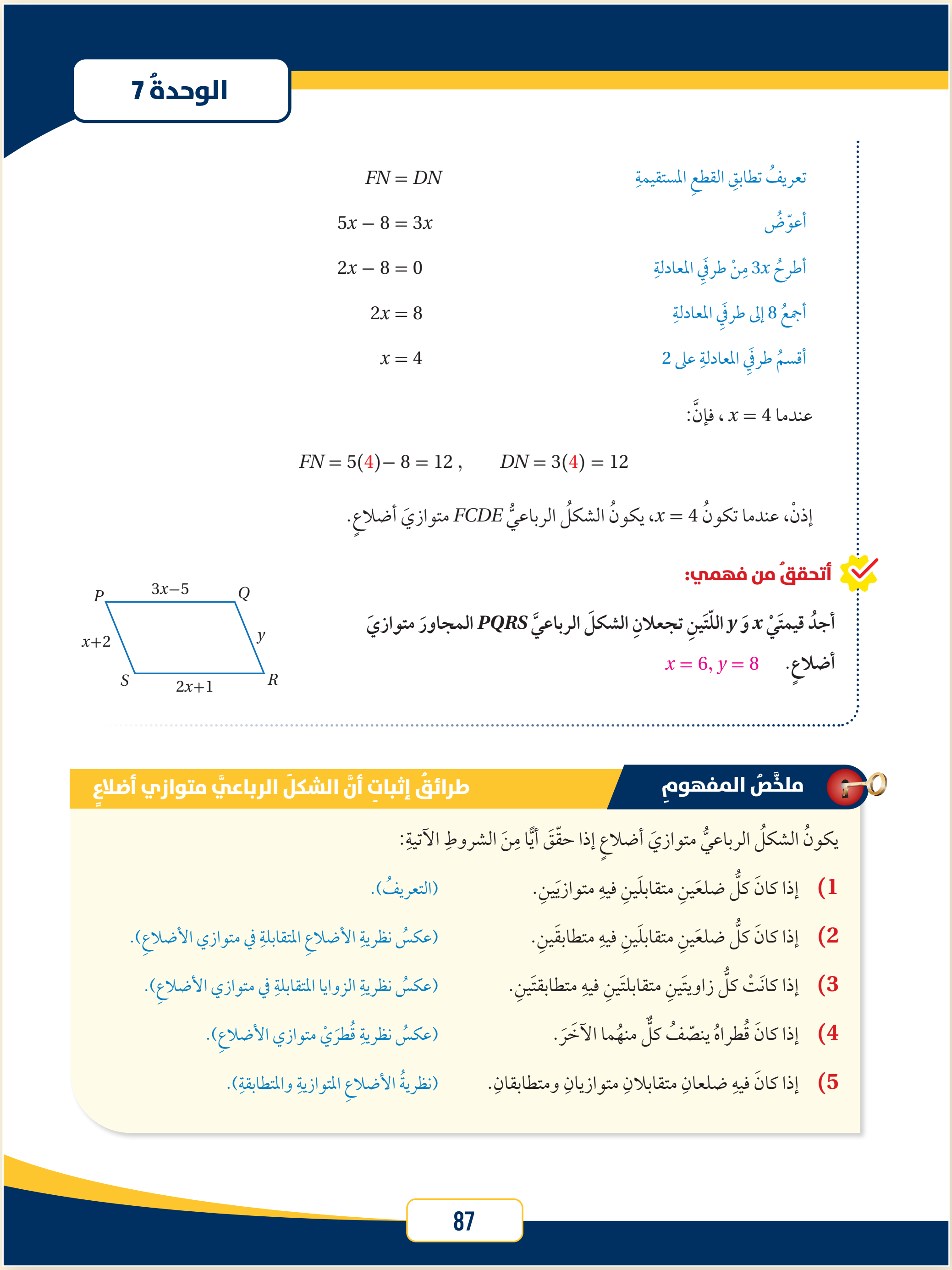
- للتركيز على أفكار الدرس الرئيسة أدوّن ملخّص المفهوم (طرائق إثبات أنّ الشكل الرباعي متوازي أضلاع) بطريقة مميزة على اللوح تساعد الطلبة على تذكّر الحالات الخمس، على سبيل المثال، أدوّن ملخّص المفهوم على لوحة تُعلَّق عند زاوية اللوح يسهل على الطلبة الرجوع إليها أثناء التدريب الصفي.
- أخبر الطلبة أن شروط متوازي الأضلاع (1) وشروط متوازي الأضلاع (2)، إضافة إلى الشرط المتمثّل في تعريف متوازي الأضلاع، تُمثّل خمسة شروط إذا تحقّق أيٌّ منها؛ فإنّ الشكل الرباعي يكون متوازي أضلاع.

مثال إضافي:

في الشكل الآتي، إذا كان: $\triangle AMB \cong \triangle DMC$، فأُثبت أنّ الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع، باستعمال البرهان ذي العمودين.



العبارات	المبرّرات
1) $\triangle AMB \cong \triangle DMC$	1) معطى.
2) $\overline{AM} \cong \overline{MC}$	2) ضلعان متناظران متطابقان.
3) $\overline{BM} \cong \overline{MD}$	3) ضلعان متناظران متطابقان.
4) القطران $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ ينصف كل منهما الآخر	4) نتيجة التطابق في 2 و 3
5) $ABCD$ متوازي أضلاع	5) عكس نظرية قطرَي متوازي الأضلاع.



الوحدةُ 7

تعريفُ تطابقِ القطعِ المستقيمةِ $FN = DN$

أعوّضُ $5x - 8 = 3x$

أطرحُ $3x$ مِنْ طرفَي المعادلةِ $2x - 8 = 0$

أجمعُ 8 إلى طرفَي المعادلةِ $2x = 8$

أقسمُ طرفَي المعادلةِ على 2 $x = 4$

عندما $x = 4$ ، فإنَّ:

$$FN = 5(4) - 8 = 12\ , \qquad DN = 3(4) = 12$$

إذنْ، عندما تكونُ $x = 4$، يكونُ الشكلُ الرباعيُّ $FCDE$ متوازيَ أضلاعٍ.

أتحققُ من فهمي:

أجدُ قيمتَيْ x وَ y اللّتَينِ تجعلانِ الشكلَ الرباعيَّ $PQRS$ المجاورَ متوازيَ أضلاعٍ. $x = 6, y = 8$

ملخَّصُ المفهومِ: طرائقُ إثباتِ أنَّ الشكلَ الرباعيَّ متوازي أضلاعٍ

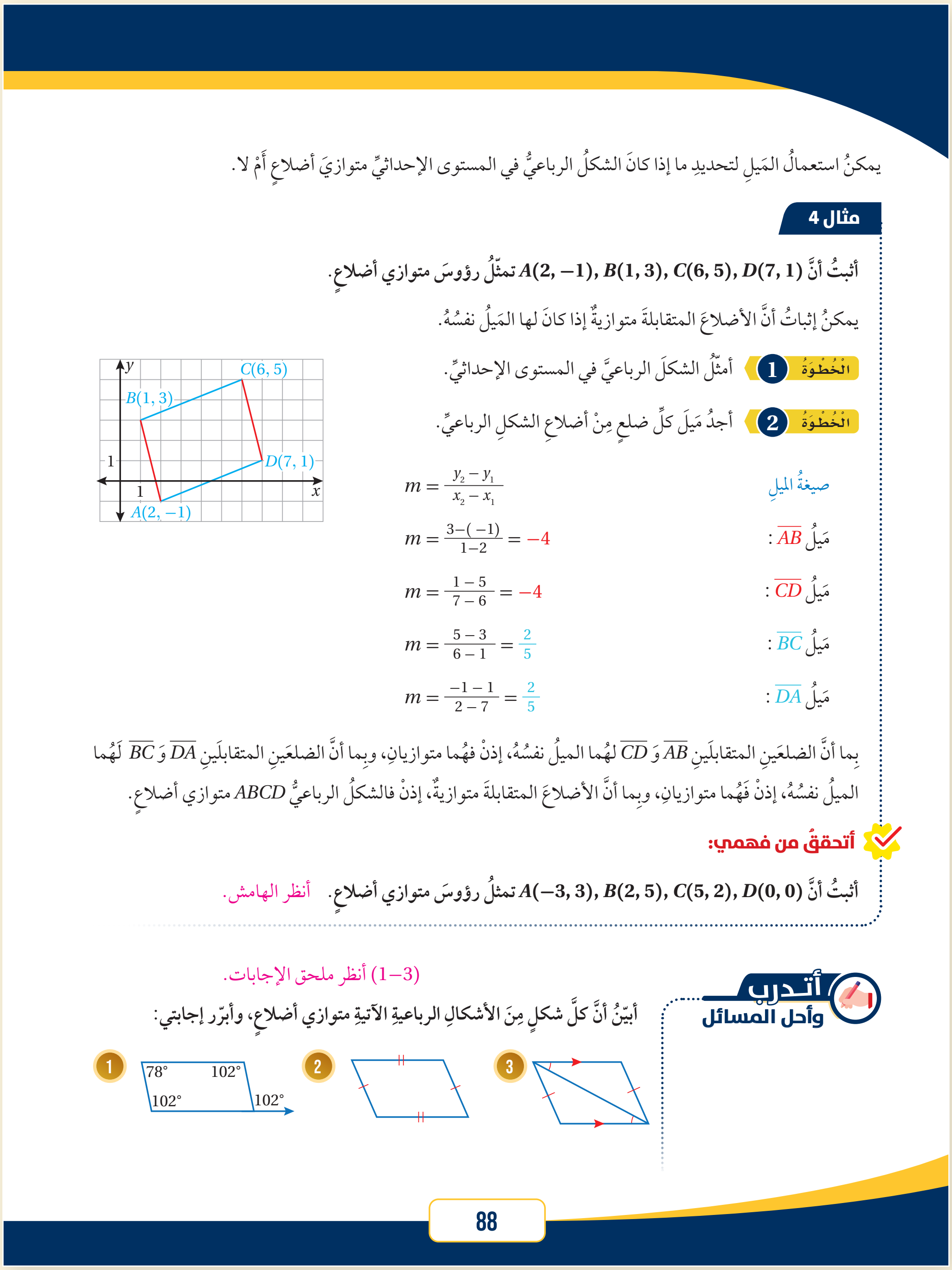
يكونُ الشكلُ الرباعيُّ متوازيَ أضلاعٍ إذا حقّقَ أيًّا مِنَ الشروطِ الآتيةِ:

1) إذا كانَ كلُّ ضلعَينِ متقابلَينِ فيهِ متوازيَينِ. (التعريفُ).
2) إذا كانَ كلُّ ضلعَينِ متقابلَينِ فيهِ متطابقَينِ. (عكسُ نظريةِ الأضلاعِ المتقابلةِ في متوازي الأضلاعِ).
3) إذا كانَتْ كلُّ زاويتَينِ متقابلتَينِ فيهِ متطابقتَينِ. (عكسُ نظريةِ الزوايا المتقابلةِ في متوازي الأضلاعِ).
4) إذا كانَ قُطراهُ ينصّفُ كلٌّ منهُما الآخَرَ. (عكسُ نظريةِ قُطرَيْ متوازي الأضلاعِ).
5) إذا كانَ فيهِ ضلعانِ متقابلانِ متوازيانِ ومتطابقانِ. (نظريةُ الأضلاعِ المتوازيةِ والمتطابقةِ).

87

توسعة:

- أطلب إلى الطلبة الإجابة عن السؤال الآتي، وتبرير إجاباتهم:
  - هل العبارة: (**إذا كانت الزوايا المتناظرة في متوازيَي أضلاع متطابقة، فإن متوازيَي الأضلاع يكونان متطابقين**)، صحيحة دائمًا، أم صحيحة أحيانًا، أم غير صحيحة أبدًا؟ صحيحة أحيانًا؛ لأن متوازيَي الأضلاع يكونان متطابقين إذا كان في أحدهما ضلعان متجاوران على الأقل يطابقان نظيرَيهما في متوازي الأضلاع الآخر.



يمكنُ استعمالُ المَيلِ لتحديدِ ما إذا كانَ الشكلُ الرباعيُّ في المستوى الإحداثيِّ متوازيَ أضلاعٍ أَمْ لا.

مثال 4

أثبتُ أنَّ $A(2, -1), B(1, 3), C(6, 5), D(7, 1)$ تمثّلُ رؤوسَ متوازي أضلاعٍ.

يمكنُ إثباتُ أنَّ الأضلاعَ المتقابلةَ متوازيةٌ إذا كانَ لها المَيلُ نفسُهُ.

الْخُطْوَةُ 1 أمثّلُ الشكلَ الرباعيَّ في المستوى الإحداثيِّ.

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ مَيلَ كلِّ ضلعٍ مِنْ أضلاعِ الشكلِ الرباعيِّ.

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

مَيلُ $\overline{AB}$: $m = \frac{3-(-1)}{1-2} = -4$

مَيلُ $\overline{CD}$: $m = \frac{1-5}{7-6} = -4$

مَيلُ $\overline{BC}$: $m = \frac{5-3}{6-1} = \frac{2}{5}$

مَيلُ $\overline{DA}$: $m = \frac{-1-1}{2-7} = \frac{2}{5}$

بِما أنَّ الضلعَينِ المتقابلَينِ $\overline{AB}$ وَ $\overline{CD}$ لهُما الميلُ نفسُهُ، إذنْ فهُما متوازيانِ، وبِما أنَّ الضلعَينِ المتقابلَينِ $\overline{DA}$ وَ $\overline{BC}$ لَهُما الميلُ نفسُهُ، إذنْ فَهُما متوازيانِ، وبِما أنَّ الأضلاعَ المتقابلةَ متوازيةٌ، إذنْ فالشكلُ الرباعيُّ $ABCD$ متوازي أضلاعٍ.

أتحققُ من فهمي:

أثبتُ أنَّ $A(-3, 3), B(2, 5), C(5, 2), D(0, 0)$ تمثلُ رؤوسَ متوازي أضلاعٍ. أنظر الهامش.

أتدرب وأحل المسائل

(1–3) أنظر ملحق الإجابات.

أبيّنُ أنَّ كلَّ شكلٍ مِنَ الأشكالِ الرباعيةِ الآتيةِ متوازي أضلاعٍ، وأبرّر إجابتي:

88

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

إجابة – (أتحقق من فهمي 4):

العبارات	المبرّرات
1) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$	1) ميل $\overline{AB}$ = ميل $\overline{DC} = \frac{2}{5}$
2) $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$	2) ميل $\overline{BC}$ = ميل $\overline{AD} = -1$
3) الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع	3) تعريف متوازي أضلاع.

مثال 4

- أذكّر الطلبة بأنه إذا تساوى الميل لمستقيمين مختلفين فإنّهما متوازيان، وأبيّن لهم أنّه يمكن استعمال هذه الحقيقة لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي المُعطى إحداثيات رؤوسه في المستوى الإحداثي متوازي أضلاع أم لا.
- أناقش خطوات حلّ مثال 4 على اللوح، بالاستعانة بتمثيل للشكل الرباعي في المستوى الإحداثي.
- أسأل الطلبة: أيّ شروط متوازي الأضلاع تحقّق في هذا المثال؟ تعريف متوازي الأضلاع.

إرشادات:

- أذكّر الطلبة بأنّ ميل المستقيم المارّ في النقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) يُعطى بالصيغة: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
- أذكّر الطلبة بمعنى القيمة الموجبة للميل ومعنى القيمة السالبة للميل، ودلالة ذلك على تزايد معدّل التغيُّر أو تناقصه.

4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (8 – 1)، والمسألتين (14, 15) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل/ الزميلة.

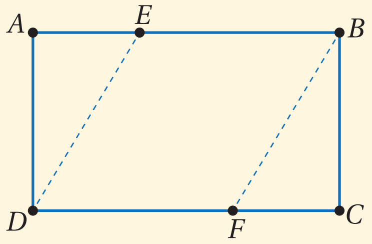
مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (19 – 17).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

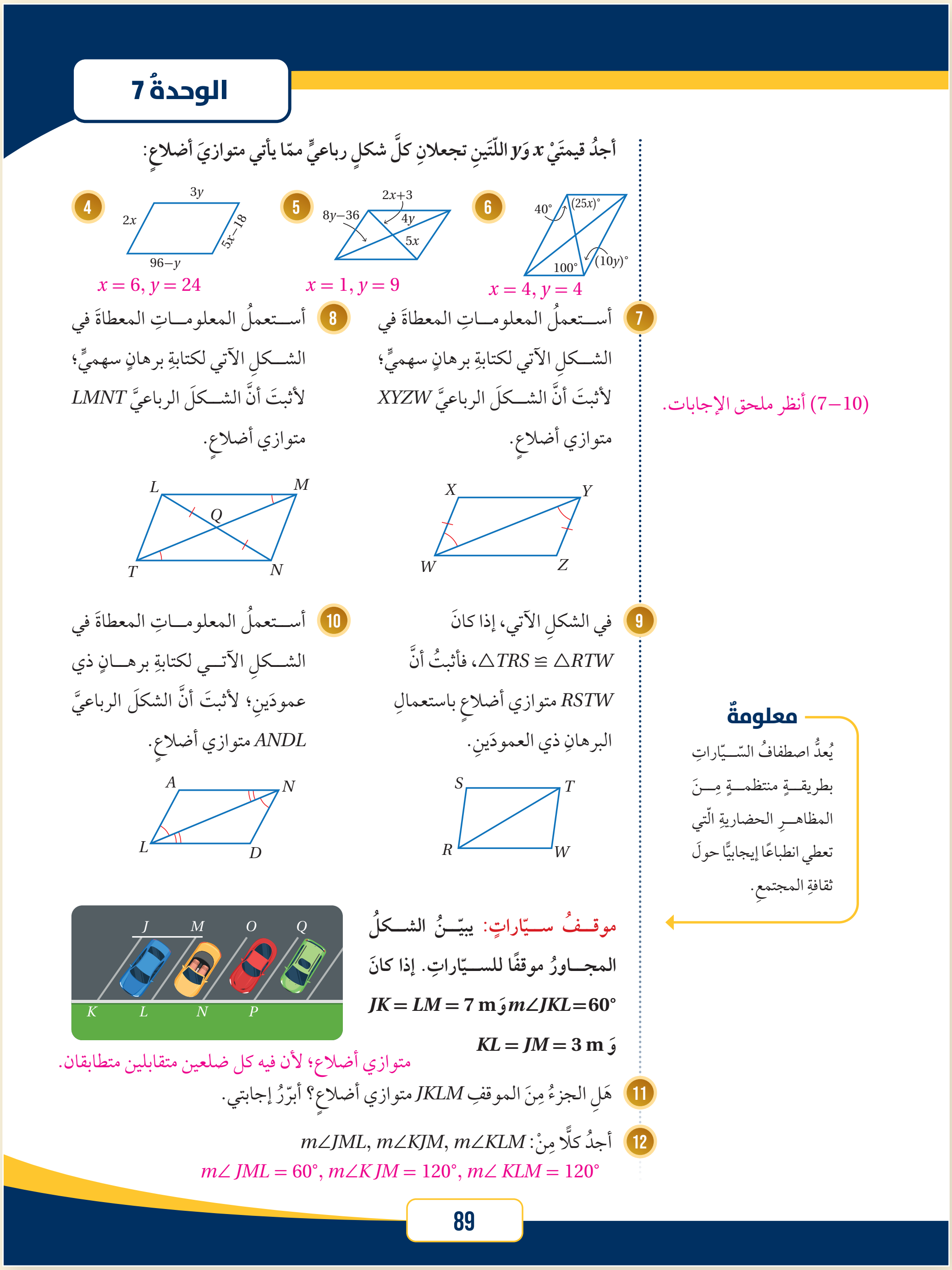
5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة بورقة بيضاء A4، ومقص، ومسطرة.
- أطلب إلى المجموعات اقتطاع مثلثين متطابقين من الورقة، كما في الشكل الآتي، بحيث يكون $DE = EB = BF = FD$.



- أوجّه الطلبة إلى طيّ الورقة من زاويتين متقابلتين بحيث ينطبق طرفها الأيمن BC على طرفها الأيسر AD عند منتصف الورقة تمامًا.
- أسأل الطلبة:
  - » ما شكل الورقة المتبقّي بعد اقتطاع المثلثين؟ متوازي أضلاع فيه جميع الأضلاع متطابقة.
  - » ما الشرط الذي تحقّق لكي يُعدّ الشكل المتبقّي من الورقة متوازيَ الأضلاع $DEBF$؟ كلّ ضلعين متقابلين متطابقان (عكس نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع).
  - » كيف يُمكن إثبات أنّ كلّ قطر في الشكل المتبقّي من الورقة ينصّف الزاويتين المتقابلتين فيه؟ بطيّ الجزء المتبقّي حول كلّ من القطرين وملاحظة تطابق الزوايا.
  - » ما الاسم الذي تقترحونه لهذه الحالة الخاصة من متوازي الأضلاع؟ إجابة محتملة: المعين.



الوحدةُ 7

أجدُ قيمتَيْ x وَy اللّتَينِ تجعلانِ كلَّ شكلٍ رباعيٍّ ممّا يأتي متوازيَ أضلاعٍ:

4 $x = 6, y = 24$

5 $x = 1, y = 9$

6 $x = 4, y = 4$

(7–10) أنظر ملحق الإجابات.

7 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبتَ أنَّ الشكلَ الرباعيَّ $XYZW$ متوازي أضلاعٍ.

8 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبتَ أنَّ الشكلَ الرباعيَّ $LMNT$ متوازي أضلاعٍ.

9 في الشكلِ الآتي، إذا كانَ $\triangle TRS \cong \triangle RTW$، فأثبتُ أنَّ $RSTW$ متوازي أضلاعٍ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

10 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ الشكلَ الرباعيَّ $ANDL$ متوازي أضلاعٍ.

معلومةٌ

يُعدُّ اصطفافُ السّيّاراتِ بطريقةٍ منتظمةٍ مِنَ المظاهرِ الحضاريةِ الّتي تعطي انطباعًا إيجابيًّا حولَ ثقافةِ المجتمعِ.

موقفُ سيّاراتٍ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ موقفًا للسيّاراتِ. إذا كانَ $JK = LM = 7$ m وَ$m\angle JKL = 60°$ وَ $KL = JM = 3$ m

متوازي أضلاع؛ لأن فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان.

11 هَلِ الجزءُ مِنَ الموقفِ $JKLM$ متوازي أضلاعٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

12 أجدُ كلًّا مِنْ: $m\angle JML,\ m\angle KJM,\ m\angle KLM$

$m\angle JML = 60°,\ m\angle KJM = 120°,\ m\angle KLM = 120°$

89

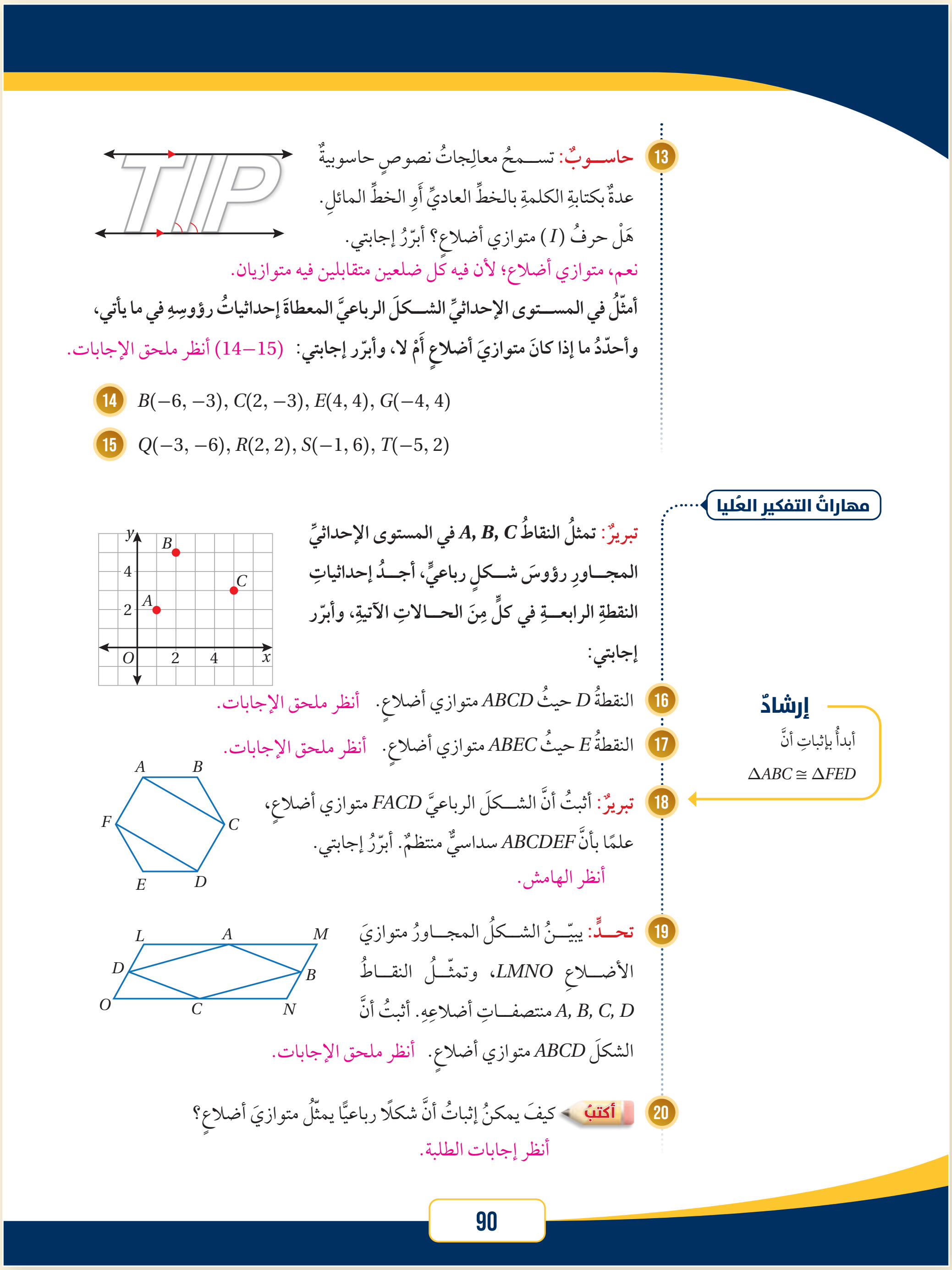
الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (13 – 11) ,9 كتاب التمارين: (6 – 1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 17 ,16 ,(13 – 9) كتاب التمارين: 8 ,7 ,(3 – 1)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (20 – 16) كتاب التمارين: 9 ,8 ,7 ,(3 – 1)

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي الأسئلة (13–11) (**موقف سيارات**) أعزّز الوعي بأهمية احترام الآخرين وحاجاتهم الشخصية، فاصطفاف السيارات بطريقة منظّمة من دون إعاقة لحركة الآخرين، ودون تعطيل لمصالحهم، يُعدّ من فضائل الآداب التي ينبغي أن يتحلّى بها أفراد المجتمع.



13 **حاســوبٌ:** تســمحُ معالِجاتُ نصوصٍ حاسوبيةٌ عدةٌ بكتابةِ الكلمةِ بالخطِّ العاديِّ أَوِ الخطِّ المائلِ. هَلْ حرفُ (I) متوازي أضلاعٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

نعم، متوازي أضلاع؛ لأن فيه كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان.

أمثّلُ في المســتوى الإحداثيِّ الشــكلَ الرباعيَّ المعطاةَ إحداثياتُ رؤوسِهِ في ما يأتي، وأحدّدُ ما إذا كانَ متوازيَ أضلاعٍ أَمْ لا، وأبرّر إجابتي: (14–15) أنظر ملحق الإجابات.

14 $B(-6, -3), C(2, -3), E(4, 4), G(-4, 4)$

15 $Q(-3, -6), R(2, 2), S(-1, 6), T(-5, 2)$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: تمثلُ النقاطُ A, B, C في المستوى الإحداثيِّ المجــاورِ رؤوسَ شــكلٍ رباعيٍّ، أجــدُ إحداثياتِ النقطةِ الرابعــةِ في كلٍّ مِنَ الحــالاتِ الآتيةِ، وأبرّر إجابتي:

16 النقطةُ D حيثُ $ABCD$ متوازي أضلاعٍ. أنظر ملحق الإجابات.

17 النقطةُ E حيثُ $ABEC$ متوازي أضلاعٍ. أنظر ملحق الإجابات.

18 **تبريرٌ:** أثبتُ أنَّ الشــكلَ الرباعيَّ $FACD$ متوازي أضلاعٍ، علمًا بأنَّ $ABCDEF$ سداسيٌّ منتظمٌ. أبرّرُ إجابتي. أنظر الهامش.

إرشادٌ
أبدأُ بإثباتِ أنَّ
$\Delta ABC \cong \Delta FED$

19 **تحــدٍّ:** يبيّــنُ الشــكلُ المجــاورُ متوازيَ الأضــلاعِ $LMNO$، وتمثّــلُ النقــاطُ A, B, C, D منتصفــاتِ أضلاعِهِ. أثبتُ أنَّ الشكلَ $ABCD$ متوازي أضلاعٍ. أنظر ملحق الإجابات.

20 **أكتبُ** كيفَ يمكنُ إثباتُ أنَّ شكلًا رباعيًّا يمثّلُ متوازيَ أضلاعٍ؟ أنظر إجابات الطلبة.

90

إجابة – (أتدرب وأحل المسائل):

18)

العبارات	المبرّرات
1) $\overline{CB} \cong \overline{DE}, \overline{AB} \cong \overline{FE}$	1) أضلاع سداسي منتظم.
2) $\angle B \cong \angle E$	2) زاويتان في سداسي منتظم.
3) $\Delta ABC \cong \Delta FED$	3) SAS
4) $\overline{AC} \cong \overline{FD}$	4) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.
5) $\overline{AF} \cong \overline{CD}$	6) ضلعان في سداسي منتظم.
6) $FACD$ متوازي أضلاع	5) شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان.

نشاط التكنولوجيا:

أحفّز الطلبة علــى تصفُّح الموقع الإلكترونــي الذي ســيظهر عند مســح الرمز المجاور في المنزل، إذ يجيب الطلبة عن أسـئلة تتعلّق بشــروط متــوازي الأضلاع، عن طريق مجموعة من الألعاب التفاعلية.

تعليمات المشروع:

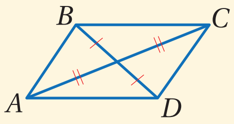
- أطلــب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتيــن 3 و4 من خطوات المشروع.
- أوجّه الطلبة إلى تقسيم المهام فيما بينهم بحيث يوثّق أحد الأفراد في كلّ مجموعة عمل مجموعته بالصور، أو بتسـجيل مقطـع مرئـي (فيديـو) لا تتجـاوز مدّته 5 دقائق.

6 الختام

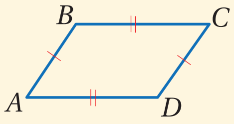
- أوجّـه الطلبـة إلـى بنـد (**أكتـب**)؛ للتأكُّـد مـن فهمهم موضـوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المسـتوى المتوسـط أو دون المتوسـط قراءة الفقرات التي كتبوا للإجابة عن السؤال.
- إنْ لـزم الأمـر، أتحقّق من فهـم الطلبة، بتوجيه سـؤال لهم، مثل:

» **ما الشــرط الذي تحقّق لكي يُعَدَّ الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع في كلّ ممّا يأتي:**

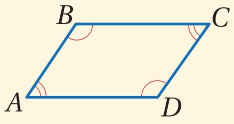
1 قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.



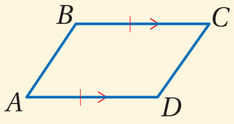
2 كل ضلعين متقابلين متطابقين.



3 كل زاويتين متقابلتين متطابقتين .



4 يوجد ضلعين متقابلين متوازيين ومتطابقين.



الدرس
4

نتاجات الدرس:

- إثبات صحة نظرية قطري المستطيل بالاتجاهين.
- استعمال خصائص المستطيل لإيجاد قياسات مجهولة متعلّقة بقطريه.
- استعمال خصائص المعين لإيجاد قياسات مجهولة متعلّقة بالزوايا التي ينتجها قطراه.
- تعرّف العلاقة بين متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين والمربع.
- تحديد ما إذا كان متوازي أضلاع معطى يمثّل مستطيلًا أو معينًا أو مربعًا.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- تعرّف خصائص متوازي الأضلاع وشروطه المتعلّقة بأضلاعه وزواياه وقطرَيه.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

الدرسُ 4 حالاتٌ خاصّةٌ مِنْ متوازي الأضلاعِ

فكرةُ الدرسِ

- أحدّدُ خصائصَ كلٍّ مِنَ: المستطيلِ، والمَعينِ، والمربعِ.
- أحدّدُ ما إذا كانَ متوازي الأضلاعِ مستطيلًا أَوْ مَعينًا أَوْ مربعًا.

المصطلحاتُ

المستطيلُ، المَعينُ، المربعُ

أستكشفُ

تتكوّنُ الرقعةُ الخاصّةُ بلعبةِ الشطرنجِ مِنْ 64 مربعًا ملوَّنًا. كيفَ يمكنُني إثباتُ أنَّ الرقعةَ نفسَها مربعةٌ؟

تعرفْتُ سابقًا خصائصَ متوازي الأضلاعِ المتعلقةَ بأضلاعِهِ وزواياهُ وأقطارِهِ، وسأتعرّفُ في هذا الدرسِ ثلاثةَ أنواعٍ خاصّةٍ مِنْ متوازي الأضلاعِ وَهِيَ: المستطيلُ، والمَعينُ، والمربعُ.

المستطيلُ

المستطيلُ (rectangle) هُوَ متوازي أضلاعٍ زواياهُ الأربعُ قوائمُ، وهذا يعني أنَّ لَهُ الخصائصَ الآتيةَ:

- زواياهُ الأربعُ قوائمُ.
- الأضلاعُ المتقابلةُ متوازيةٌ ومتطابقةٌ.
- الزوايا المتقابلةُ متطابقةٌ.
- الزوايا المتحالفةُ متكاملةٌ.
- قُطراهُ ينصّفُ كلٌّ منهُما الآخَرَ.
- كلُّ قُطرٍ مِنْ أقطارِ المستطيلِ يقسمُهُ إلى مثلثَينِ متطابقَينِ.

وتُضافُ إلى الخصائصِ السابقةِ خاصّيّةٌ أُخرى متعلّقةٌ بقُطرَيِ المستطيلِ موضَّحةٌ في النظريةِ الآتيةِ:

نظريةٌ **قُطرا المستطيلِ**

- **نظريةُ قُطرَيِ المستطيلِ**

يكونُ متوازي الأضلاعِ مستطيلًا إذا وَفقطْ إذا كانَ قُطراهُ متطابقَينِ.

مثالٌ: يكونُ $\square ABCD$ مستطيلًا إذا وفقطْ إذا كانَ $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

91

1 التهيئة

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة **بورقة المصادر 10: أنا أفكّر في ....**
- أطلب إلى المجموعات تحديد الشكل الرباعي الذي ينطبق عليه الوصف في عمود (أنا أفكّر في)، ورسمه، وكتابة اسمه باللغتين العربية والإنجليزية.
- أتجوّل بين المجموعات وأتابع حلولهم.
- المجموعة الفائزة هي التي تُنهي عملها بصورة صحيحة أولًا.
- أعرض حلّ المجموعة الفائزة، وأعزّز أفرادها، وأشكر باقي أفراد المجموعات على محاولاتهم.
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعلّمون في هذا الدرس خصائص ثلاث حالات خاصة من متوازي الأضلاع.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمُّل الصورة المجاورة لها، ثمّ أسألهم:
  - » ما اسم رقعة اللعبة التي تظهر في الصورة؟ رقعة لعبة الشطرنج.
  - » ما أسماء القطع التي تُستعمَل في لعبة الشطرنج؟ الملك، الوزير، الجنود، الحصان، الفيل، القلعة.
  - » كيف تُحرَّك كلّ من هذه القطع؟ ستختلف إجابات الطلبة.
  - » ما عدد المربعات التي تظهر على رقعة لعبة الشطرنج باللون الأبيض؟ 32
  - » كيف عرفتم ذلك؟ ستختلف إجابات الطلبة.
  - » ما عدد المربعات التي تظهر على رقعة لعبة الشطرنج باللون الأسود؟ 32
  - » كيف عرفتم ذلك؟ ستختلف إجابات الطلبة.
  - » هل جميع هذه المربعات متطابقة؟ نعم.
  - » كيف عرفتم ذلك؟ ستختلف إجابات الطلبة.
  - » كيف يُمكن إثبات أنّ رقعة لعبة الشطرنج نفسها مربعة؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرّفون إجابة السؤال الأخير في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكنّ؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

المفاهيم العابرة للمواد

في بند (**أستكشف**)، أؤكّد أهمية البحث والتعلّم الذاتي؛ لذا أطلب إلى الطلبة البحث في مصادر المعلومات لتعلّم القواعد الخاصة بلعبة الشطرنج، إذ إنها واحدة من أهمّ الألعاب التي تنمّي مهارات التخطيط.

ملاحظاتي

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3 التدريس

مثال 1: إثباتُ نظريةٍ

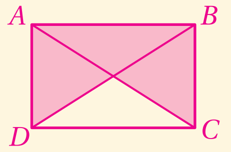
- أدوّن على اللوح تعريف المستطيل، وأوضّح خصائصه على رسم خاص بالمستطيل.
- أدوّن الخاصّيّة المتعلّقة بنظرية قطرَي المستطيل، وأوضّح للطلبة معنى (إذا وفقط إذا كان...)، الذي يعني صحة النظرية بالاتجاهين.
- أناقش مع الطلبة عن طريق المثال 1 إثبات صحة الاتجاه الأول في النظرية، والذي نصّه: إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلًا فإنّ قطرَيه متطابقان، باستعمال البرهان ذي العمودين.

تنويع التعليم

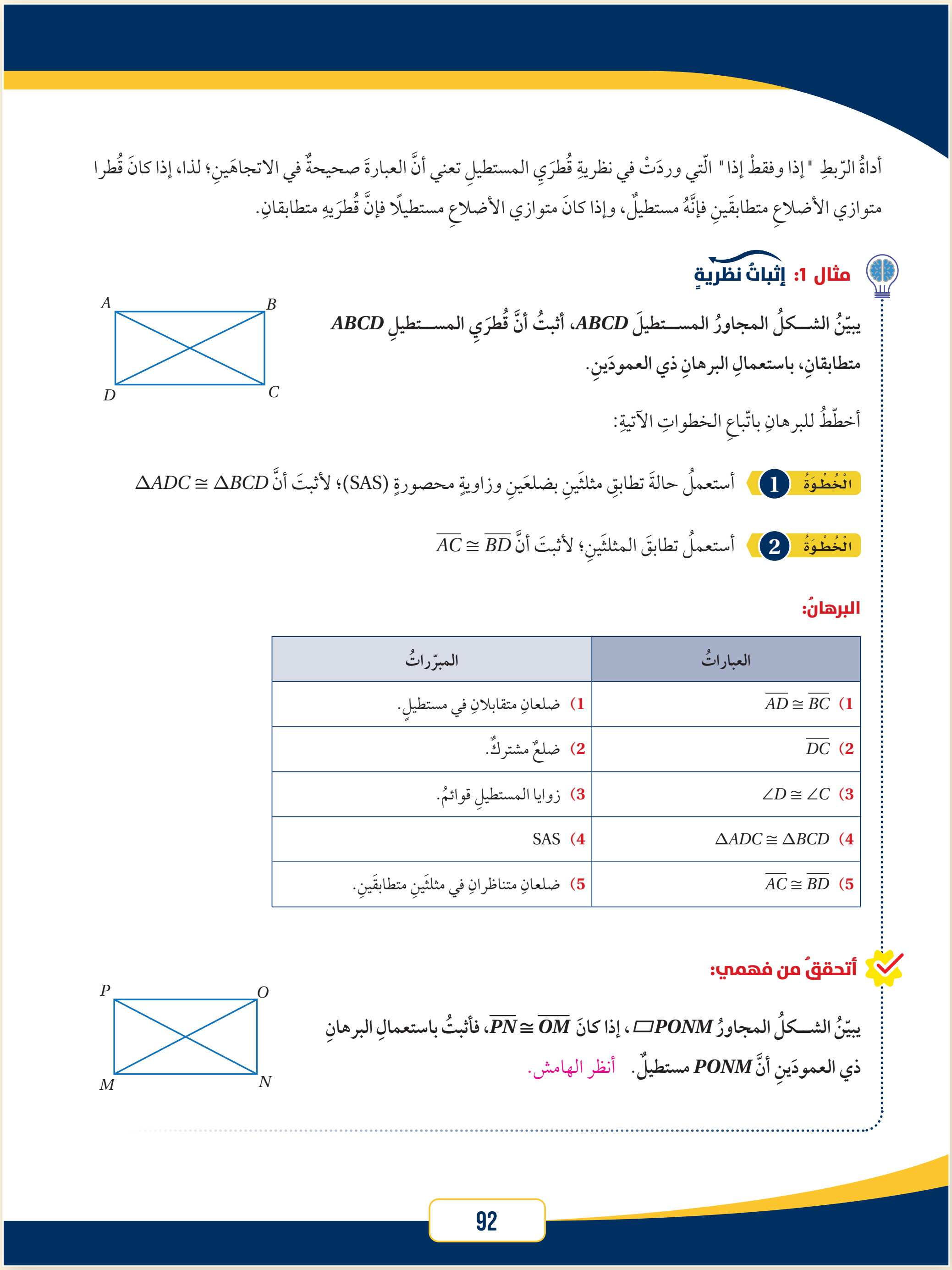
تظليل المثلثين المراد إثبات تطابقهما بطريقتين متمايزتين باستعمال لونين مختلفين يساعد الطلبة على التركيز عند استخلاص حالة التطابق (SAS)، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.

إرشاد: في سؤال (أتحقق من فهمي) التابع للمثال 1 أوجّه الطلبة عند كتابة البرهان ذي العمودين إلى العمل على إثبات إحدى خواصّ المستطيل، مثل: أنّ زواياه قوائم.

توسعة: أطلب إلى الطلبة في مجموعات ثنائية استعمال المثلثين: ΔDAB و ΔCBA، وكتابة إثبات للنظرية نفسها باستعمال البرهان ذي العمودين.



العبارات	المبرّرات
1) $\overline{BC} \cong \overline{AD}$	1) ضلعان متقابلان في مستطيل.
2) $\overline{AB} \cong \overline{AB}$	2) ضلع مشترك.
2) $\angle B \cong \angle A$	3) زوايا المستطيل قوائم.
4) $\Delta CBA \cong \Delta DAB$	4) SAS
5) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$	4) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.



أداةُ الرّبطِ "إذا وفقطْ إذا" الّتي وردَتْ في نظريةِ قُطرَيِ المستطيلِ تعني أنَّ العبارةَ صحيحةٌ في الاتجاهَينِ؛ لذا، إذا كانَ قُطرا متوازي الأضلاعِ متطابقَينِ فإنَّهُ مستطيلٌ، وإذا كانَ متوازي الأضلاعِ مستطيلًا فإنَّ قُطرَيهِ متطابقانِ.

مثال 1: إثباتُ نظريةٍ

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ المستطيلَ *ABCD*، أثبتُ أنَّ قُطرَيِ المستطيلِ *ABCD* متطابقانِ، باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

أخطّطُ للبرهانِ باتّباعِ الخطواتِ الآتيةِ:

الْخُطْوَةُ 1 أستعملُ حالةَ تطابقِ مثلثَينِ بضلعَينِ وزاويةٍ محصورةٍ (SAS)؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta BCD \cong \Delta ADC$

الْخُطْوَةُ 2 أستعملُ تطابقَ المثلثَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\overline{BD} \cong \overline{AC}$

البرهانُ:

العباراتُ	المبرّراتُ
1) $\overline{AD} \cong \overline{BC}$	1) ضلعانِ متقابلانِ في مستطيلٍ.
2) $\overline{DC}$	2) ضلعٌ مشتركٌ.
3) $\angle D \cong \angle C$	3) زوايا المستطيلِ قوائمُ.
4) $\Delta ADC \cong \Delta BCD$	4) SAS
5) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$	5) ضلعانِ متناظرانِ في مثلثَينِ متطابقَينِ.

أتحققُ من فهمي:

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ $\square$*PONM*، إذا كانَ $\overline{PN} \cong \overline{OM}$، فأثبتُ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ أنَّ *PONM* مستطيلٌ. أنظر الهامش.

92

إجابة – (أتحقق من فهمي 1):

العبارات	المبرّرات
1) $\overline{NO} \cong \overline{MP}$	1) ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع.
2) $\overline{MN}$	2) ضلع مشترك.
3) $\overline{PN} \cong \overline{OM}$	3) معطى.
4) $\Delta ONM \cong \Delta PMN$	4) SSS
5) $\angle ONM \cong \angle PMN$	5) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين.
6) $\angle ONM, \angle PMN$ قائمتان	6) زاويتان متطابقتان ومتحالفتان في متوازي أضلاع.
7) $\angle MPO, \angle NOP$ قائمتان	7) نظرية القاطع العمودي.
8) *PONM* مستطيل	8) متوازي أضلاع زواياه قوائم.

الوحدةُ 7

يمكنُ استعمالُ خصائصِ المستطيلِ لإيجادِ قِيَمٍ مجهولةٍ.

مثال 2

إذا كانَ $QRST$ مستطيلًا، وكانَ $QS = 6x + 14$ وَ $RT = 9x + 5$، فأجدُ قيمةَ المتغيّرِ x .

بِما أنَّ $QRST$ مستطيلٌ، فإنَّ قُطرَيهِ متطابقانِ، إذنْ أجدُ قيمةَ x الّتي تجعلُ $\overline{QS} \cong \overline{RT}$

قُطرا المستطيلِ متساويانِ في الطولِ	$QS = RT$
أعوّضُ	$9x + 5 = 6x + 14$
أطرحُ $6x$ مِنْ طرفَي المعادلةِ	$3x + 5 = 14$
أطرحُ 5 مِنْ طرفَي المعادلةِ	$3x = 9$
أقسمُ طرفَي المعادلةِ على 3	$x = 3$

أتحققُ من فهمي:

إذا كانَ $PQNM$ مستطيلًا، وكانَ $MQ = 2x + 11$ وَ $PN = 5x - 31$، فأجدُ قيمةَ المتغيّرِ x . $x = 14$

يمكنُ استعمالُ خصائصِ المستطيلِ لتوضيحِ علاقاتٍ مِنْ واقعِ الحياةِ.

مثال 3: من الحياةِ

نافذةٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ إطارَ نافذةٍ أبعادُها موضَّحةٌ في الشكلِ.

1 هَلْ إطارُ النافذةِ على شكلِ مستطيلٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

يظهرُ مِنَ الشكلِ أنَّ أضلاعَ الإطارِ المتقابلةَ لها الطولُ نفسُهُ؛ لذا فالإطارُ على شكلِ متوازي أضلاعٍ، ولكنْ لا يوجدُ ما يدلُّ على أنَّ الزوايا قوائمُ؛ لذا لا يمكنُ تحديدُ ما إذا كانَ الإطارُ على شكلِ مستطيلٍ أَمْ لا.

93

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربيــة واللغة الإنجليزية، وأحفّــز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

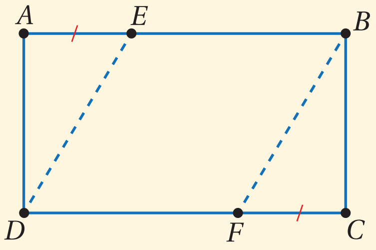
أطلب إلى الطلبة حــلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أناقش حلّ المثال 2 على اللوح، وأوضّح للطلبة كيفية استعمال خاصّيّة تطابق قطرَي المستطيل التي تـمّ التوصل إليها عن طريق إثبات النظرية السابقة في إيجاد قيم مجهولة.

مثال إضافي:

في الشكل الآتي، إذا كان $ABCD$ مستطيلًا، وكانت $\overline{AE} \cong \overline{CF}$، فأكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات أنّ $\overline{DE} \cong \overline{BF}$.



المبرّرات	العبارات
1) معطى.	1) $ABCD$ مستطيل
2) معطى.	2) $\overline{AE} \cong \overline{FC}$
3) من المعطيات 1 و 2	3) $\overline{BE}, \overline{FD}$ متطابقان ومتوازيان
4) نظرية الأضلاع المتوازية والمتطابقة.	4) الشكل $DEBF$ متوازي أضلاع
5) نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع.	5) $\overline{DE} \cong \overline{BF}$

مثال 3: من الحياة

- أؤكّد للطلبة عند مناقشة حلّ المثال 3 أنّ تطابق كلّ ضلعين متقابلين هو شرط كافٍ ليكون الشكل الرباعي متوازيَ أضلاع (وهو في هذا المثال إطار النافذة)، ولكنّه ليس كافيًّا ليكون الشكل الرباعي مستطيلًا.
- أطلب إلى الطلبة ذِكْر شرط إضافي (أو شروط إضافية) تضمن كَون الشكل الرباعي (أيْ إطار النافذة) مستطيلًا.

تنويع التعليم:

- أوجّه الطلبة إلى استعمال شريط القياس للتحقّق من أنّ قطرَي إطار نافذة في الغرفة الصفية متطابقان؛ لبيان ما إذا كان الإطار مستطيلًا أم لا، ويمكن أيضًا استعمال حبل طويل ومدّه بين كلّ زاويتين متقابلتين على أرضية غرفة الصف؛ لبيان ما إذا كانت أرضية الغرفة مستطيلة أم لا، إذ يساعد تنفيذ هذا النشاط الطلبة على فهم خصائص المستطيل، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء حسّي.

② قاسَ تميمٌ طولَيْ قُطرَيِ الإطارِ، فوجدَ أنَّ طولَ أحدِهِما **2.45 m** وطولَ الآخَرِ **2.40 m** ، فَهَلْ إطارُ النافذةِ على شكلِ مستطيلٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

بالرجوعِ إلى نظريةِ قُطرَيِ المستطيلِ، فإنَّ الشكلَ الرباعيَّ يكونُ مستطيلًا إذا كانَ قُطراهُ متطابقَينِ، وبِما أنَّ قُطرَيْ إطارِ النافذةِ لَيْسا متطابقَينِ؛ إذنْ فإطارُ النافذةِ ليسَ على شكلِ مستطيلٍ.

أتحققُ من فهمي:

③ أفترضُ أنَّ قُطرَيِ النافذةِ لَهُما الطولُ نفسُهُ، فَهَلْ إطارُها على شكلِ مستطيلٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

نعم، مستطيل؛ لأنه متوازي أضلاع قطراه متطابقان.

المَعينُ

المَعينُ (rhombus) هُوَ متوازي أضلاعٍ أضلاعُهُ جميعُها متطابقةٌ.

للمَعينِ خصائصُ متوازي الأضلاعِ جميعُها، إضافةً إلى الخاصّيّتَينِ الموضَّحتَينِ في النظريتَينِ الآتيتَينِ:

نظرياتٌ **المَعينُ**

- **نظريةُ قُطرَيِ المَعينِ**

يكونُ متوازي الأضلاعِ مَعينًا إذا وَفقط إذا كانَ قُطراهُ متعامدَينِ.

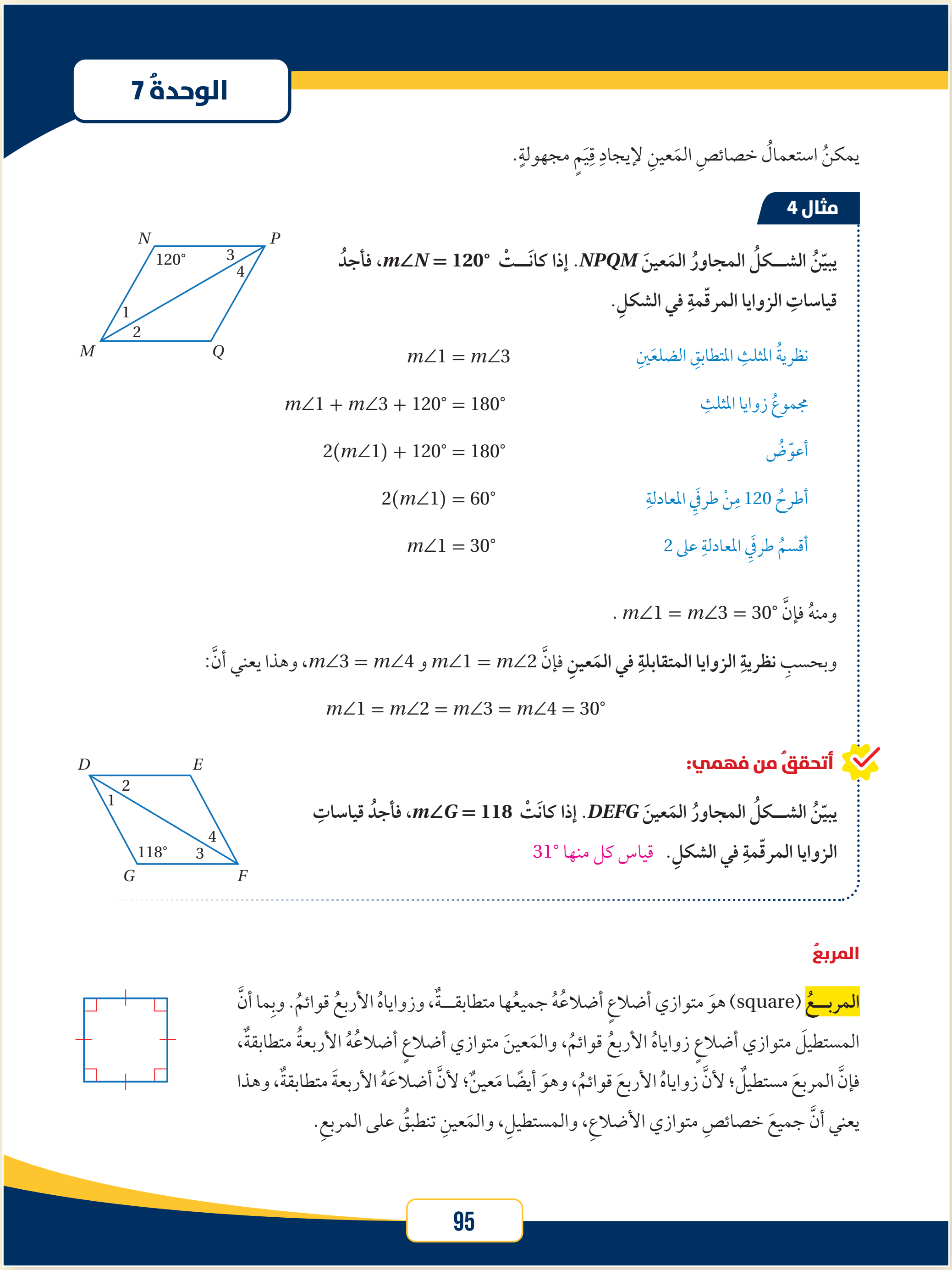
مثالٌ: يكونُ $\square ABCD$ مَعينًا إذا وَفقطْ إذا كانَ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

- **نظريةُ الزوايا المتقابلةِ في المَعينِ**

يكونُ متوازي الأضلاعِ مَعينًا إذا وَفقطْ إذا نَصَّفَ كلُّ قُطرٍ مِنْ قُطرَيهِ الزاويتَينِ المتقابلتَينِ اللّتَينِ يصلُ بَيْنَ رأسَيْهِما.

مثالٌ: يكونُ $\square ABCD$ مَعينًا إذا وَفقطْ إذا نصّفَ $\overline{AC}$ كلًّا مِنَ $\angle A$ وَ $\angle C$، وَنصَّفَ $\overline{BD}$ كلًّا مِنْ $\angle B$ وَ $\angle D$ ، وهذا يعني أنَّ:

$\angle 1 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 4, \angle 5 \cong \angle 6, \angle 7 \cong \angle 8$



يمكنُ استعمالُ خصائصِ المَعينِ لإيجادِ قِيَمٍ مجهولةٍ.

مثال 4

يبيّنُ الشــكلُ المجاورُ المَعينَ $NPQM$. إذا كانَــتْ $m\angle N = 120°$، فأجدُ قياساتِ الزوايا المرقّمةِ في الشكلِ.

نظريةُ المثلثِ المتطابقِ الضلعَينِ	$m\angle 1 = m\angle 3$
مجموعُ زوايا المثلثِ	$m\angle 1 + m\angle 3 + 120° = 180°$
أعوّضُ	$2(m\angle 1) + 120° = 180°$
أطرحُ 120 مِنْ طرفَي المعادلةِ	$2(m\angle 1) = 60°$
أقسمُ طرفَي المعادلةِ على 2	$m\angle 1 = 30°$

ومنهُ فإنَّ $m\angle 1 = m\angle 3 = 30°$.

وبحسبِ **نظريةِ الزوايا المتقابلةِ في المَعينِ** فإنَّ $m\angle 1 = m\angle 2$ و $m\angle 3 = m\angle 4$، وهذا يعني أنَّ:

$$m\angle 1 = m\angle 2 = m\angle 3 = m\angle 4 = 30°$$

أتحققُ من فهمي:

يبيّنُ الشــكلُ المجاورُ المَعينَ $DEFG$. إذا كانَتْ $m\angle G = 118$، فأجدُ قياساتِ الزوايا المرقّمةِ في الشكلِ. قياس كل منها 31°

المربعُ

المربـــعُ (square) هوَ متوازي أضلاعٍ أضلاعُهُ جميعُها متطابقــةٌ، وزواياهُ الأربعُ قوائمُ. وبما أنَّ المستطيلَ متوازي أضلاعٍ زواياهُ الأربعُ قوائمُ، والمَعينَ متوازي أضلاعٍ أضلاعُهُ الأربعةُ متطابقةٌ، فإنَّ المربعَ مستطيلٌ؛ لأنَّ زواياهُ الأربعَ قوائمُ، وهوَ أيضًا مَعينٌ؛ لأنَّ أضلاعَهُ الأربعةَ متطابقةٌ، وهذا يعني أنَّ جميعَ خصائصِ متوازي الأضلاعِ، والمستطيلِ، والمَعينِ تنطبقُ على المربعِ.

مثال 4

- أدوّن علـى اللـوح تعريـف المعيـن، وأوضّـح ذلـك بالرسـم، ثـمّ أناقـش خواصَّـه بتقديـم نظريـة قطـرَي المعين ونظرية الزوايا المتقابلة في المعين، بالاستعانة بصندوق (نظريات؛ المعين) الوارد في كتاب الطالب.
- أُناقـش الطلبـة في حلّ المثال 4 علـى اللوح، وأوضّح كيفيـة تطبيق نظريـة الزوايـا المتقابلة فـي المعين عند استنتاج تطابق زواياه المرقَّمة.

إرشــاد: في المثال 4، أوجّــه الطلبة إلى أنّه يمكن التوصّل إلى الحلّ نفســه انطلاقًا من كون قطر المعين ينصّف الزاويتيــن المتقابلتين، وبما أنّه حالة خاصة مــن متوازي الأضلاع، وفي متوازي الأضلاع تكــون كلّ زاويتين متقابلتيــن متطابقتين، فإنّه يمكن اســتنتاج تطابق الزوايا المرقَّمة، وبمعرفة أنّ مجموع قياســات زوايا الشكل الرباعي يســاوي 360°، فإنّ قياس كلّ من الزوايا المرقَّمة هو 30°

مثال 5

- أدوّن على اللوح تعريف المربع، وأوضّح للطلبة بالرسم خواصّه التي يشترك بها مع كلّ من المستطيل والمعين ومتوازي الأضلاع، ثمّ ألخّص ذلك بالرسم باستعمال أشكال ڤن لتلك العلاقة.
- أناقش مع الطلبة حلّ فرعي المثال 5 على اللوح، وأؤكّد أن تحديد اسم الشكل (إما مستطيلًا أو معينًا أو مربعًا) وتبرير ذلك التحديد، يعتمد على دراسة معطيات الشكل المرسوم، وفهم العلاقة بين متوازي الأضلاع بوصفه حالة عامة، وبين كلّ من المستطيل والمعين والمربع بوصف كلّ منها حالة خاصة منه.

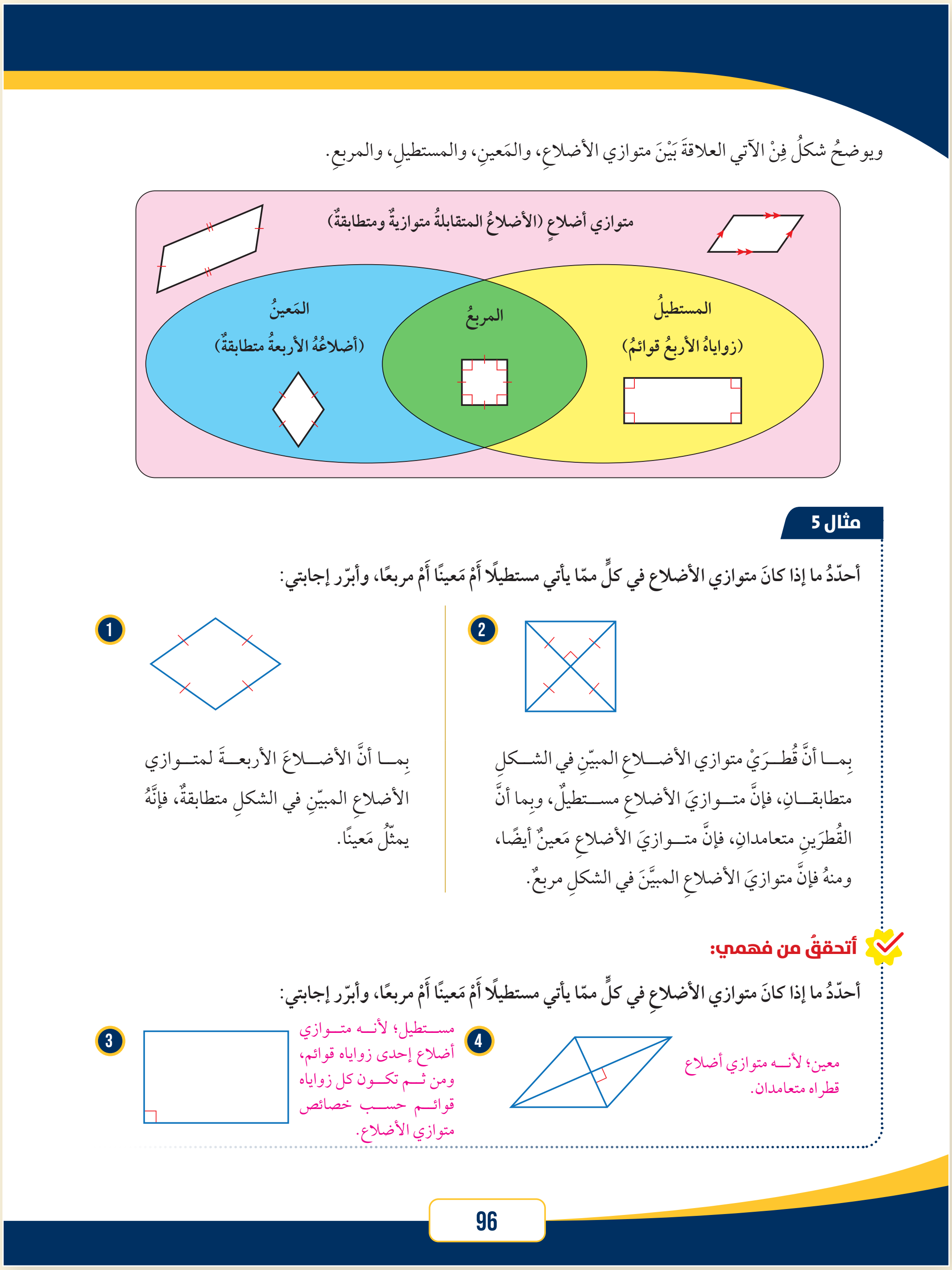
4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.



ويوضحُ شكلُ ڤِنْ الآتي العلاقةَ بَيْنَ متوازي الأضلاعِ، والمَعينِ، والمستطيلِ، والمربعِ.

مثال 5

أحدّدُ ما إذا كانَ متوازي الأضلاع في كلٍّ ممّا يأتي مستطيلًا أَمْ مَعينًا أَمْ مربعًا، وأبرّر إجابتي:

① بِما أنَّ الأضلاعَ الأربعةَ لمتوازي الأضلاعِ المبيّنِ في الشكلِ متطابقةٌ، فإنَّهُ يمثّلُ مَعينًا.

② بِما أنَّ قُطرَيْ متوازي الأضلاعِ المبيّنِ في الشكلِ متطابقانِ، فإنَّ متوازيَ الأضلاعِ مستطيلٌ، وبِما أنَّ القُطرَينِ متعامدانِ، فإنَّ متوازيَ الأضلاعِ مَعينٌ أيضًا، ومنهُ فإنَّ متوازيَ الأضلاعِ المبيَّنَ في الشكلِ مربعٌ.

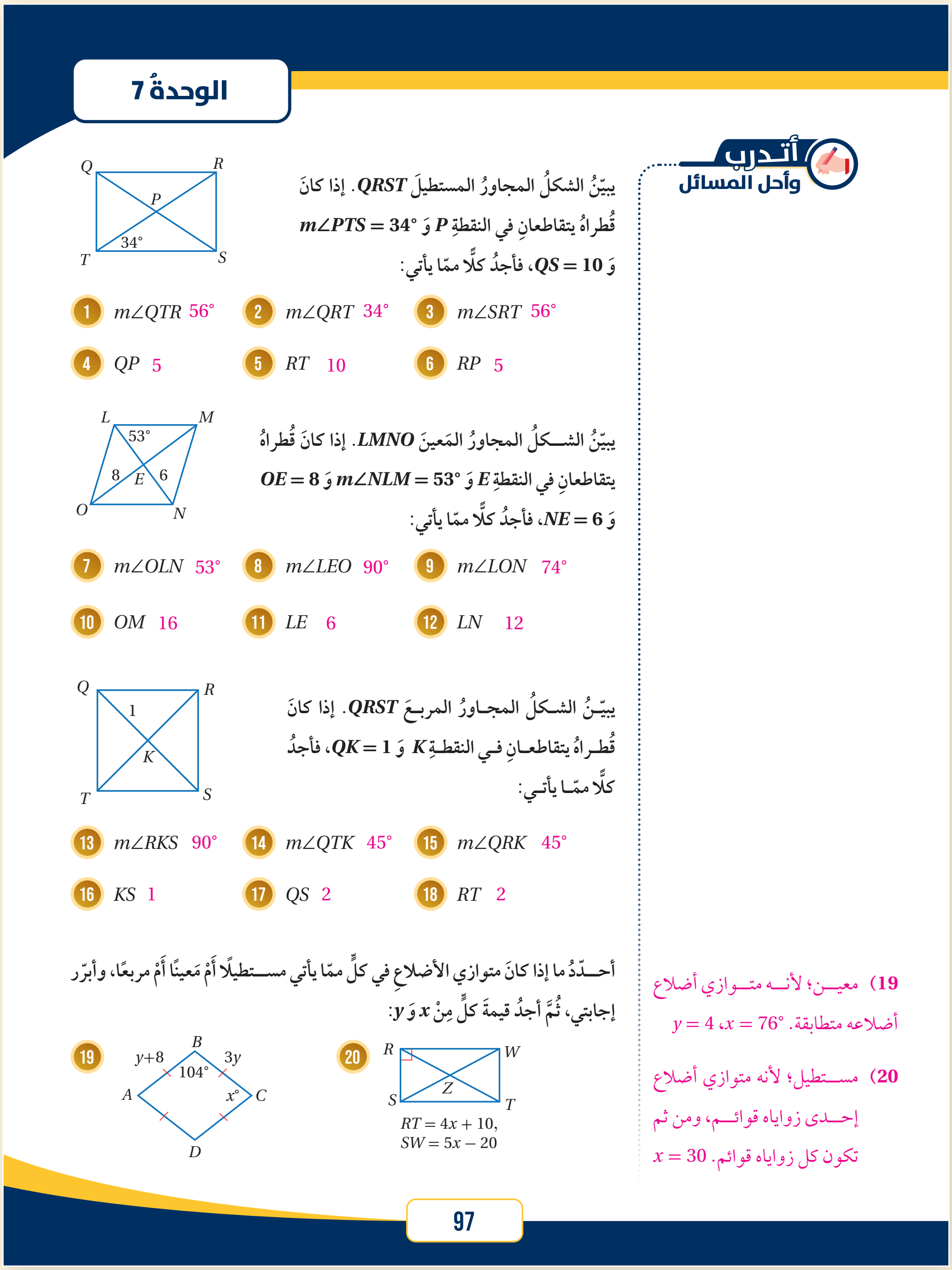
أتحققُ من فهمي:

أحدّدُ ما إذا كانَ متوازي الأضلاعِ في كلٍّ ممّا يأتي مستطيلًا أَمْ مَعينًا أَمْ مربعًا، وأبرّر إجابتي:

③ مستطيل؛ لأنه متوازي أضلاع إحدى زواياه قوائم، ومن ثم تكون كل زواياه قوائم حسب خصائص متوازي الأضلاع.

④ معين؛ لأنه متوازي أضلاع قطراه متعامدان.

96



أتدرب وأحل المسائل

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ المستطيلَ $QRST$. إذا كانَ قُطراهُ يتقاطعانِ في النقطةِ P وَ $m\angle PTS = 34°$ وَ $QS = 10$، فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:

1 $m\angle QTR$ 56°
2 $m\angle QRT$ 34°
3 $m\angle SRT$ 56°
4 QP 5
5 RT 10
6 RP 5

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ المَعينَ $LMNO$. إذا كانَ قُطراهُ يتقاطعانِ في النقطةِ E وَ $m\angle NLM = 53°$ وَ $OE = 8$ وَ $NE = 6$، فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:

7 $m\angle OLN$ 53°
8 $m\angle LEO$ 90°
9 $m\angle LON$ 74°
10 OM 16
11 LE 6
12 LN 12

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ المربعَ $QRST$. إذا كانَ قُطراهُ يتقاطعانِ في النقطةِ K وَ $QK = 1$، فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:

13 $m\angle RKS$ 90°
14 $m\angle QTK$ 45°
15 $m\angle QRK$ 45°
16 KS 1
17 QS 2
18 RT 2

أحدّدُ ما إذا كانَ متوازي الأضلاعِ في كلٍّ ممّا يأتي مستطيلًا أَمْ مَعينًا أَمْ مربعًا، وأبرّر إجابتي، ثُمَّ أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ x وَ y:

19

20

$RT = 4x + 10,$
$SW = 5x - 20$

19) معين؛ لأنه متوازي أضلاع أضلاعه متطابقة. $x = 76°$، $y = 4$

20) مستطيل؛ لأنه متوازي أضلاع إحدى زواياه قوائم، ومن ثم تكون كل زواياه قوائم. $x = 30$

97

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (3, 6, 9, 12, 15, 18) كتاب التمارين: (5 – 1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 25 ,(22 – 19) كتاب التمارين: (13 – 10) ,(8 – 6)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (26 – 19) كتاب التمارين: 14 ,(9 – 6)

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسألتين 25 و 26
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

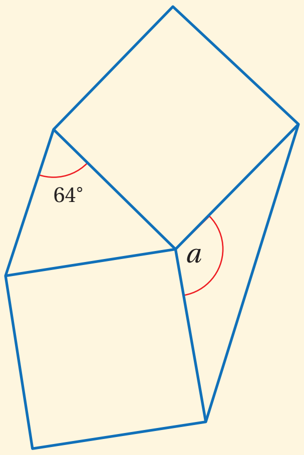
إرشاد: في السؤال 26 (**تبرير**)، أذكّر الطلبة بأنّ المضلعات (بصفة عامة) تُعدّ متشابهة إذا تحقّق أحد شرطين، الأول: أن تكون الزوايا المتناظرة في كلّ منهما متطابقة، والثاني: أن تكون أطوال الأضلاع المتناظرة في كلّ منهما متناسبة، وللمثلثات مسلّمة خاصة ونظريتان لتحديد تشابه مثلثين سيتعرّفون إليها في الدرس التالي.

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:

يتكوّن الشكل الآتي من مربعين متطابقين، ومثلثين كلٌّ منهما هو مثلث متطابق الضلعين:



» أجد قياس الزاوية a. 128°

» هل يمكن إيجاد قياس مختلف للزاوية a؟ أبرّر إجابتي.

لا؛ لأنّه لا يمكن أن يكون المثلث المعطى قياس إحدى زواياه (64°) مثلثًا متطابق أضلاع.

نشاط التكنولوجيا:

أحفّز الطلبة علـى تصفُّح الموقع الإلكترونـي الذي سـيظهر عند مسـح الرمز المجاور في المنزل، إذ يمكّنهـم من تعلّـم الحالات الخاصة من متوازي الأضلاع عن طريق مجموعة ألعاب تفاعلية.

تعليمات المشروع:

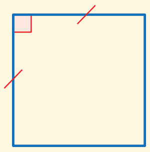
- أطلب إلـى الطلبة تنفيذ الخطوة 5 مـن خطوات تنفيذ المشروع.

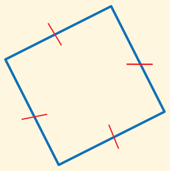
إرشاد: أوجّه الطلبة إلى تكرار تنفيذ الخطوة 5 حتى الوصول إلى إتقان استعمال أداة المنساخ التي صمّموها.

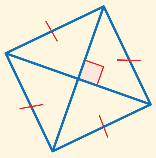
6 الختام

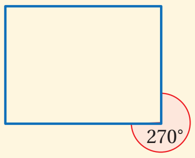
- أوجّـه الطلبـة إلـى بنـد (أكتـب)؛ للتأكُّـد مـن فهمهم موضـوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المسـتوى المتوسط أو دون المتوسـط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لـزم الأمـر، أتحقّق مـن فهم الطلبة، بتوجيه سـؤال لهم، مثل:

» **أحدّد مـا إذا كان متوازي الأضـلاع في كلّ ممّا يأتي مستطيلًا أم معينًا أم مربعًا، وأبرّر إجابتي:**

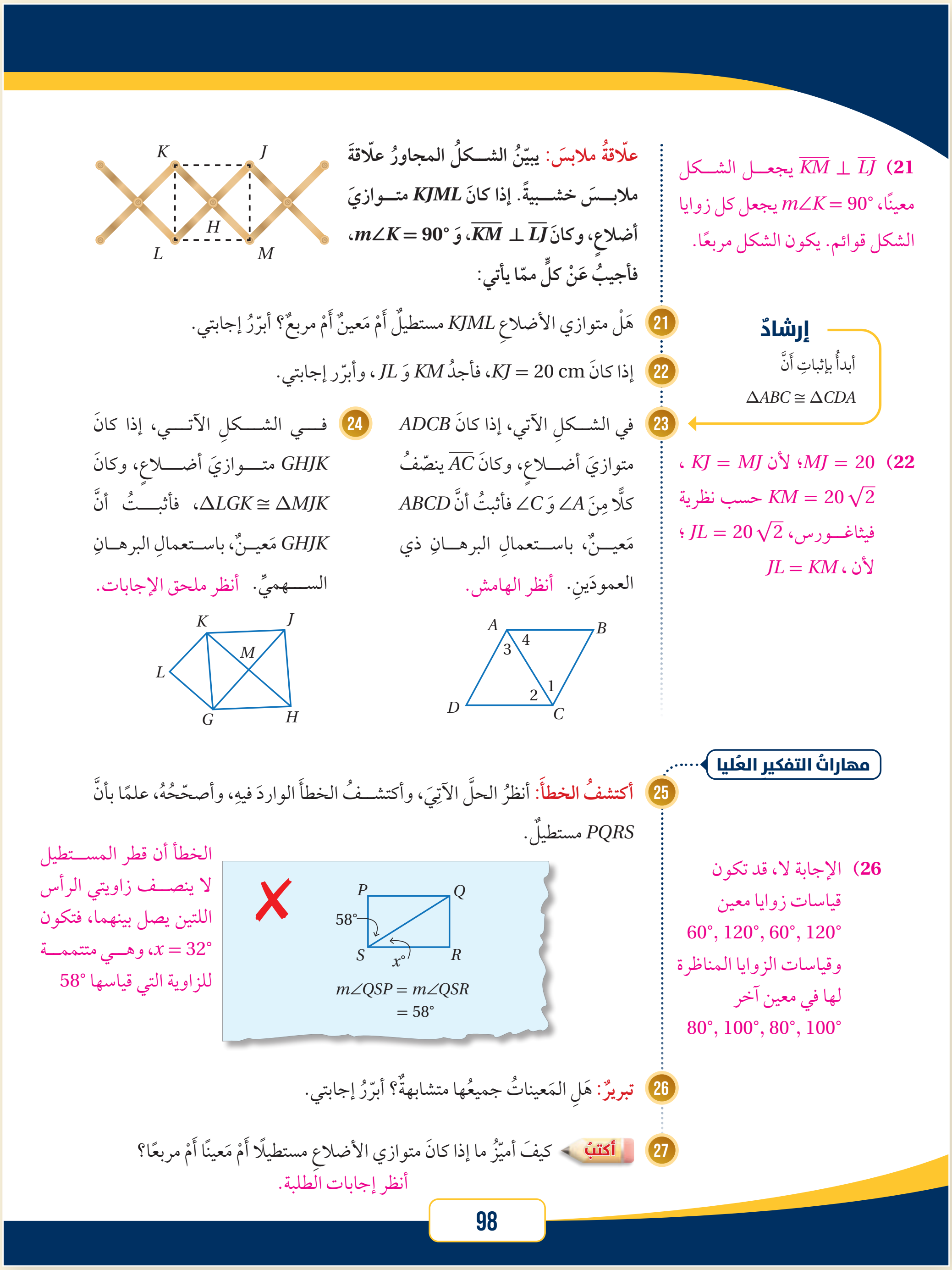
2

مربع (أنظر تبرير الطلبة)

1

معين (أنظر تبرير الطلبة)

4

معين (أنظر تبرير الطلبة)

3


مستطيل (أنظر تبرير الطلبة)



(21 $\overline{KM} \perp \overline{LJ}$ يجعـل الشـكل معينًا، $m\angle K = 90°$ يجعل كل زوايا الشكل قوائم. يكون الشكل مربعًا.

إرشادٌ
أبدأُ بإثباتِ أنَّ
$\Delta ABC \cong \Delta CDA$

(22 $MJ = 20$؛ لأن $KJ = MJ$ ، $KM = 20\sqrt{2}$ حسب نظرية فيثاغـورس، $JL = 20\sqrt{2}$؛ لأن ، $JL = KM$

(26 الإجابة لا، قد تكون قياسات زوايا معين $60°, 120°, 60°, 120°$ وقياسات الزوايا المناظرة لها في معين آخر $80°, 100°, 80°, 100°$

علّاقةُ ملابسَ: يبيّنُ الشـكلُ المجاورُ علّاقةَ ملابـسَ خشـبيةً. إذا كانَ $KJML$ متـوازيَ أضلاعٍ، وكانَ $\overline{LJ} \perp \overline{KM}$، وَ $m\angle K = 90°$، فأجيبُ عَنْ كلٍّ ممّا يأتي:

21 هَلْ متوازي الأضلاعِ $KJML$ مستطيلٌ أَمْ مَعينٌ أَمْ مربعٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

22 إذا كانَ $KJ = 20$ cm، فأجدُ KM وَ JL ، وأبرّر إجابتي.

23 في الشـكلِ الآتي، إذا كانَ $ADCB$ متوازيَ أضـلاعٍ، وكانَ $\overline{AC}$ ينصّفُ كلًّا مِنَ $\angle A$ وَ $\angle C$ فأثبتُ أنَّ $ABCD$ مَعيـنٌ، باسـتعمالِ البرهـانِ ذي العمودَينِ. أنظر الهامش.

24 فـي الشـكلِ الآتـي، إذا كانَ $GHJK$ متـوازيَ أضـلاعٍ، وكانَ $\Delta LGK \cong \Delta MJK$، فأثبـتُ أنَّ $GHJK$ مَعيـنٌ، باسـتعمالِ البرهـانِ السـهميِّ. أنظر ملحق الإجابات.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

25 **أكتشفُ الخطأَ:** أنظرُ الحلَّ الآتِيَ، وأكتشـفُ الخطأَ الواردَ فيهِ، وأصحّحُهُ، علمًا بأنَّ $PQRS$ مستطيلٌ.

$m\angle QSP = m\angle QSR$
$= 58°$

الخطأ أن قطر المسـتطيل لا ينصـف زاويتي الرأس اللتين يصل بينهما، فتكون $x = 32°$، وهـي متتممـة للزاوية التي قياسها $58°$

26 **تبريرٌ:** هَلِ المَعيناتُ جميعُها متشابهةٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

27 **أكتبُ** كيفَ أميّزُ ما إذا كانَ متوازي الأضلاعِ مستطيلًا أَمْ مَعينًا أَمْ مربعًا؟
أنظر إجابات الطلبة.

98

إجابة – (أتدرب وأحل المسائل):

(23

العبارات	المبرّرات
1) $\angle 4 \cong \angle 2$	1) زاويتان متبادلتان داخليًّا في متوازي أضلاع.
2) $\angle 1 \cong \angle 2$	2) معطى.
3) $\angle 1 \cong \angle 4$	3) نتيجة.
4) ΔABC متطابق الضلعين	4) مثلث زاويتا قاعدته $\angle 1, \angle 4$ متطابقتان.
5) $\overline{AB} \cong \overline{CB}$	5) ساقا مثلث متطابق الضلعين.
6) $\overline{CB} \cong \overline{DA}, \overline{AB} \cong \overline{DC}$	6) أضلاع متقابلة في متوازي أضلاع.
7) $\overline{CB} \cong \overline{DA} \cong \overline{AB} \cong \overline{DC}$	7) نتيجة.
8) الشكل $ABCD$ معين	8) متوازي أضلاع أضلاعه متطابقة.

الدرس 5 تشابهُ المثلثاتِ

فكرةُ الدرسِ

أحدّدُ المثلثاتِ المتشابهةَ، باستعمالِ حالاتِ التشابهِ AA وَSSS وَSAS

أستكشفُ

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ الواجهةَ الأماميةَ لسطحِ منزلٍ، كيفَ يمكنُني معرفةُ الارتفاعِ (h)؟

تعلّمْتُ سابقًا أنَّ المضلّعاتِ المتشابهةَ هِيَ مضلّعاتٌ زواياها المتناظرةُ متطابقةٌ، وأطوالُ أضلاعِها المتناظرةِ متناسبةٌ، وتُعَدُّ المثلثاتُ حالةً خاصّةً مِنَ المضلّعاتِ. وتوجدُ مسلّماتٌ ونظرياتٌ لإثباتِ تشابهِ المثلّثاتِ.

مسلّمةٌ **التشابهُ بزاويتَينِ (AA)**

إذا طابقَتْ زاويتانِ في مثلثٍ زاويتَينِ في مثلثٍ آخَرَ، فإنَّ المثلثَينِ متشابهانِ.

مثالٌ: إذا كانَتْ $\angle P \cong \angle T$ و $\angle Q \cong \angle S$ فإنَّ $\Delta PQR \sim \Delta TSU$

يمكنُ استعمالُ مسلّمةِ (AA) لتحديدِ ما إذا كانَ مثلثانِ متشابهَينِ أَمْ لا.

مثال 1 **أحدّدُ ما إذا كانَ كلُّ مثلثَينِ ممّا يأتي متشابهَينِ أَمْ لا، وإذا كانا كذلكَ، فأكتبُ عبارةَ التشابهِ، وأبرّر إجابتي.**

②

$\angle L \cong \angle R$؛ لأنَّ كِلا الزاويتَينِ قياسُهما 70°

باستعمالِ مجموعِ قياساتِ زوايا المثلثِ يكونُ:

$m\angle K = 180° - (30° + 70°) = 80°$

$m\angle P = 180° - (85° + 70°) = 25°$

وبما أنَّهُ يوجدُ زوجٌ واحدٌ فقطْ مِنَ الزوايا المتطابقةِ، إذنْ ΔJKL وَ ΔPQR لَيْسا متشابهَينِ.

①

$\angle B \cong \angle E$؛ لأنَّهُما زاويتانِ قائمتانِ.

باستعمالِ مجموعِ قياساتِ زوايا المثلثِ يكونُ:

$m\angle C = 180° - (90° + 43°) = 47°$

وبما أنَّ $m\angle F = 47°$ فإنَّ $\angle C \cong \angle F$

إذنْ $\Delta ABC \sim \Delta DFE$ وفق المسلّمةِ (AA).

99

نتاجات الدرس:

- تعرّف مسلّمة تشابه مثلثين (AA).
- استعمال نظرية (SSS) ونظرية (SAS) لتحديد ما إذا كان مثلثان متشابهين أم لا.
- استعمال مسلّمة التشابه ونظرياته في إثبات تشابه مثلثين.
- استعمال تشابه مثلثين في إيجاد قياسات مجهولة متعلّقة بأضلاع المثلثين.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- تحديد العلاقة بين الأضلاع والزوايا المتناظرة في مضلعين متشابهين.
- تعرّف العلاقات بين أزواج الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أزوّد كلّ مجموعة **بورقة المصادر 11: الزوايا والأضلاع المتناظرة.**
- أطلب إلى المجموعات التعاون للإجابة عن السؤال في ورقة العمل.
- أتجوّل بين مجموعات الطلبة، وأقدّم التغذية الراجعة المناسبة.
- أختار إحدى المجموعات التي أنهت الحلّ بصورة صحيحة، وأطلب إليها عرض الحلّ أمام باقي الصف.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمّل الشكل المجاور لها، ثمّ أسألهم:
  - » ما الفائدة من بناء سطح المنزل على الشكل الظاهر في الصورة؟ إجابة محتملة: لكي لا تتجمّع مياه الأمطار عليه.
  - » ما المضلع الذي يظهر في الواجهة الأمامية لسطح المنزل؟ المثلث.
  - » ما الرمز الذي يدلّ على الزاوية القائمة في الشكل المُعطى؟ رسم مربع صغير عند تلك الزاوية.
  - » كم مثلثًا قائم الزاوية يظهر في الشكل؟ 3
  - » كيف يُمكن تحديد الارتفاع h في الشكل؟
- أخبر الطلبة أنهم سيتعرّفون إجابة السؤال الأخير في هذا الدرس الذي يقدّم مفهوم تشابه المثلثات.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكنّ؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

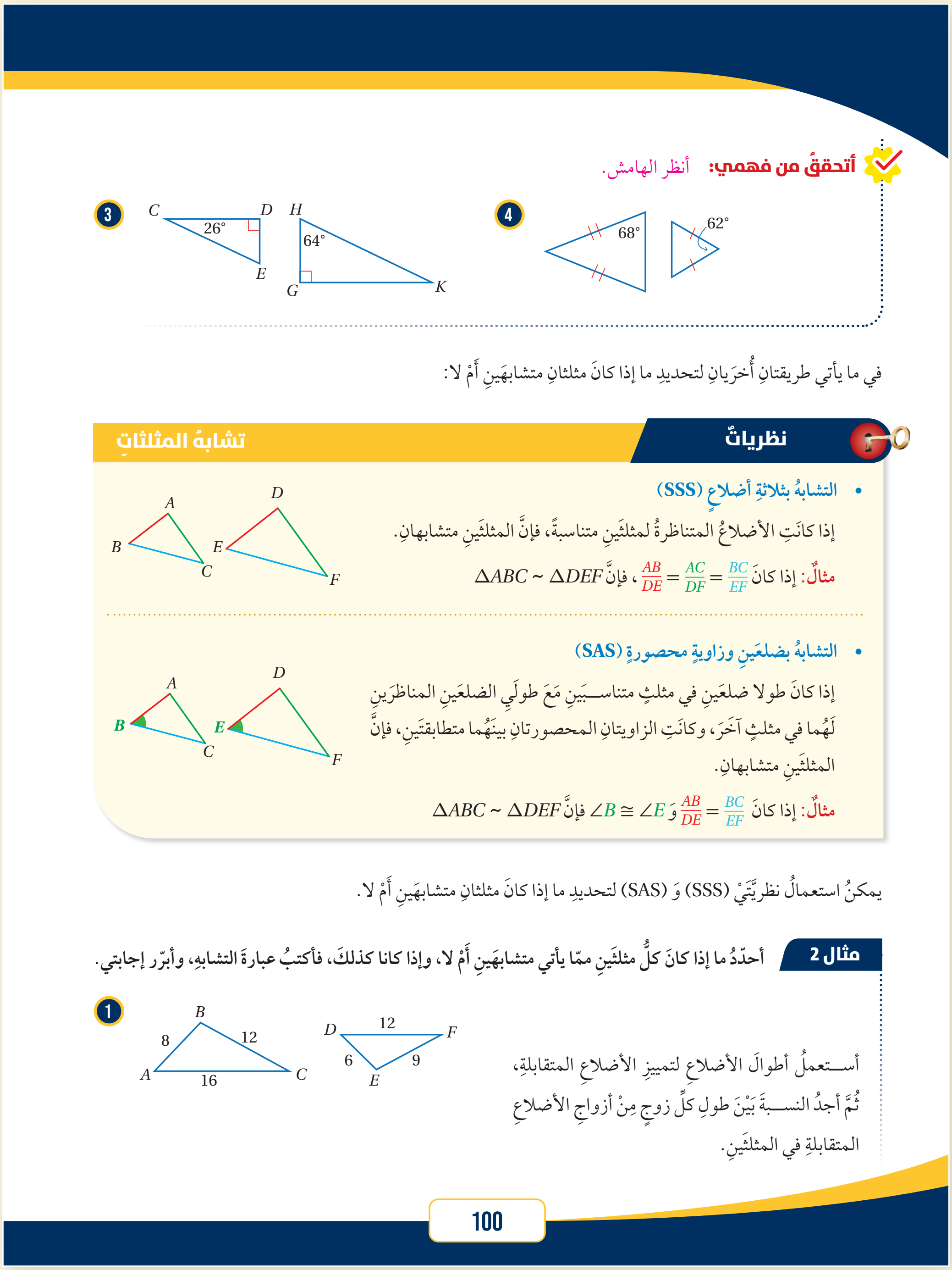
3 التدريس

مثال 1

- أسأل الطلبة:
  - » ما شروط تشابه مضلعين؟ تطابق الزوايا المتناظرة وتناسب الأضلاع المتناظرة.
  - » ما المضلع الذي له أقلّ عدد من الأضلاع؟ المثلث.
- أذكّر الطلبة بمصطلح المسلّمة (وهي: عبارة رياضية تُقبَل على أنّها صحيحة من دون برهان)، ومصطلح النظرية (وهي: نتيجة بصورة عبارة رياضية تحتاج إلى برهان).
- أناقش مع الطلبة مسلّمة التشابه بزاويتين AA، وأؤكّد أنها خاصة بمثلثين، وذلك عن طريق رسم المثلثين: $\Delta PQR, \Delta TSU$ على اللوح وكتابة نص المسلّمة بالكلمات، وجمل التشابه بالرموز بالاستعانة بصندوق (**مسلّمة**) الوارد في كتاب الطالب.
- أرسم المثلثين الواردين في الفرع 1 من المثال 1على اللوح، وأذكّر الطلبة بأنّ مجموع قياسات زوايا المثلث هو °180، وأبيّن لهم كيفية توظيف المسلّمة في تحديد تشابه المثلثين.
- أرسم المثلثين الواردين في الفرع 2 من المثال 1 على اللوح، وأطلب إلى أحد الطلبة تحديد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا.

✓ **إرشاد:** أذكّر الطلبة بخصائص المثلث متطابق الضلعين عند حلّهم الفرع 4 من (**أتحقّق من فهمي**) التابع للمثال 1.

ملاحظاتي



أتحققُ من فهمي: أنظر الهامش.

في ما يأتي طريقتانِ أُخريانِ لتحديدِ ما إذا كانَ مثلثانِ متشابهَينِ أَمْ لا:

نظرياتٌ **تشابهُ المثلثاتِ**

- **التشابهُ بثلاثةِ أضلاعٍ (SSS)**

إذا كانَتِ الأضلاعُ المتناظرةُ لمثلثَينِ متناسبةً، فإنَّ المثلثَينِ متشابهانِ.

مثالٌ: إذا كانَ $\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE}$ ، فإنَّ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

- **التشابهُ بضلعَينِ وزاويةٍ محصورةٍ (SAS)**

إذا كانَ طولا ضلعَينِ في مثلثٍ متناسـبَينِ مَعَ طولَي الضلعَينِ المناظرَينِ لَهُما في مثلثٍ آخَرَ، وكانَتِ الزاويتانِ المحصورتانِ بينَهُما متطابقتَينِ، فإنَّ المثلثَينِ متشابهانِ.

مثالٌ: إذا كانَ $\frac{BC}{EF} = \frac{AB}{DE}$ وَ $\angle E \cong \angle B$ فإنَّ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

يمكنُ استعمالُ نظريَّتَيْ (SSS) وَ (SAS) لتحديدِ ما إذا كانَ مثلثانِ متشابهَينِ أَمْ لا.

مثال 2 **أحدّدُ ما إذا كانَ كلُّ مثلثَينِ ممّا يأتي متشابهَينِ أَمْ لا، وإذا كانا كذلكَ، فأكتبُ عبارةَ التشابهِ، وأبرّر إجابتي.**

أسـتعملُ أطوالَ الأضلاعِ لتمييزِ الأضلاعِ المتقابلةِ، ثُمَّ أجدُ النسـبةَ بَيْنَ طولِ كلِّ زوجٍ مِنْ أزواجِ الأضلاعِ المتقابلةِ في المثلثَينِ.

100

إجابات – (أتحقق من فهمي 1):

3) $\angle D \cong \angle G$ لأنهما زاويتان قائمتان.

$m\angle E = m\angle H = 64°$ لأن $\angle E \cong \angle H$.

$\Delta CDE \sim \Delta KGH$ وفق المسلمة AA.

4) قياسات زوايا المثلث الصغير $62°, 59°, 59°$

قياسات زوايا المثلث الكبير $68°, 68°, 44°$

لا يوجد أزواج زوايا متطابقة. المثلثان غير متشابهين.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلّ من اللغـة العربية، واللغة الإنجليزيـة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حـلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشـتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أدوّن الجزء الأول من نظريات تشابه المثلثات (التشابه بثلاثة أضـلاع SSS) بالكلمات والرمـوز على اللوح، مـع التوضيح برسـم المثلثين باسـتعمال لون مختلف لكلّ ضلعين متناظرين فيهما.
- أدوّن الجزء الثاني من النظرية (التشابه بضلعين وزاوية محصـورة SAS) بالكلمـات والرمـوز، مـع التوضيح برسـم المثلثين باسـتعمال لون مختلف لـكلّ ضلعين متناظرين فيهما، وأستعمل لون الضلع المقابل للزاوية المحصورة عند رسمها.
- أناقش الطلبة في حلّ الفرع 1 من المثال 2 على اللوح، وأطلـب إليهـم إيجـاد النسـبة بيـن طـول كلّ ضلعين متناظرين في المثلثين المعطيين، ثمّ أسألهم:
  - » مــا العلاقة بين النســب الناتجة مــن أطوال كلّ ضلعين متناظرين؟ جميعها متساوية.
  - » هــل المثلثان متشــابهان؟ لماذا؟ نعــم؛ بما أنّ النسب جميعها متساوية؛ فإنّ المثلثين متشابهان وفق نظرية التشابه (SSS).
- أناقش مع الطلبة حلّ الفرع 2 من المثال2 على اللوح، وأؤكّـد أنّ الزاويـة المشـتركة هي الزاوية المحصورة بيـن زوجي الضلعيـن المتناظريـن فـي المثلثيـن: $\Delta LKP, \Delta MKN$.

تنويع التعليم

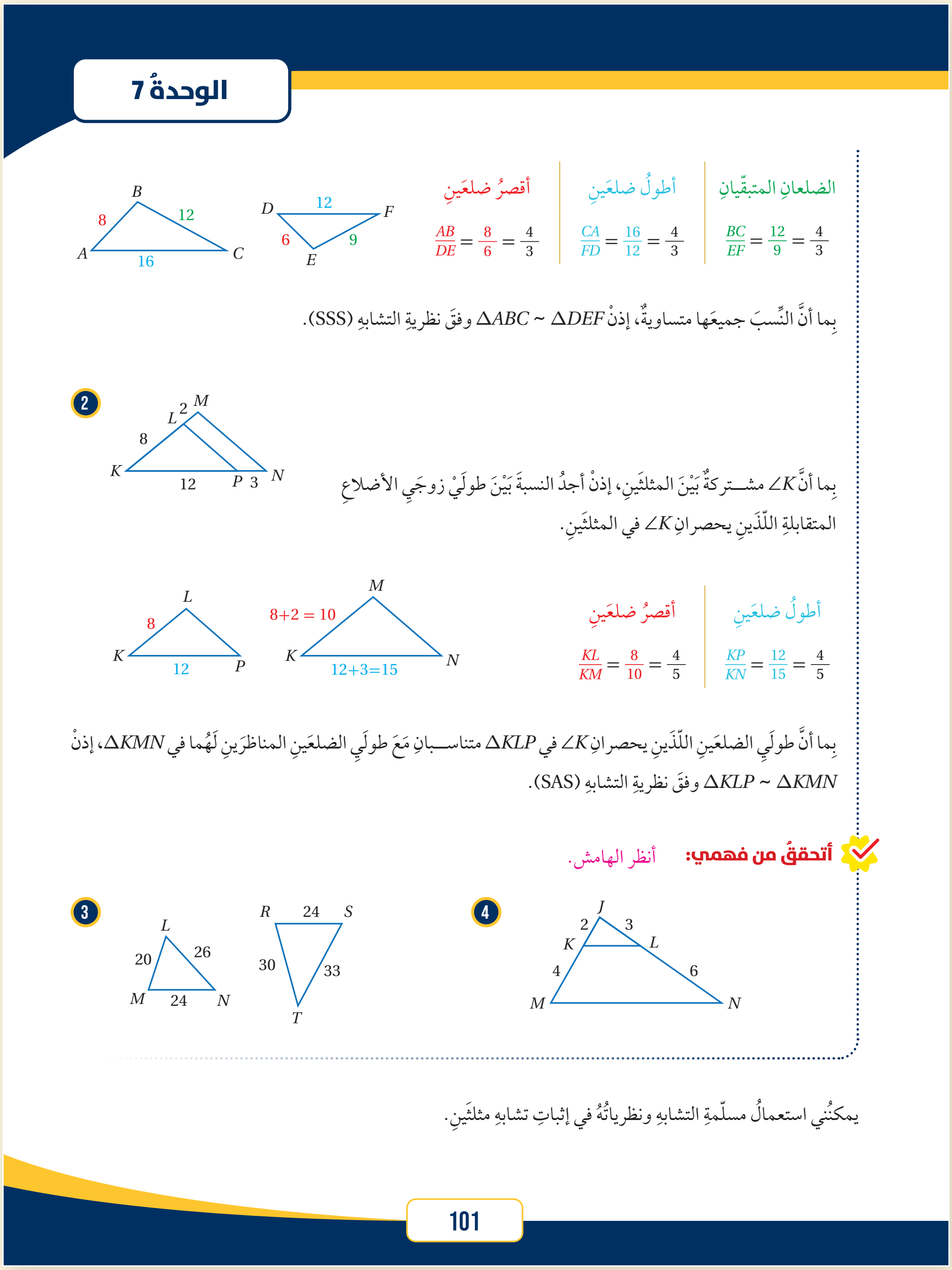
إن استعمال الألوان عند توضيح أزواج الأضلاع والزوايا المتناظرة في المثلثين المتشـــابهين، يســـاعد الطلبة على تحديد علاقات التناسب بين أطوال الأضلاع وكتابتها كتابة صحيحة، وبخاصة أولئك الذين يتمتَّعون بذكاء بصري.

توسعة:

- أطلب إلى الطلبة الإجابة عن السؤال الآتي:

» أيّ العبارتين الآتيتين صحيحــة دائمًا؟ أبرّر إجابتي.

- كلّ مثلثين متطابقين متشابهان.
  صحيحة دائمًا؛ لأن جميع الزوايا المتناظرة متطابقة وهذا شرط كافٍ للتشابه. ولأن جميع الأضلاع المتناظرة متطابقة فهي بذلك تكون بالضرورة متناسبة.
- كلّ مثلثين متشابهين متطابقان.
  غير صحيحة دائما؛ لأن تشابه المثلثين يضمن تطابق الزوايا المتناظرة ولكنه لا يضمن تطابق الأضلاع المتناظرة وتكون الأضلاع المتناظرة متناسبة.


الوحدةُ 7

الضلعانِ المتبقّيانِ	أطولُ ضلعَينِ	أقصرُ ضلعَينِ
$\frac{BC}{EF}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$	$\frac{CA}{FD}=\frac{16}{12}=\frac{4}{3}$	$\frac{AB}{DE}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

بِما أنَّ النِّسبَ جميعَها متساويةٌ، إذنْ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ وفقَ نظريةِ التشابهِ (SSS).

② بِما أنَّ $\angle K$ مشـــتركةٌ بَيْنَ المثلثَينِ، إذنْ أجدُ النسبةَ بَيْنَ طولَيْ زوجَيِ الأضلاعِ المتقابلةِ اللّذَينِ يحصرانِ $\angle K$ في المثلثَينِ.

أطولُ ضلعَينِ	أقصرُ ضلعَينِ
$\frac{KP}{KN}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$	$\frac{KL}{KM}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

بِما أنَّ طولَيِ الضلعَينِ اللّذَينِ يحصرانِ $\angle K$ في ΔKLP متناســبانِ مَعَ طولَيِ الضلعَينِ المناظرَينِ لَهُما في ΔKMN، إذنْ $\Delta KLP \sim \Delta KMN$ وفقَ نظريةِ التشابهِ (SAS).

أتحققُ من فهمي: أنظر الهامش.

③ ④

يمكنُني استعمالُ مسلّمةِ التشابهِ ونظرياتُهُ في إثباتِ تشابهِ مثلثَينِ.

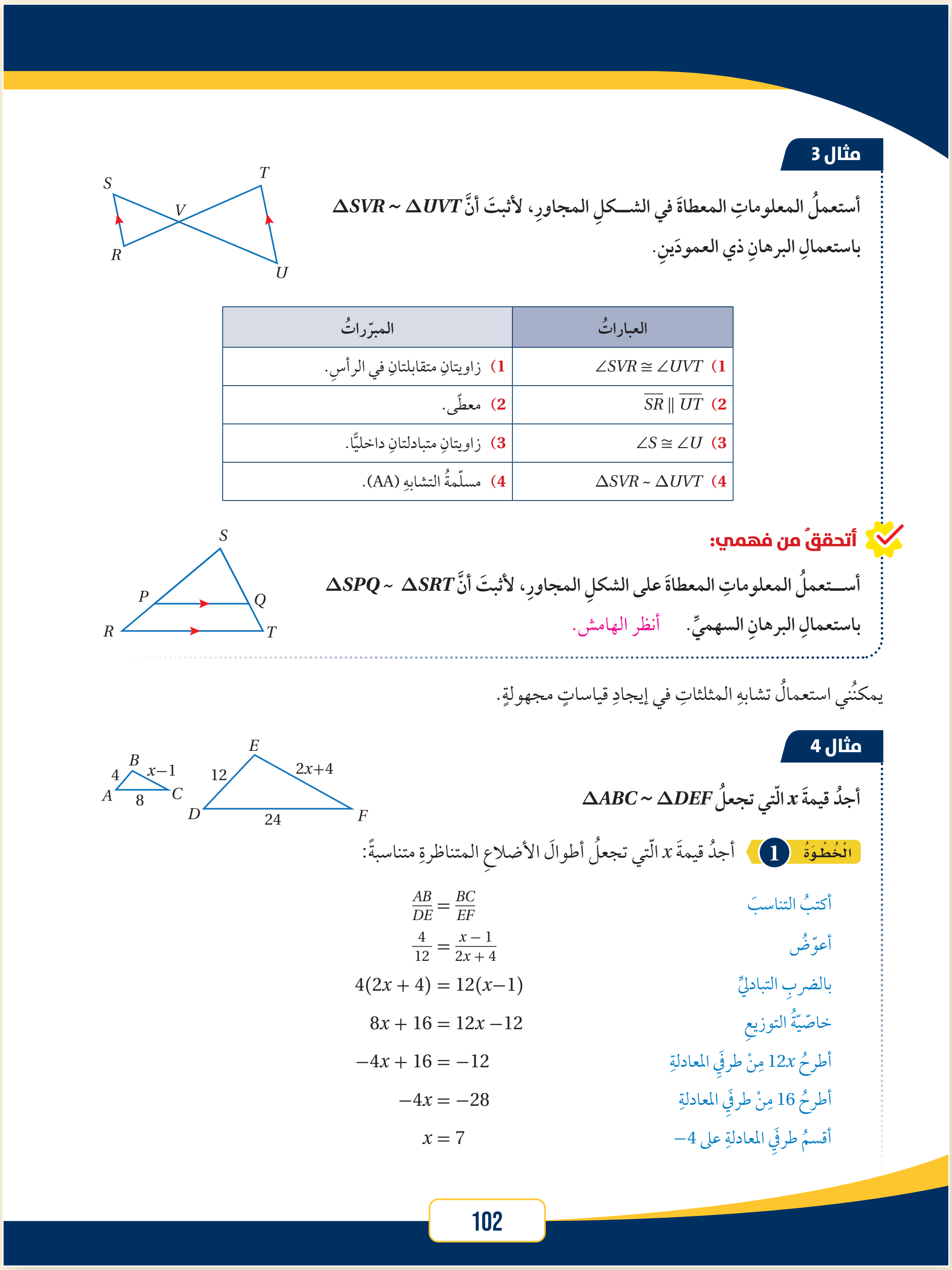
101

إجابات – (أتحقق من فهمي 2):

3) النسبة بين أقصر ضلعين $\frac{5}{6}$، أطول ضلعين $\frac{26}{33}$، الضلعان الباقيان $\frac{4}{5}$.

لا يوجد تشابه بين المثلثين.

4) النســبة بين أقصر ضلعيــن $\frac{1}{3}$، أطول ضلعين $\frac{1}{3}$، الزاوية J مشـــتركة بين المثلثين ومحصورة بين الضلعين المتناسبين. المثلثان متشابهان وفق نظرية التشابه SAS.



مثال 3

أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المجاورِ، لأثبتَ أنَّ $\Delta SVR \sim \Delta UVT$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَين.

العباراتُ	المبرّراتُ
1) $\angle SVR \cong \angle UVT$	1) زاويتانِ متقابلتانِ في الرأسِ.
2) $\overline{SR} \parallel \overline{UT}$	2) معطًى.
3) $\angle S \cong \angle U$	3) زاويتانِ متبادلتانِ داخليًّا.
4) $\Delta SVR \sim \Delta UVT$	4) مسلّمةُ التشابهِ (AA).

أتحققُ من فهمي:

أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ على الشكلِ المجاورِ، لأثبتَ أنَّ $\Delta SPQ \sim \Delta SRT$ باستعمالِ البرهانِ السهميِّ. أنظر الهامش.

يمكنُني استعمالُ تشابهِ المثلثاتِ في إيجادِ قياساتٍ مجهولةٍ.

مثال 4

أجدُ قيمةَ x الّتي تجعلُ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

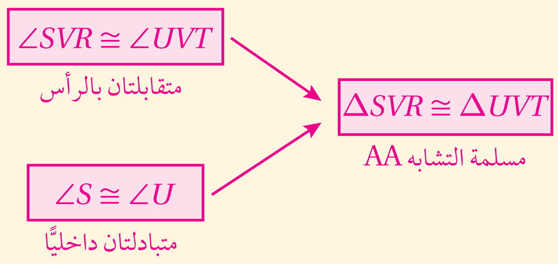
الْخُطْوَةُ 1 أجدُ قيمةَ x الّتي تجعلُ أطوالَ الأضلاعِ المتناظرةِ متناسبةً:

أكتبُ التناسبَ	$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$
أعوّضُ	$\frac{4}{12} = \frac{x-1}{2x+4}$
بالضربِ التبادليِّ	$4(2x+4) = 12(x-1)$
خاصّيّةُ التوزيعِ	$8x + 16 = 12x - 12$
أطرحُ $12x$ مِنْ طرفَي المعادلةِ	$-4x + 16 = -12$
أطرحُ 16 مِنْ طرفَي المعادلةِ	$-4x = -28$
أقسمُ طرفَي المعادلةِ على -4	$x = 7$

102

إجابة – (أتحقق من فهمي 3):

إجابة – (توسعة):



مثال 3

- أناقش حلّ المثال 3 مع الطلبة على اللوح باستعمال البرهان ذي العمودين، فأدوّن في الجدول العبارات، وأطلب إلى بعض الطلبة كتابة المبرّرات.

إرشاد: في الخطوة 3 من الإثبات، يُمكن استعمال تطابق الزاويتين: $\angle R, \angle T$ (زاويتان متبادلتان داخليًّا).

توسعة: أطلب إلى الطلبة حلّ المثال باستعمال البرهان السهمي.

مثال 4

- أذكّر الطلبة بخاصّيّة الضرب التبادلي عن طريق تقديم مثال عددي، مثل:

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{15} \Longrightarrow 3 \times 15 = 5 \times 9$$

- أناقش مع الطلبة حلّ المثال 4، وأؤكّد أهمية الدقّة في تحديد الأضلاع المتناظرة لكتابة التناسب بصورة صحيحة.

أخطاء شائعة:

قد يُخطئ بعض الطلبة عند كتابة التناسب في المثال 4 على الصورة:

$$\frac{4}{12} = \frac{2x+4}{x-1}$$

بسبب عدم الدقّة في تحديد الأضلاع المتناظرة، ولعلاج ذلك أستعمل عبارات، مثل: طول الضلع الأقصر في المثلث الأول مقسومًا على طول الضلع الأقصر في المثلث الثاني، عند كتابة التناسب، أو طول الوتر في المثلث الأول مقسومًا على طول الوتر في المثلث الثاني (في حالة وجود مثلثين قائمي الزاوية).

إرشاد: أوضّح للطلبة أنّه يمكن استعمال التناسب الآتي لحلّ المثال 4، وأطلب إليهم تبرير ذلك:

$$\frac{4}{x-1} = \frac{12}{2x+4}$$

مثال 5: من الحياة

- أبيّن للطلبة أنّ لتشابه المثلثات تطبيقات حياتية عدّة، وأذكر لهم بعضها.
- أناقش مع الطلبة خطوات حلّ المثال 5 على اللوح، وأؤكّد لهم أنّه للاستفادة من تشابه المثلثين: $\Delta YZX, \Delta VWX$ وكتابة التناسب، لا بُدّ من إثبات التشابه أولًا.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى أهمية تحديد حالة التشابه المناسبة بناءً على معطيات السؤال.

مثال إضافي:

» في مثال 5، أجد XV بطريقتين مختلفتين.

الطريقة 1: بعد إيجاد VW من تشابه المثلثين، أستعمل نظرية فيثاغورس، فيكون: $XV \approx 68.4$ km.

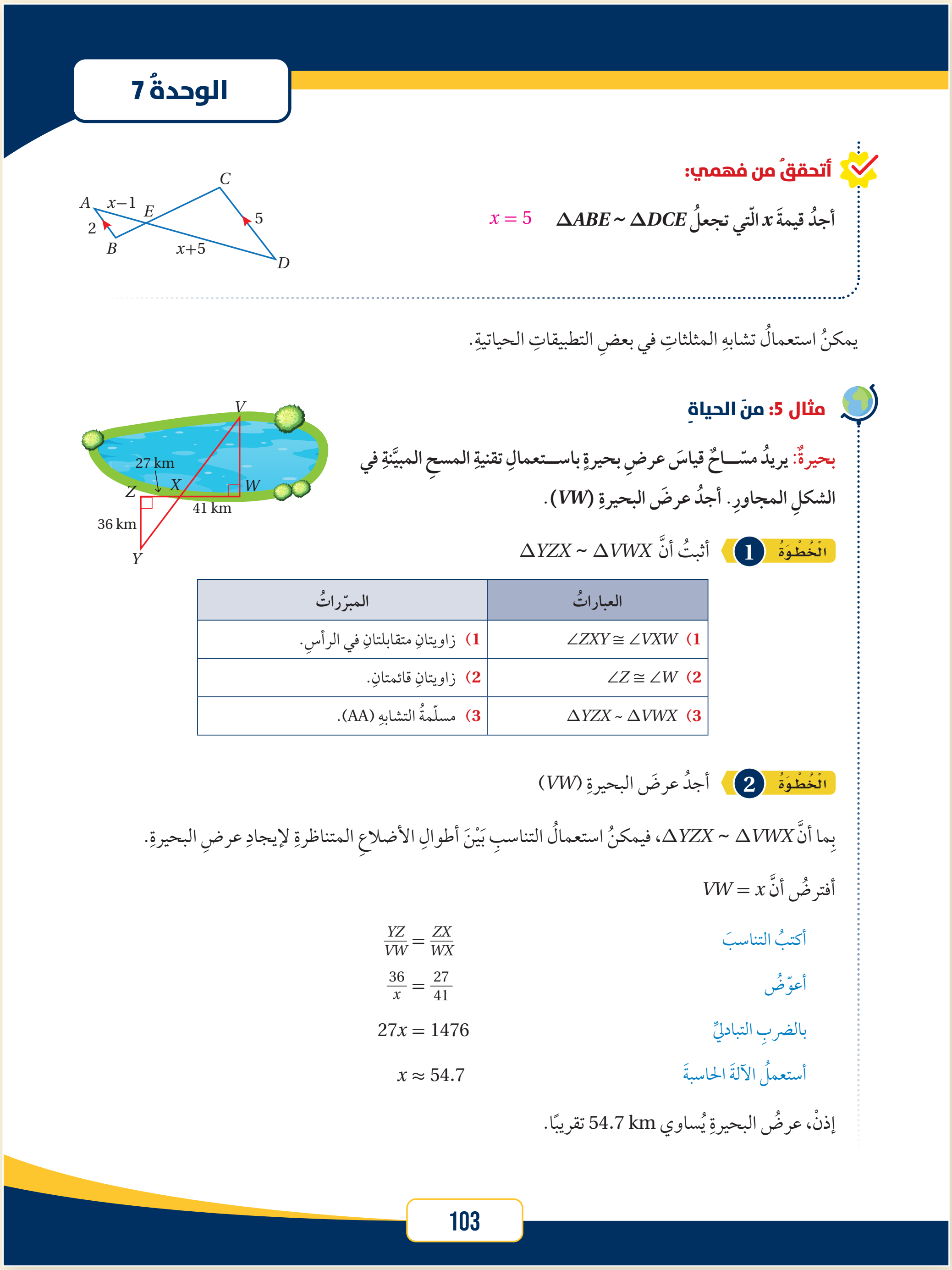
الطريقة 2: أستعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد XY، حيث: $XY = 45$ km، ثمّ أستعمل التناسب:

$$\frac{XV}{45} = \frac{41}{27} \Rightarrow XV \approx 68.3 \text{ km}$$

4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (6 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصة لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدّمة من الزميل/ الزميلة.



الوحدةُ 7

أتحققُ من فهمي:

أجدُ قيمةَ x الّتي تجعلُ $\Delta ABE \sim \Delta DCE$ $x = 5$

يمكنُ استعمالُ تشابهِ المثلثاتِ في بعضِ التطبيقاتِ الحياتيةِ.

مثال 5: منَ الحياةِ

بحيرةٌ: يريدُ مسّاحٌ قياسَ عرضِ بحيرةٍ باستعمالِ تقنيةِ المسحِ المبيَّنةِ في الشكلِ المجاورِ. أجدُ عرضَ البحيرةِ (**VW**).

الْخُطْوَةُ 1 أثبتُ أنَّ $\Delta YZX \sim \Delta VWX$

العباراتُ	المبرّراتُ
1) $\angle ZXY \cong \angle VXW$	1) زاويتانِ متقابلتانِ في الرأسِ.
2) $\angle Z \cong \angle W$	2) زاويتانِ قائمتانِ.
3) $\Delta YZX \sim \Delta VWX$	3) مسلّمةُ التشابهِ (AA).

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ عرضَ البحيرةِ (VW)

بِما أنَّ $\Delta YZX \sim \Delta VWX$، فيمكنُ استعمالُ التناسبِ بَيْنَ أطوالِ الأضلاعِ المتناظرةِ لإيجادِ عرضِ البحيرةِ.

أفترضُ أنَّ $VW = x$

أكتبُ التناسبَ $\frac{YZ}{VW} = \frac{ZX}{WX}$

أعوّضُ $\frac{36}{x} = \frac{27}{41}$

بالضربِ التبادليِّ $27x = 1476$

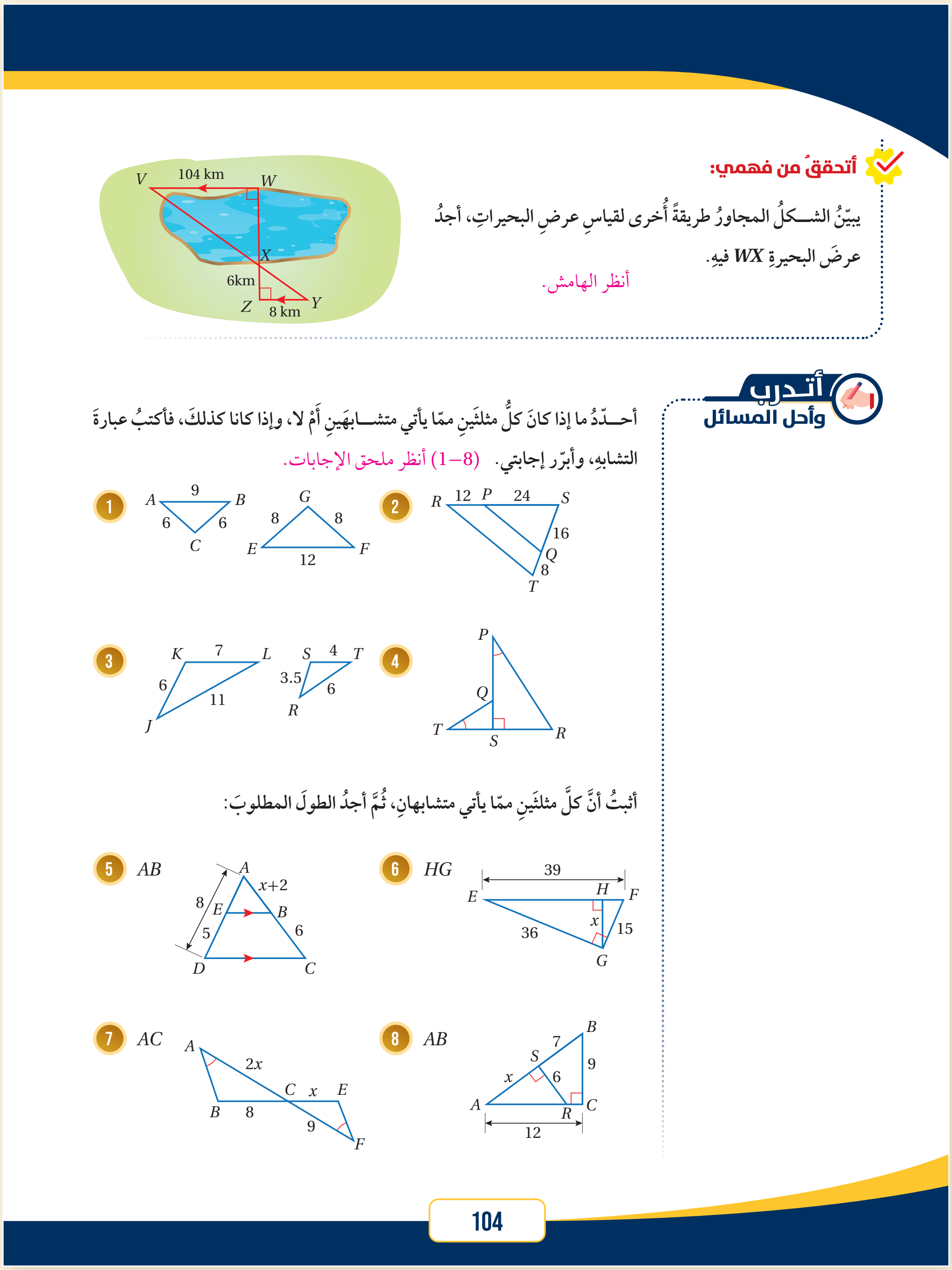
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ $x \approx 54.7$

إذنْ، عرضُ البحيرةِ يُساوي 54.7 km تقريبًا.

103

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد للطلبة أهمية المحافظة على الثروة المائية، وأطلب إليهم إعداد تقرير عن أهم مصادر المياه الموجودة في الأردن.



أتحققُ من فهمي:

يبيّنُ الشـكلُ المجاورُ طريقةً أُخرى لقياسِ عرضِ البحيراتِ، أجدُ عرضَ البحيرةِ WX فيه.

أنظر الهامش.

أتـدرب وأحلّ المسائل

أحـدّدُ ما إذا كانَ كلُّ مثلثَينِ ممّا يأتي متشـابهَينِ أَمْ لا، وإذا كانا كذلكَ، فأكتبُ عبارةَ التشابهِ، وأبرّر إجابتي. (1–8) أنظر ملحق الإجابات.

1

2

3

4

أثبتُ أنَّ كلَّ مثلثَينِ ممّا يأتي متشابهانِ، ثُمَّ أجدُ الطولَ المطلوبَ:

5 AB

6 HG

7 AC

8 AB

104

إجابة – (أتحقق من فهمي 5):

العبارات	المبرّرات
1) $\angle Z \cong \angle W$ قائمتان	1) معطى.
2) $\angle Y \cong \angle V$	2) الزاويتان متبادلتان داخليًّا من متوازيين.
3) $\Delta VWX \sim \Delta YZX$	3) مسلّمة التشابه AA

$WX = 78$ km

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسألتين 13 و 14
- أرصد أية أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 12 (**أكتشف الخطأ**)، ألفت انتباه الطلبة إلى تحديد الأضلاع المتناظرة في المثلثين.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

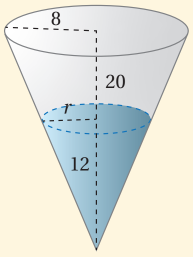
المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 7, 8, 12 كتاب التمارين: (1 – 3)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (8 – 10), 12 كتاب التمارين: (4 – 11)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (10 – 13) كتاب التمارين: (12 – 14)

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:

» في الشكل المجاور يظهر قُمع على شكل مخروط قائـم ارتفاعـه 20 cm، وطول نصف قطر قاعدته الدائريـة 8 cm، وفيـه ســائل ارتفاعه 12 cm، أجد قيمة r.



$r = 4.8$ cm

نشاط التكنولوجيا:

أوجّـه الطلبة للبحث فـي الإنترنت عن بعـض تطبيقات تشـابه المثلثات في الحياة، وكتابة تقريـر مدعَّم بالصور لتلك التطبيقات، وأؤكّد ضرورة توثيق مصادر المعلومات والصور.

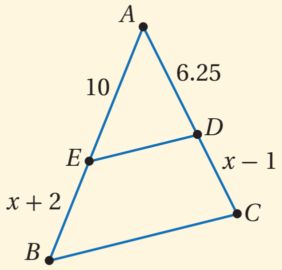
تعليمات المشروع:

- أوجّـه الطلبـة إلـى تنفيـذ الخطـوة 6 مـن خطـوات المشـروع، برسـم مثلثيـن باسـتعمال أداة المنسـاخ، وإيجـاد النسـب بيـن أطـوال الأضـلاع المتناظرة في المثلثيـن، واسـتعمال المنقلـة لقيـاس الزوايـا فيهما، والتحقّق من تطابق كلّ زاويتين متناظرتين.

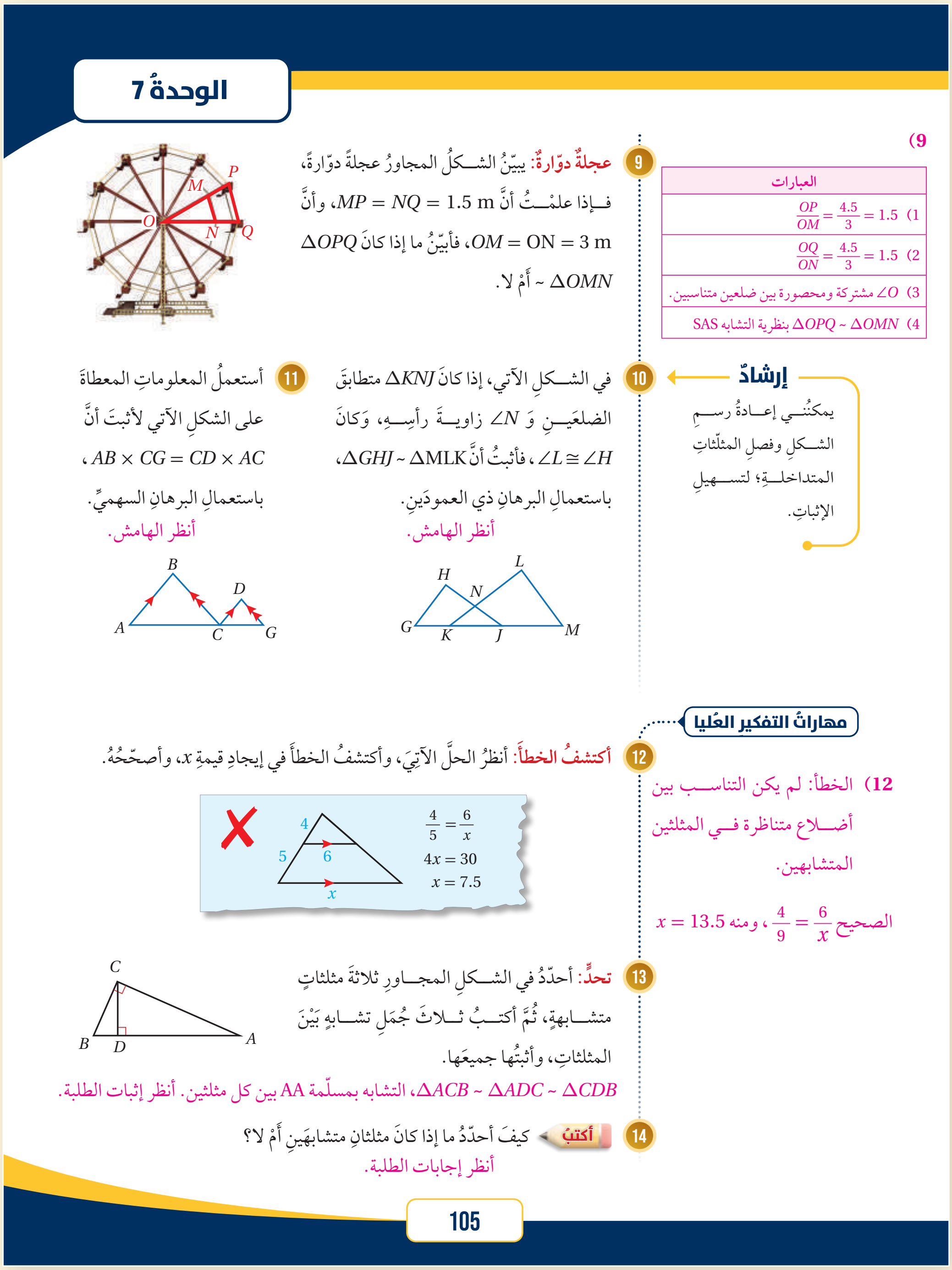
6 الختام

- أوجّـه الطلبـة إلـى بنـد (أكتـب)؛ للتأكُّـد مـن فهمهم موضـوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المسـتوى المتوسط أو دون المتوسـط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لـزم الأمـر، أتحقّق مـن فهم الطلبة، بتوجيه سـؤال لهم، مثل:

» **في الشكل المجاور إذا علمت أنّ $\Delta ABC \sim \Delta AED$، فأجد كلًّا من: EB و DC.**



$EB = 8, DC = 5$



الوحدة 7

9 **عجلةٌ دوّارةٌ:** يبيّنُ الشـكلُ المجاورُ عجلةً دوّارةً، فـإذا علمْـتُ أنَّ $MP = NQ = 1.5$ m، وأنَّ $OM = ON = 3$ m، فأبيّنُ ما إذا كانَ $\Delta OPQ \sim \Delta OMN$ أَمْ لا.

9)

العبارات
$\frac{OP}{OM} = \frac{4.5}{3} = 1.5$ (1
$\frac{OQ}{ON} = \frac{4.5}{3} = 1.5$ (2
$\angle O$ (3 مشتركة ومحصورة بين ضلعين متناسبين.
$\Delta OPQ \sim \Delta OMN$ (4 بنظرية التشابه SAS

إرشادٌ يمكنُنـي إعـادةُ رسـمِ الشـكلِ وفصلِ المثلّثاتِ المتداخلـةِ؛ لتسـهيلِ الإثباتِ.

10 في الشـكلِ الآتي، إذا كانَ ΔKNJ متطابقَ الضلعَيـنِ وَ $\angle N$ زاويـةَ رأسِـهِ، وَكانَ $\angle H \cong \angle L$، فأثبتُ أنَّ $\Delta GHJ \sim \Delta MLK$، باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.
أنظر الهامش.

11 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ على الشكلِ الآتي لأثبتَ أنَّ $AB \times CG = CD \times AC$، باستعمالِ البرهانِ السهميِّ.
أنظر الهامش.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

12 **أكتشفُ الخطأَ:** أنظرُ الحلَّ الآتِيَ، وأكتشفُ الخطأَ في إيجادِ قيمةِ x، وأصحّحُهُ.

$\frac{4}{5} = \frac{6}{x}$
$4x = 30$
$x = 7.5$

12) الخطأ: لم يكن التناسـب بين أضـلاع متناظرة فـي المثلثين المتشابهين.

الصحيح $\frac{6}{x} = \frac{4}{9}$، ومنه $x = 13.5$

13 **تحدٍّ:** أحدّدُ في الشـكلِ المجـاورِ ثلاثةَ مثلثاتٍ متشـابهةٍ، ثُمَّ أكتـبُ ثـلاثَ جُمَلِ تشـابهٍ بَيْنَ المثلثاتِ، وأثبتُها جميعَها.

$\Delta ACB \sim \Delta ADC \sim \Delta CDB$، التشابه بمسلّمة AA بين كل مثلثين. أنظر إثبات الطلبة.

14 **أكتبُ** كيفَ أحدّدُ ما إذا كانَ مثلثانِ متشابهَينِ أَمْ لا؟
أنظر إجابات الطلبة.

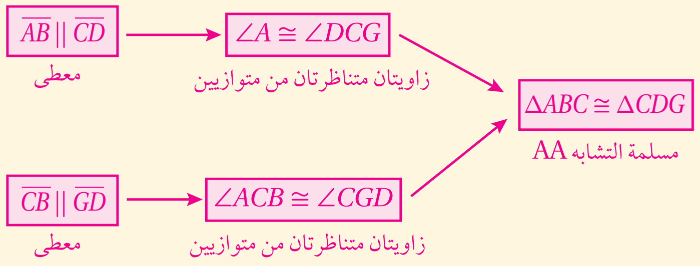
105

إجابات - (أتدرب وأحل المسائل):

(10

العبارات	المبرّرات
$\angle GJH \cong \angle MKL$ (1	(1 زاويتا قاعدة المثلث المتطابق الضلعين KNJ
$\angle H \cong \angle L$ (2	(2 معطى.
$\Delta GHJ \sim \Delta MLK$ (3	(3 مسلّمة التشابه AA

(11



$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ معطى $\rightarrow$ $\angle A \cong \angle DCG$ زاويتان متناظرتان من متوازيين $\rightarrow$ $\Delta ABC \cong \Delta CDG$ مسلمة التشابه AA

$\overline{CB} \parallel \overline{GD}$ معطى $\rightarrow$ $\angle ACB \cong \angle CGD$ زاويتان متناظرتان من متوازيين $\rightarrow$ $\Delta ABC \cong \Delta CDG$

من التشابه $\frac{AC}{CG} = \frac{AB}{CD}$، ومنه $AB \times CG = CD \times AC$

الدرسُ 6 التمدّدُ

فكرةُ الدرسِ

أرسمُ صورةً لمضلعٍ ناتجةً عَنْ تمدّدٍ في المستوى الإحداثيِّ.

المصطلحاتُ

التمدّدُ، مركزُ التمدّدِ، معاملُ التمدّدِ، التكبيرُ ، التصغيرُ.

أستكشفُ

صمّمَتْ رزانُ الطائرةَ الورقيةَ المجاورةَ على المستوى الإحداثيِّ، وتريدُ إعادةَ رسمِ هذِهِ الطائرةِ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ ومعاملُهُ 2.5

ما إحداثياتُ الطائرةِ بعدَ التكبيرِ؟

التمدّدُ (dilation) هوَ تحويلٌ هندسيٌّ يكبّرُ الشكلَ أَوْ يصغّرُهُ مِنْ نقطةٍ ثابتةٍ C تُسمّى **مركزَ التمدّدِ** (center of dilation) وبنسبةٍ محدّدةٍ تُسمّى **معاملَ التمدّدِ** (scale factor of dilation) وقيمتُهُ k ، وهوَ نسبةُ أحدِ أطوالِ الصورةِ إلى الطولِ المناظرِ لَهُ في الشكلِ الأصليِّ.

مفهومٌ أساسيٌّ التمدّدُ

- إذا كانَ التمدّدُ الّذي مركزُهُ C ومعاملُهُ هوَ العددُ الموجِبُ k حيثُ $k \neq 1$ وَ $k > 1$ فإنَّ التمدّدَ **تكبيرٌ** (enlargement).

- إذا كانَ التمدّدُ الّذي مركزُهُ C ومعاملُهُ هوَ العددُ الموجِبُ k حيثُ $k \neq 1$ وَ $0 < k < 1$ فإنَّ التمدّدَ **تصغيرٌ** (reduction).

106

1 التهيئة

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أزوّد كلّ مجموعة **بورقة المصادر 12: التطابق والتكبير.**
- أطلب إلى المجموعات التعاون على الإجابة عن السؤال في ورقة العمل.
- أتجوّل بين مجموعات الطلبة، وأقدّم التغذية الراجعة المناسبة.
- أختار إحدى المجموعات التي أنهت الحلّ بصورة صحيحة، وأطلب إليهم عرض الحلّ أمام باقي الصف.

الدرس 6

نتاجات الدرس:

- تعرّف مفهوم التمدّد (التكبير أو التصغير) للمضلعات.
- إيجاد معامل التمدّد k، بحالتيه: التصغير عندما $0 < k < 1$، والتكبير عندما $k > 1$.
- إيجاد صورة النقطة $P(x, y)$ في المستوى الإحداثي الناتجة من تمدّد مركزُه نقطة الأصل ومعامله $k > 0$.
- إيجاد صورة شكل في المستوى الإحداثي تحت تأثير تمدّد مركزُه نقطة الأصل ومعاملُه $k < 0$.
- تحديد العلاقة بين التمدّد عندما $k < 0$ والتدوير بزاوية 180° حول مركز التمدّد.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- تعيين نقطة في المستوى الإحداثي.
- رسم مضلع عُلِمت رؤوسه في المستوى الإحداثي.
- رسم شكل تحت تأثير تمدّد مركزه نقطة الأصل بمعامل صحيح موجب.
- تحديد معامل تمدّد شكل مرسوم تحت تأثير تمدّد بمعامل صحيح موجب.
- تدوير مضلع بزاوية 180° حول نقطة الأصل.
- استعمال نظرية فيثاغورس لحساب طول ضلع في مثلث قائم الزاوية.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

2 الاستكشاف

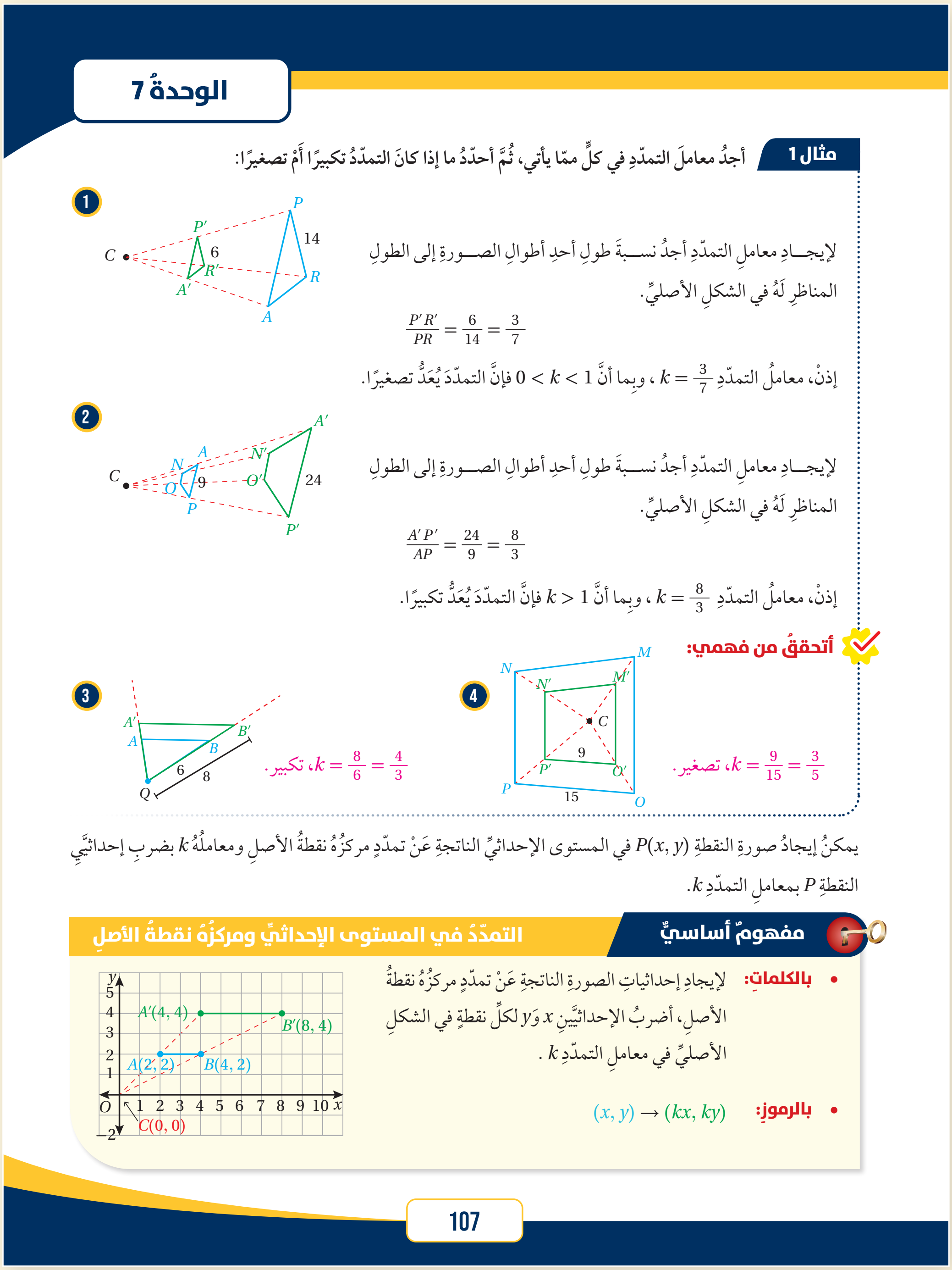
- أوجّـه الطلبـة إلـى قراءة المسـألة الـواردة في بند (**أستكشـف**)، وتأمّل الشـكل المجـاور لها، ثمّ أسألهـم:
  - » هل سبق أن صنعت بيدك طائرة ورقية؟ ستختلف إجابات الطلبة.
  - » مـا إحداثيـات رؤوس الطائرة الورقيـة التي صمّمتهـا رزان على المسـتوى الإحداثي؟ $(4, 5), (6, 10), (10, 11), (9, 7)$
  - » ما إحداثيات رؤوس الطائرة بعد التكبير الذي تريده رزان؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال الأخير في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم عن طريق توجيه أسئلة، مثل:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكنَّ؟
  - » من يتّفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أرسم على اللوح الشكل المُعطى في الفرع 1 من المثال 1 باستعمال لونين مختلفين للمثلثين، ثم أوجّه للطلبة السؤال الآتي:
  - » أيّ المثلثين أكبر؛ المثلث الأزرق (الأصلي) أم المثلث الأخضر (الصورة)؟ المثلث الأزرق (الأصلي).
- أوضّح للطلبة أن الشـكل الأصلي(المثلث الأزرق) صُغِّرَ إلى الشكل الجديد (المثلث الأخضر) تحت تأثير التمدّد الذي مركزه النقطة C.
- أطلب إلى الطلبة حساب النسبة $P'R' : PR$، أي: $\frac{P'R'}{PR}$
- أسأل الطلبة:
  - » هل النسبة $\frac{P'R'}{PR}$ أقلّ أم أكبر من 1؟ أقلّ من 1
- أطلب إلى الطلبة التعبير عمّا استنتجوه ممّا سبق بلغتهم الخاصة.
- أكرّر الإجراءات السـابقة للفرع 2 من المثال 1، وبعد حسـاب النسـبة $A'P' : AP$، (أيْ: $\frac{A'P'}{AP}$)، أوضّـح للطلبة أنّ الشـكل الرباعي (الأصلي: $ONAP$) تحت تأثيـر التمدّد الذي مركزه النقطة C، كُبِّرَ إلى الشكل الرباعي (الصورة: $O'N'A'P'$).
- أسأل الطلبة:
  - » هل النسبة $\frac{A'P'}{AP}$ أقلّ أم أكبر من 1 ؟ أكبر من 1
- أطلب إلى الطلبة التعبير عمّا استنتجوه ممّا سبق بلغتهم الخاصة.
- أناقـش مـع الطلبـة الاسـتنتاجات التـي توصلـوا إليهـا عـن طريـق حـلّ المثال، ثـمّ أوضّـح لهم المصطلحات والمفاهيم الآتية: التمدّد، مركز التمدّد، معامل التمدّد.
- أدوّن على إحدى زوايا اللوح ملخَّصًا للمفهوم الأساسي الوارد في كتاب الطالب بطريقة مميّزة، ومدعَّمة برسم مناسب.

ملاحظاتي



مثال 1 أجدُ معاملَ التمدّدِ في كلٍّ ممّا يأتي، ثُمَّ أحدّدُ ما إذا كانَ التمدّدُ تكبيرًا أَمْ تصغيرًا:

1 لإيجادِ معاملِ التمدّدِ أجدُ نسبةَ طولِ أحدِ أطوالِ الصورةِ إلى الطولِ المناظرِ لَهُ في الشكلِ الأصليِّ.

$$\frac{P'R'}{PR} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

إذنْ، معاملُ التمدّدِ $k = \frac{3}{7}$ ، وبما أنَّ $0 < k < 1$ فإنَّ التمدّدَ يُعَدُّ تصغيرًا.

2 لإيجادِ معاملِ التمدّدِ أجدُ نسبةَ طولِ أحدِ أطوالِ الصورةِ إلى الطولِ المناظرِ لَهُ في الشكلِ الأصليِّ.

$$\frac{A'P'}{AP} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

إذنْ، معاملُ التمدّدِ $k = \frac{8}{3}$ ، وبما أنَّ $k > 1$ فإنَّ التمدّدَ يُعَدُّ تكبيرًا.

أتحقّقُ من فهمي:

3 $k = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$، تكبير.

4 $k = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$، تصغير.

يمكنُ إيجادُ صورةِ النقطةِ $P(x, y)$ في المستوى الإحداثيِّ الناتجةِ عَنْ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ ومعاملُهُ k بضربِ إحداثيَّي النقطةِ P بمعاملِ التمدّدِ k.

مفهومٌ أساسيٌّ **التمدّدُ في المستوى الإحداثيِّ ومركزُهُ نقطةُ الأصلِ**

- **بالكلماتِ:** لإيجادِ إحداثياتِ الصورةِ الناتجةِ عَنْ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، أضربُ الإحداثيَّينِ x وَy لكلِّ نقطةٍ في الشكلِ الأصليِّ في معاملِ التمدّدِ k .
- **بالرموزِ:** $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

107

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنّبًا لإحراجه.

إرشادات:

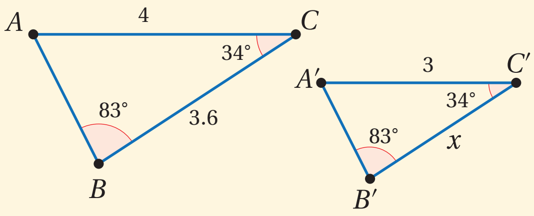
- أوجّه الطلبة في حصة سابقة إلى تجهيز لوح صغير لكلّ منهم مصنوع من طبق كرتون مقوّى ومغلّف بلاصق شفاف، بحيث يُمثّل المستوى الإحداثي؛ تسهيلًا لتنفيذ إجراءات الرسم خلال الدرس.
- ألفت انتباه الطلبة إلى أنّ مصطلح (**تمدّد**) لا يعني بالضرورة تكبير الشكل الهندسي، وأن تكبيره أو تصغيره يعتمد على قيمة معامل التمدّد.
- أؤكّد للطلبة أنّ معامل التمدّد هو النسبة التي تنتج من قسمة طول ضلع في الصورة على طول الضلع المناظر في الشكل الأصلي.

تنويع التعليم

يُفضَّل استعمال اللون الأزرق للشكل الأصلي، واللون الأخضر للصورة عند تقديم مفهوم التمدّد للطلبة تماشيًا مع كتاب الطالب، لِما لذلك من أثر في تحفيز الطلبة على تخيّل التمدّد، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.

مثال إضافي:

في الشكل الآتي، أبيّن أنّ المثلثين متشابهان، ثمّ أجد معامل تمدّد ΔABC إلى $\Delta A'B'C'$، ثمّ أجد قيمة x.



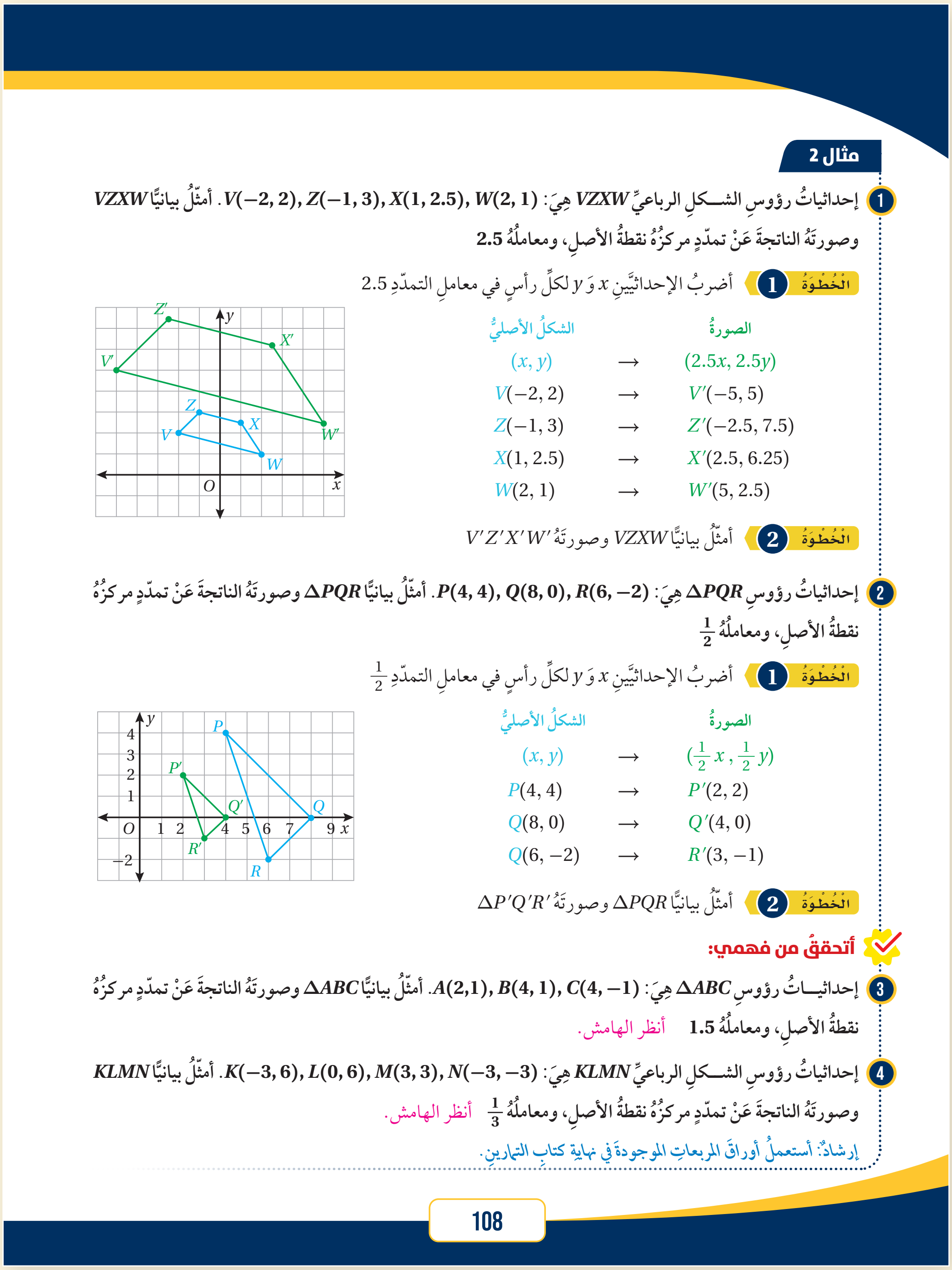
يتشابه المثلثان بالمسلّمة (AA)، $k = 0.75$، $x = 2.7$

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية، واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

مثال 2

- أقدّم المفهوم الأساسي للتمدّد الذي مركزه نقطة الأصل في المستوى الإحداثي، بتنفيذ الإجراءات الآتية:
  - » أطلب إلى الطلبة رسم القطعة المستقيمة AB حيث $A(2, 2), B(4, 2)$ في المستوى الإحداثي.
  - » أطلب إليهم إيجاد إحداثيات النقطتين: $A' = 2A, B' = 2B$، وتمثيلهما على المستوى الإحداثي نفسه.
  - » أطلب إليهم التوصيل بين نقطة الأصل والنقطتين A, A'، والتوصيل بين نقطة الأصل والنقطتين $.B, B'$
  - » أطلب إليهم إيجاد طول كلّ من القطعتين المستقيمتين: $\overline{AB}$ و $.\overline{A'B'}$
  - » أطلب إلى الطلبة التعبير عمّا استنتجوه ممّا سبق بلغتهم الخاصة.
- أناقش الطلبة في استنتاجاتهم، ثمّ أدوّن على إحدى زوايا اللوح مفهوم التمدّد الذي مركزه نقطة الأصل في المستوى الإحداثي بالكلمات والرموز.
- أناقش مع الطلبة حلّ الفرع 1 من المثال 2 على اللوح، وأؤكّد أنّ معامل التمدّد 2.5، يدلّ على التكبير؛ لأنه أكبر من 1.
- أناقش مع الطلبة حلّ الفرع 2 من المثال 2 على اللوح، وأؤكّد أنّ معامل التمدّد $\frac{1}{2}$ يدلّ على التصغير؛ لأنه يقع بين 0 و 1.



مثال 2

① إحداثياتُ رؤوسِ الشكلِ الرباعيِّ $VZXW$ هِيَ: $V(-2, 2), Z(-1, 3), X(1, 2.5), W(2, 1)$. أمثّلُ بيانيًّا $VZXW$ وصورتَهُ الناتجةَ عَنْ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، ومعاملُهُ 2.5

الْخُطْوَةُ 1 أضربُ الإحداثيَّينِ x وَ y لكلِّ رأسٍ في معاملِ التمدّدِ 2.5

الشكلُ الأصليُّ — الصورةُ

$(x, y) \rightarrow (2.5x, 2.5y)$

$V(-2, 2) \rightarrow V'(-5, 5)$

$Z(-1, 3) \rightarrow Z'(-2.5, 7.5)$

$X(1, 2.5) \rightarrow X'(2.5, 6.25)$

$W(2, 1) \rightarrow W'(5, 2.5)$

الْخُطْوَةُ 2 أمثّلُ بيانيًّا $VZXW$ وصورتَهُ $V'Z'X'W'$

② إحداثياتُ رؤوسِ ΔPQR هِيَ: $P(4, 4), Q(8, 0), R(6, -2)$. أمثّلُ بيانيًّا ΔPQR وصورتَهُ الناتجةَ عَنْ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، ومعاملُهُ $\frac{1}{2}$

الْخُطْوَةُ 1 أضربُ الإحداثيَّينِ x وَ y لكلِّ رأسٍ في معاملِ التمدّدِ $\frac{1}{2}$

الشكلُ الأصليُّ — الصورةُ

$(x, y) \rightarrow (\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}y)$

$P(4, 4) \rightarrow P'(2, 2)$

$Q(8, 0) \rightarrow Q'(4, 0)$

$Q(6, -2) \rightarrow R'(3, -1)$

الْخُطْوَةُ 2 أمثّلُ بيانيًّا ΔPQR وصورتَهُ $\Delta P'Q'R'$

أتحقّقُ من فهمي:

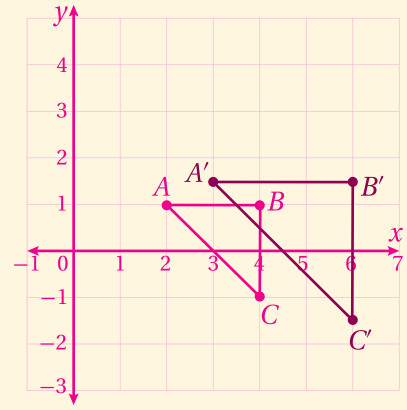
③ إحداثيــاتُ رؤوسِ ΔABC هِيَ: $A(2,1), B(4, 1), C(4, -1)$. أمثّلُ بيانيًّا ΔABC وصورتَهُ الناتجةَ عَنْ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، ومعاملُهُ 1.5 أنظر الهامش.

④ إحداثياتُ رؤوسِ الشكلِ الرباعيِّ $KLMN$ هِيَ: $K(-3, 6), L(0, 6), M(3, 3), N(-3, -3)$. أمثّلُ بيانيًّا $KLMN$ وصورتَهُ الناتجةَ عَنْ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، ومعاملُهُ $\frac{1}{3}$ أنظر الهامش.

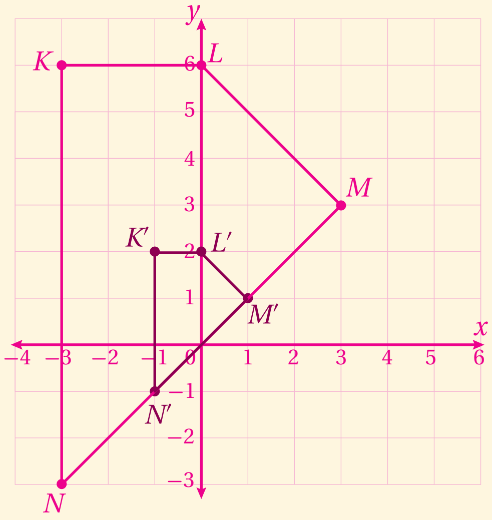
إرشادٌ: أستعملُ أوراقَ المربعاتِ الموجودةَ في نهايةِ كتابِ التمارينِ.

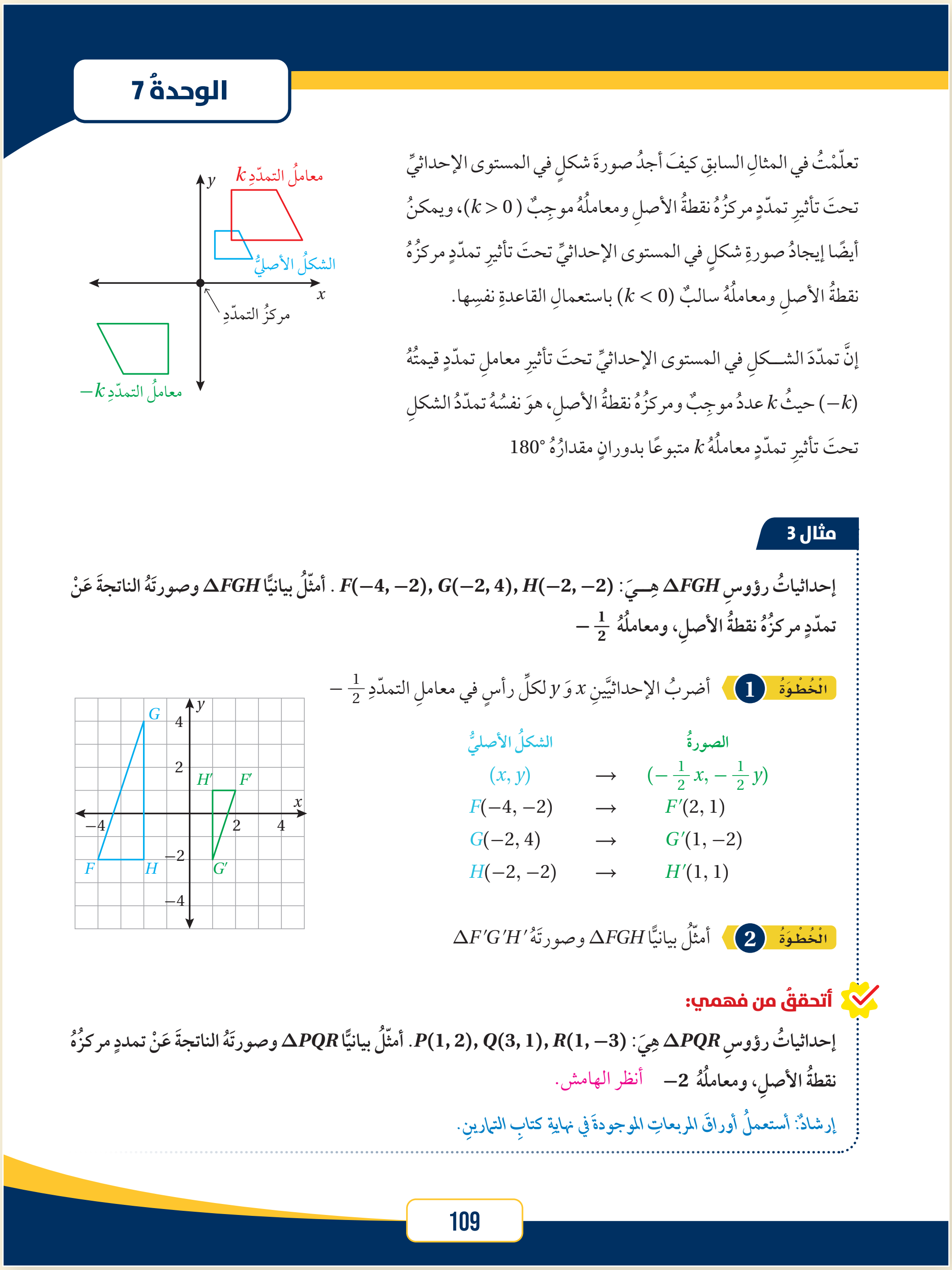
إجابة – (أتحقق من فهمي 2):

2)



3)





تعلّمْتُ في المثالِ السابقِ كيفَ أجدُ صورةَ شكلٍ في المستوى الإحداثيِّ تحتَ تأثيرِ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ ومعاملُهُ موجِبٌ $(k > 0)$، ويمكنُ أيضًا إيجادُ صورةِ شكلٍ في المستوى الإحداثيِّ تحتَ تأثيرِ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ ومعاملُهُ سالبٌ $(k < 0)$ باستعمالِ القاعدةِ نفسِها.

إنَّ تمدّدَ الشكلِ في المستوى الإحداثيِّ تحتَ تأثيرِ معاملِ تمدّدٍ قيمتُهُ $(-k)$ حيثُ k عددٌ موجبٌ ومركزُهُ نقطةُ الأصلِ، هوَ نفسُهُ تمدّدُ الشكلِ تحتَ تأثيرِ تمدّدٍ معاملُهُ k متبوعًا بدورانٍ مقدارُهُ 180°

مثال 3

إحداثياتُ رؤوسِ ΔFGH هِيَ: $F(-4, -2), G(-2, 4), H(-2, -2)$. أمثّلُ بيانيًّا ΔFGH وصورتَهُ الناتجةَ عَنْ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، ومعاملُهُ $-\frac{1}{2}$

الْخُطْوَةُ 1 أضربُ الإحداثيَّينِ x وَ y لكلِّ رأسٍ في معاملِ التمدّدِ $-\frac{1}{2}$

الصورةُ		الشكلُ الأصليُّ
$(-\frac{1}{2}x, -\frac{1}{2}y)$	→	(x, y)
$F'(2, 1)$	→	$F(-4, -2)$
$G'(1, -2)$	→	$G(-2, 4)$
$H'(1, 1)$	→	$H(-2, -2)$

الْخُطْوَةُ 2 أمثّلُ بيانيًّا ΔFGH وصورتَهُ $\Delta F'G'H'$

أتحققُ من فهمي:

إحداثياتُ رؤوسِ ΔPQR هِيَ: $P(1, 2), Q(3, 1), R(1, -3)$. أمثّلُ بيانيًّا ΔPQR وصورتَهُ الناتجةَ عَنْ تمددٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، ومعاملُهُ -2 أنظر الهامش.

إرشادٌ: أستعملُ أوراقَ المربعاتِ الموجودةَ في نهايةِ كتابِ التمارينِ.

مثال 3

- أخبر الطلبة أنّ الصورة في المثالين (1) و (2) السابقين نتجت من معامل تمدّد موجب، ثمّ أوجّه لهم السؤال الآتي:

» ماذا يحدث للشكل إذا كان معامل التمدّد عددًا سالبًا؟ ستختلف إجابات الطلبة.

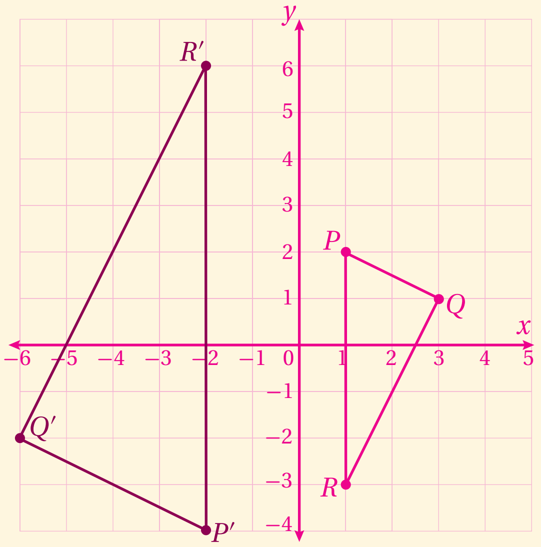
- أوضّح للطلبة أنّه في المستوى الإحداثي، إذا كان مركز التمدّد نقطة الأصل، وكان معامل التمدّد هو $(-k)$، فإنّ ذلك يكافئ تمدّدًا معامله $(+k)$ متبوعًا بدوران مقداره 180° حول نقطة الأصل (مركز التمدّد).
- أناقش الطلبة بخطوتَي حلّ المثال 3، وأوضّح لهم تأثير معامل التمدّد $\left(-\frac{1}{2}\right)$.

إرشاد:

- أوضّح للطلبة أنّه عند ضرب مسقطَي نقطة في المستوى الإحداثي بعدد سالب، يتغيّر موقع النقطة في أرباع المستوى الإحداثي بصورة تدوير بزاوية 180°

مثال: عند ضرب النقطة (2, 3) التي تقع في الربع الأول بالعدد −1، فإن النقطة الناتجة (−2, −3) تقع في الربع الثالث، وكأنّنا عملنا دورانًا للنقطة (2, 3) مقداره 180°

إجابة – (أتحقق من فهمي 3):



4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (1, 2, 5, 7, 8) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

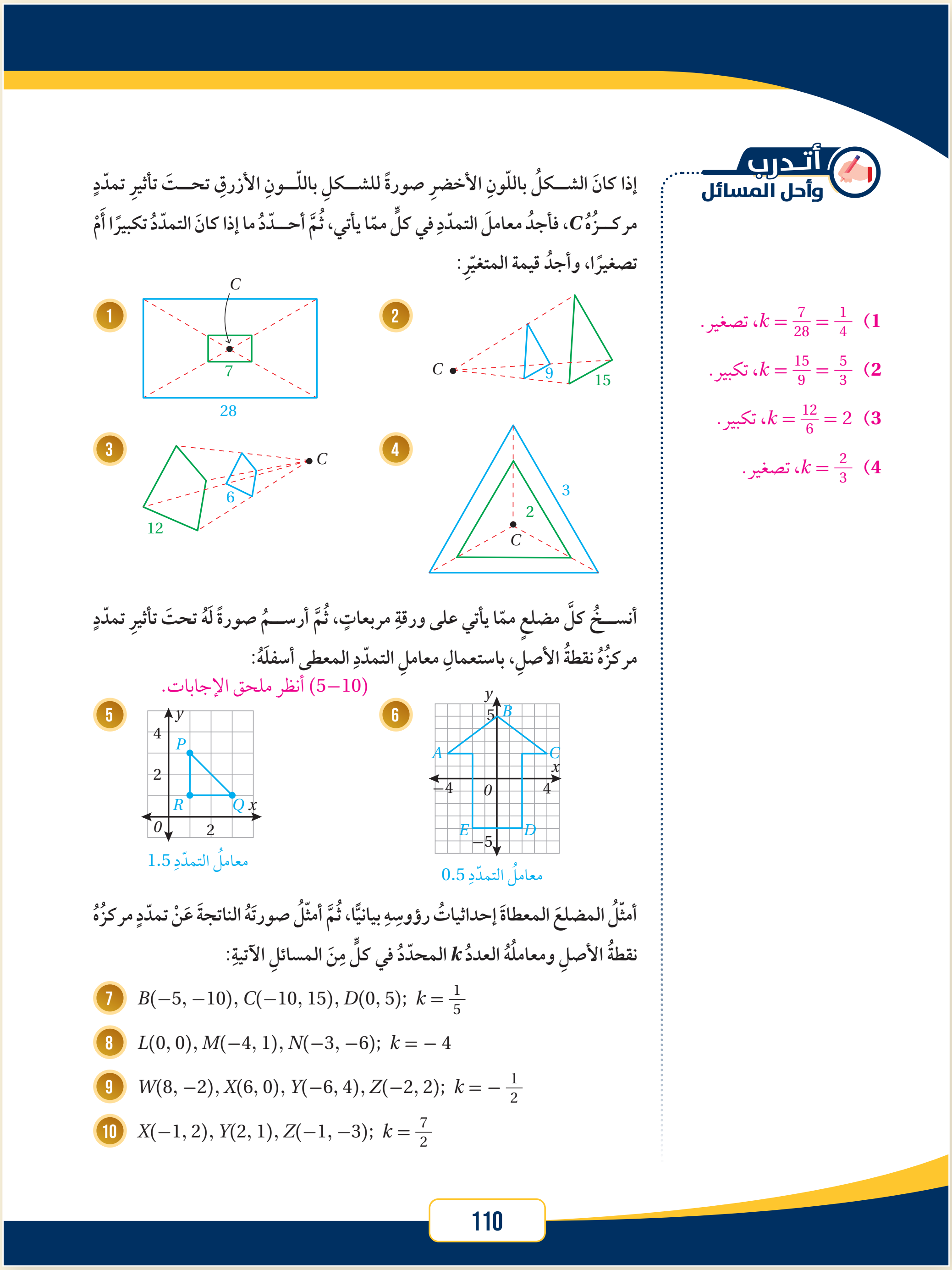
تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (13 – 11).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

✓ إرشاد: في السؤال 12 (**تحدٍّ**)، أذكّر الطلبة بأنّ معامل التمدّد عندما يكون أكبر من 1 ($k > 1$) فإنّه يدلّ على حصول تكبير للمثلث الأصلي.



أتدرّب وأحلّ المسائل

إذا كانَ الشكلُ باللّونِ الأخضرِ صورةً للشكلِ باللّونِ الأزرقِ تحتَ تأثيرِ تمدّدٍ مركزُهُ C، فأجدُ معاملَ التمدّدِ في كلٍّ ممّا يأتي، ثُمَّ أحدّدُ ما إذا كانَ التمدّدُ تكبيرًا أَمْ تصغيرًا، وأجدُ قيمةَ المتغيّرِ:

1) $k = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$، تصغير.

2) $k = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$، تكبير.

3) $k = \frac{12}{6} = 2$، تكبير.

4) $k = \frac{2}{3}$، تصغير.

أنسخُ كلَّ مضلعٍ ممّا يأتي على ورقةِ مربعاتٍ، ثُمَّ أرسمُ صورةً لَهُ تحتَ تأثيرِ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، باستعمالِ معاملِ التمدّدِ المعطى أسفلَهُ:

(10–5) أنظر ملحق الإجابات.

5) معاملُ التمدّدِ 1.5

6) معاملُ التمدّدِ 0.5

أمثّلُ المضلعَ المعطاةَ إحداثياتُ رؤوسِهِ بيانيًّا، ثُمَّ أمثّلُ صورتَهُ الناتجةَ عَنْ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ ومعاملُهُ العددُ k المحدّدُ في كلٍّ مِنَ المسائلِ الآتيةِ:

7) $B(-5, -10), C(-10, 15), D(0, 5);\ k = \frac{1}{5}$

8) $L(0, 0), M(-4, 1), N(-3, -6);\ k = -4$

9) $W(8, -2), X(6, 0), Y(-6, 4), Z(-2, 2);\ k = -\frac{1}{2}$

10) $X(-1, 2), Y(2, 1), Z(-1, -3);\ k = \frac{7}{2}$

110

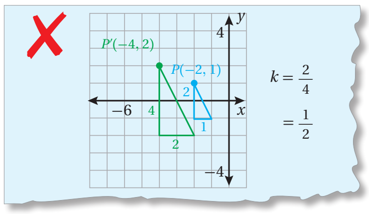
الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 3, 4, 6 كتاب التمارين: 9 ,(5 – 1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 11 ,(8 – 6) , 4 كتاب التمارين: (10 – 6)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (13– 10) ,4, 6 كتاب التمارين: 3, 6, 7, 10, 11

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

11 **أكتشـفُ الخطأَ:** في الحلِّ الآتي، أوجدَ سـميرٌ معاملَ التمدّدِ الّـذي يجعلُ المثلثَ الأخضرَ صورةً للمثلثِ الأزرقِ تحتَ تأثيرِ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ. أكتشفُ الخطأَ في حلِّهِ، وأصحّحُهُ.

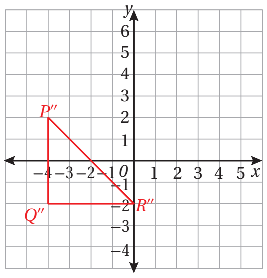


11) الخطأ أنه حسب نسبة طول أحد أضلاع الشكل الأصلي إلى طول الضلع المناظر له في الصورة، وعكس هذه النسبة هو الصحيح، أي: $k = \frac{4}{2} = 2$.

12 **تحدٍّ:** المثلـثُ المبيّنُ في الشـكلِ الآتي هوَ صـورةٌ لمثلثٍ تحتَ تأثيـرِ تحويلَينِ هندسـيَّينِ: تمدُّدٌ معاملُهُ 2 ومركزُهُ نقطةُ الأصـلِ، ثُمَّ انعكاسٌ حولَ المحورِ y. أجدُ إحداثياتِ رؤوسِ المثلثِ الأصليِّ، وأبرّر خطواتِ الحلِّ.

إرشادٌ

لإيجـادِ إحداثيـاتِ الشـكلِ الأصليِّ، أجري الانعـكاسَ أوّلًا حـولَ المحورِ y، ثُمَّ التمدّدَ.



12)

الرؤوس قبل الانعكاس وبعد التمدد:

$P'(4, 2), Q'(4, -2), R'(0, -2)$

الرؤوس الأصلية:

$P(2, 1), Q(2, -1), R(0, -1)$

13 **مسـألةٌ مفتوحةٌ:** أرسـمُ مضلعًا في المستوى الإحداثيِّ، ثُمَّ أرسـمُ تكبيرًا وتصغيرًا باختيارِ معاملٍ ومركزِ تمدّدٍ مناسبَينِ. أنظر إجابات الطلبة.

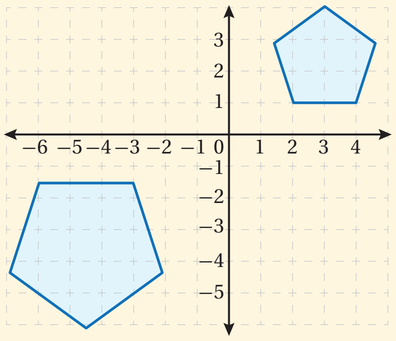
14 **أكتبُ** كيفَ أجدُ صورةً لمضلعٍ في المستوى الإحداثيِّ تحتَ تأثيرِ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ ومعاملُهُ k؟ أنظر إجابات الطلبة.

111

6 الختام

- أوجّـه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكُّد مـن فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **في الشكل المجاور، ما قيمة معامل التمـدّد الذي مركزه نقطـة الأصـل للخماسـي المنتظم المرسـوم في الربع الأول؟** −1.5

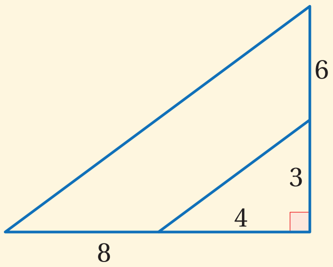


5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:

» أراد مزارع تجريب زراعة نـوع من بذور القمح المحسَّـنة، فخصّـص لذلك جزءًا على شـكل مثلث قائم الزاوية من أرضه طولا ضلعَي الزاوية القائمـة: 3 m, 4 m، وبعد نجاح تجربته وإنتاج نوعيـة أفضل مـن القمح، قـرّر إجـراء تمديد لضلعي الزاوية القائمة في المثلث بحيث تصبح: 6 m, 8 m ، كما في الشكل الآتي؛ بهدف زيادة الكمية المنتَجة من بذور القمح المحسَّـنة. أجد كلًّا ممّا يأتي:



1. النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين. 2
2. النسبة بين محيطي المثلثين. 2
3. النسبة بين مساحتي المثلثين. 4
4. أدوّن ما ألاحظه. أنظر إجابات الطلبة.

نشاط التكنولوجيا:

أحفز الطلبة علـى تصفُّح الموقع الإلكترونـي الذي سـيظهر عند مسـح الرمز المجاور في المنزل، والاسـتمتاع بالمسـائل التـي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في إيجـاد إحداثيات صورة النقطة (x, y) في المسـتوى الإحداثي الناتجة من تمدّد مركزه نقطة الأصل، ومعامله k.

تعليمات المشروع:

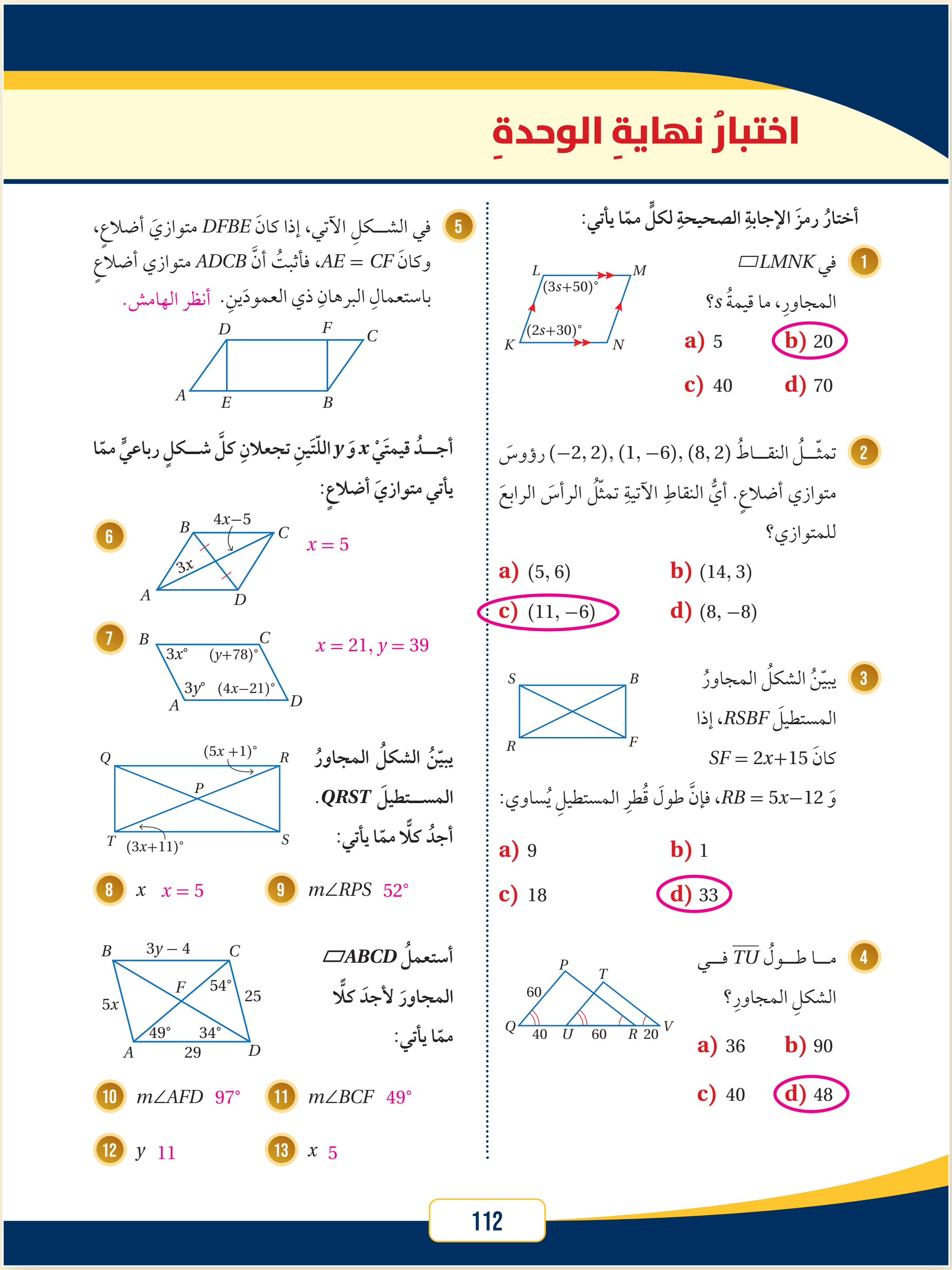
- أوجّـه الطلبـة إلـى تنفيـذ الخطـوة 7 مـن خطـوات المشروع، والاستعداد لعرض أعمال المجموعات.
- أحدّد للطلبة حصة معيّنة لعرض أعمال المجموعات وتقييمها باستعمال أداة سلم التقدير العددي.

اختبار نهاية الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حلّ الأسئلة (4 – 1) فرديًّا، وأتجوّل بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجّههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أناقشهم جميعًا في حلّ بعض المسائل على اللوح.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (21 – 5)، وأتجوّل بينهم لأساعدهم وأرشدهم وأوجّههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أحدّد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلّها؛ لمناقشتها على اللوح.

إرشادات:

- في السؤال 5، أذكّر الطلبة بأنّه لإثبات أنّ شكلًا رباعيًّا هو متوازي أضلاع، يكفي إثبات أنّه يوجد لهذا الشكل الرباعي زوج من ضلعين متقابلين متطابقين ومتوازيين، أو إثبات أنّ كلّ ضلعين متقابلين متطابقان.
- في السؤال 7، يُمكن حلّ السؤال بحلّ نظام مكوّن من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطريقة الحذف أو بطريقة التعويض، بالاستفادة من مجموع قياسي الزاويتين المتحالفتين في متوازي الأضلاع.
- في السؤالين 14 و15، أذكّر الطلبة بمسلّمة تشابه مثلثين (AA)، ونظريتيه: (SSS)، و (SAS).



اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 في $\square LMNK$ المجاورِ، ما قيمةُ s؟

a) 5 [✓ b) 20]

c) 40 d) 70

2 تمثّلُ النقاطُ $(8, 2)$, $(1, -6)$, $(-2, 2)$ رؤوسَ متوازي أضلاعٍ. أيُّ النقاطِ الآتيةِ تمثّلُ الرأسَ الرابعَ للمتوازي؟

a) $(5, 6)$ b) $(14, 3)$

[✓ c) $(11, -6)$] d) $(8, -8)$

3 يبيّنُ الشكلُ المجاورُ المستطيلَ $RSBF$، إذا كانَ $SF = 2x+15$ وَ $RB = 5x-12$، فإنَّ طولَ قُطرِ المستطيلِ يُساوي:

a) 9 b) 1

c) 18 [✓ d) 33]

4 ما طولُ $\overline{TU}$ في الشكلِ المجاورِ؟

a) 36 b) 90

c) 40 [✓ d) 48]

5 في الشكلِ الآتي، إذا كانَ $DFBE$ متوازيَ أضلاعٍ، وكانَ $AE = CF$، فأثبتُ أنَّ $ADCB$ متوازي أضلاعٍ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ. أنظر الهامش.

أجدُ قيمتَيْ x وَ y اللّتَينِ تجعلانِ كلَّ شكلٍ رباعيٍّ ممّا يأتي متوازيَ أضلاعٍ:

6 $x = 5$

7 $x = 21, y = 39$

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ المستطيلَ $QRST$. أجدُ كلًّا ممّا يأتي:

8 x $x = 5$

9 $m\angle RPS$ 52°

أستعملُ $\square ABCD$ المجاورَ لأجدَ كلًّا ممّا يأتي:

10 $m\angle AFD$ 97°

11 $m\angle BCF$ 49°

12 y 11

13 x 5

112

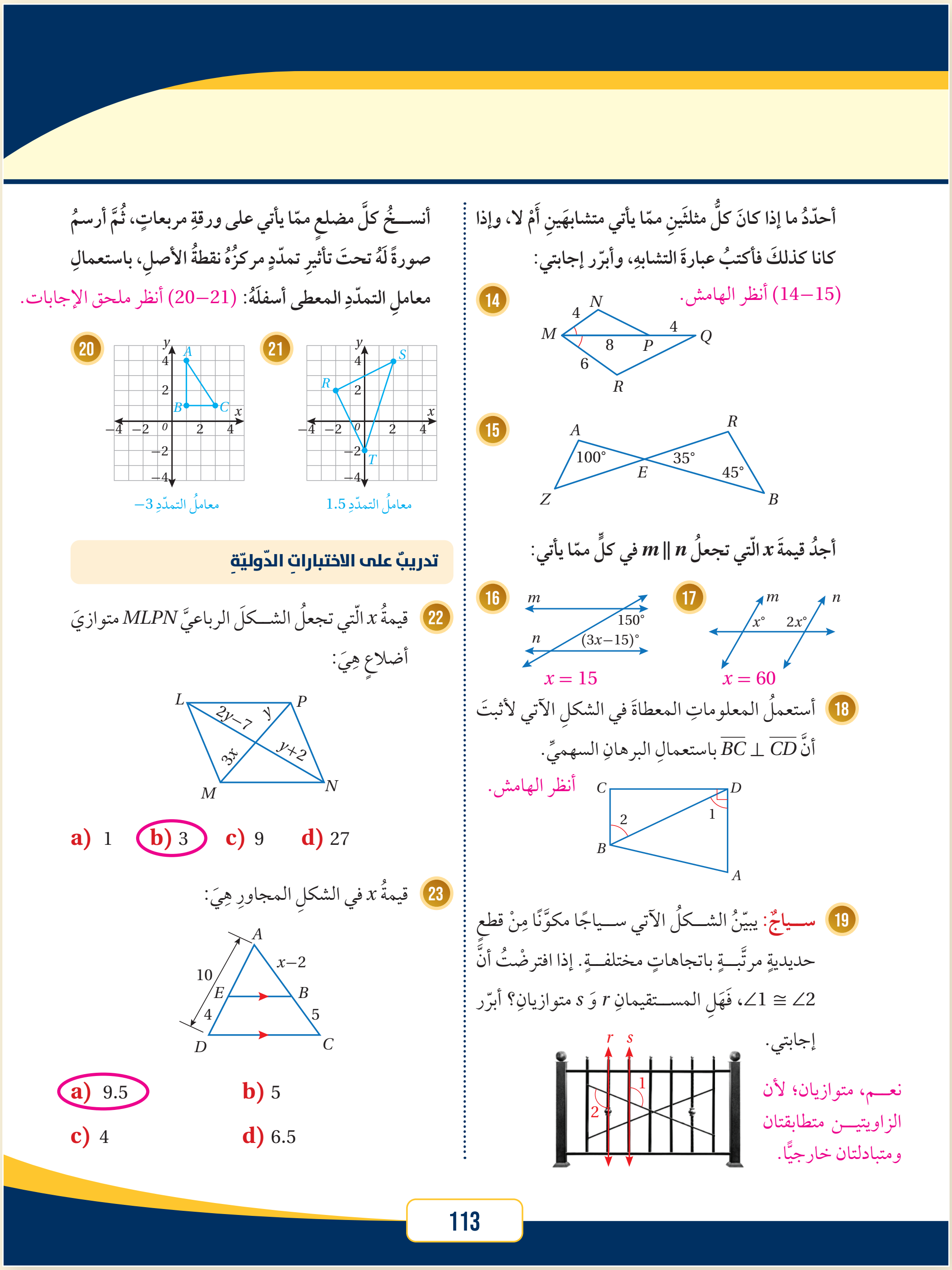
إجابة – (اختبار نهاية الوحدة):

5)

العبارات	المبرّرات
1) $\overline{DF} \parallel \overline{EB}$	1) تعريف متوازي الأضلاع.
2) $DF = EB$	2) نظرية الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع.
3) $FC = AE$	3) معطى.
4) $DC = AB$	4) جمع الطرفين في البندين 2 وَ 3
5) $ABCD$ متوازي أضلاع	5) $\overline{AB}$ وَ $\overline{DC}$ ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان في شكل رباعي.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّة

- أعرّف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبيّن لهم أهميتها، ثـم أوجّههـم إلى حلّ الأسـئلة فـي بنـد **(تدريب على الاختبـارات الدولية)** فرديًّا، ثمّ أناقشـهم فـي إجاباتها على اللوح.
- أشـجّع الطلبة علـى الاهتمام بحلّ مثل هذه الأسـئلة، والاهتمام بالمشـاركة في الدراسـات وبرامج التقييم الدولية بكلّ جدّيّة، وأحـرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.



أحدّدُ ما إذا كانَ كلُّ مثلثَينِ ممّا يأتي متشابهَينِ أَمْ لا، وإذا كانا كذلكَ فأكتبُ عبارةَ التشابهِ، وأبرّر إجابتي:

(14–15) أنظر الهامش.

14

15

أجدُ قيمةَ x الّتي تجعلُ $n \parallel m$ في كلٍّ ممّا يأتي:

16

$x = 15$

17

$x = 60$

18 أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لأثبتَ أنَّ $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ باستعمالِ البرهانِ السهميِّ.

أنظر الهامش.

19 **سـياجٌ:** يبيّنُ الشـكلُ الآتي سـياجًا مكوَّنًا مِنْ قطعٍ حديديةٍ مرتَّبـةٍ باتجاهاتٍ مختلفـةٍ. إذا افترضْتُ أنَّ $\angle 2 \cong \angle 1$، فَهَلِ المسـتقيمانِ r وَ s متوازيانِ؟ أبرّر إجابتي.

نعـم، متوازيان؛ لأن الزاويتيـن متطابقتان ومتبادلتان خارجيًّا.

أنسـخُ كلَّ مضلعٍ ممّا يأتي على ورقةِ مربعاتٍ، ثُمَّ أرسمُ صورةً لَهُ تحتَ تأثيرِ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، باستعمالِ معاملِ التمدّدِ المعطى أسفلَهُ: (20–21) أنظر ملحق الإجابات.

20

معاملُ التمدّدِ 3–

21

معاملُ التمدّدِ 1.5

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

22 قيمةُ x الّتي تجعلُ الشـكلَ الرباعيَّ $MLPN$ متوازيَ أضلاعٍ هِيَ:

a) 1 [✓ **b)** 3] **c)** 9 **d)** 27

23 قيمةُ x في الشكلِ المجاورِ هِيَ:

[✓ **a)** 9.5] **b)** 5

c) 4 **d)** 6.5

113

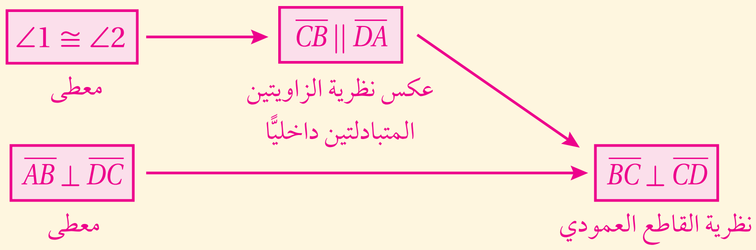
إجابات – (اختبار نهاية الوحدة):

14)

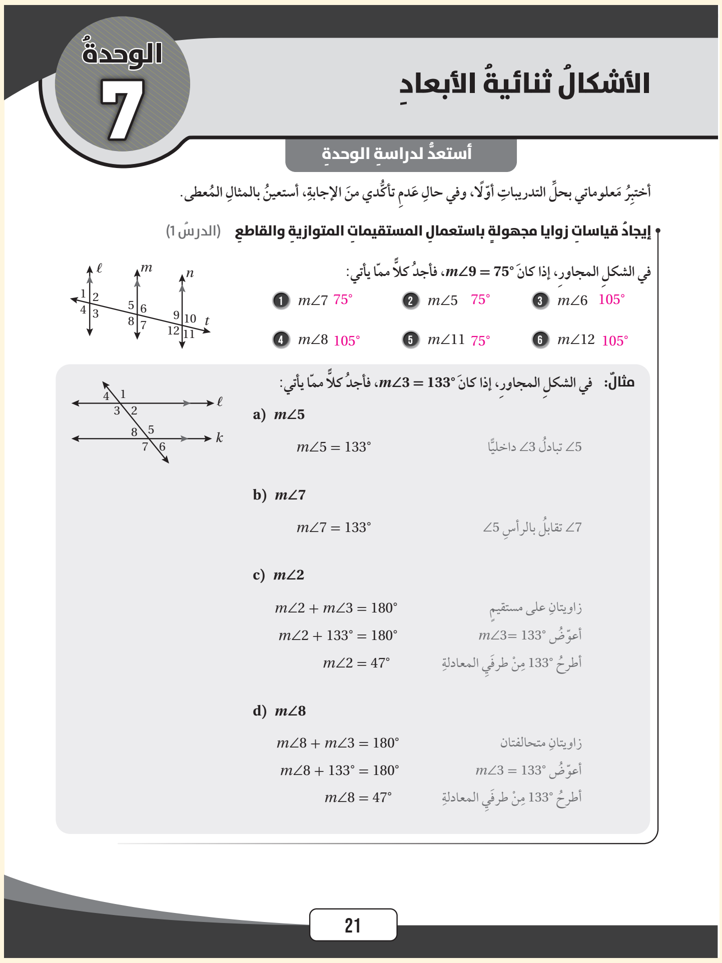
العبارات
1) $\frac{MN}{MR} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
2) $\frac{MP}{MQ} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$
3) $\angle NMP \cong \angle RMQ$ معطى.
4) $\Delta NMP \sim \Delta RMQ$ بنظرية التشابه SAS.

15) قياسـات زوايا المثلث الصغير 100°, 45°, 35°. قياسات زوايا المثلث الكبير 100°, 45°, 35°. المثلثان متشـابهان بمسلّمة التشابه AA، $\Delta AEZ \sim \Delta REB$.

18)



كتاب التمارين



الوحدةُ 7

الأشكالُ ثنائيةُ الأبعادِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

أختبِرُ مَعلوماتي بحلِّ التدريباتِ أوّلًا، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

إيجادُ قياساتِ زوايا مجهولةٍ باستعمالِ المستقيماتِ المتوازيةِ والقاطعِ (الدرسُ 1)

في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $m\angle 9 = 75°$، فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:

❶ $m\angle 7$ 75°
❷ $m\angle 5$ 75°
❸ $m\angle 6$ 105°
❹ $m\angle 8$ 105°
❺ $m\angle 11$ 75°
❻ $m\angle 12$ 105°

مثالٌ: في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $m\angle 3 = 133°$، فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:

a) $m\angle 5$

$m\angle 5 = 133°$ ∠5 تبادلُ ∠3 داخليًّا

b) $m\angle 7$

$m\angle 7 = 133°$ ∠7 تقابلُ بالرأسِ ∠5

c) $m\angle 2$

$m\angle 2 + m\angle 3 = 180°$ زاويتانِ على مستقيم

$m\angle 2 + 133° = 180°$ أعوّضُ $m\angle 3 = 133°$

$m\angle 2 = 47°$ أطرحُ 133° مِنْ طرفَي المعادلةِ

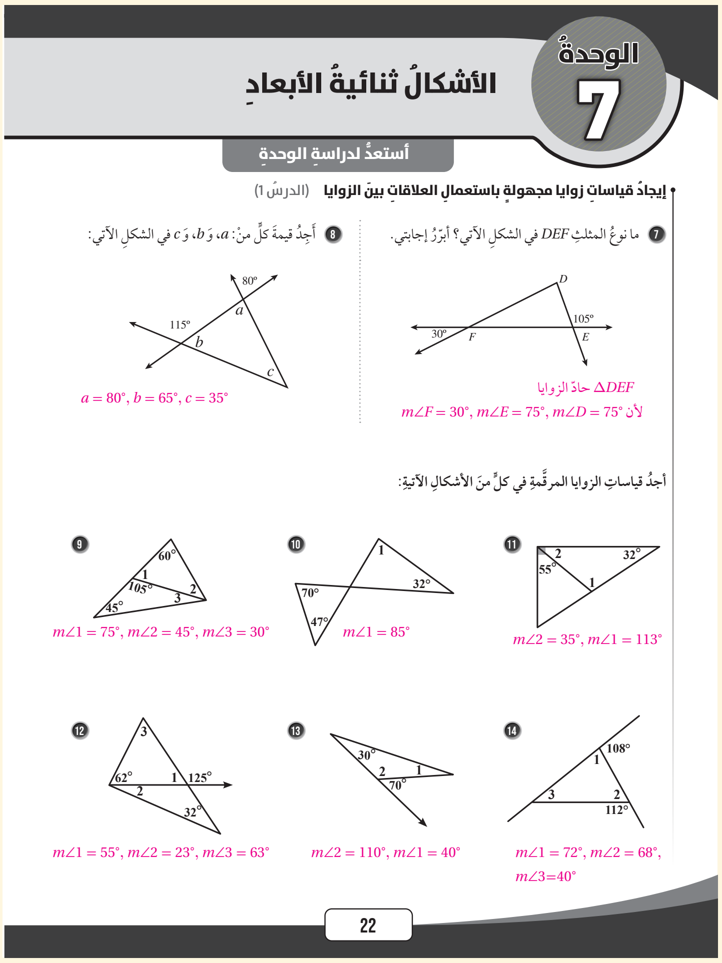
d) $m\angle 8$

$m\angle 8 + m\angle 3 = 180°$ زاويتانِ متحالفتان

$m\angle 8 + 133° = 180°$ أعوّضُ $m\angle 3 = 133°$

$m\angle 8 = 47°$ أطرحُ 133° مِنْ طرفَي المعادلةِ

21



الوحدةُ 7

الأشكالُ ثنائيةُ الأبعادِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

إيجادُ قياساتِ زوايا مجهولةٍ باستعمالِ العلاقاتِ بينَ الزوايا (الدرسُ 1)

❼ ما نوعُ المثلثِ DEF في الشكلِ الآتي؟ أبرّرُ إجابتي.

ΔDEF حادّ الزوايا

لأن $m\angle F = 30°, m\angle E = 75°, m\angle D = 75°$

❽ أَجِدُ قيمةَ كلٍّ منْ: a، وَ b، وَ c في الشكلِ الآتي:

$a = 80°, b = 65°, c = 35°$

أجدُ قياساتِ الزوايا المرقَّمةِ في كلٍّ منَ الأشكالِ الآتيةِ:

⓫ $m\angle 2 = 35°, m\angle 1 = 113°$

⓾ $m\angle 1 = 85°$

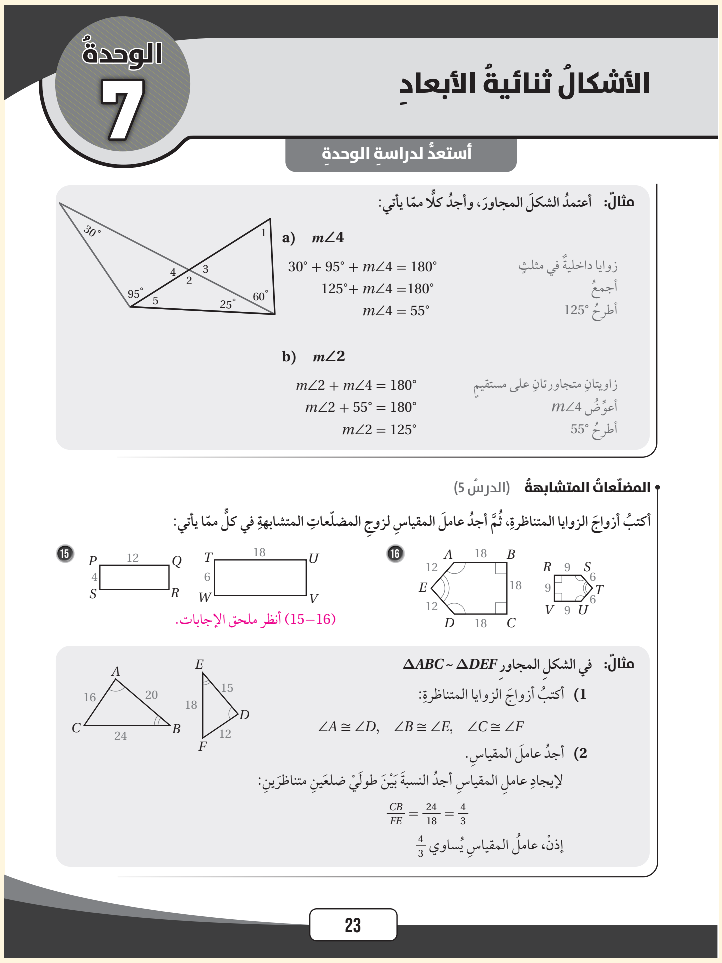
❾ $m\angle 1 = 75°, m\angle 2 = 45°, m\angle 3 = 30°$

⓮ $m\angle 1 = 72°, m\angle 2 = 68°, m\angle 3 = 40°$

⓭ $m\angle 2 = 110°, m\angle 1 = 40°$

⓬ $m\angle 1 = 55°, m\angle 2 = 23°, m\angle 3 = 63°$

22



الوحدةُ 7

الأشكالُ ثنائيةُ الأبعادِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

مثالٌ: أعتمدُ الشكلَ المجاورَ، وأجدُ كلًّا ممّا يأتي:

a) $m\angle 4$

$30° + 95° + m\angle 4 = 180°$ زوايا داخليةٌ في مثلثٍ

$125° + m\angle 4 = 180°$ أجمعُ

$m\angle 4 = 55°$ أطرحُ 125°

b) $m\angle 2$

$m\angle 2 + m\angle 4 = 180°$ زاويتانِ متجاورتانِ على مستقيمٍ

$m\angle 2 + 55° = 180°$ أعوِّضُ $m\angle 4$

$m\angle 2 = 125°$ أطرحُ 55°

المضلّعاتُ المتشابهةُ (الدرسُ 5)

أكتبُ أزواجَ الزوايا المتناظرةِ، ثُمَّ أجدُ عاملَ المقياسِ لزوجِ المضلّعاتِ المتشابهةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

⓯ ⓰

(15–16) أنظر ملحق الإجابات.

مثالٌ: في الشكلِ المجاورِ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

1) أكتبُ أزواجَ الزوايا المتناظرةِ:

$\angle A \cong \angle D, \quad \angle B \cong \angle E, \quad \angle C \cong \angle F$

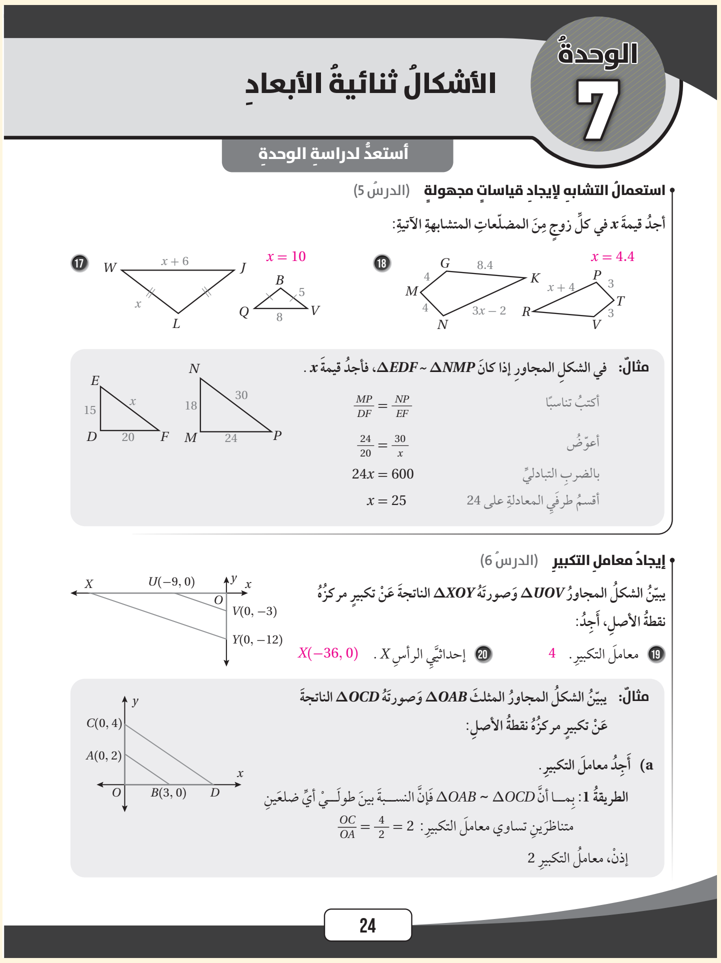
2) أجدُ عاملَ المقياسِ.

لإيجادِ عاملِ المقياسِ أجدُ النسبةَ بَيْنَ طولَيْ ضلعَينِ متناظرَينِ:

$$\frac{CB}{FE} = \frac{24}{18} = \frac{4}{3}$$

إذنْ، عاملُ المقياسِ يُساوي $\frac{4}{3}$

23



الوحدةُ 7

الأشكالُ ثنائيةُ الأبعادِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

استعمالُ التشابهِ لإيجادِ قياساتٍ مجهولةٍ (الدرسُ 5)

أجدُ قيمةَ x في كلِّ زوجٍ مِنَ المضلّعاتِ المتشابهةِ الآتيةِ:

⓱ $x = 10$

⓲ $x = 4.4$

مثالٌ: في الشكلِ المجاورِ إذا كانَ $\Delta EDF \sim \Delta NMP$، فأجدُ قيمةَ x .

أكتبُ تناسبًا $\frac{MP}{DF} = \frac{NP}{EF}$

أعوّضُ $\frac{24}{20} = \frac{30}{x}$

بالضربِ التبادليِّ $24x = 600$

أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 24 $x = 25$

إيجادُ معاملِ التكبيرِ (الدرسُ 6)

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ ΔUOV وَصورتَهُ ΔXOY الناتجةَ عَنْ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، أَجِدُ:

⓳ معاملَ التكبيرِ. 4

⓴ إحداثيَّي الرأسِ X . $X(-36, 0)$

مثالٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ المثلثَ ΔOAB وَصورتَهُ ΔOCD الناتجةَ عَنْ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ:

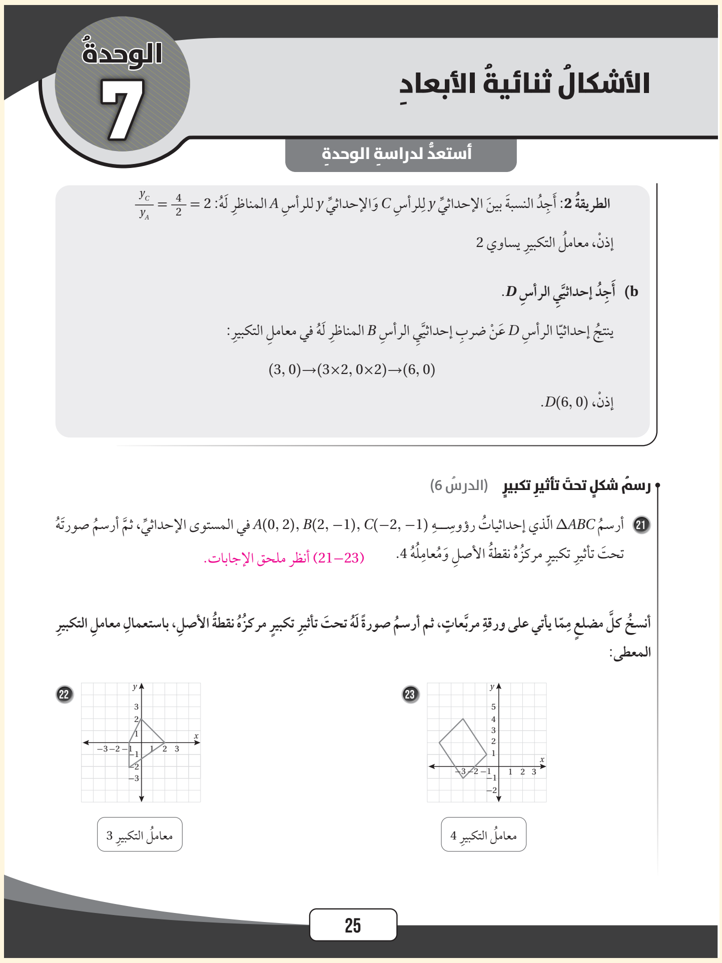
a) أَجِدُ معاملَ التكبيرِ.

الطريقةُ 1: بما أنَّ $\Delta OAB \sim \Delta OCD$ فَإنَّ النسبةَ بينَ طولَيْ أيِّ ضلعَينِ متناظرَينِ تساوي معاملَ التكبيرِ: $\frac{OC}{OA} = \frac{4}{2} = 2$

إذنْ، معاملُ التكبيرِ 2

24

كتاب التمارين



الوحدةُ 7

الأشكالُ ثنائيةُ الأبعادِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

الطريقةُ 2: أَجِدُ النسبةَ بينَ الإحداثيِّ y لِلرأسِ C وَالإحداثيِّ y للرأسِ A المناظرِ لَهُ: $\frac{y_C}{y_A} = \frac{4}{2} = 2$

إذنْ، معاملُ التكبيرِ يساوي 2

b) **أَجِدُ إحداثيَّي الرأسِ D.**

ينتجُ إحداثيّا الرأسِ D عَنْ ضربِ إحداثيَّي الرأسِ B المناظرِ لَهُ في معاملِ التكبيرِ:

$$(3, 0) \rightarrow (3 \times 2, 0 \times 2) \rightarrow (6, 0)$$

إذنْ، $D(6, 0)$.

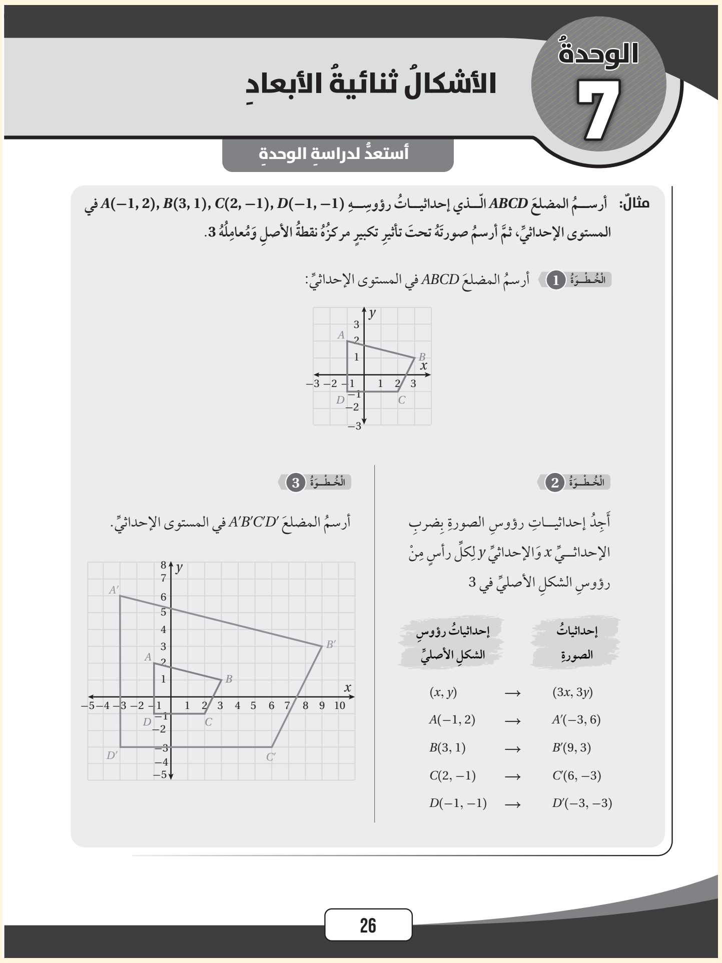
- **رسمُ شكلٍ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ** (الدرسُ 6)

㉑ أرسمُ ΔABC الّذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(0, 2), B(2, -1), C(-2, -1)$ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ صورتَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمُعامِلُهُ 4. (21–23) أنظر ملحق الإجابات.

أنسخُ كلَّ مضلعٍ مِمّا يأتي على ورقةِ مربَّعاتٍ، ثم أرسمُ صورةً لَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، باستعمالِ معاملِ التكبيرِ المعطى:

㉒ معاملُ التكبيرِ 3

㉓ معاملُ التكبيرِ 4



الوحدةُ 7

الأشكالُ ثنائيةُ الأبعادِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

مثالٌ: **أرسمُ المضلعَ $ABCD$ الّذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(-1, 2), B(3, 1), C(2, -1), D(-1, -1)$ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ صورتَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمُعامِلُهُ 3.**

الْخُطْوَةُ 1 أرسمُ المضلعَ $ABCD$ في المستوى الإحداثيِّ:

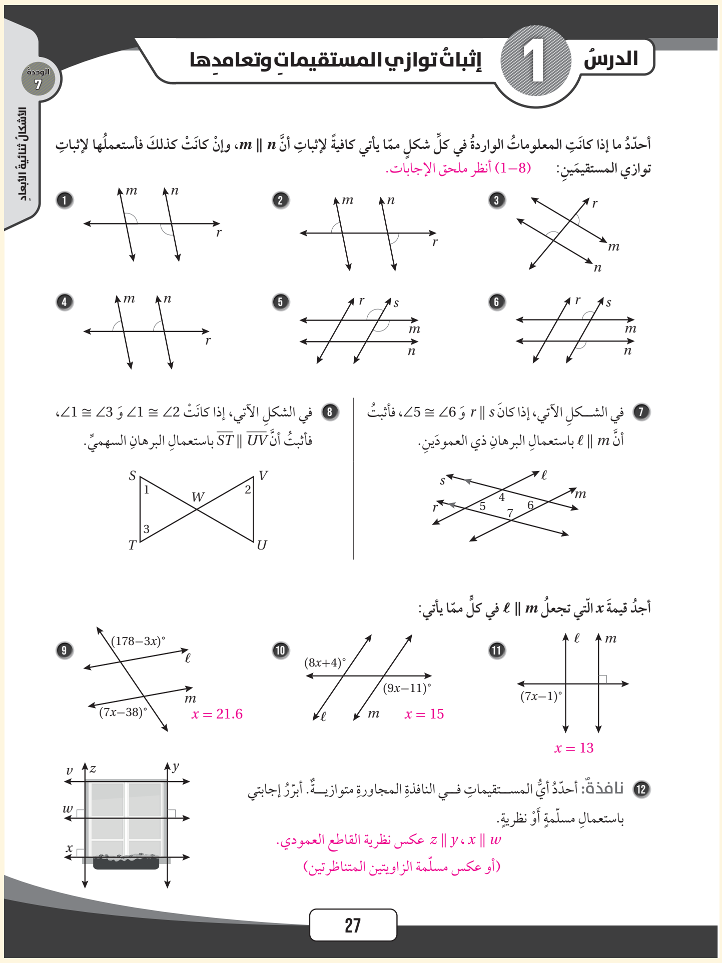
الْخُطْوَةُ 2

أَجِدُ إحداثياتِ رؤوسِ الصورةِ بِضربِ الإحداثيِّ x وَالإحداثيِّ y لِكلِّ رأسٍ مِنْ رؤوسِ الشكلِ الأصليِّ في 3

إحداثياتُ الصورةِ		إحداثياتُ رؤوسِ الشكلِ الأصليِّ
$(3x, 3y)$	$\rightarrow$	(x, y)
$A'(-3, 6)$	$\rightarrow$	$A(-1, 2)$
$B'(9, 3)$	$\rightarrow$	$B(3, 1)$
$C'(6, -3)$	$\rightarrow$	$C(2, -1)$
$D'(-3, -3)$	$\rightarrow$	$D(-1, -1)$

الْخُطْوَةُ 3

أرسمُ المضلعَ $A'B'C'D'$ في المستوى الإحداثيِّ.



الوحدةُ 7 الأشكالُ ثنائيةُ الأبعادِ

الدرسُ 1 إثباتُ توازي المستقيماتِ وتعامدِها

أحدّدُ ما إذا كانَتِ المعلوماتُ الواردةُ في كلِّ شكلٍ ممّا يأتي كافيةً لإثباتِ أنَّ $n \parallel m$، وإنْ كانَتْ كذلكَ فأستعملُها لإثباتِ توازي المستقيمَينِ: (1–8) أنظر ملحق الإجابات.

❶ ❷ ❸ ❹ ❺ ❻

❼ في الشكلِ الآتي، إذا كانَ $s \parallel r$ وَ $\angle 6 \cong \angle 5$، فأثبتُ أنَّ $m \parallel \ell$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.

❽ في الشكلِ الآتي، إذا كانَتْ $\angle 2 \cong \angle 1$ وَ $\angle 3 \cong \angle 1$، فأثبتُ أنَّ $\overline{UV} \parallel \overline{ST}$ باستعمالِ البرهانِ السهميِّ.

أجدُ قيمةَ x الّتي تجعلُ $m \parallel \ell$ في كلٍّ ممّا يأتي:

❾ $x = 21.6$

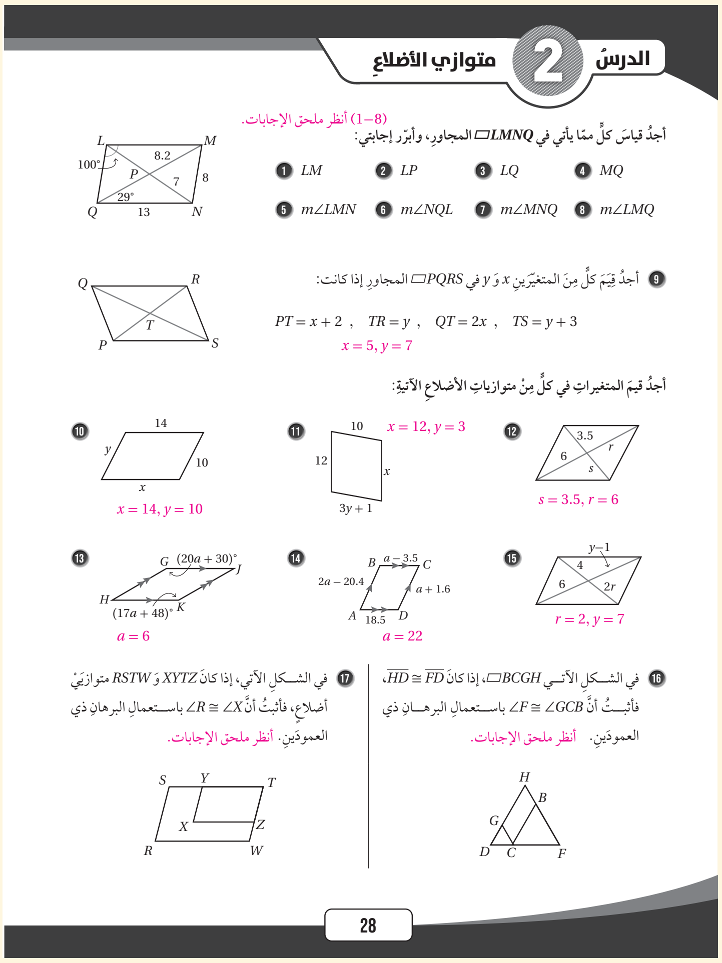
❿ $x = 15$

⓫ $x = 13$

⓬ **نافذةٌ:** أحدّدُ أيُّ المستقيماتِ في النافذةِ المجاورةِ متوازيةٌ. أبرّرُ إجابتي باستعمالِ مسلّمةٍ أَوْ نظريةٍ.

$w \parallel x$، $y \parallel z$ عكس نظرية القاطع العمودي.

(أو عكس مسلّمة الزاويتين المتناظرتين)



الدرسُ 2 متوازي الأضلاعِ

أجدُ قياسَ كلٍّ ممّا يأتي في $\square LMNQ$ المجاورِ، وأبرّر إجابتي: (1–8) أنظر ملحق الإجابات.

❶ LM ❷ LP ❸ LQ ❹ MQ

❺ $m\angle LMN$ ❻ $m\angle NQL$ ❼ $m\angle MNQ$ ❽ $m\angle LMQ$

❾ أجدُ قِيَمَ كلٍّ مِنَ المتغيّرينِ x وَ y في $\square PQRS$ المجاورِ إذا كانت:

$PT = x + 2$, $TR = y$, $QT = 2x$, $TS = y + 3$

$x = 5, y = 7$

أجدُ قيمَ المتغيراتِ في كلٍّ مِنْ متوازياتِ الأضلاعِ الآتيةِ:

❿ $x = 14, y = 10$

⓫ $x = 12, y = 3$

⓬ $s = 3.5, r = 6$

⓭ $a = 6$

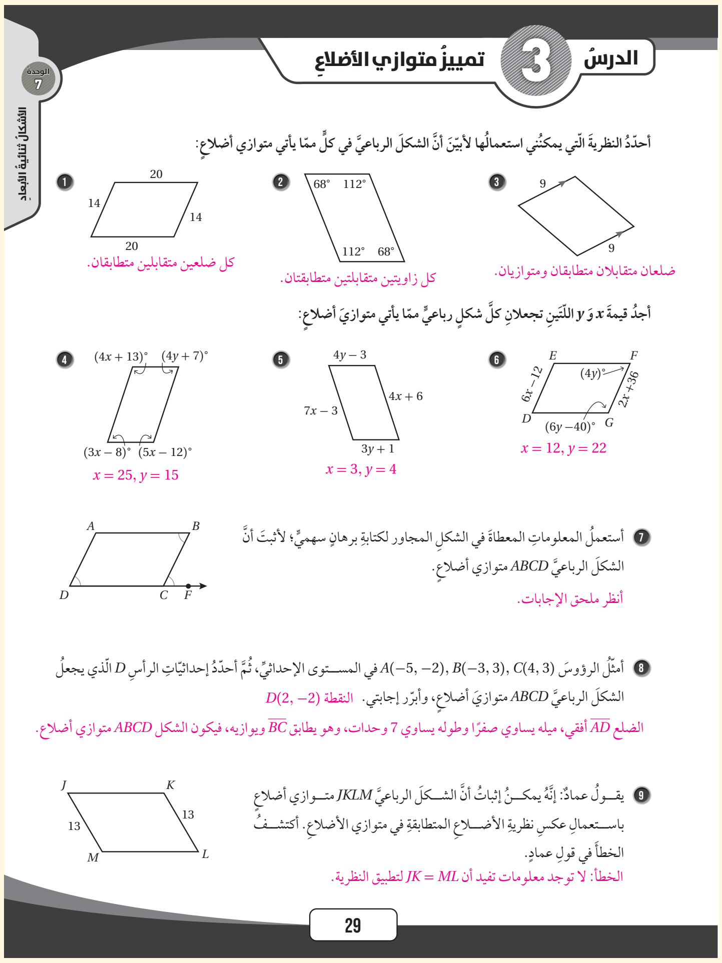
⓮ $a = 22$

⓯ $r = 2, y = 7$

⓰ في الشكلِ الآتي $\square BCGH$، إذا كانَ $\overline{FD} \cong \overline{HD}$، فأثبتُ أنَّ $\angle GCB \cong \angle F$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ. أنظر ملحق الإجابات.

⓱ في الشكلِ الآتي، إذا كانَ $XYTZ$ وَ $RSTW$ متوازيَيْ أضلاعٍ، فأثبتُ أنَّ $\angle X \cong \angle R$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ. أنظر ملحق الإجابات.

كتاب التمارين



الدرسُ 3 تمييزُ متوازي الأضلاعِ

أحدّدُ النظريةَ الّتي يمكنُني استعمالُها لأبيّنَ أنَّ الشكلَ الرباعيَّ في كلٍّ ممّا يأتي متوازي أضلاعٍ:

① كل ضلعين متقابلين متطابقان.

② كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.

③ ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان.

أجدُ قيمةَ x وَ y اللّتَينِ تجعلانِ كلَّ شكلٍ رباعيٍّ ممّا يأتي متوازيَ أضلاعٍ:

④ $x = 25, y = 15$

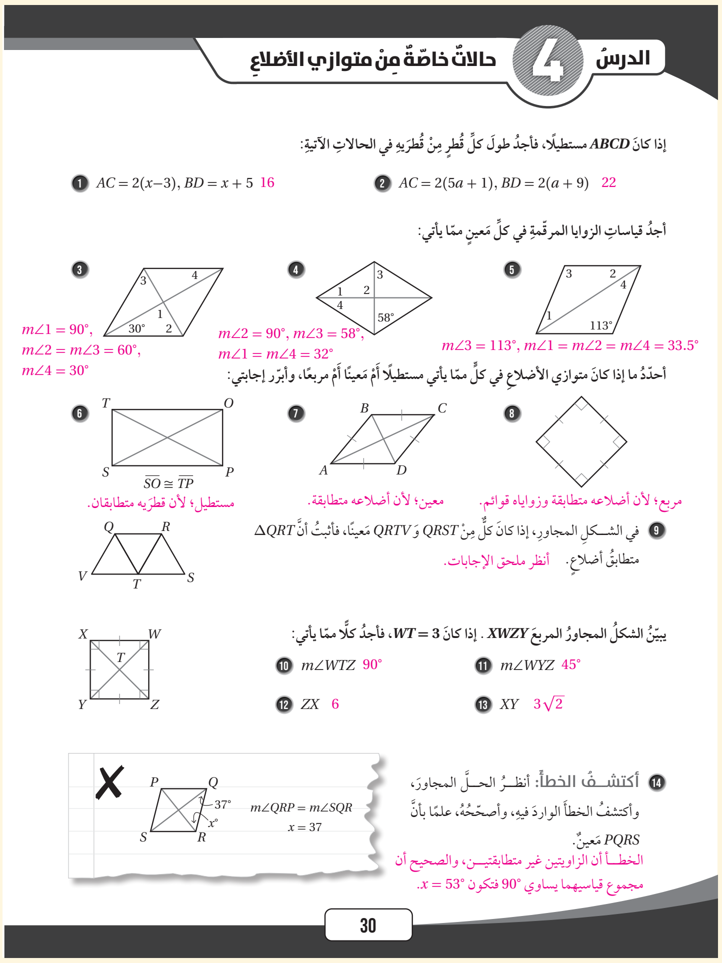
⑤ $x = 3, y = 4$

⑥ $x = 12, y = 22$

⑦ أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المجاورِ لكتابةِ برهانٍ سهميٍّ؛ لأثبتَ أنَّ الشكلَ الرباعيَّ $ABCD$ متوازي أضلاعٍ.
أنظر ملحق الإجابات.

⑧ أمثّلُ الرؤوسَ $A(-5, -2), B(-3, 3), C(4, 3)$ في المستوى الإحداثيِّ، ثُمَّ أحدّدُ إحداثيّاتِ الرأسِ D الّذي يجعلُ الشكلَ الرباعيَّ $ABCD$ متوازيَ أضلاعٍ، وأبرّر إجابتي. النقطة $D(2, -2)$
الضلع $\overline{AD}$ أفقي، ميله يساوي صفرًا وطوله يساوي 7 وحدات، وهو يطابق $\overline{BC}$ ويوازيه، فيكون الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع.

⑨ يقولُ عمادٌ: إنَّهُ يمكنُ إثباتُ أنَّ الشكلَ الرباعيَّ $JKLM$ متوازي أضلاعٍ باستعمالِ عكسِ نظريةِ الأضلاعِ المتطابقةِ في متوازي الأضلاعِ. أكتشفُ الخطأَ في قولِ عمادٍ.
الخطأ: لا توجد معلومات تفيد أن $JK = ML$ لتطبيق النظرية.



الدرسُ 4 حالاتٌ خاصّةٌ مِنْ متوازي الأضلاعِ

إذا كانَ $ABCD$ مستطيلًا، فأجدُ طولَ كلِّ قُطرٍ مِنْ قُطرَيهِ في الحالاتِ الآتيةِ:

① $AC = 2(x-3), BD = x + 5$ 16

② $AC = 2(5a + 1), BD = 2(a + 9)$ 22

أجدُ قياساتِ الزوايا المرقّمةِ في كلِّ مَعينٍ ممّا يأتي:

③ $m\angle 1 = 90°$, $m\angle 2 = m\angle 3 = 60°$, $m\angle 4 = 30°$

④ $m\angle 2 = 90°$, $m\angle 3 = 58°$, $m\angle 1 = m\angle 4 = 32°$

⑤ $m\angle 3 = 113°$, $m\angle 1 = m\angle 2 = m\angle 4 = 33.5°$

أحدّدُ ما إذا كانَ متوازي الأضلاعِ في كلٍّ ممّا يأتي مستطيلًا أَمْ مَعينًا أَمْ مربعًا، وأبرّر إجابتي:

⑥ مستطيل؛ لأن قطرَيه متطابقان.

⑦ معين؛ لأن أضلاعه متطابقة.

⑧ مربع؛ لأن أضلاعه متطابقة وزواياه قوائم.

⑨ في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ كلٌّ مِنْ $QRST$ وَ $QRTV$ مَعينًا، فأثبتُ أنَّ ΔQRT متطابقُ أضلاعٍ. أنظر ملحق الإجابات.

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ المربعَ $XWZY$. إذا كانَ $WT = 3$، فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:

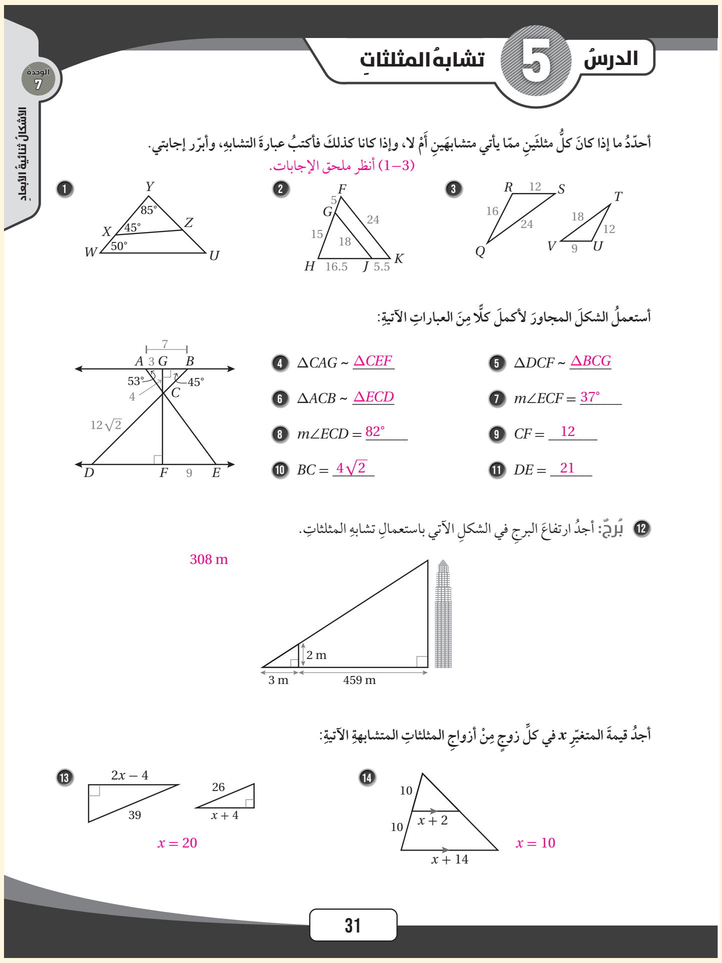
⑩ $m\angle WTZ$ 90°

⑪ $m\angle WYZ$ 45°

⑫ ZX 6

⑬ XY $3\sqrt{2}$

⑭ **أكتشفُ الخطأَ:** أنظرُ الحلَّ المجاورَ، وأكتشفُ الخطأَ الواردَ فيهِ، وأصحّحُهُ، علمًا بأنَّ $PQRS$ مَعينٌ.
الخطأ أن الزاويتين غير متطابقتين، والصحيح أن مجموع قياسيهما يساوي 90° فتكون $x = 53°$.



الدرسُ 5 تشابهُ المثلثاتِ

أحدّدُ ما إذا كانَ كلُّ مثلثَينِ ممّا يأتي متشابهَينِ أَمْ لا، وإذا كانا كذلكَ فأكتبُ عبارةَ التشابهِ، وأبرّر إجابتي.
(1–3) أنظر ملحق الإجابات.

أستعملُ الشكلَ المجاورَ لأكملَ كلًّا مِنَ العباراتِ الآتيةِ:

④ $\Delta CAG \sim \underline{\Delta CEF}$

⑤ $\Delta DCF \sim \underline{\Delta BCG}$

⑥ $\Delta ACB \sim \underline{\Delta ECD}$

⑦ $m\angle ECF = \underline{37°}$

⑧ $m\angle ECD = \underline{82°}$

⑨ $CF = \underline{12}$

⑩ $BC = \underline{4\sqrt{2}}$

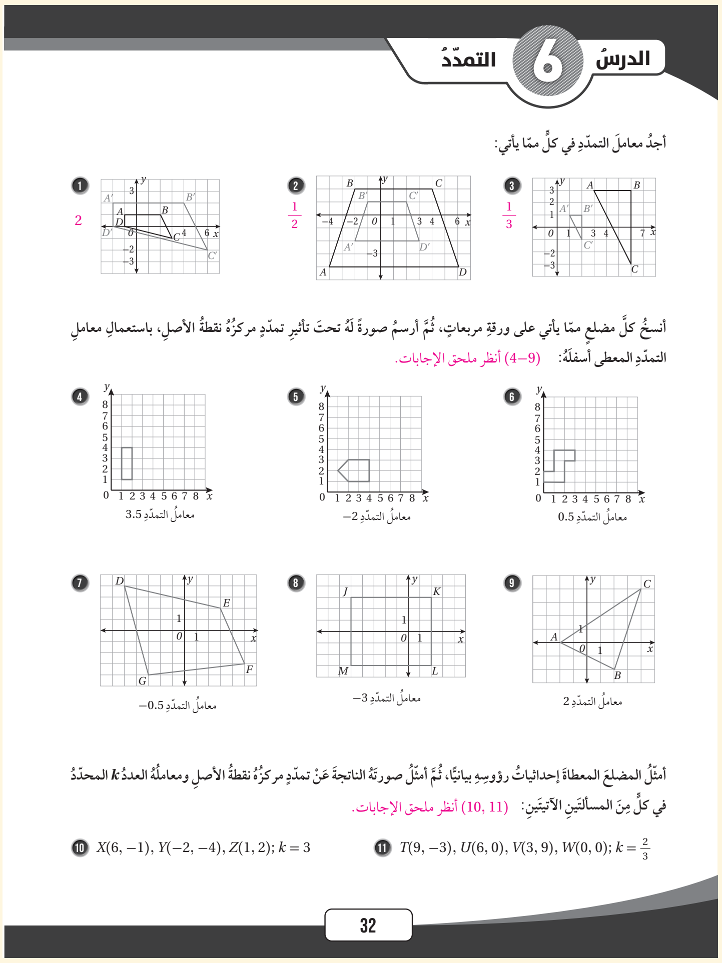
⑪ $DE = \underline{21}$

⑫ **بُرجٌ:** أجدُ ارتفاعَ البرجِ في الشكلِ الآتي باستعمالِ تشابهِ المثلثاتِ.
308 m

أجدُ قيمةَ المتغيّرِ x في كلِّ زوجٍ مِنْ أزواجِ المثلثاتِ المتشابهةِ الآتيةِ:

⑬ $x = 20$

⑭ $x = 10$



الدرسُ 6 التمدّدُ

أجدُ معاملَ التمدّدِ في كلٍّ ممّا يأتي:

① 2

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

أنسخُ كلَّ مضلعٍ ممّا يأتي على ورقةِ مربعاتٍ، ثُمَّ أرسمُ صورةً لَهُ تحتَ تأثيرِ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، باستعمالِ معاملِ التمدّدِ المعطى أسفلَهُ: (4–9) أنظر ملحق الإجابات.

④ معاملُ التمدّدِ 3.5

⑤ معاملُ التمدّدِ −2

⑥ معاملُ التمدّدِ 0.5

⑦ معاملُ التمدّدِ −0.5

⑧ معاملُ التمدّدِ −3

⑨ معاملُ التمدّدِ 2

أمثّلُ المضلعَ المعطاةَ إحداثياتُ رؤوسِهِ بيانيًّا، ثُمَّ أمثّلُ صورتَهُ الناتجةَ عَنْ تمدّدٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ ومعاملُهُ العددُ k المحدّدُ في كلٍّ مِنَ المسألتَينِ الآتيتَينِ: (10, 11) أنظر ملحق الإجابات.

⑩ $X(6, -1), Y(-2, -4), Z(1, 2); k = 3$

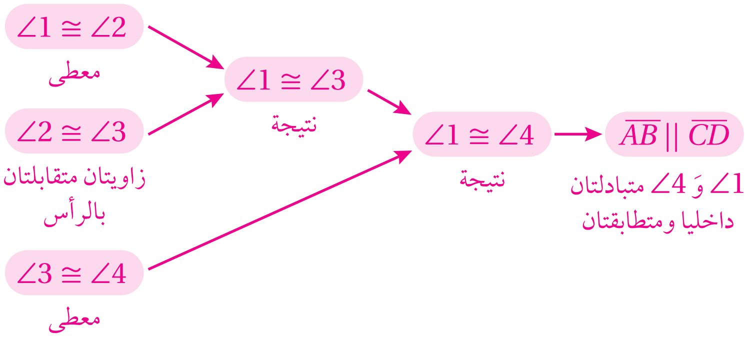
⑪ $T(9, -3), U(6, 0), V(3, 9), W(0, 0); k = \frac{2}{3}$

الدرس 1 (أتدرب وأحل المسائل):

(11

العبارات	المبرّرات
1) $\overline{MJ} \parallel \overline{NK}$	1) معطى.
2) $\angle 1 \cong \angle 3$	2) زاويتان متناظرتان.
3) $\angle 1 \cong \angle 2$	3) معطى.
4) $\angle 1 \cong \angle 3$	4) نتيجة.
5) $\angle 3 \cong \angle 4$	5) معطى.
6) $\angle 2 \cong \angle 4$	6) نتيجة.
7) $\overline{KM} \parallel \overline{LN}$	7) $\angle 2$ وَ $\angle 4$ عكس مسلّمة الزاويتين المتناظرتين.

(12



الدرس 2 (أتدرب وأحل المسائل):

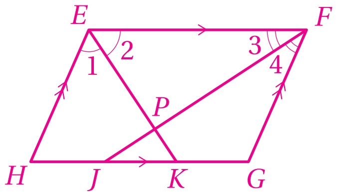
(14

العبارات	المبرّرات
1) $GDKH$ متوازي أضلاع	1) معطى.
2) $\overline{DK} \cong \overline{GH}$	2) ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع.
3) $\angle K \cong \angle G$	3) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.
4) $\angle DJK \cong \angle HFG$ زاويتان قائمتان	4) $\angle DJK$ معطى، $\angle HFG$ تبـادل داخليًا الزاوية القائمة FHJ في متوازي أضلاع.
5) $\Delta DJK \cong \Delta HFG$	5) AAS

(15

العبارات	المبرّرات
1) ΔAKM متطابق الضلعين	1) $\overline{AK} \cong \overline{MK}$ معطى.
2) $\angle A \cong \angle CMD$	2) زاويتا قاعدة في مثلث متطابق الضلعين.
3) $\angle A \cong \angle BCD$	3) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.
4) $\angle BCD \cong \angle CMD$	4) نتيجة الخطوتين 2 و 3.

الدرس 2 (إجابة بند إثراء):



العبارات	المبرّرات
1) $\angle 1 \cong \angle 2$	1) معطى.
2) $\angle 3 \cong \angle 4$	2) معطى.
3) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180^\circ$	3) لأن $\angle E$ وَ $\angle F$ متحالفتان.
4) $2(m\angle 2) + 2(m\angle 3) = 180^\circ$	4) من المعطيات.
5) $m\angle 2 + m\angle 3 = 90^\circ$	5) نتيجة الخطوة 4.
6) $m\angle EPF = 90^\circ$	6) مجموع زوايا المثلث.
7) $\overline{EK} \perp \overline{FJ}$	7) لأن $\angle EPF$ قائمة.

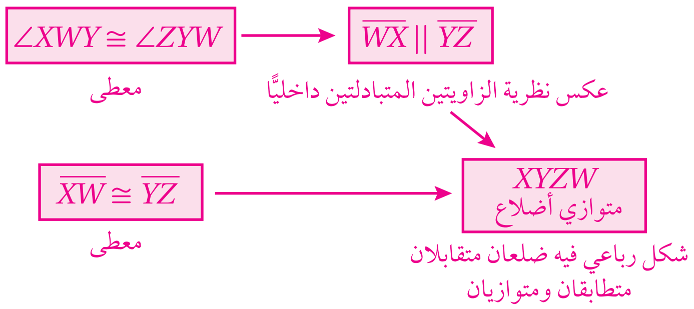
الدرس 3 (أتدرب وأحل المسائل):

1) متوازي أضلاع؛ لأن فيه كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.

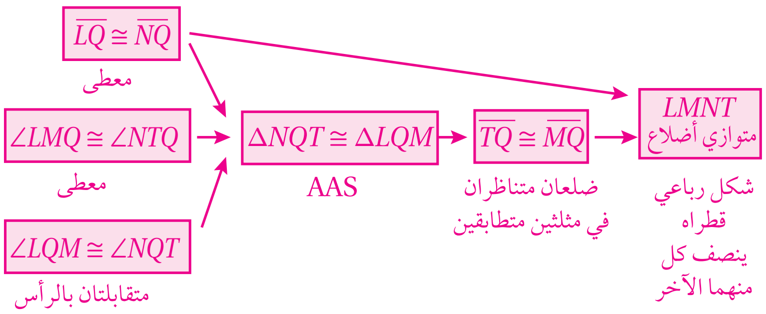
2) متوازي أضلاع؛ لأن فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان.

3) لا يمكن الحكم أنه متوازي أضلاع من المعطيات الموجودة.

(7



(8



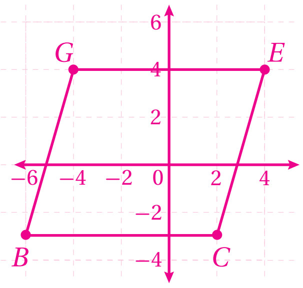
(9

العبارات	المبرّرات
1) $\Delta TRS \cong \Delta RTW$	1) معطى.
2) $\angle STR \cong \angle WRT$	2) زاويتان متناظرتان في مثلثين متطابقين.
3) $\overline{ST} \parallel \overline{RW}$	3) الزاويتان $\angle STR$ وَ $\angle WRT$ متطابقتان ومتبادلتان داخليًّا.
4) $\overline{ST} \cong \overline{RW}$	4) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.
5) $RSTW$ متوازي أضلاع	5) شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متطابقان ومتوازيان.

(10

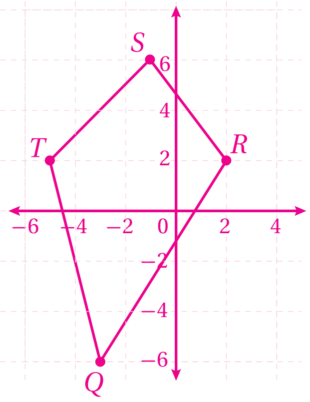
العبارات	المبرّرات
1) $\angle ANL \cong \angle DLN$	1) معطى.
2) $\overline{AN} \parallel \overline{DL}$	2) الزاويتان $\angle DLN$ وَ $\angle ANL$ متطابقتان ومتبادلتان داخليًّا.
3) $\angle ALN \cong \angle DNL$	3) معطى.
4) $\overline{AL} \parallel \overline{DN}$	4) الزاويتان $\angle DNL$ وَ $\angle ALN$ متطابقتان ومتبادلتان داخليًّا.
5) $ANDL$ متوازي أضلاع	5) تعريف متوازي الأضلاع.

(14



العبارات	المبرّرات
1) $\overline{BG} \parallel \overline{CE}$	1) ميل $\overline{BG}$ = ميل $\overline{CE}$ = $\frac{7}{2}$
2) $\overline{BC} \parallel \overline{GE}$	2) ميل $\overline{GE}$ = ميل $\overline{BC}$ = 0
3) الشكل $BCEG$ متوازي أضلاع	3) تعريف متوازي أضلاع.

(15



الأضلاع المتقابلة غير متوازية؛ لأن:

ميل $\overline{QT} = -4$، ميل $\overline{RS} = \frac{-4}{3}$، ميل $\overline{QR} = \frac{8}{5}$ ، ميل $\overline{TS} = 1$

إذن؛ المضلع $QRST$ ليس متوازي أضلاع.

(16 $D(4, 0)$

ميل $\overline{AB}$ = ميل $\overline{DC} = 3$ ، $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

ميل $\overline{BC}$ = ميل $\overline{AD} = \frac{-2}{3}$ ، $\overline{AC} \parallel \overline{BC}$

(17 $E(6, 6)$

ميل $\overline{AB}$ = ميل $\overline{CE} = 3$ ، $\overline{AB} \parallel \overline{CE}$

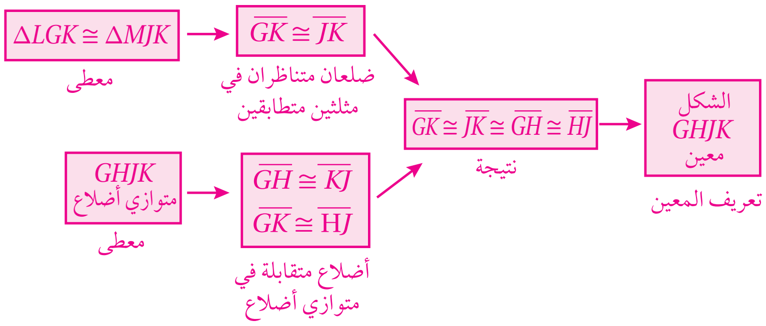
ميل $\overline{BE}$ = ميل $\overline{AC} = \frac{1}{4}$ ، $\overline{AC} \parallel \overline{BE}$

(19

العبارات	المبرّرات
1) $\overline{AM} \cong \overline{OC}, \overline{BM} \cong \overline{DO}$	1) أنصاف أضلاع متقابلة في متوازي أضلاع.
2) $\angle M \cong \angle O$	2) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.
3) $\Delta AMB \cong \Delta DOC$	3) SAS
4) $\overline{AB} \cong \overline{DC}$	4) ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين.
5) $\overline{DA} \cong \overline{CB}$	5) المبررات السابقة.
6) $ABCD$ متوازي أضلاع	6) شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان.

الدرس 4 (أتدرب وأحل المسائل):

24)



الدرس 5 (أتدرب وأحل المسائل):

1) النسبة بين طولي الضلعين المتطابقين في المثلث الأصغر وطولي الضلعين المتطابقين في المثلث الأكبر $\frac{3}{4}$، النسبة بين أطول ضلعين في كلّ من المثلثين $\frac{3}{4}$، إذن؛ المثلثان متشابهان

وفق نظرية التشابه SSS، $\Delta ACB \sim \Delta EGF$

2) الزاوية S مشتركة بين المثلثين والنسبة بين طولي الضلعين اللذين يحصران الزاوية S في المثلثين هي $\frac{2}{3}$.

المثلثان متشابهان وفق نظرية التشابه SAS، $\Delta PSQ \sim \Delta RST$

3) النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة $\frac{6}{11}$، $\frac{4}{7}$، $\frac{7}{12}$. المثلثان غير متشابهين.

4) يوجد زوجان من الزوايا المتناظرة المتطابقة. المثلثان متشابهان بمسلّمة التشابه AA، ΔTSQ~ΔPSR

5) $\angle AEB \cong \angle ADC$، $\angle ABE \cong \angle ACD$ زوايا متناظرة من متوازيين.

$\Delta AEB \sim \Delta ADC$ بمسلمة التشابه AA، $AB = \frac{18}{5}$

6) $\angle EGF \cong \angle GHF$ زاويتان قائمتان، $\angle F$ زاوية مشتركة بين المثلثين.

$\Delta EGF \sim \Delta GHF$ بمسلّمة التشابه AA، $HG = \frac{180}{13}$

7) $\angle ACB \cong \angle ECF$ زاويتان متقابلتان بالرأس، $\angle A \cong \angle F$ معطى.

$\Delta ACB \sim \Delta FCE$ بمسلّمة التشابه AA، $AC = 12$، $CE = 6$

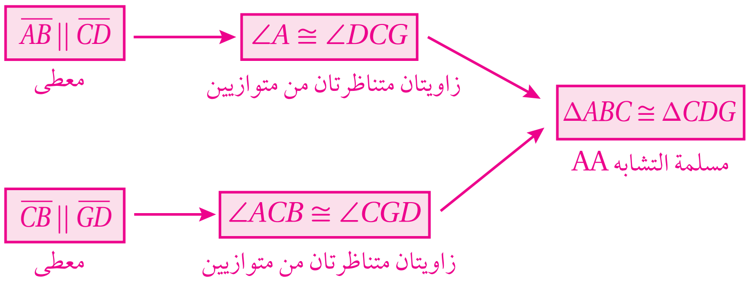
8) $\angle ASR \cong \angle ACB$ زاويتان قائمتان، $\angle A$ زاوية مشتركة بين المثلثين.

$\Delta ASR \sim \Delta ACB$ بمسلّمة التشابه AA، $AB = 15$

10)

العبارات	المبرّرات
1) $\angle GJH \cong \angle MKL$	1) زاويتا قاعدة المثلث المتطابق الضلعين KNJ
2) $\angle H \cong \angle L$	2) معطى.
3) $\Delta GHJ \sim \Delta MLK$	3) مسلّمة التشابه AA

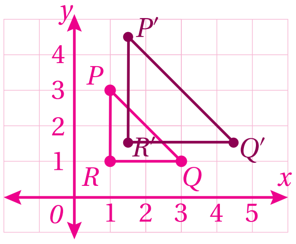
11)



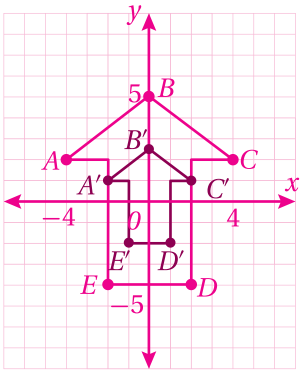
من التشابه $\frac{AC}{CG} = \frac{AB}{CD}$، ومنه $AB \times CG = CD \times AC$

الدرس 6 (أتدرب وأحل المسائل):

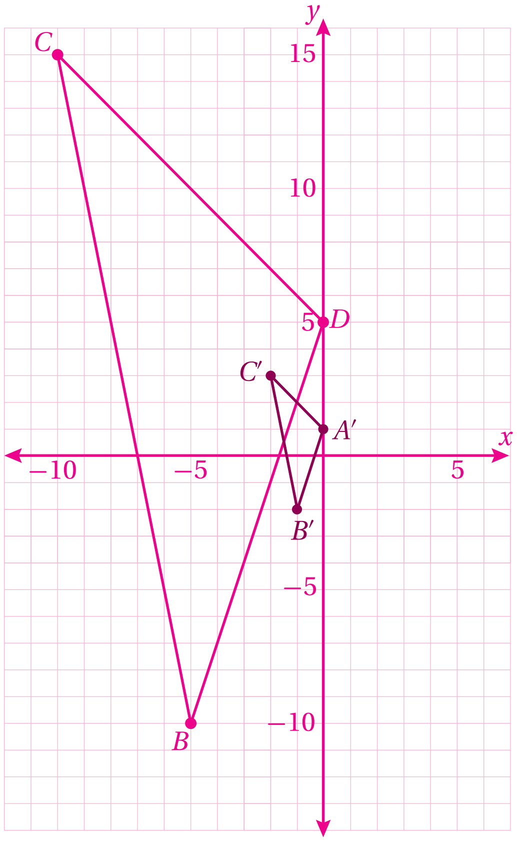
5)



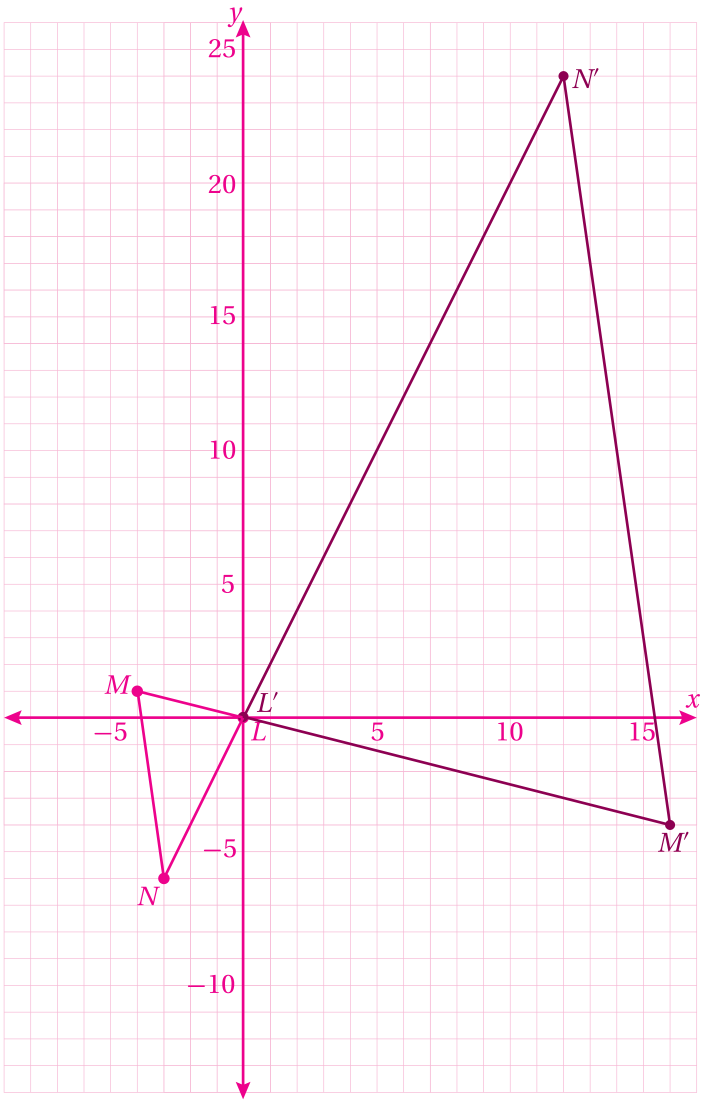
6)



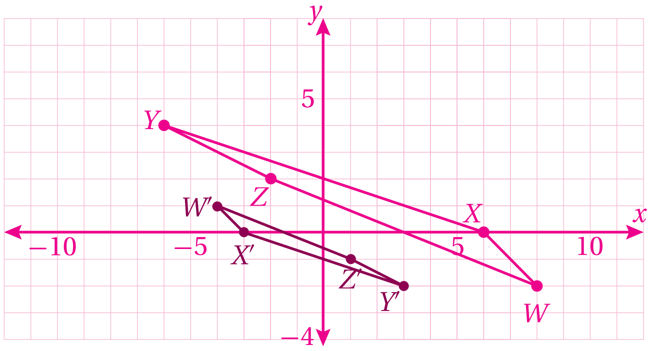
7)



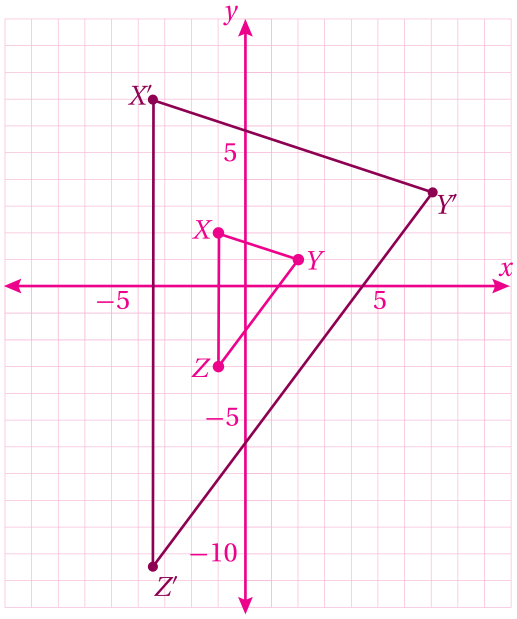
8)



9)

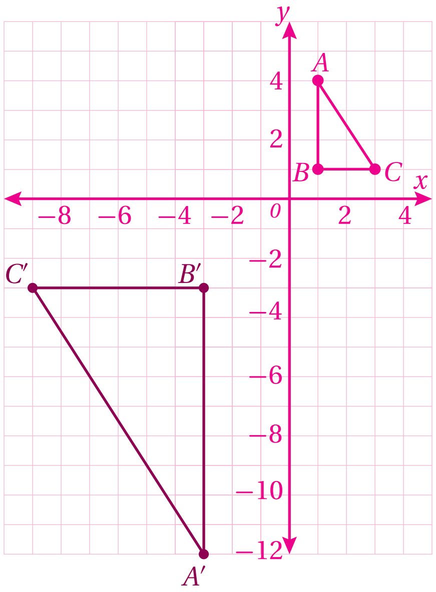


10)

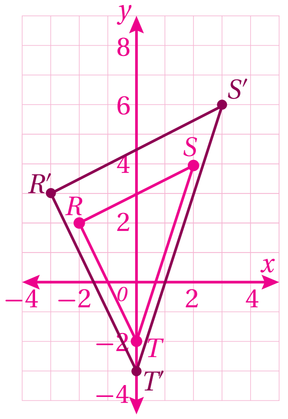


اختبار نهاية الوحدة:

20)



21)



كتاب التمارين – (أستعد لدراسة الوحدة):

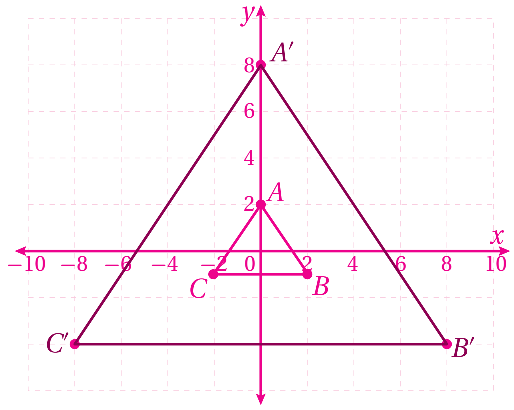
15) $\angle P \cong \angle T, \angle Q \cong \angle U, \angle S \cong \angle W, \angle R \cong \angle V,$

عامل المقياس يساوي $\frac{2}{3}$

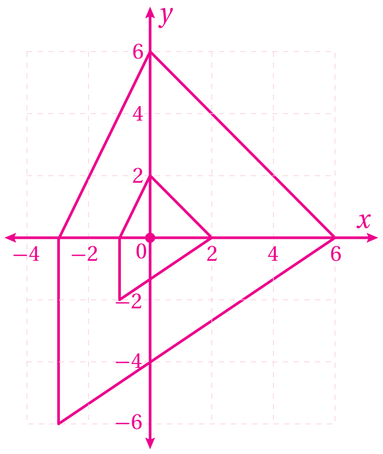
16) $\angle B \cong \angle R, \angle A \cong \angle S, \angle E \cong \angle T, \angle D \cong \angle U, \angle C \cong \angle V,$

عامل المقياس يساوي 2

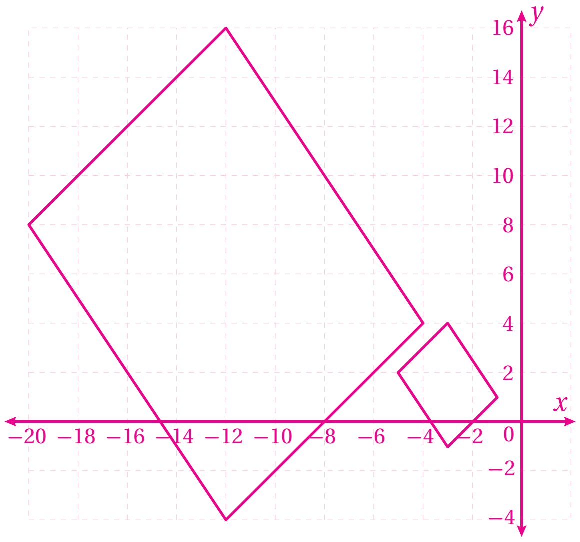
21)



22)



23)



كتاب التمارين – الدرس 1:

1) كافية، الزاويتان متطابقتان ومتبادلتان داخليًّا.

2) كافية، الزاويتان متطابقتان ومتبادلتان خارجيًّا.

3) غير كافية.

4) كافية، الزاويتان متطابقتان ومتناظرتان.

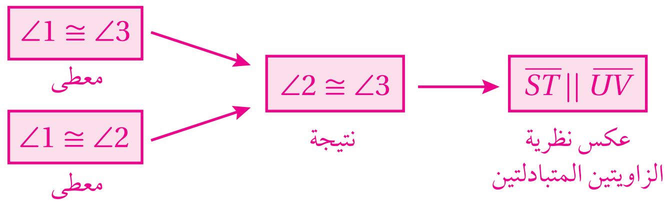
5) غير كافية.

6) كافية، الزاويتان متطابقتان ومتبادلتان خارجيًّا.

7)

العبارات	المبرّرات
1) $m\angle 6 + m\angle 7 = 180°$	1) $r \parallel s$، الزاويتان 6 وَ 7 متحالفتان.
2) $m\angle 5 = m\angle 6$	2) معطى.
3) $m\angle 5 + m\angle 7 = 180°$	3) نتيجة.
4) $l \parallel m$	4) الزاويتان 5 وَ 7 متحالفتان، ومجموع قياسيهما 180°

8)



كتاب التمارين – الدرس 2:

1) 13، ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع.

2) 7، قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.

3) 8، ضلعان متقابلان في متوازي أضلاع.

4) 16.4 ، p منتصف MQ

5) $80°$ متحالفة مع $\angle QLM$.

6) $80°$ متحالفة مع $\angle QLM$.

7) $100°$، تقابل $\angle QLM$ في متوازي أضلاع.

8) $29°$، متبادلة داخليًا مع $\angle NQM$.

16)

العبارات	المبرّرات
1) $\triangle FDH$ متطابق الضلعين قاعدته $\overline{FH}$	1) $\overline{HD} \cong \overline{FD}$ معطى.
2) $\angle H \cong \angle F$	2) زاويتا قاعدة مثلث متطابق الضلعين.
3) $\angle H \cong \angle GCB$	3) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.
4) $\angle F \cong \angle GCB$	4) نتيجة.

17)

العبارات	المبرّرات
1) $\angle T \cong \angle X$	1) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.
2) $\angle T \cong \angle R$	2) زاويتان متقابلتان في متوازي أضلاع.
3) $\angle R \cong \angle X$	3) نتيجة.

كتاب التمارين – الدرس 3:

7)

العبارات	المبرّرات
1) $\angle B \cong \angle BCF$	1) معطى.
2) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$	2) الزاويتان B وَ BCF متطابقتان ومتبادلتان داخليًا.
3) $\angle D \cong \angle BCF$	3) معطى.
4) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$	4) الزاويتان D وَ BCF متطابقتان ومتناظرتان.
5) $ABCD$ متوازي أضلاع من العبارتين 2، 4	5) تعريف متوازي الأضلاع.

كتاب التمارين – الدرس 4:

9)

العبارات	المبرّرات
1) $\overline{QR} \cong \overline{RT}$	1) ضلعان في معين.
2) $\overline{QR} \cong \overline{QT}$	2) ضلعان في معين.
3) $\overline{QR} \cong \overline{RT} \cong \overline{QT}$	3) نتيجة.
4) $\triangle QRT$ متطابق الأضلاع	4) تعريف المثلث متطابق الأضلاع.

كتاب التمارين – الدرس 5:

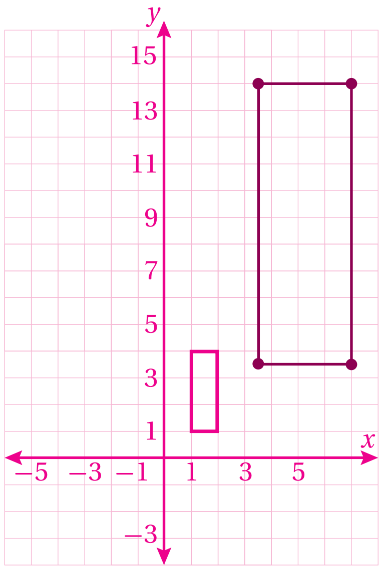
1) $\angle Y$ زاوية مشتركة، $m\angle W = m\angle YZX = 50°$ ، $\triangle YZX \sim \triangle YWU$ وفق مسلمة التشابه AA.

2) $\frac{HJ}{HK} \overset{?}{=} \frac{HG}{HF} \overset{?}{=} \frac{GJ}{KF}$ ، $\frac{16.5}{22} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ ✓ ، $\triangle HGJ \sim \triangle HFK$ وفق نظرية التشابه SSS.

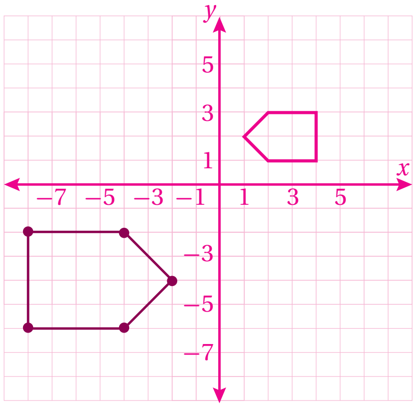
3) $\frac{QS}{VT} \overset{?}{=} \frac{QR}{UT} \overset{?}{=} \frac{RS}{UV}$ ، $\frac{24}{18} = \frac{16}{12} = \frac{12}{9} = \frac{3}{4}$ ✓ ، $\triangle QSR \sim \triangle TVU$ وفق نظرية التشابه SSS.

كتاب التمارين – الدرس 6:

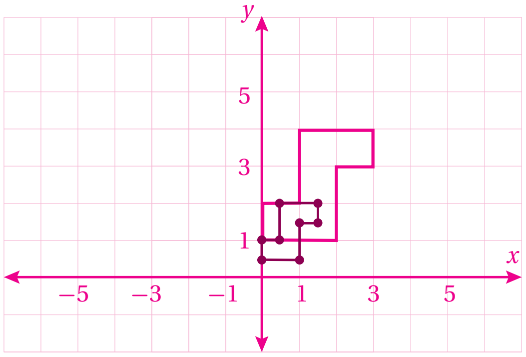
4)



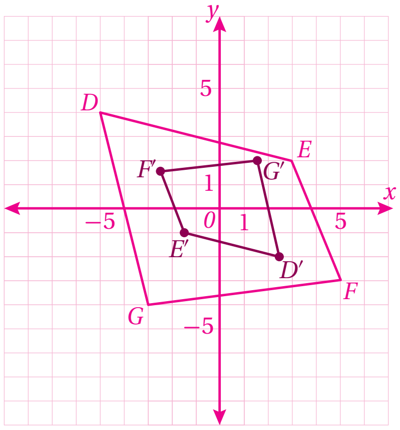
5)


y
x
5
3
1
−7
−5
−3
−1
1
3
5
−3
−5
−7

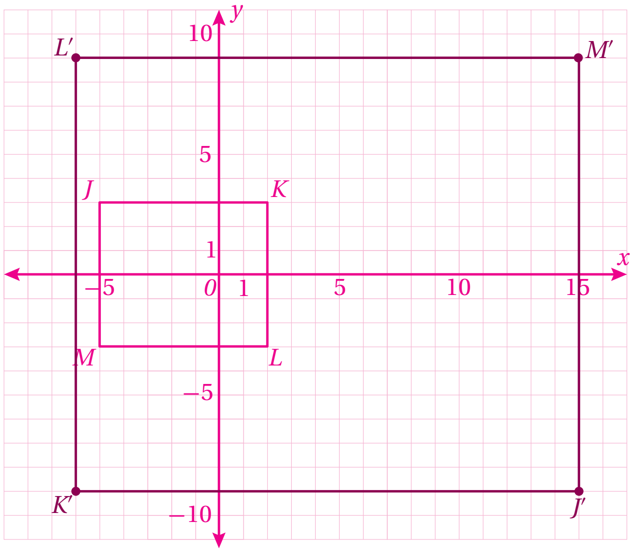
6)


y
x
5
3
1
−5
−3
−1
1
3
5

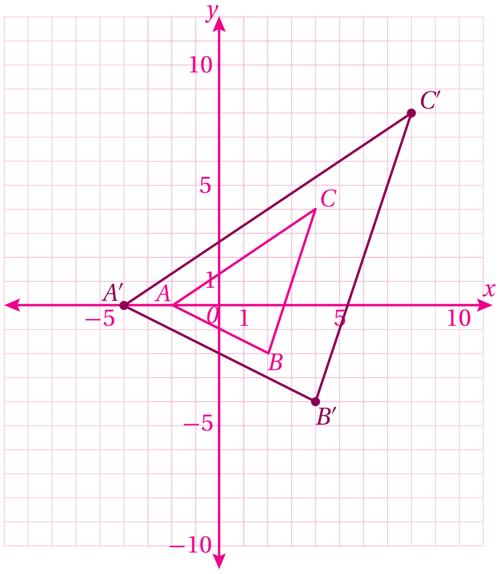
7)


y
x
5
D
E
F′
G′
1
0
1
5
−5
E′
D′
F
G
−5

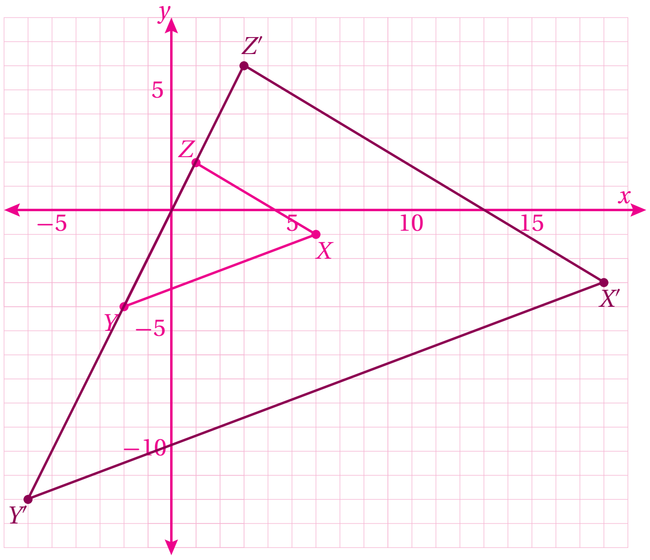
8)


10
y
L′
M′
5
J
K
1
x
−5
0
1
5
10
15
M
L
−5
K′
−10
J′

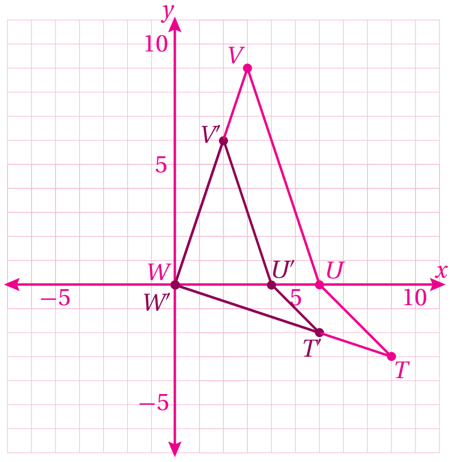
9)


y
10
C′
5
C
A′
A
1
x
−5
0
1
5
10
B
B′
−5
−10

10)


y
Z′
5
Z
x
−5
5
10
15
X
X′
Y
−5
−10
Y′

11)


y
10
V
V′
5
W
U′
U
x
−5
W′
5
10
T′
T
−5

الوحدة

8

الأشكال ثلاثية الأبعاد

www.nccd.gov.jo

مخطط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			• ورقة المصادر 13 • 24 مكعب وحدة.	1
الدرس 1: رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد	• رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي. • رسم المسقط العلوي والجانبي والأمامي لشكل ثلاثي الأبعاد. • استعمال المساقط العلوية والجانبية والأمامية لرسم أشكال ثلاثية الأبعاد.	الرسم المتساوي. المنظور. المسقط العلوي. المسقط الأمامي. المسقط الجانبي.	• أوراق مثلثة متساوية القياس. • أوراق منقطة متساوية القياس. • مكعبات وحدة. • ورقة المصادر 13 • ورقة المصادر 14 • جهاز(أجهزة) حاسوب. • شبكة إنترنت.	3
الدرس 2: المقاطع والمجسمات الدورانية	• تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى. • تحديد عدد مستويات التماثل للمجسم. • تعرّف المجسمات الدورانية. • وصف المجسم الدوراني الناتج من دوران شكل مستوٍ حول محور معطى. • تحديد أبعاد مجسم دوراني. • إيجاد حجم المنشور ذي القاعدة المركّبة.	المقطع. المقطع العرضي. المنشور. مستوى التماثل. المجسم الدوراني. محور الدوران.	• أوراق منقّطة متساوية القياس. • مكعبات وحدة. • مجسمات مختلفة. • جهاز (أجهزة) حاسوب. • شبكة إنترنت. • ورقة المصادر 15	3
الدرس 3: حجم الكرة ومساحة سطحها.	• إيجاد مساحة سطح الكرة. • إيجاد حجم الكرة.	الكرة. الدائرة الكبرى. نصف الكرة.	• مجسمات كروية مختلفة. • مجسمات نصف كرة. • جهاز (أجهزة) حاسوب. • شبكة إنترنت.	3
عرض نتائج مشروع الوحدة			• قطع بوليسترين. • لاصق. • أوراق منقّطة متساوية القياس. • كاميرا تصوير أو كاميرا هاتف محمول.	1 (حصة واحدة لعرض النتائج)
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع				12 حصة

الوحدة 8

تهيئة الوحدة

1 نظرة عامة على الوحدة:

في هذه الوحدة سيتعرف الطلبة رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي ورسم المساقط، وسيتعرفون أيضًا كيفية تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى، إضافة إلى تحديد عدد مستويات التماثل للمجسمات، وإيجاد حجم المنشور، وإيجاد مساحة سطح الكرة وحجمها.

الوحدةُ 8

الأشكالُ ثلاثيةُ الأبعادِ

ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

تُعَدُّ الهندسةُ ثلاثيةُ الأبعادِ واحدةً مِنْ أكثرِ فروعِ الرّياضياتِ استعمالًا في التطبيقاتِ العلميةِ والحياتيةِ، وقَدِ استعملَها العلماءُ لحسابِ حجمِ الكرةِ الأرضيةِ ومِساحةِ سطحِها، ويستعملُها المهندسونَ لتصميمِ المباني الجميلةِ.

تعلَّمتُ سابِقًا:

✓ خواصَّ الأشكالِ ثنائيةِ الأبعادِ.

✓ إيجادَ المساحةِ الكلّيّةِ والحجومِ للأشكالِ ثلاثيةِ الأبعادِ.

✓ حسابَ مساحةِ الدائرةِ ومحيطِها.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- رسمَ أشكالٍ ثلاثيةِ الأبعادِ باستعمالِ الرسمِ المتساوي ورسمِ المَساقطِ.
- تحديدَ الشكلِ الناتجِ مِنْ تقاطعِ المجسّمِ مَعَ مستوًى، وعددِ مستوياتِ التماثلِ للمجسّماتِ.
- إيجادَ مساحةِ سطحِ الكرةِ وحجمِها.

114

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- حساب مساحة الدائرة ومحيطها.
- إيجاد المساحة الكلية وحجوم أشكال ثلاثية الأبعاد.
- توظيف قوانين المساحة الكلية والحجوم في حلّ مسائل رياضية وتطبيقات حياتية.

الصف الثامن

- رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي.
- رسم المسقط العلوي والجانبي والأمامي لشكل ثلاثي الأبعاد.
- استعمال المساقط العلوية والجانبية والأمامية لرسم أشكال ثلاثية الأبعاد.
- تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى.
- تحديد عدد مستويات التماثل للمجسم.
- تعرّف المجسمات الدورانية.
- إيجاد حجم المنشور ذي القاعدة المركّبة.
- إيجاد مساحة سطح الكرة.
- إيجاد حجم الكرة.

الصف التاسع

- إيجاد أطوال وقياسات لزوايا مجهولة في أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال نظرية فيثاغورس والنسب المثلثية.

الصف الحادي عشر،

والصف الثاني عشر

- إيجاد حجوم المجسمات الدورانية.
- استعمال المتجهات لتحديد قياسات في أشكال ثلاثية الأبعاد.

مشروعُ الوحدةِ: الأشكالُ ثلاثيةُ الأبعادِ

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِيَ الخاصِّ الّذي سنستعملُ فيهِ ما سنتعلّمُهُ في هذِهِ الوَحدةِ حولَ رسمِ الأشكالِ ثلاثيةِ الأبعادِ باستعمالِ الرسمِ المتساوي لإنشاءِ مجسّمٍ ورسمِ مساقطِهِ.

الموادُّ والأدواتُ:

- قطعُ بوليسترين.
- لاصقٌ.
- أوراقٌ منقّطةٌ متساويةُ القياسِ.

خُطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أختارُ أحدَ المجسّمَينِ الآتيَينِ، وأحدّدُ قياساتِهِ ثُمَّ أرسمُهُ باستعمالِ الرّسمِ المتساوي.
2. أبني المجسّمَ الّذي صمّمْتُهُ باستعمالِ قطعِ البوليسترينِ واللّاصقِ.
3. أرسمُ المساقطَ: العُلويَّ، والأماميَّ، والجانبيَّ، للمجسّمِ الّذي صمّمْتُهُ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ.
4. أبني 3 تصاميمَ إضافيةٍ للمجسّمِ الّذي اخترْتُهُ.
5. أقطعُ كلَّ مجسّمٍ صمّمْتُهُ قَطعًا مختلفًا، ثُمَّ أصِفُ الشكلَ الهندسيَّ الناتجَ مِنَ القطعِ، ويمكنُني تلوينُ جهةِ القطعِ لتسهيلِ وصفِهِ.
6. أرسمُ كلَّ قطعٍ على ورقةِ مربعاتٍ.
7. أجدُ حجمَ المجسّمِ الّذي اخترتُهُ، وأجدُ مساحةَ سطحِهِ الكلّيّةَ.
8. أُعِدُّ عرضًا تقديميًّا يتضمّنُ صورًا أَوْ مقطعًا مرئيًّا (فيديو) يوضّحُ خطواتِ عَملي في المشروعِ، والمساقطَ والمقاطعَ الّتي رسمْتُها.

عرضُ النتائجِ:

- أعرضُ المجسّماتِ الّتي صمّمْتُها أمامَ طلبةِ صفّي، وأوضّحُ أهمّيّتَها وعلاقتَها بما تعلّمْتُهُ في الوَحدةِ.
- أقدّمُ العرضَ التقديميَّ، وأتحدّثُ بالتفصيلِ عَنْ خطواتِ المشروعِ والنتائجِ الّتي توصّلْتُ إلَيْها.

115

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	بناء المجسّم، ورسمه بالرسم المتساوي.			
2	رسم مساقط المجسّم ومقطعه.			
3	إيجاد حجم المجسم.			
4	التعاون والعمل بروح الفريق.			
5	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
6	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
7	استعمال التكنولوجيا لعرض المشروع.			

1 تقديم ناتج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2 تقديم ناتج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3 تقديم ناتج صحيح كامل.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف مشروع الوحدة إلى رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي؛ لإنشاء مجسم، ووصف مقطعه، ورسم مساقطه.

ويهدف المشروع أيضًا إلى تنمية مهارتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلّم موضوعات الوحدة.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكّد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضّح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المُنتَج النهائي المطلوب منهم، وأؤكّد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أوّلًا بأوّل، وتعزيزها بالصور.
- أذكّر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كلّ درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبيّن للطلبة سلفًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أبيّن للطلبة ما يأتي:
  - » إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
  - » اختيار كلّ مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعات الأُخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثّل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
  - » الطلب إلى أفراد المجموعات ذِكْر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلُّب عليها؛ تعزيزًا لمهاراتهم في حلّ المشكلات.

3 نشاط الاستعداد للوحدة:

نصف ساعة

ملاحظاتي

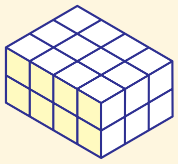
هدف النشاط:

- بناء متوازي مستطيلات، ورسم أوجهه الظاهرة.

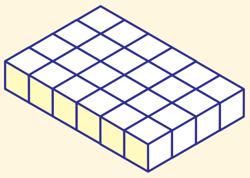
خطوات العمل:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأزوّد كلّ مجموعة بـ 24 مكعب وحدة، **وورقة المصادر 13: شبكة مربعات.**
- أطلب إلى كلّ مجموعة بناء متوازي مستطيلات بأحد الأبعاد الآتية:

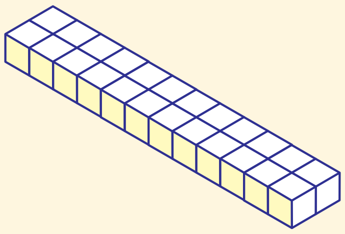
4 × 3 × 2



6 × 4 × 1



12 × 2 × 1



- أطلب إلى المجموعات رسم الوجه العلوي، والأمامي، والجانبي للشكل الذي بُنِيَ على ورق مربعات.
- أتابع عمل المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أطلب إلى المجموعات فصل متوازي المستطيلات الذي بُنِيَ إلى جزأين متطابقين.
- أطلب إلى المجموعات وصف أحد الجزأين المتطابقين، من حيث طوله وعرضه وارتفاعه، وعلاقته بالشكل الأصلي.
- أناقش إجابات المجموعات.

التكيُّف: إذا واجه بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في رسم أوجه متوازي المستطيلات، يمكن وضع ورقة المربعات على الوجه وتحديد رؤوس مربعات الوجه ثمّ رسمه.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى إمكانية فصل كلّ متوازي مستطيلات إلى جزأين متطابقين بأكثر من طريقة.

توسعة: أطلب إلى الطلبة بناء أشكال أخرى من متوازي المستطيلات بالعدد نفسه من المكعبات، وإعادة تنفيذ خطوات النشاط.

الدرس 1

الدرسُ 1 رسمُ الأشكالِ ثلاثيةِ الأبعادِ

فكرةُ الدرسِ

أرسمُ أشكالًا ثلاثيةَ الأبعادِ باستعمالِ الرّسمِ المتساوي ورسمِ المَساقطِ.

المصطلحاتُ

الرّسمُ المتساوي، المنظورُ، المَسقطُ العُلويُّ، المَسقطُ الأماميُّ، المَسقطُ الجانبيُّ.

أستكشفُ

مـا عـددُ المكعبـاتِ الّتـي يتكـوّنُ مِنْهـا المجسّـمُ المجـاورُ؟

الرّسمُ المتساوي (isometric drawing) طريقةٌ لرسمِ الأشكالِ ثلاثيةِ الأبعادِ على ورقةٍ ثنائيةِ الأبعادِ، تُستعمَلُ فيها ورقةٌ متساويةُ القياسِ مثلثةٌ أَوْ منقّطةٌ.

ورقةٌ منقّطةٌ متساويةُ القياسِ

ورقةٌ مثلثةٌ متساويةُ القياسِ

أشكالٌ ثلاثيةُ الأبعادِ مرسومةٌ على ورقةٍ مثلثةٍ متساويةِ القياسِ

مثال 1

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ مجسمًا ثلاثيَّ الأبعادِ مرسومًا على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ مكوَّنًا مِنْ مكعباتِ وَحدةٍ.

1 ما عددُ مكعباتِ الوَحدةِ الّتي يتكوّنُ مِنْها المجسّمُ؟

يتكوّنُ المجسّمُ مِنَ ثلاثِ طبقاتٍ، وفي كلِّ طبقةٍ 8 مكعباتِ وَحدةٍ.

إذنْ، يتكوّنُ المجسّمُ مِنْ 24 مكعبَ وَحدةٍ.

116

إرشـاد: يفضل رسـم متوازي المسـتطيلات على ورقة كبيرة منقطة متساوية القياس وعرض الرسم على الطلبة.

نتاجات الدرس:

- رسم أشكال ثلاثية الأبعاد باستعمال الرسم المتساوي.
- رسم المسقط العلوي والجانبي والأمامي لشكل ثلاثي الأبعاد.
- استعمال المساقط العلوية والجانبية والأمامية لرسم أشكال ثلاثية الأبعاد.

نتاجات التعلُّم القبلي:

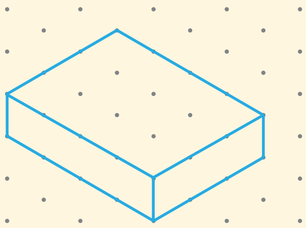
- رسم الأشكال ثنائية الأبعاد على ورق مربعات.
- بناء مجسمات من مكعبات صغيرة.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أرسم الشكل الآتي على اللوح، ثم أسأل الطلبة:



» هل الشكل ثلاثي الأبعاد أم ثنائي الأبعاد؟ ثلاثي الأبعاد.

» ما اسم الشكل؟ ما أبعاده؟ متوازي مستطيلات، أبعاده 4×3×1

» هل يظهر الشكل كاملًا؟ لا.

» كم وجهًا مخفيًّا في الشكل؟ 3

» كيف يمكن رسم الشكل؟ ستختلف إجابات الطلبة.

- أعزز الإجابات الصحيحة.

2 الاستكشاف

- أوجّـه الطلبة إلى قراءة المسـألة الـواردة في بند (**أستكشـف**)، وتأمّل الشكل المجاور لها، ثمّ أسألهم:
  - » هل نرى مثل هذا الشـكل فـي حياتنا اليومية؟ أيـن؟ نعم، إجابة محتملة: عند عرض عبوّات المواد الغذائية في المحلات التجارية.
  - » هل يمكن تغيير شـكل المجسـم؟ كيف؟ نعـم، بتغيير أماكن المكعبات.
  - » ما عدد المكعبات في المجسّم؟
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - » مَنْ يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.
- لا يقلّ المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا أحرص على ألّا أخطّئ أحدًا، بل أقول: "لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أُخرى؟" ، ثمّ أشكره على محاولته الإجابة عن السؤال، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعزّزه، ثم أعود إلى الطالب نفسه/ الطالبة نفسها وأطلب إليه/ إليها الإجابة عن السؤال مَرَّةً أُخرى، وأعزّزه/ أعزّزها كما عزّزت مَن قدّم الإجابة الصحيحة.

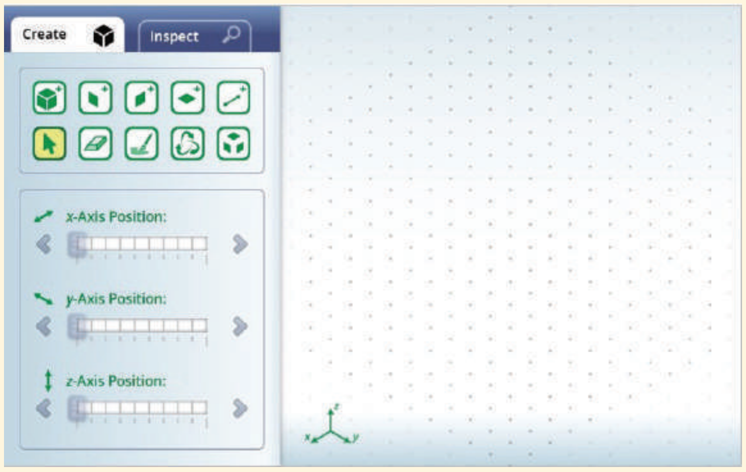
3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة بما تعلّموه سابقًا عن رسم الأشكال ثنائية الأبعاد على ورقة ثنائية الأبعاد باستعمال شبكة مربعات، وأوضّح لهم أنه يمكن رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد أيضًا على ورقة ثنائية الأبعاد، وهو ما يُسمّى بالرسم متساوي القياس الذي لا نستعمل فيه ورق المربعات، إنما نستعمل فيه الورق المنقّط متساوي القياس، أو الورق المثلث متساوي القياس، وأعرض أمامهم ورقة من كلّ نوع.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأطلب إلى المجموعات الدخول إلى الرابط الآتي (أو مسح الرمز المجاور):

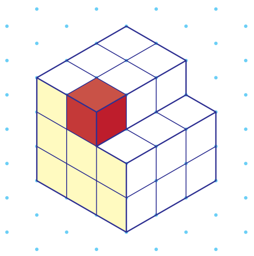
https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Isometric-Drawing-Tool/

- أوضّح للطلبة أن الأداة التي تظهر على شاشات حواسيبهم هي أداة للرسم المتساوي القياس، ثمّ أطلب إلى المجموعات استكشاف أيقونات الأداة.

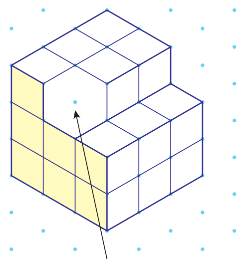


- أمثّل الشكل الوارد في المثال 1 باستعمال الأداة، وأوضّح للطلبة أن المجسم مكوَّن من مكعبات وحدة، ثمّ أناقش معهم حلّ الفرع 1 من المثال، وألفت انتباههم إلى أخذ الطبقات رأسيًّا عند عدّ المكعبات التي يتكوّن منها المجسم، ثمّ أطلب إليهم رسم المجسم نفسه باستعمال الأداة، ثمّ رسمه على الورق المنقّط المتساوي القياس الموجود في نهاية كتاب التمارين.
- أتابع عمل المجموعات وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- ألوّن باللون الأحمر المكعب المشار إليه في الفرع 2 من المثال بالنقر على الأيقونة واختيار اللون الأحمر، ثمّ النقر على الأوجه الثلاثة الظاهرة من المكعب، ثمّ أسأل الطلبة:
  - » لو أزلنا المكعب الأحمر من المجسم، فكم مكعبًا سيبقى؟ 23 مكعبًا.
  - » كيف سيصبح الشكل بعد إزالة المكعب الأحمر؟
- أزيل المكعب الأحمر بالنقر على الأيقونة ثمّ النقر على المكعب الأحمر، ثمّ أحدّد الحواف الظاهرة للمكعبات المحيطة بالمكعب الأحمر باستعمال الأيقونة ، ثمّ أطلب إلى الطلبة تكرار الخطوات نفسها، ثمّ أطلب إليهم إزالة المكعب من رسم المجسم على الورق المنقّط المتساوي القياس الخاص بهم.
- إنْ لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

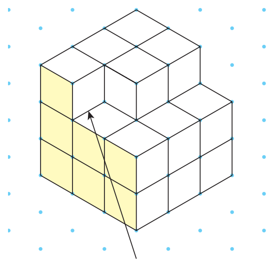
2 إذا أزيلَ المكعبُ الملوّنُ بالأحمرِ مِنَ المجسّمِ، فأرسمُ الشكلَ الجديدَ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ.



الْخُطْوَةُ 1 أزيلُ الحوافَ الثلاثَ الظاهرةَ للمكعبِ الأحمرِ.

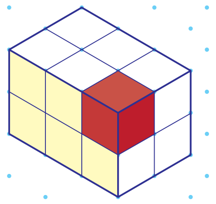


الْخُطْوَةُ 2 أرسمُ الحوافَ الّتي أصبحَتْ ظاهرةً مِنَ المكعباتِ المحيطةِ بالمكعبِ الأحمرِ.



أتحققُ من فهمي:

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ مجسمًا ثلاثيَّ الأبعادِ مرسومًا على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ مكوَّنًا مِنْ مكعباتِ وَحدةٍ.

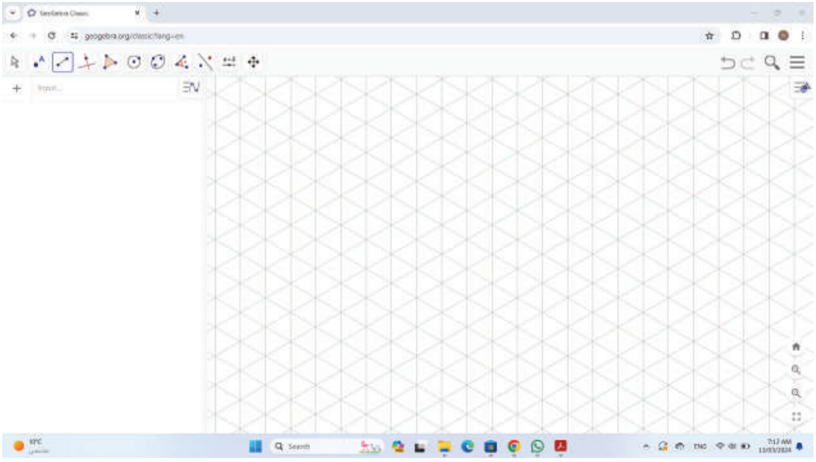


1 ما عددُ مكعباتِ الوَحدةِ الّتي يتكوّنُ مِنْها المجسّمُ؟ 12

2 إذا أزيلَ المكعبُ الأحمرُ مِنَ المجسّمِ، فأرسمُ الشكلَ الجديدَ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ. أنظر ملحق الإجابات.

ملحوظةٌ: أستعملُ الورقَ المنقّطَ متساويَ القياسِ الموجودَ في كتابِ التمارينِ.

إرشاد: يمكن استعمال برمجية جيوجبرا لتوضيح الرسم المتساوي بعد اختيار Isometric من Grid Type في نافذة خصائص الشبكة المنبثقة من خصائص Graphics view كما يظهر في الصورة أدناه.



إرشادات:

- أؤكّد أهمية الرسم متساوي القياس في الحياة اليومية، مثل: رسم مخططات الإنشاءات العمرانية، ورسم مخطّطات المصانع.
- أذكّر الطلبة بمفهوم مكعب الوحدة الذي تعلّموه سابقًا في الصف السادس الأساسي.
- ألفت انتباه الطلبة إلى أنه يمكن أيضًا أخذ الطبقات أفقيًّا عند عدّ المكعبات التي يتكوّن منها المجسم.
- يُفضَّل تنفيذ خطوات المثال في مختبر الحاسوب في المدرسة، وفي حال لم يكن ذلك ممكنًا، فإنه يمكن استعمال لوح متنقّل خاص بالورق المنقّط متساوي القياس لشرح المثال، والذي يمكن إعداده بسهولة بلصق ورقة منقّطة متساوية القياس مكبّرة، وإلصاقها على طبق من الكرتون المقوّى ثمّ تغطيته بلاصق شفاف.

تنويع التعليم:

- قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في تخيّل الشكل الجديد بعد إزالة المكعب الأحمر، وعندها لا يمكنهم رسم الشكل الصحيح على الورق المنقّط متساوي القياس؛ ولعلاج ذلك يمكن استعمال المكعبات لبناء الشكل، ثمّ إزالة المكعب المحدّد.

تعزيز اللغة ودعمها:

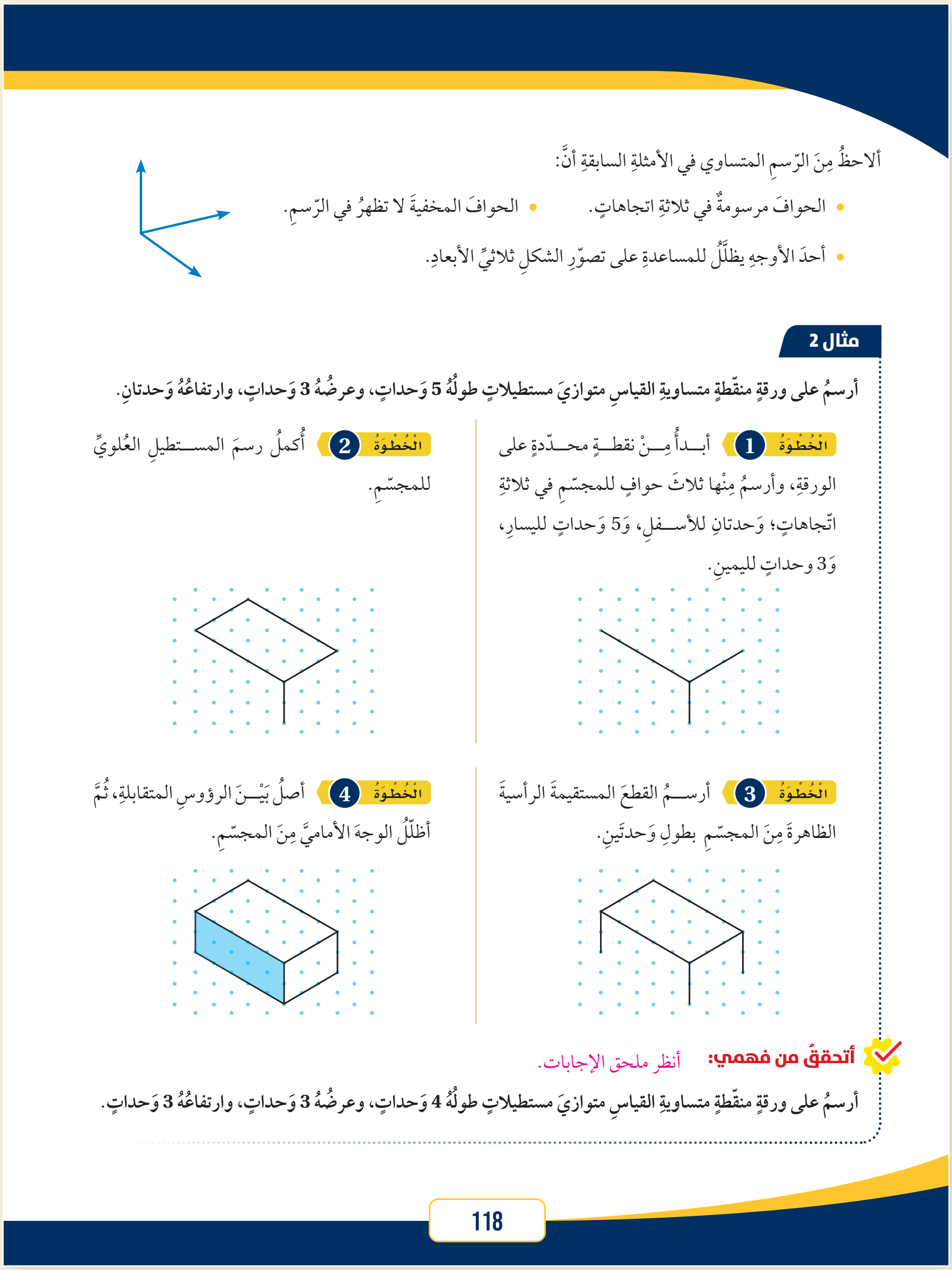
أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أناقش مع الطلبة ملاحظاتهم حول الرسم متساوي القياس، وألخّص معهم هذه الملاحظات بالاستعانة بالفقرة التي تسبق المثال 2، ثمّ أبيّن لهم أنه يمكن عدّ هذه الملاحظات شروطًا يجب التزامها عند الرسم المتساوي.
- أقسّم الطلبة إلى مجموعات، وأطلب إليهم الدخول إلى أداة الرسم المتساوي القياس التي استُعمِلت في المثال 1.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 2، ثمّ أوضّح للطلبة أنهم سيستعملون الأيقونة لرسم متوازي المستطيلات الوارد في المثال.
- أوضّح للطلبة خطوات تمثيل متوازي المستطيلات باستعمال أداة الرسم المتساوي، باتباع الإجراءات الواردة في المثال 2 بتنفيذ الخطوات أمامهم، ثمّ أطلب إليهم تنفيذ كلّ إجراء بعد ذلك.
- أطلب إلى الطلبة إعادة تنفيذ الخطوات الواردة في المثال لرسم متوازي المستطيلات على الورق المنقط متساوي القياس الموجود في نهاية كتاب التمارين.
- إنْ لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.



ألاحظُ مِنَ الرّسمِ المتساوي في الأمثلةِ السابقةِ أنَّ:

- الحوافَ مرسومةٌ في ثلاثةِ اتجاهاتٍ.
- الحوافَ المخفيةَ لا تظهرُ في الرّسمِ.
- أحدَ الأوجهِ يظلَّلُ للمساعدةِ على تصوّرِ الشكلِ ثلاثيِّ الأبعادِ.

مثال 2

أرسمُ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ متوازيَ مستطيلاتٍ طولُهُ 5 وَحداتٍ، وعرضُهُ 3 وَحداتٍ، وارتفاعُهُ وَحدتانِ.

الخُطوةُ 1 أبدأُ مِنْ نقطةٍ محدّدةٍ على الورقةِ، وأرسمُ مِنْها ثلاثَ حوافٍ للمجسّمِ في ثلاثةِ اتّجاهاتٍ؛ وَحدتانِ للأسفلِ، وَ5 وَحداتٍ لليسارِ، وَ3 وحداتٍ لليمينِ.

الخُطوةُ 2 أكملُ رسمَ المستطيلِ العُلويِّ للمجسّمِ.

الخُطوةُ 3 أرسمُ القطعَ المستقيمةَ الرأسيةَ الظاهرةَ مِنَ المجسّمِ بطولِ وَحدتَينِ.

الخُطوةُ 4 أصلُ بَيْنَ الرؤوسِ المتقابلةِ، ثُمَّ أظلّلُ الوجهَ الأماميَّ مِنَ المجسّمِ.

أتحقّقُ من فهمي: أنظر ملحق الإجابات.

أرسمُ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ متوازيَ مستطيلاتٍ طولُهُ 4 وَحداتٍ، وعرضُهُ 3 وَحداتٍ، وارتفاعُهُ 3 وَحداتٍ.

118

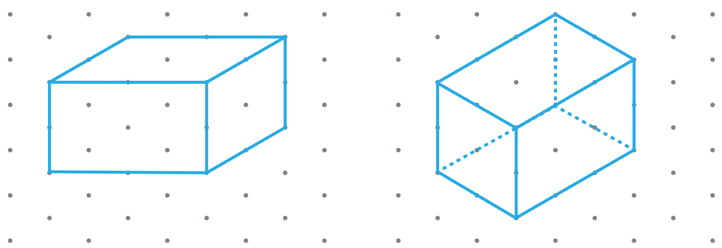
إرشاد: يمكن تظليل الوجه الأمامي لمتوازي المستطيلات باستعمال الأيقونة ، وذلك بالنقر على الأيقونة، ثمّ اختيار أحد الألوان من القائمة، ثمّ تظليل الوجه الأمامي بالنقر المتتابع حتى يُعَبَّأ كامل الوجه باللون المطلوب.

تنويع التعليم:

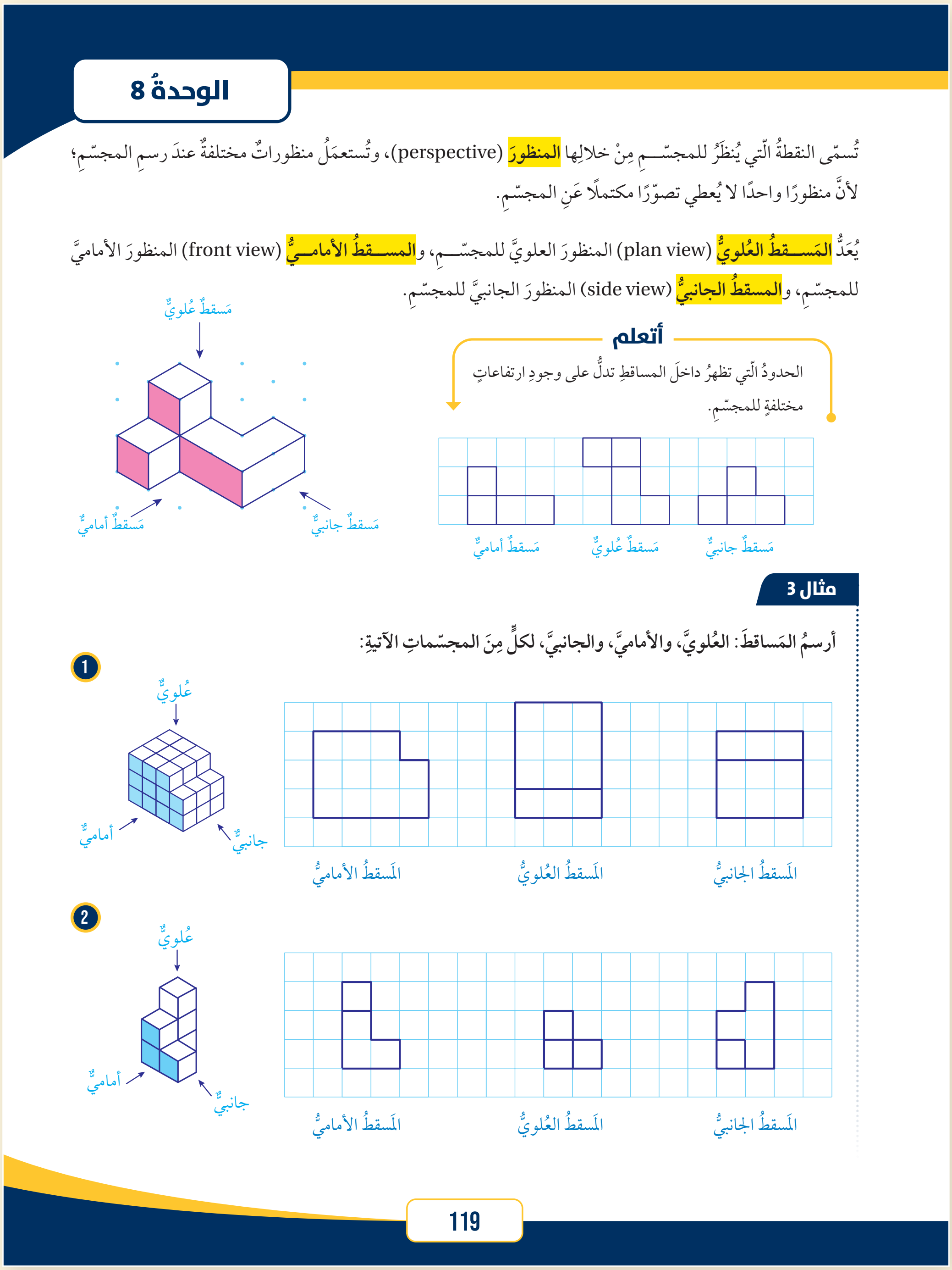
- قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في رسم متوازي المستطيلات؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

أخطاء شائعة:

- قد يخطئ بعض الطلبة عند الرسم على الورق المنقّط متساوي القياس برسم الخطوط المخفية، وقد يخطئون أيضًا برسم خطوط أفقية كما في الأشكال الآتية؛ لذا أنبّههم باستمرار إلى هذه الأخطاء.



- أطلب إلى الطلبة تحديد أيّ الأشكال مرسومة بشكل صحيح على الورق المنقّط متساوي القياس في **ورقة المصادر 14: أيّ الرسومات صحيحة؟**



تُسمّى النقطةُ الّتي يُنظَرُ للمجسّمِ مِنْ خلالِها **المنظورَ** (perspective)، وتُستعمَلُ منظوراتٌ مختلفةٌ عندَ رسمِ المجسّمِ؛ لأنَّ منظورًا واحدًا لا يُعطي تصوّرًا مكتملًا عَنِ المجسّمِ.

يُعَدُّ **المَسقطُ العُلويُّ** (plan view) المنظورَ العلويَّ للمجسّمِ، و**المسقطُ الأماميُّ** (front view) المنظورَ الأماميَّ للمجسّمِ، و**المسقطُ الجانبيُّ** (side view) المنظورَ الجانبيَّ للمجسّمِ.

أتعلم

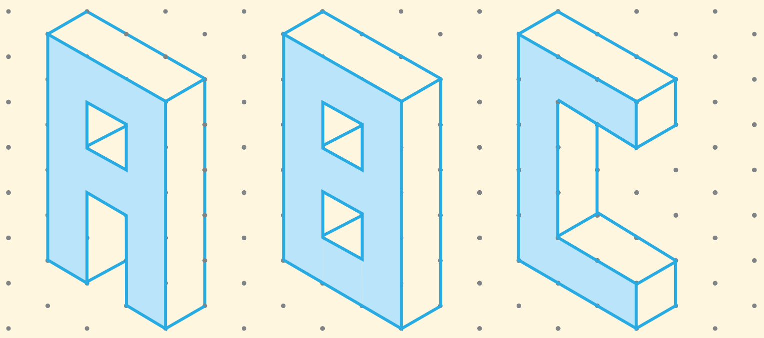
الحدودُ الّتي تظهرُ داخلَ المساقطِ تدلُّ على وجودِ ارتفاعاتٍ مختلفةٍ للمجسّمِ.

مثال 3

أرسمُ المَساقطَ: العُلويَّ، والأماميَّ، والجانبيَّ، لكلٍّ مِنَ المجسّماتِ الآتيةِ:

توسعة: أطلب إلى الطلبة رسم أحرف أسمائهم بالأحرف الإنجليزية الكبيرة على الورق المنقط متساوي القياس.

مثال:



مثال 3

- أناقش مع الطلبة المقصود بكلّ من المصطلحات الآتية: المنظور، والمسقط العلوي، والمسقط الأمامي، والمسقط الجانبي.
- أناقش مع الطلبة خطوات رسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانبي لكلّ مجسم في المثال 3 باتباع الخطوات الآتية:
  - » أرسم المجسم باستعمال أداة الرسم المتساوي القياس.
  - » أنقر على أيقونة Inspect ليظهر المجسم دون الورقة المنقّطة متساوية القياس.
  - » أضغط على المجسم بزرّ الفأرة الأيمن بشكل مستمر، وأحرّك المجسم لإظهار كلّ وجه من أوجهه بوضوح، ثمّ أطلب إلى الطلبة رسم الوجه الظاهر على ورق المربعات.
  - » أنقر على الأيقونة 2D لتظهر مساقط الشكل في خانة العمل، ثمّ أطلب إلى الطلبة التحقّق من صحة رسوماتهم بالمقارنة مع الرسومات الظاهرة على الشاشة.

إرشادات:

- لإخفاء المحاور الثلاثة التي تظهر بعد الضغط على أيقونة Inspect أنقر على المربع المجاور لخيار Show Axes .
- ألفت انتباه الطلبة إلى رسم حدود داخل المساقط للدلالة على الارتفاعات المختلفة للشكل.
- يمكن تزويد الطلبة بشبكة المربعات من ورقة **المصادر 13**.

تنويع التعليم:

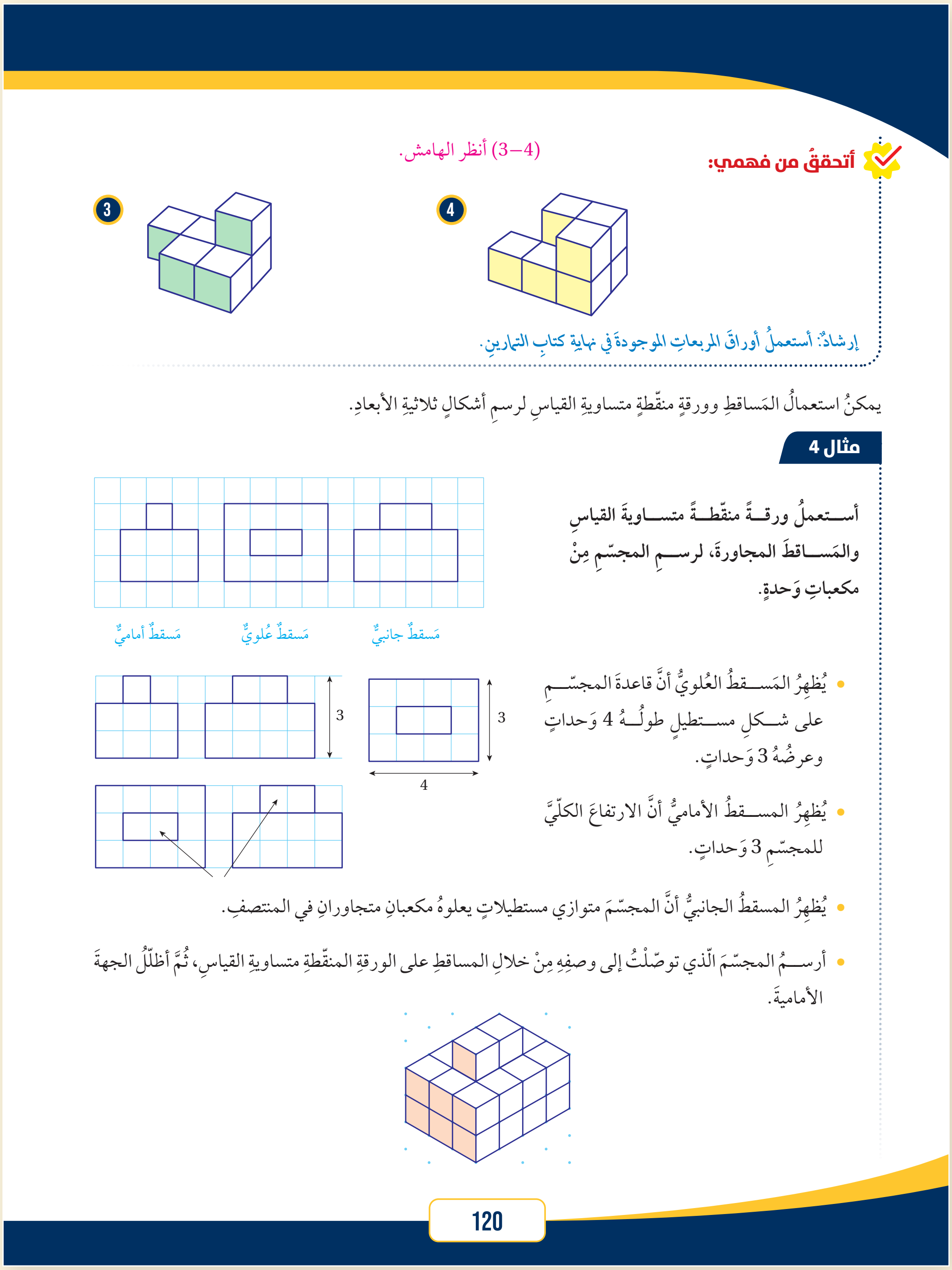
- قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في رسم مساقط المجسمات ثلاثية الأبعاد على ورق المربعات؛ لذا يمكن بناء المجسمات الواردة في المثال باستعمال مكعبات الوحدة والربط بين المجسم وأوجهه ومساقطه؛ لدوام أثر التعلم.

مثال 4

- أوضّح للطلبة أنه إذا كانت المساقط الثلاثة للمجسم معلومة، فإنه يمكن رسم المجسم بالرسم المتساوي باستعمال مكعبات الوحدة.
- أقسّم الطلبة إلى مجموعات، وأطلب إليهم قراءة مثال 4 ورسم المجسم على الورق المنقّط المتساوي القياس.
- أتابع عمل المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أطلب إلى المجموعات التحقّق من صحة رسمهم باستعمال أداة الرسم المتساوي القياس، وذلك برسم المجسم باستعمال الأداة، ثمّ التحقّق من تطابق مساقط المجسم الذي رسموه مع المساقط الواردة في المثال.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- أذكّر الطلبة بأن الحدود المرسومة داخل المساقط تدلّ على الارتفاعات المختلفة للشكل.
- يُفضَّل استعمال أداة الرسم متساوي القياس؛ للتحقّق من صحة الرسم، وفي حال لم يكن ذلك ممكنًا فإنه يمكن توجيه المجموعات إلى بناء المجسمات باستعمال المكعبات، ثمّ ملاحظة مساقط الشكل ومقارنتها بالمساقط الواردة في المثال.



أتحققُ من فهمي:

(3–4) أنظر الهامش.

3

4

إرشادٌ: أستعملُ أوراقَ المربعاتِ الموجودةَ في نهايةِ كتابِ التمارينِ.

يمكنُ استعمالُ المَساقطِ وورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ لرسمِ أشكالٍ ثلاثيةِ الأبعادِ.

مثال 4

أستعملُ ورقةً منقّطةً متساويةَ القياسِ والمَساقطَ المجاورةَ، لرسمِ المجسّمِ مِنْ مكعباتِ وَحدةٍ.

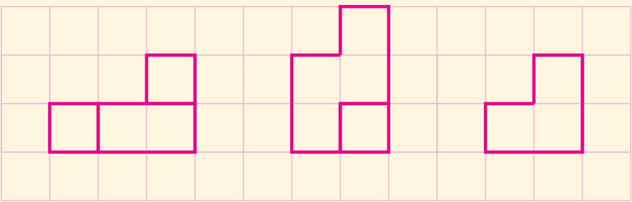
مَسقطٌ جانبيٌّ مَسقطٌ عُلويٌّ مَسقطٌ أماميٌّ

- يُظهِرُ المَسقطُ العُلويُّ أنَّ قاعدةَ المجسّمِ على شكلِ مستطيلٍ طولُهُ 4 وَحداتٍ وعرضُهُ 3 وَحداتٍ.
- يُظهِرُ المسقطُ الأماميُّ أنَّ الارتفاعَ الكلّيَّ للمجسّمِ 3 وَحداتٍ.
- يُظهِرُ المسقطُ الجانبيُّ أنَّ المجسّمَ متوازي مستطيلاتٍ يعلوهُ مكعبانِ متجاورانِ في المنتصفِ.
- أرسمُ المجسّمَ الّذي توصّلْتُ إلى وصفِهِ مِنْ خلالِ المساقطِ على الورقةِ المنقّطةِ متساويةِ القياسِ، ثُمَّ أظلّلُ الجهةَ الأماميةَ.

120

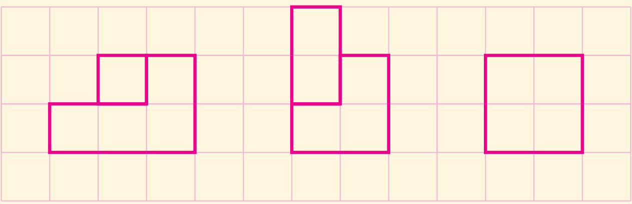
إجابات (أتحقّق من فهمي 3):

3)

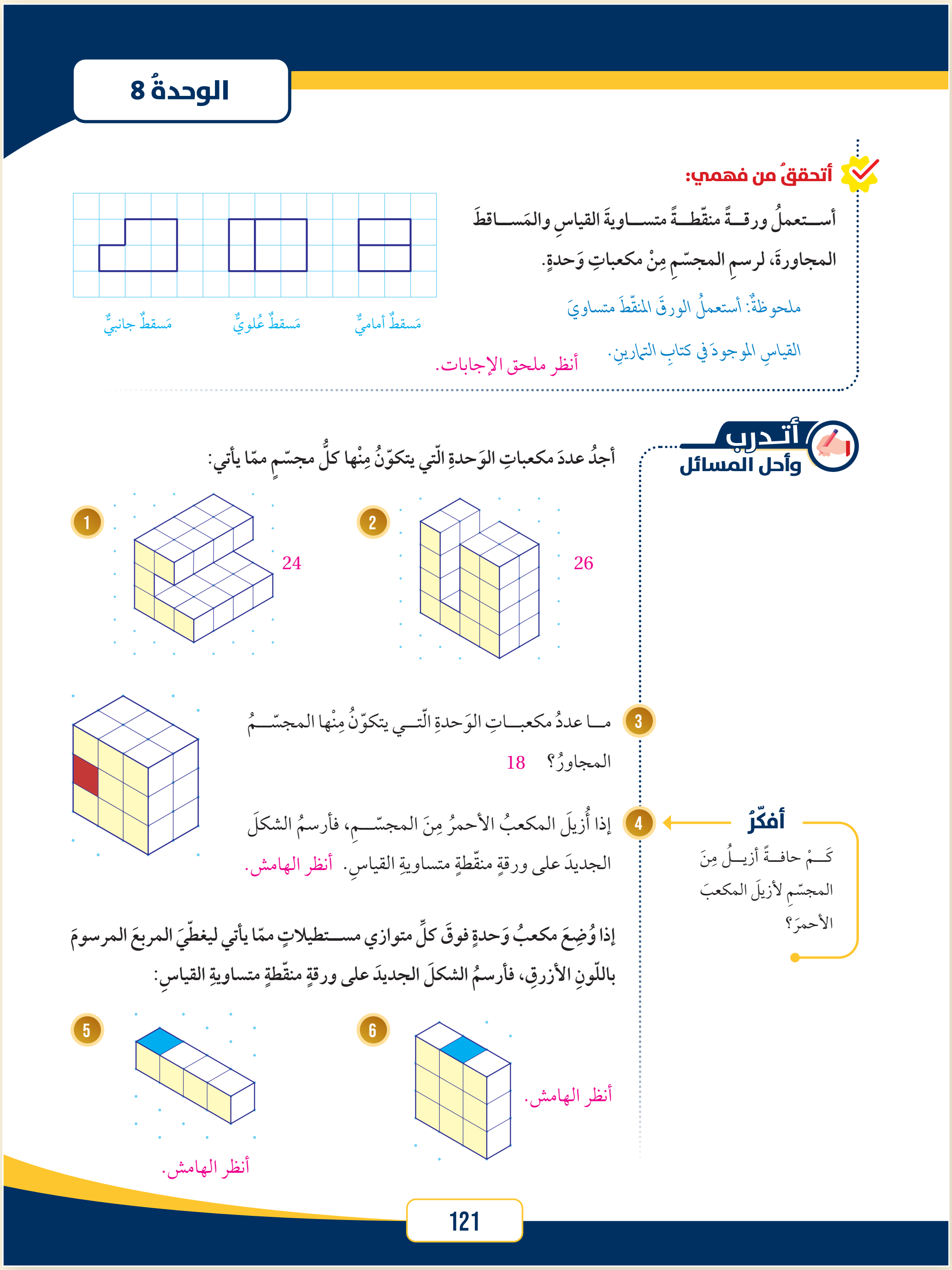


المسقطُ الجانبيُّ المسقطُ العلويُّ المسقطُ الأماميُّ

4)



المسقطُ الجانبيُّ المسقطُ العلويُّ المسقطُ الأماميُّ



الوحدةُ 8

أتحققُ من فهمي:

أستعملُ ورقةً منقّطةً متساويةَ القياسِ والمَساقطَ المجاورةَ، لرسمِ المجسّمِ مِنْ مكعباتِ وَحدةٍ.

ملحوظةٌ: أستعملُ الورقَ المنقّطَ متساويَ القياسِ الموجودَ في كتابِ التمارينِ.

أنظر ملحق الإجابات.

أتدرب وأحل المسائل

أجدُ عددَ مكعباتِ الوَحدةِ الّتي يتكوّنُ مِنْها كلُّ مجسّمٍ ممّا يأتي:

1) 24

2) 26

3) ما عددُ مكعباتِ الوَحدةِ الّتي يتكوّنُ مِنْها المجسّمُ المجاورُ؟ 18

4) إذا أُزيلَ المكعبُ الأحمرُ مِنَ المجسّمِ، فأرسمُ الشكلَ الجديدَ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ. أنظر الهامش.

أفكّرُ

كَمْ حافةً أزيلُ مِنَ المجسّمِ لأزيلَ المكعبَ الأحمرَ؟

إذا وُضِعَ مكعبُ وَحدةٍ فوقَ كلِّ متوازي مستطيلاتٍ ممّا يأتي ليغطّيَ المربعَ المرسومَ باللّونِ الأزرقِ، فأرسمُ الشكلَ الجديدَ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ:

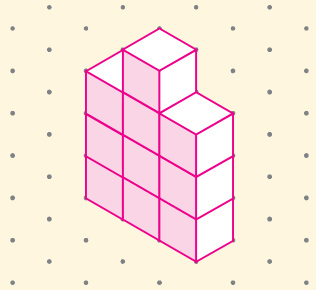
5) أنظر الهامش.

6) أنظر الهامش.

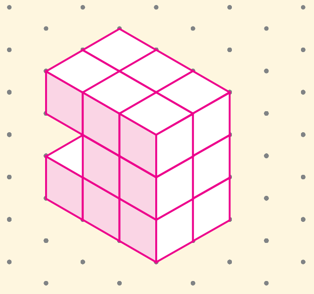
121

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

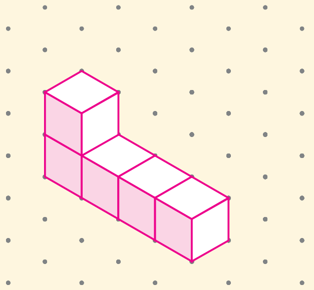
6)



4)



5)



4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (4 – 1)، والمسألتين (8 ,7)، والمسألتين (14 ,13)، والمسألتين (18 ,17)، ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيِّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

إرشادات:

- في سؤال 3، أحثّ الطلبة على عدّ المكعبات بطرائق مختلفة. مثلًا: ثلاث طبقات عمودية في كلّ طبقة منها 6 مكعبات، أو طبقتان عموديتان في كلّ طبقة منها 9 مكعبات، أو ثلاث طبقات أفقية في كلّ طبقة منها 6 مكعبات.
- في السؤالين 9 و10، أوجّه الطلبة لقراءة الإرشاد الوارد في هامش السؤال، وأؤكّد أهمية جملة "أقلّ عدد من مكعبات الوحدة" الواردة في السؤال.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسألتين (19, 20).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

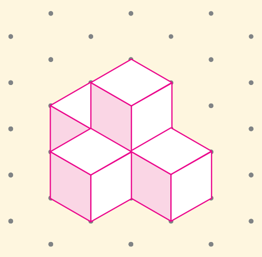
المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 10 ,9 ,6 ,5 كتاب التمارين: 7 ,5 ,3 ,1
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 15 ,12 ,11 ,10 ,6 كتاب التمارين: 10 ,8 ,6 ,4 ,2
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 20 ,19 ,16 ,12 ,11 ,10 كتاب التمارين: (10 – 5)

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:
  - » أرسم جميع الحالات الممكنة للمجسم الناتج من ترتيب 5 مكعبات بشكل متلاصق، ثمّ أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانبي لكلّ مجسم.

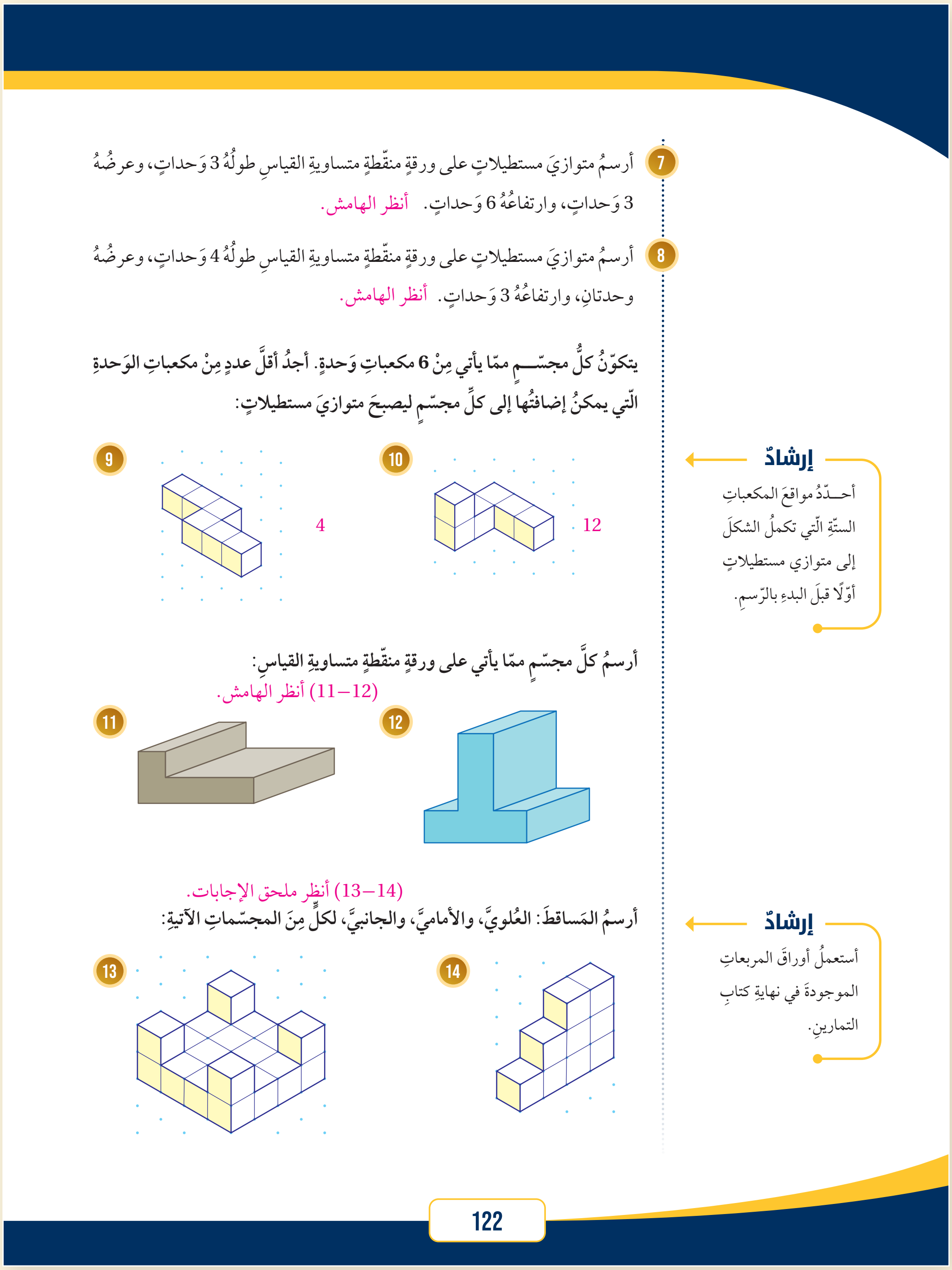
إجابة ممكنة:



أنظر رسم الطلبة للمجسمات ومساقطها.

تنبيـه: ألفت انتباه الطلبة إلى أن تلاصق المكعبات يعني أن يكون أحد أوجه المكعب على الأقلّ متصلًا اتصالًا كاملًا بوجه مكعب آخر.

ملحوظة: يُفضّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.



7 أرسمُ متوازيَ مستطيلاتٍ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ طولُهُ 3 وَحداتٍ، وعرضُهُ 3 وَحداتٍ، وارتفاعُهُ 6 وَحداتٍ. أنظر الهامش.

8 أرسمُ متوازيَ مستطيلاتٍ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ طولُهُ 4 وَحداتٍ، وعرضُهُ وحدتانِ، وارتفاعُهُ 3 وَحداتٍ. أنظر الهامش.

يتكوّنُ كلُّ مجسّـــمٍ ممّا يأتي مِنْ 6 مكعباتِ وَحدةٍ. أجدُ أقلَّ عددٍ مِنْ مكعباتِ الوَحدةِ الّتي يمكنُ إضافتُها إلى كلِّ مجسّمٍ ليصبحَ متوازيَ مستطيلاتٍ:

إرشادٌ
أحـــدّدُ مواقعَ المكعباتِ السّتّةِ الّتي تكملُ الشكلَ إلى متوازي مستطيلاتٍ أوّلًا قبلَ البدءِ بالرّسمِ.

أرسمُ كلَّ مجسّمٍ ممّا يأتي على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ:
(11–12) أنظر الهامش.

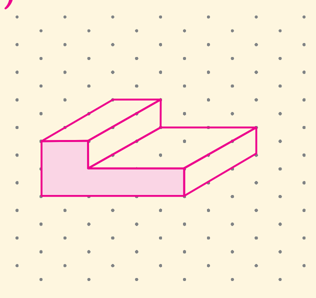
(13–14) أنظر ملحق الإجابات.
أرسمُ المَساقطَ: العُلويَّ، والأماميَّ، والجانبيَّ، لكلٍّ مِنَ المجسّماتِ الآتيةِ:

إرشادٌ
أستعملُ أوراقَ المربعاتِ الموجودةَ في نهايةِ كتابِ التمارينِ.

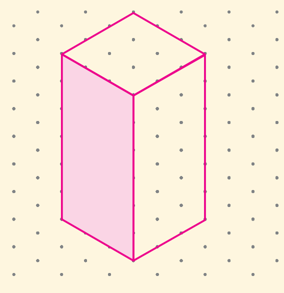
122

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

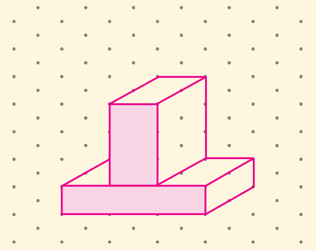
11)



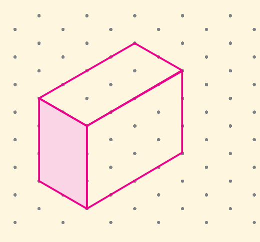
7)

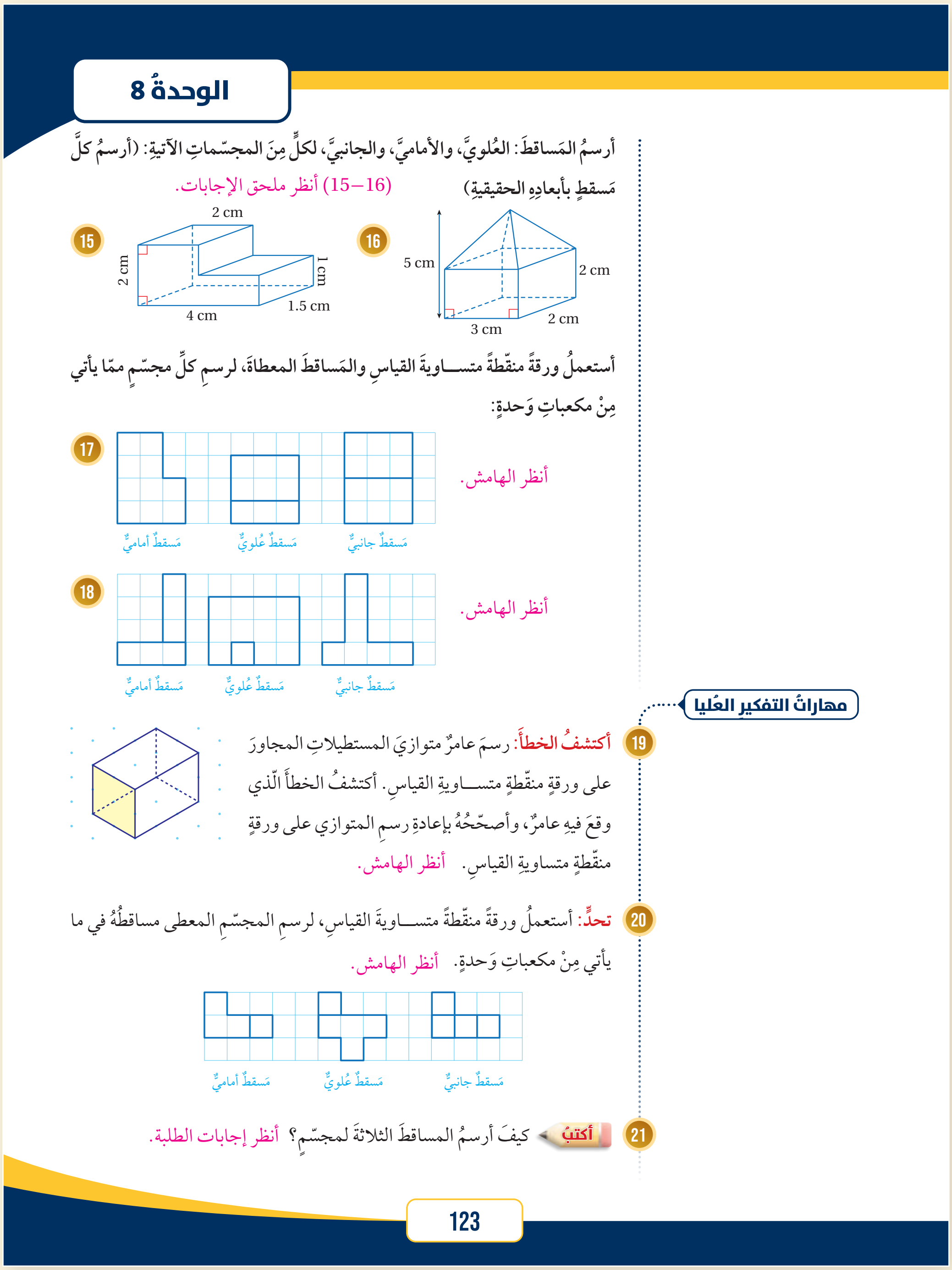


12)



8)





الوحدةُ 8

أرسمُ المَساقطَ: العُلويَّ، والأماميَّ، والجانبيَّ، لكلٍّ مِنَ المجسّماتِ الآتيةِ: (أرسمُ كلَّ مَسقطٍ بأبعادِهِ الحقيقيةِ) (15–16) أنظر ملحق الإجابات.

15

16

أستعملُ ورقةً منقّطةً متســاويةَ القياسِ والمَساقطَ المعطاةَ، لرسمِ كلِّ مجسّمٍ ممّا يأتي مِنْ مكعباتٍ وَحدةٍ:

17 أنظر الهامش.

18 أنظر الهامش.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

19 **أكتشفُ الخطأَ:** رسمَ عامرٌ متوازيَ المستطيلاتِ المجاورَ على ورقةٍ منقّطةٍ متســاويةِ القياسِ. أكتشفُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ عامرٌ، وأصحّحُهُ بإعادةِ رسمِ المتوازي على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ. أنظر الهامش.

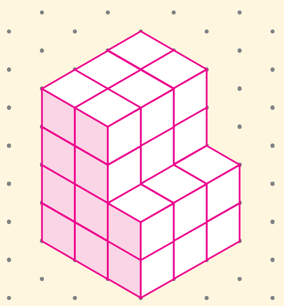
20 **تحدٍّ:** أستعملُ ورقةً منقّطةً متســاويةَ القياسِ، لرسمِ المجسّمِ المعطى مساقطُهُ في ما يأتي مِنْ مكعباتٍ وَحدةٍ. أنظر الهامش.

21 **أكتبُ** كيفَ أرسمُ المساقطَ الثلاثةَ لمجسّمٍ؟ أنظر إجابات الطلبة.

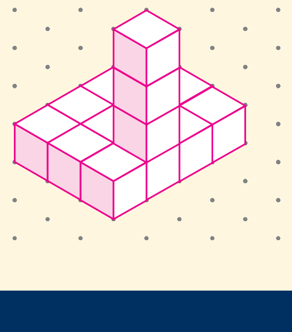
123

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

17)

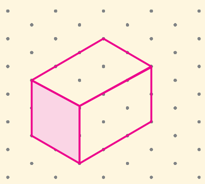


18)

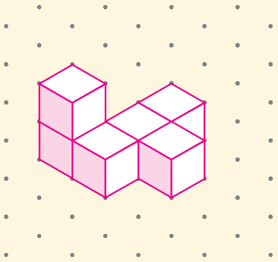


19) الخطأ: ظهور الحواف المخفية.

الرسم التالي هو الصحيح:



20)



نشاط التكنولوجيا

أحفّز الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التفاعلية التي يحويها لتحديد مساقط الأشكال ثلاثية الأبعاد، وأخبرهم أن الموقع يحوي مسائل تفاعلية بأربع مستويات مختلفة.

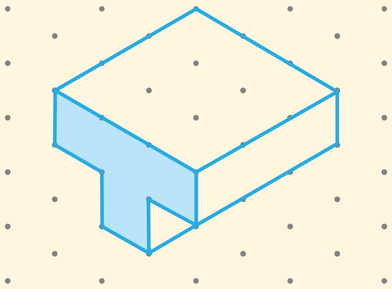
إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (1 – 3) من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
  - » **أرسم المساقط: العلوي، والأمامي، والجانبي، للمجسم الآتي.**



نتاجات الدرس:

- تحديد الشكل الناتج من تقاطع المجسم مع مستوى.
- تحديد عدد مستويات التماثل للمجسم.
- تعرّف المجسمات الدورانية.
- وصف المجسم الدوراني الناتج من دوران شكل مستوٍ حول محور معطى.
- تحديد أبعاد مجسم دوراني.
- إيجاد حجم المنشور ذي القاعدة المركّبة.

نتاجات التعلُّم القبلي:

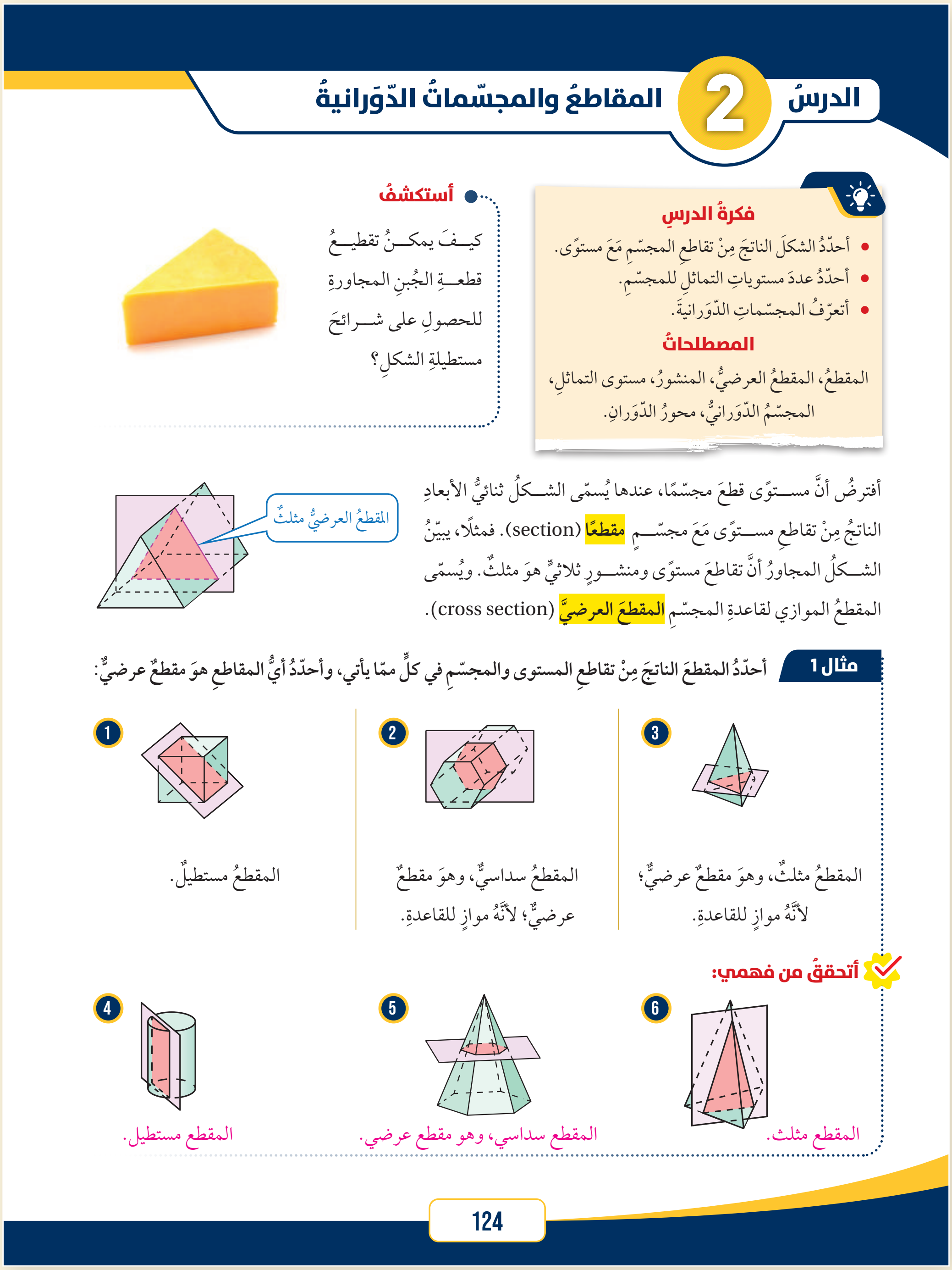
- الانعكاس في الأشكال ثنائية الأبعاد.
- محور الانعكاس في الأشكال ثنائية الأبعاد.
- الدوران في الأشكال ثنائية الأبعاد.
- مركز الدوران في الأشكال ثنائية الأبعاد.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة **بورقة المصادر 15: لوحة الهدف.**
- أطلب إلى المجموعات تحديد حرف من لوحة الهدف على كلّ ممّا يأتي:
  - » حرف ليس له أيّ محور تماثل.
  - » حرف له محور تماثل.
  - » حرف له محورا تماثل.
- أناقش الحلّ مع الصفّ كاملًا.



الدرسُ 2 المقاطعُ والمجسّماتُ الدّوَرانيةُ

فكرةُ الدرسِ

- أحدّدُ الشكلَ الناتجَ مِنْ تقاطعِ المجسّمِ مَعَ مستوًى.
- أحدّدُ عددَ مستوياتِ التماثلِ للمجسّمِ.
- أتعرّفُ المجسّماتِ الدّوَرانيةَ.

المصطلحاتُ

المقطعُ، المقطعُ العرضيُّ، المنشورُ، مستوى التماثلِ، المجسّمُ الدّوَرانيُّ، محورُ الدّوَرانِ.

أستكشفُ

كيفَ يمكنُ تقطيعُ قطعةِ الجُبنِ المجاورةِ للحصولِ على شرائحَ مستطيلةِ الشكلِ؟

أفترضُ أنَّ مستوًى قطعَ مجسّمًا، عندها يُسمّى الشكلُ ثنائيُّ الأبعادِ الناتجُ مِنْ تقاطعِ مستوًى مَعَ مجسّمٍ **مقطعًا** (section). فمثلًا، يبيّنُ الشكلُ المجاورُ أنَّ تقاطعَ مستوًى ومنشورٍ ثلاثيٍّ هوَ مثلثٌ. ويُسمّى المقطعُ الموازي لقاعدةِ المجسّمِ **المقطعَ العرضيَّ** (cross section).

المقطعُ العرضيُّ مثلثٌ

مثال 1 أحدّدُ المقطعَ الناتجَ مِنْ تقاطعِ المستوى والمجسّمِ في كلٍّ ممّا يأتي، وأحدّدُ أيَّ المقاطعِ هوَ مقطعٌ عرضيٌّ:

① المقطعُ مستطيلٌ.

② المقطعُ سداسيٌّ، وهوَ مقطعٌ عرضيٌّ؛ لأنَّهُ موازٍ للقاعدةِ.

③ المقطعُ مثلثٌ، وهوَ مقطعٌ عرضيٌّ؛ لأنَّهُ موازٍ للقاعدةِ.

أتحققُ من فهمي:

④ المقطع مستطيل.

⑤ المقطع سداسي، وهو مقطع عرضي.

⑥ المقطع مثلث.

124

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمّل الصورة المجاورة لها، ثمّ أسألهم:
  - » ما الأشكال التي تُصنَّع بها الجبنة؟ منشور رباعي، منشور ثلاثي.
  - » كيف يمكن تقطيع قطعة الجبن الظاهرة في الصورة إلى شرائح مثلثة الشكل؟ بتقطيعها بسكّين بشكل يوازي قاعدتها المثلثة.
  - » كيف يمكن تقطيع قطعة الجبن إلى شرائح مستطيلة؟ بتقطيعها بسكّين بشكل عمودي على قاعدتها المثلثة.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - » مَنْ يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

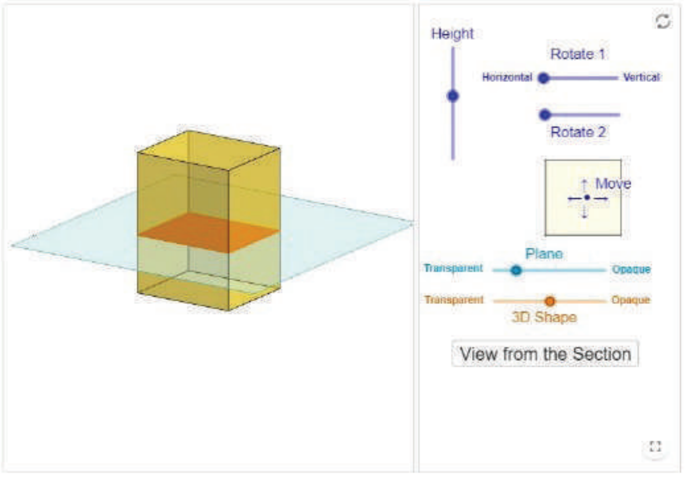
3 التدريس

مثال 1

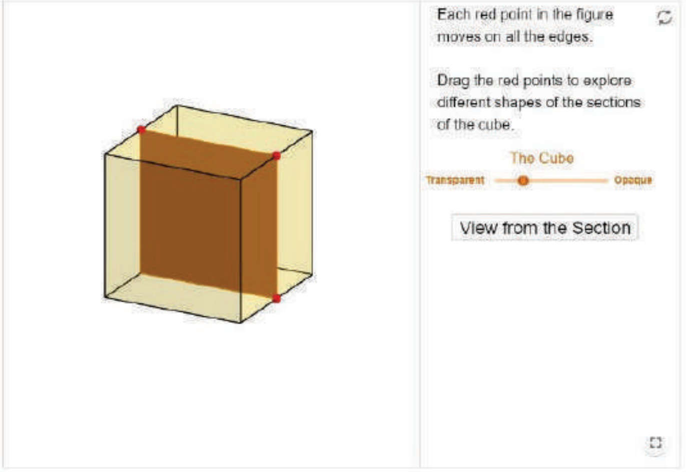
- أوضّح للطلبة المقصود بكلّ من: المقطع، والمقطع العرضي، وأذكر لهم أمثلة على ذلك.
- أقسّم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأطلب إلى المجموعات الدخول إلى الرابط الآتي (أو مسح الرمز المجاور):

https://www.geogebra.org/m/M5dZnUeH

- أطلب إلى الطلبة اختيار Sections of Rectangular Prisms (Cuboids) من القائمة الموجودة في الصفحة الرئيسة، لتظهر الشاشة الآتية:



- أحرّك المستوى الذي يقطع المجسم بأوضاع مختلفة، وأطلب إلى الطلبة تحديد شكل المقطع الناتج من تقاطع المستوى والمجسم في كلّ مرة، ثمّ أنقر على View from the Section لإظهار شكل المقطع، وأتحقّق من صحة إجابات الطلبة في كلّ مرة.
- أطلب إلى المجموعات استكشاف المؤشرات المختلفة الموجودة في الشاشة، وتحديد تأثير كلّ منها على وضع المستوى ومكانه بالنسبة إلى المجسم، ثمّ أطلب إليهم استكشاف مقاطع مختلفة، وألفت انتباههم إلى إمكانية النقر على ↻ لإعادة الشكل إلى وضعه الأصلي.
- أطلب إلى المجموعات العودة إلى الصفحة الرئيسة، واختيار Exploring Sections of Cubes من القائمة الموجودة في الصفحة الرئيسة، لتظهر الشاشة الآتية:



Each red point in the figure moves on all the edges.

Drag the red points to explore different shapes of the sections of the cube.

- أطلب إلى المجموعات تحريك النقاط الحمراء على حدود المكعب لتحريك المستوى الذي يقطع المجسم؛ لمحاكاة الشكل الوارد في الفرع 1 من المثال 1، ثمّ أسأل الطلبة:
- برأيكم، ما شكل المقطع الناتج من تقاطع المستوى مع المكعب؟ مستطيل، أو مربع.
- أطلب إلى المجموعات النقر على View from the Section لإظهار شكل المقطع والتحقّق من إجاباتهم.
- أطلب إلى المجموعات النقر على ↻ لإعادة الشكل إلى وضعه الأصلي، ثمّ أطلب إليهم تحريك المستوى بأوضاع مختلفة؛ لاستكشاف المقطع الناتج في كلّ مرة.
- أطلب إلى المجموعات استكشاف جميع مقاطع المجسمات الموجودة في الصفحة الرئيسة.
- أناقش حلّ الفرعين 2 و3 من المثال 1 مع الطلبة من دون استعمال البرمجية؛ للتحقّق من تمكّنهم من مفهوم المقطع.

إرشـاد: يُفضّل تنفيذ إجــراءات المثال 1 في مختبر الحاســوب في المدرســة، وفي حال لم يكن ذلك ممكنًا، فإنه يمكن توضيح نوع المقطع والمقطع العرضي للمجسمات باســتعمال مجسمات حقيقية مصنوعــة من الــورق أو الكرتون أو أي مجســمات أخرى مناسبة.

تنبيـه: أتجنّب مناقشة مقاطع الكرة؛ لأن ذلك سيناقَش في الدرس القادم.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربيــة واللغة الإنجليزيــة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

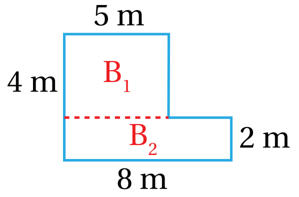
التقويم التكويني:

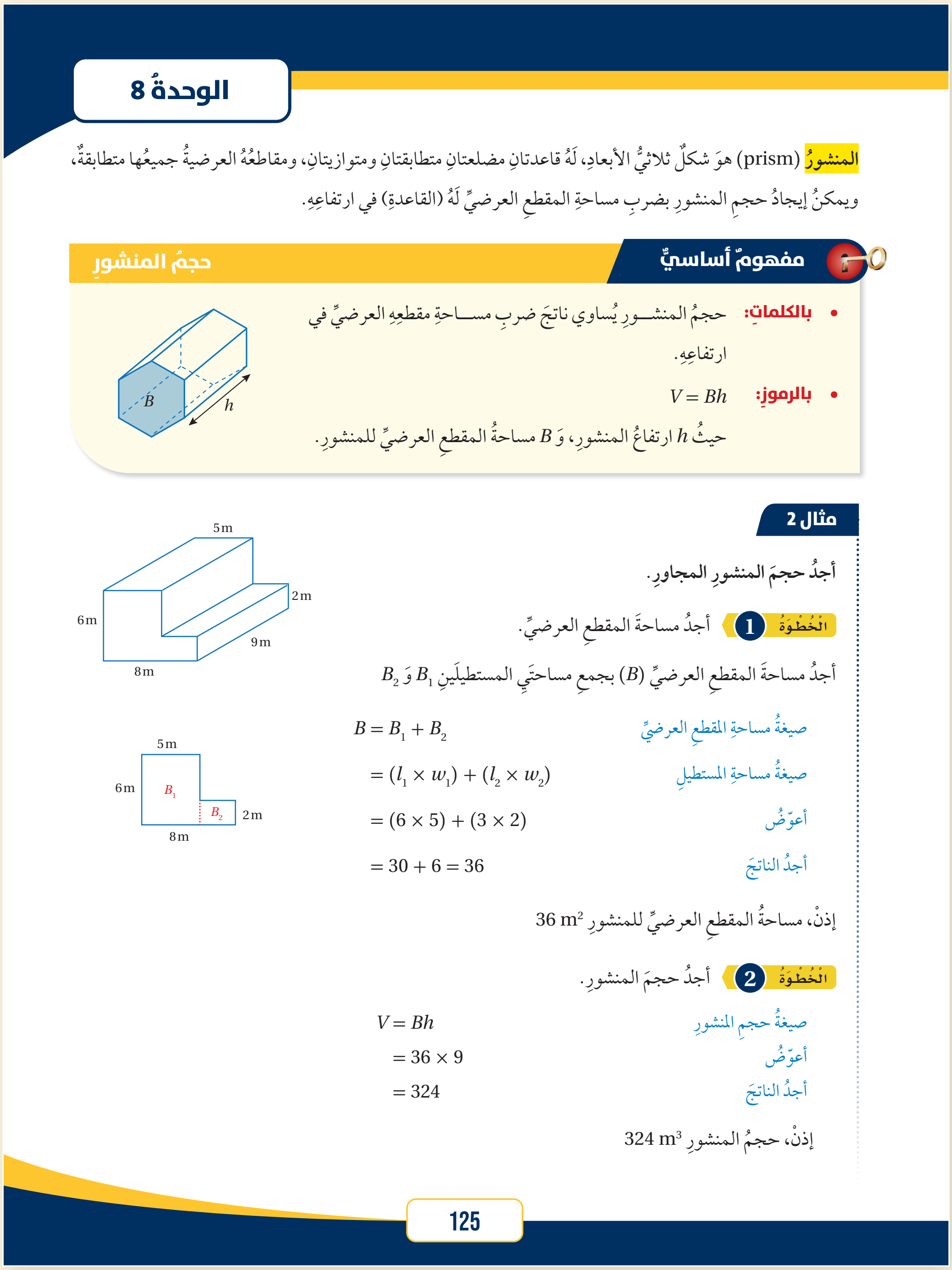
أطلب إلى الطلبة حــلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أناقش مفهوم المنشــور مع الطلبــة، وأعطي لهم أمثلة على ذلك مثل: منشور ثلاثي، رباعي، خماسي، ....
- أناقــش مــع الطلبــة صيغــة إيجــاد حجــم المنشــور بالكلمـات والرموز الوارد ذِكْرها في صندوق (مفهوم أساسي).
- أناقش حلّ مثال 2، وأؤكّد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.

إرشـاد: أوضّح للطلبة أنّه يمكن تقسيم المقطع العرضي بشكل مختلف عمّا فــي المثال كما في الشكل المجاور.





الوحدةُ 8

المنشورُ (prism) هوَ شكلٌ ثلاثيُّ الأبعادِ، لَهُ قاعدتانِ مضلعتانِ متطابقتانِ ومتوازيتانِ، ومقاطعُهُ العرضيةُ جميعُها متطابقةٌ، ويمكنُ إيجادُ حجمِ المنشورِ بضربِ مساحةِ المقطعِ العرضيِّ لَهُ (القاعدةِ) في ارتفاعِهِ.

مفهومٌ أساسيٌّ **حجمُ المنشورِ**

- **بالكلماتِ:** حجمُ المنشــورِ يُساوي ناتجَ ضربِ مســاحةِ مقطعِهِ العرضيِّ في ارتفاعِهِ.
- **بالرموزِ:** $V = Bh$

حيثُ h ارتفاعُ المنشورِ، وَ B مساحةُ المقطعِ العرضيِّ للمنشورِ.

مثال 2

أجدُ حجمَ المنشورِ المجاورِ.

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ مساحةَ المقطعِ العرضيِّ.

أجدُ مساحةَ المقطعِ العرضيِّ (B) بجمعِ مساحتَيِ المستطيلَينِ B_1 وَ B_2

صيغةُ مساحةِ المقطعِ العرضيِّ	$B = B_1 + B_2$
صيغةُ مساحةِ المستطيلِ	$= (l_1 \times w_1) + (l_2 \times w_2)$
أعوّضُ	$= (6 \times 5) + (3 \times 2)$
أجدُ الناتجَ	$= 30 + 6 = 36$

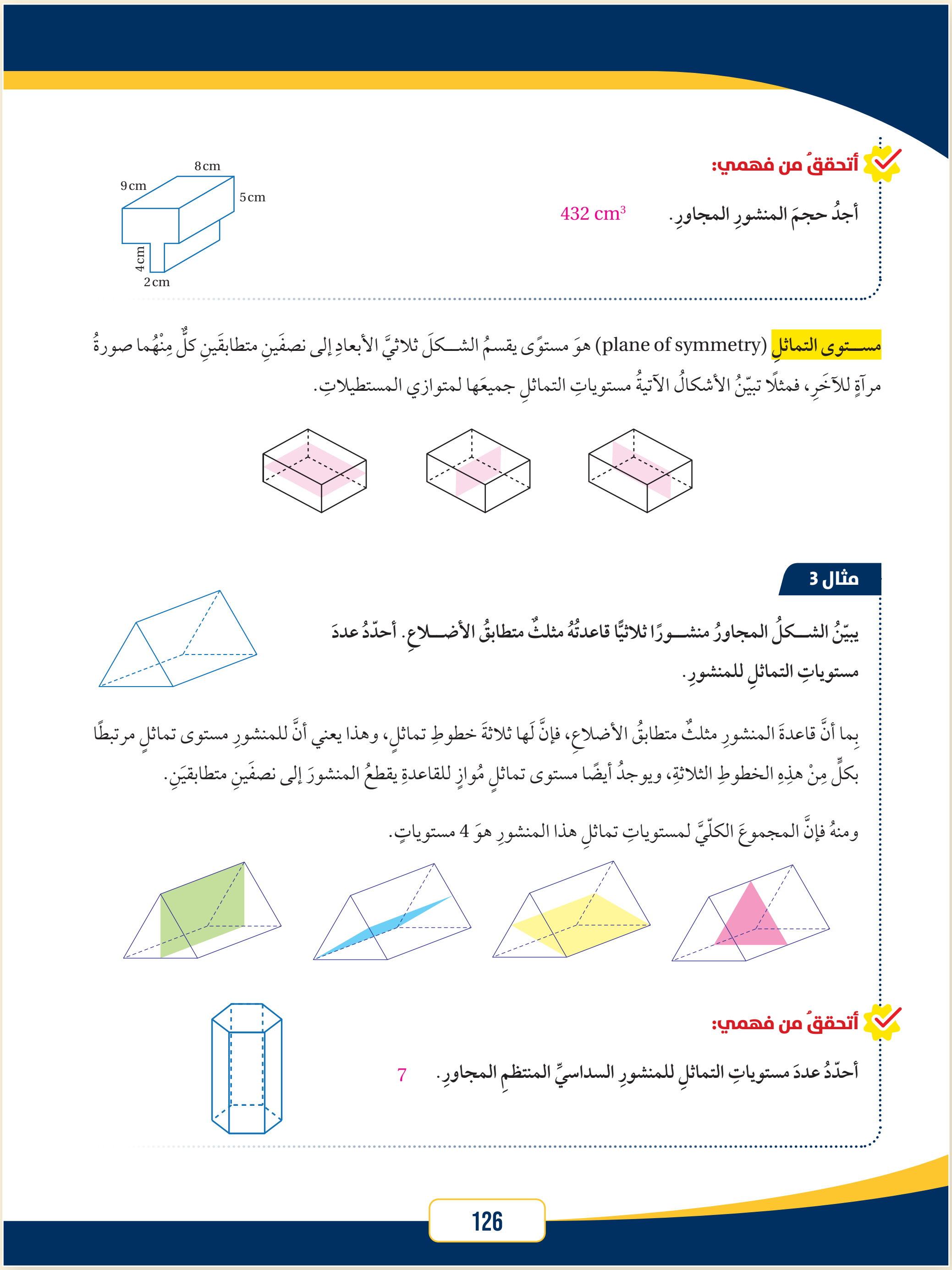
إذنْ، مساحةُ المقطعِ العرضيِّ للمنشورِ $36\ m^2$

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ حجمَ المنشورِ.

صيغةُ حجمِ المنشورِ	$V = Bh$
أعوّضُ	$= 36 \times 9$
أجدُ الناتجَ	$= 324$

إذنْ، حجمُ المنشورِ $324\ m^3$

أخطاء شائعة: يظنّ بعض الطلبة خطأً أن قاعدة المنشــور يجب أن تكون مضلعًا منتظمًا؛ لذا أؤكّد باستمرار أنّه يمكن أن تكون القاعدتان أيَّ مضلع بشرط أن تكونا متطابقتين ومتوازيتين.



أتحققُ من فهمي:

أجدُ حجمَ المنشورِ المجاورِ. 432 cm³

مســتوى التماثلِ (plane of symmetry) هوَ مستوًى يقسمُ الشــكلَ ثلاثيَّ الأبعادِ إلى نصفَينِ متطابقَينِ كلٌّ مِنْهُما صورةُ مرآةٍ للآخَرِ، فمثلًا تبيّنُ الأشكالُ الآتيةُ مستوياتِ التماثلِ جميعَها لمتوازي المستطيلاتِ.

مثال 3

يبيّنُ الشــكلُ المجاورُ منشــورًا ثلاثيًّا قاعدتُهُ مثلثٌ متطابقُ الأضــلاعِ. أحدّدُ عددَ مستوياتِ التماثلِ للمنشورِ.

بِما أنَّ قاعدةَ المنشورِ مثلثٌ متطابقُ الأضلاعِ، فإنَّ لَها ثلاثةَ خطوطِ تماثلٍ، وهذا يعني أنَّ للمنشورِ مستوى تماثلٍ مرتبطًا بكلٍّ مِنْ هذِهِ الخطوطِ الثلاثةِ، ويوجدُ أيضًا مستوى تماثلٍ مُوازٍ للقاعدةِ يقطعُ المنشورَ إلى نصفَينِ متطابقَينِ.

ومنهُ فإنَّ المجموعَ الكلّيَّ لمستوياتِ تماثلِ هذا المنشورِ هوَ 4 مستوياتٍ.

أتحققُ من فهمي:

أحدّدُ عددَ مستوياتِ التماثلِ للمنشورِ السداسيِّ المنتظمِ المجاورِ. 7

126

مثال 3

- أعرض أمام الطلبة متوازي مستطيلات، مثل: صندوق أغذية، أو صندوق مناديل ورقية، ثمّ أوضّح لهم كيف يمكن وضع مرآة مستوية تمرّ في مركز الصندوق وتوازي وجهين متوازيين فيه، بحيث ينعكس أحد نصفي الصندوق على نصفه الآخر تمامًا.
- أسأل الطلبة: بكم طريقة يمكن عمل ذلك؟ لماذا؟ 3 طرائق، بعدد أزواج الأوجه المتوازية في متوازي المستطيلات.
- أوضّح للطلبة أن المرآة تمثّل مستوى تماثل، ثمّ أوضّح لهم المقصود بمستوى التماثل، وأقدّم لهم أمثلة على ذلك.
- أناقش مع الطلبة حلّ المثال 3.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- يمكن عرض منشور ثلاثي شفّاف أمام الطلبة؛ لتوضيح عدد مستويات التماثل للمنشور الثلاثي.
- يمكن الاستفادة من عدد محاور التماثل لقاعدة المجسم لتحديد عدد مستويات التماثل للمجسم.

أخطاء شائعة:

قد يظنّ الطلبة خطأً أن المستوى الذي يحوي حرفين متقابلين من متوازي المستطيلات يشكّل مستوى تماثل. أوضّح للطلبة أن مستوى التماثل يجب أن يقسّم الشكل ثلاثي الأبعاد إلى نصفين متطابقين كلّ منهما صورة مرآة للآخر.

هذا الخطأ يشبه خطأ الظنّ بأنّ قطر المستطيل محور تماثل.

مثال 4

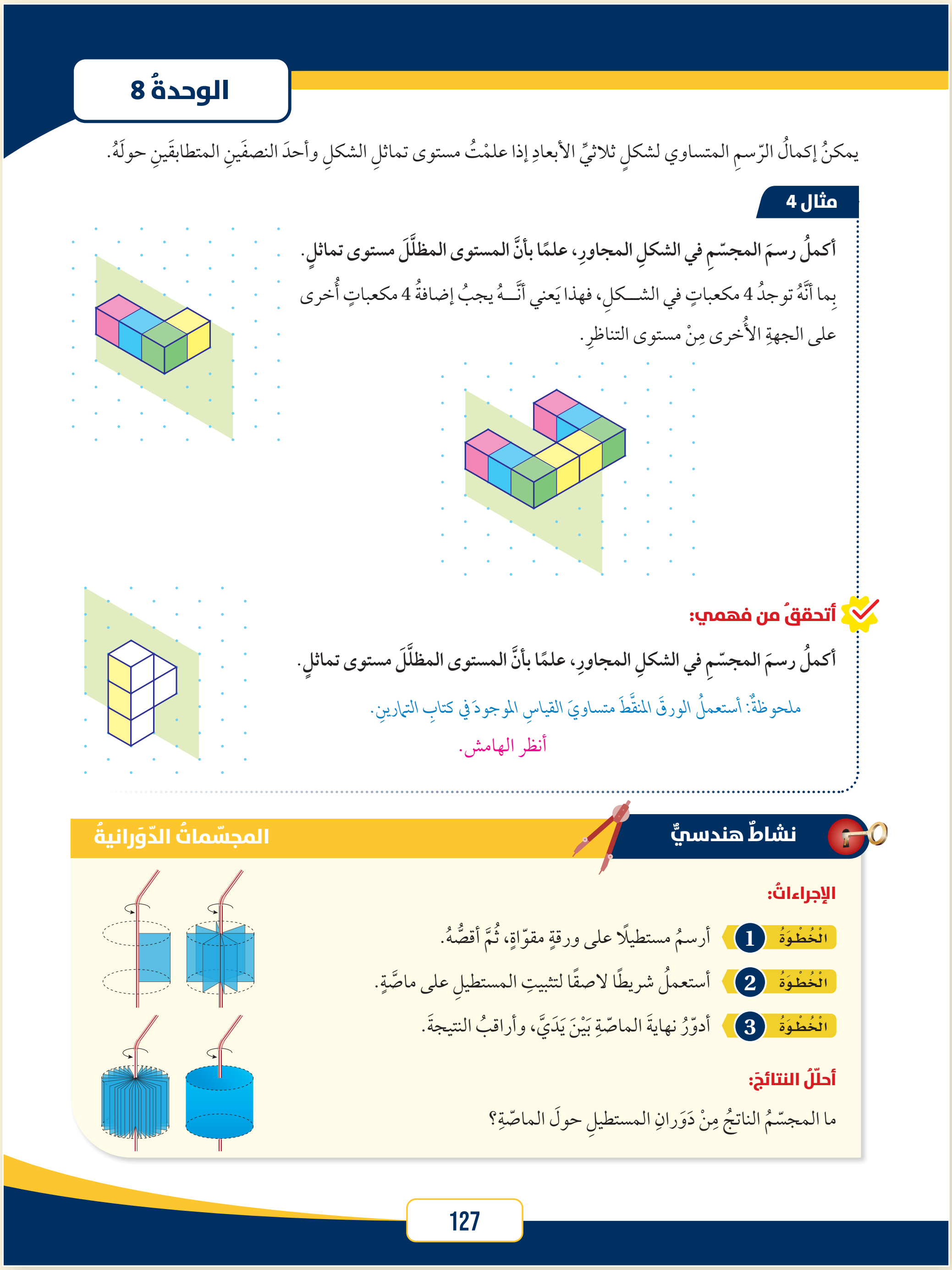
- أوضّح للطلبة أن من فوائد مستويات التماثل في المجسمات: إكمال الرسم المتساوي لشكل ثلاثي الأبعاد إذا عُرِفَ مستوى تماثل له وأحد نصفيه المتطابقين حول هذا المستوى.
- أناقش حلّ المثال 4 مع الطلبة على اللوح، وأؤكّد أن عدد المكعبات على جهتي مستوى التماثل متساويان.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

✓ **إرشاد:** يمكن مناقشة المثال مع الطلبة باستعمال أداة الرسم المتساوي، وفي حال لم يكن ذلك ممكنًا، فإنه يمكن استعمال لوح متنقّل خاص بالورق المنقّط متساوي القياس لشرح المثال.

نشاط هندسي: المجسمات الدورانية

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة بقطعة كرتون مستطيلة الشكل، وماصّة، ولاصق.
- أطلب إلى المجموعات تنفيذ النشاط الهندسي الوارد في الصفحة 127 من كتاب الطالب.
- أختار أحد أفراد المجموعات، وأطلب إليه عرض النشاط أمام الطلبة، ثمّ أسأل الطلبة:
  - » ما المجسم الناتج من دوران قطعة الكرتون مستطيلة الشكل حول الماصة؟ أسطوانة.

✓ **إرشاد:** أطلب إلى أفراد المجموعات توزيع الأدوار في ما بينهم أثناء تنفيذ النشاط، فمثلًا يثبّت أحد فردي المجموعة قطعة الكرتون على الماصّة الملتصقة، ثم يدوّر الفرد الآخر نهاية الماصّة بيديه.



الوحدةُ 8

يمكنُ إكمالُ الرّسمِ المتساوي لشكلٍ ثلاثيِّ الأبعادِ إذا علمْتُ مستوى تماثلِ الشكلِ وأحدَ النصفَينِ المتطابقَينِ حولَهُ.

مثال 4

أكملُ رسمَ المجسّمِ في الشكلِ المجاورِ، علمًا بأنَّ المستوى المظلَّلَ مستوى تماثلٍ.

بما أنَّهُ توجدُ 4 مكعباتٍ في الشكلِ، فهذا يَعني أنَّهُ يجبُ إضافةُ 4 مكعباتٍ أُخرى على الجهةِ الأُخرى مِنْ مستوى التناظرِ.

أتحقّقُ من فهمي:

أكملُ رسمَ المجسّمِ في الشكلِ المجاورِ، علمًا بأنَّ المستوى المظلَّلَ مستوى تماثلٍ.

ملحوظةٌ: أستعملُ الورقَ المنقَّطَ متساويَ القياسِ الموجودَ في كتابِ التمارينِ.

أنظر الهامش.

نشاطٌ هندسيٌّ — **المجسّماتُ الدّوَرانيةُ**

الإجراءاتُ:

الخُطوةُ 1 أرسمُ مستطيلًا على ورقةٍ مقوّاةٍ، ثُمَّ أقصُّهُ.

الخُطوةُ 2 أستعملُ شريطًا لاصقًا لتثبيتِ المستطيلِ على ماصَّةٍ.

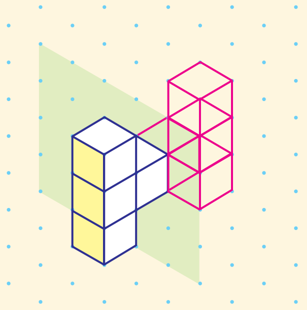
الخُطوةُ 3 أدوّرُ نهايةَ الماصّةِ بَيْنَ يَدَيَّ، وأراقبُ النتيجةَ.

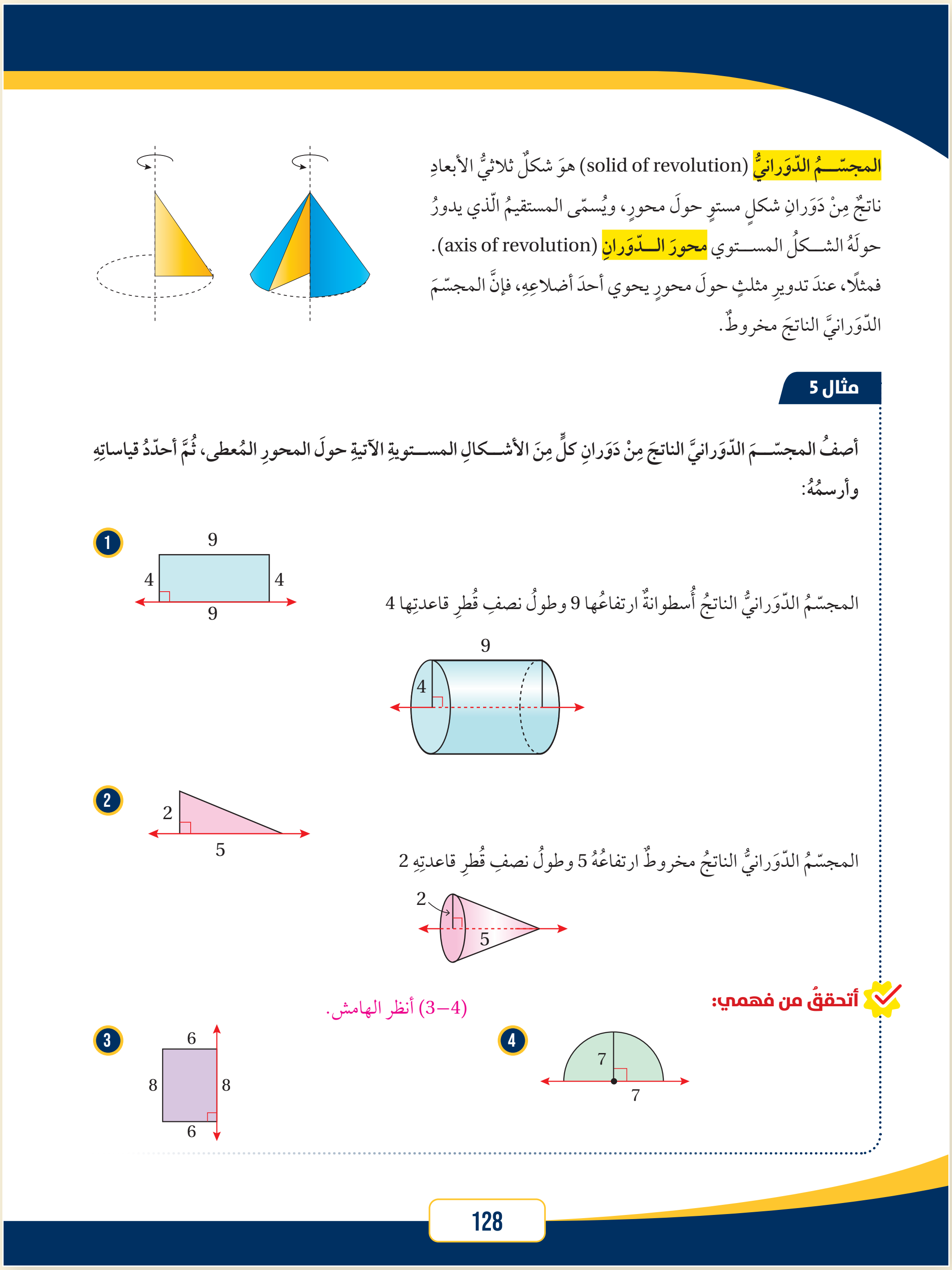
أحلّلُ النتائجَ:

ما المجسّمُ الناتجُ مِنْ دَوَرانِ المستطيلِ حولَ الماصّةِ؟

127

إجابة – (أتحقّق من فهمي 4):





المجسّـــمُ الدّوَرانيُّ (solid of revolution) هوَ شكلٌ ثلاثيُّ الأبعادِ ناتجٌ مِنْ دَوَرانِ شكلٍ مستوٍ حولَ محورٍ، ويُسمّى المستقيمُ الّذي يدورُ حولَهُ الشــكلُ المســتوي **محورَ الــدّوَرانِ** (axis of revolution).

فمثلًا، عندَ تدويرِ مثلثٍ حولَ محورٍ يحوي أحدَ أضلاعِهِ، فإنَّ المجسّمَ الدّوَرانيَّ الناتجَ مخروطٌ.

مثال 5

أصفُ المجسّـــمَ الدّوَرانيَّ الناتجَ مِنْ دَوَرانِ كلٍّ مِنَ الأشــكالِ المســتويةِ الآتيةِ حولَ المحورِ المُعطى، ثُمَّ أحدّدُ قياساتِهِ وأرسمُهُ:

1

المجسّمُ الدّوَرانيُّ الناتجُ أُسطوانةٌ ارتفاعُها 9 وطولُ نصفِ قُطرِ قاعدتِها 4

2

المجسّمُ الدّوَرانيُّ الناتجُ مخروطٌ ارتفاعُهُ 5 وطولُ نصفِ قُطرِ قاعدتِهِ 2

أتحقّقُ من فهمي:

(3–4) أنظر الهامش.

3

4

مثال 5

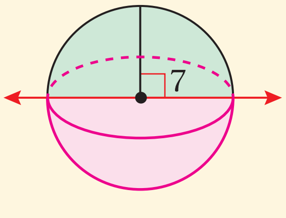
- أقـدّم مفهـوم المجسّـم الدورانـي ومحور الـدوران، وأستعين بالأسطوانة التي نتجت من دوران المستطيل في النشاط السابق.
- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأطلب إليهم قراءة مثـال 5 ومناقشـة حلّـه، ثمّ أكلّـف مندوبًـا عن إحدى المجموعـات بحـلّ المثال على اللوح، ومناقشـته مع الصف بأكمله.
- أطلـب تبريـر النتائـج وخاصـة فـي مـا يتعلـق بأبعـاد المجسّم الدوراني وأبعاد الشكل الأصلي المدوَّر.
- إن لـزم الأمـر، أناقـش الطلبـة فـي مزيد مـن الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المســتوى دون المتوسط صعوبة في وصف المجســم الدورانــي الناتج من وصف الأشــكال المســتوية؛ لذا يمكن نمذجة المسائل بطريقة مشابهة للنشاط الهندسي.

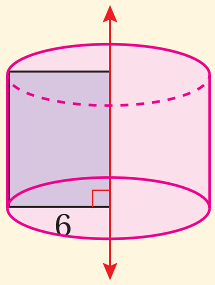
إجابات – (أتحقّق من فهمي 5):

4)



المجسّم الدوراني الناتج: كرة طول نصف قطرها 7

3)



المجسّم الدوراني الناتج: أسطوانة ارتفاعها 8 وطول نصف قطر قاعدتها 6

4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

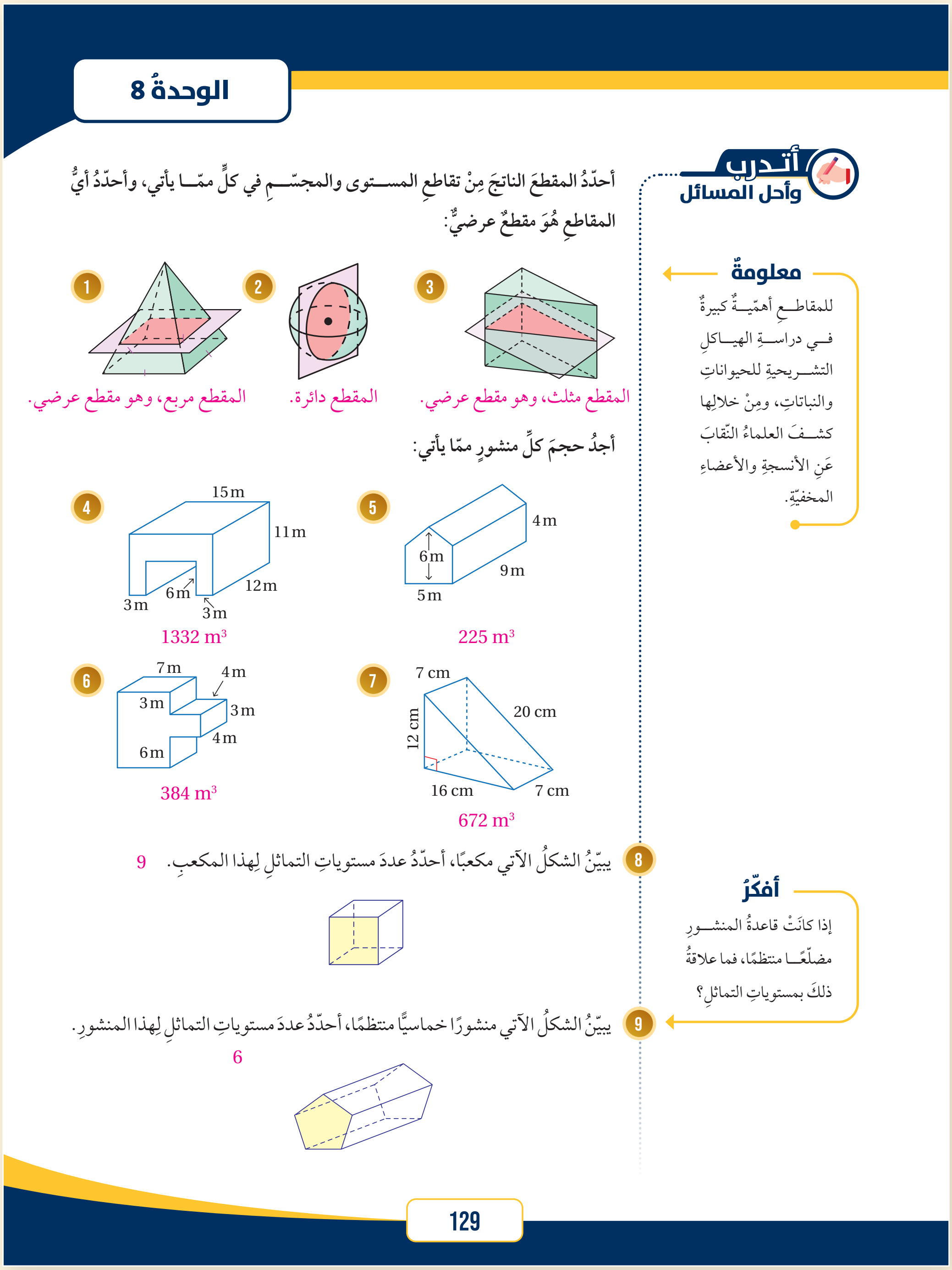
- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (15– 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

✓ **إرشاد:** أوجّه الطلبة إلى قراءة المعلومة المرتبطة بالأسئلة (3 – 1) حول أهمية المقاطع العرضية في دراسة الحيوانات والنباتات.

توسعة: في السؤال 17، أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة (الإنترنت) عن خصائص الفولاذ ومجالات استخدامه، وكتابة فقرة قصيرة عن ذلك.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.



أتدرب وأحل المسائل

أحدّدُ المقطعَ الناتجَ مِنْ تقاطعِ المستوى والمجسّمِ في كلٍّ ممّا يأتي، وأحدّدُ أيُّ المقاطعِ هُوَ مقطعٌ عرضيٌّ:

① المقطع مربع، وهو مقطع عرضي.

② المقطع دائرة.

③ المقطع مثلث، وهو مقطع عرضي.

معلومةٌ

للمقاطعِ أهمّيةٌ كبيرةٌ في دراسةِ الهياكلِ التشريحيةِ للحيواناتِ والنباتاتِ، ومِنْ خلالِها كشفَ العلماءُ النّقابَ عَنِ الأنسجةِ والأعضاءِ المخفيّةِ.

أجدُ حجمَ كلِّ منشورٍ ممّا يأتي:

④ $1332\ m^3$

⑤ $225\ m^3$

⑥ $384\ m^3$

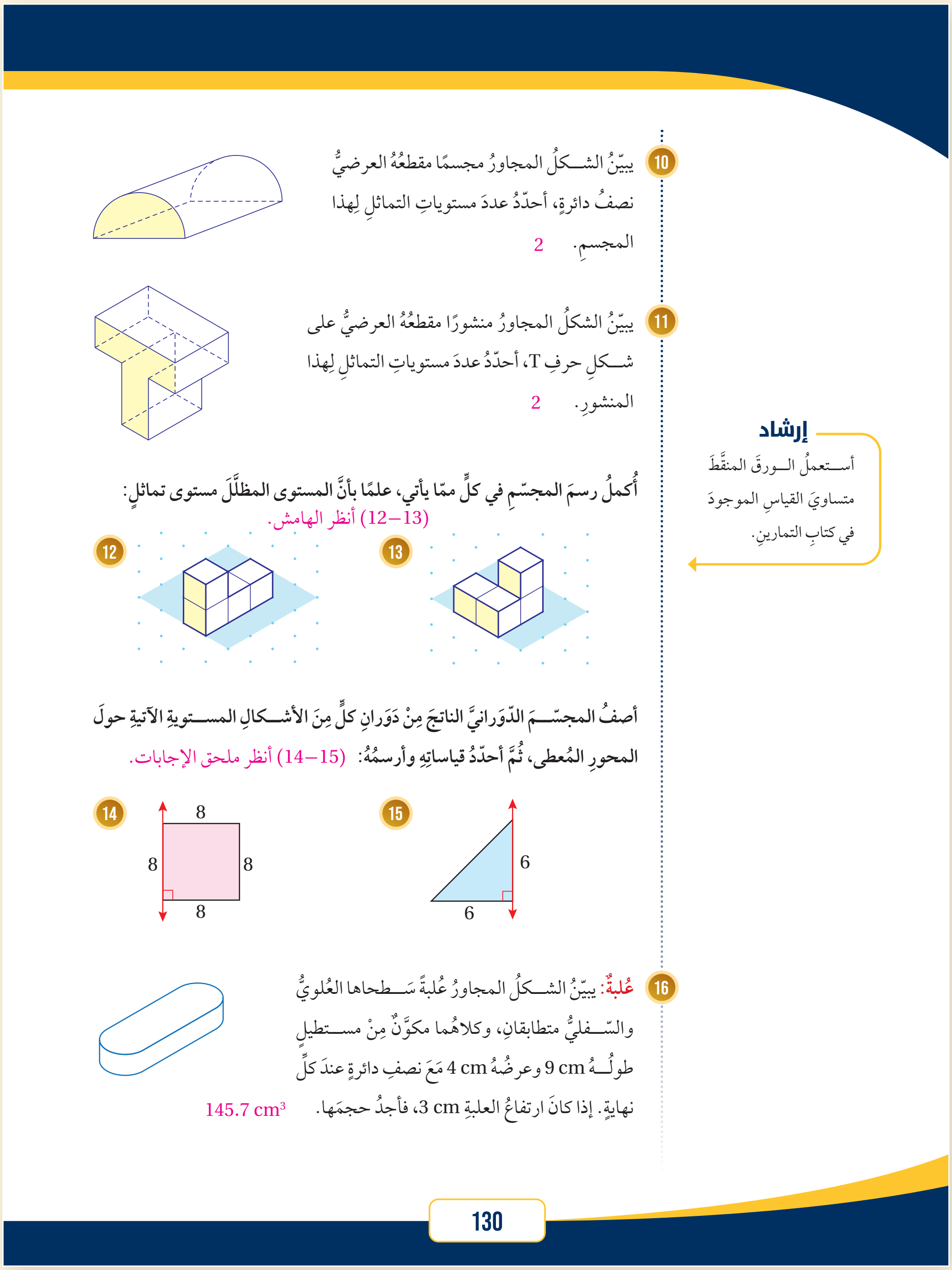
⑦ $672\ m^3$

⑧ يبيّنُ الشكلُ الآتي مكعبًا، أحدّدُ عددَ مستوياتِ التماثلِ لِهذا المكعبِ. 9

⑨ يبيّنُ الشكلُ الآتي منشورًا خماسيًّا منتظمًا، أحدّدُ عددَ مستوياتِ التماثلِ لِهذا المنشورِ. 6

أفكّرُ

إذا كانَتْ قاعدةُ المنشورِ مضلّعًا منتظمًا، فما علاقةُ ذلكَ بمستوياتِ التماثلِ؟



⑩ يبيّنُ الشــكلُ المجاورُ مجسمًا مقطعُهُ العرضيُّ نصفُ دائرةٍ، أحدّدُ عددَ مستوياتِ التماثلِ لِهذا المجسمِ. 2

⑪ يبيّنُ الشكلُ المجاورُ منشورًا مقطعُهُ العرضيُّ على شــكلِ حرفِ T، أحدّدُ عددَ مستوياتِ التماثلِ لِهذا المنشورِ. 2

إرشاد

أســتعملُ الــورقَ المنقَّطَ متساويَ القياسِ الموجودَ في كتابِ التمارينِ.

أُكملُ رسمَ المجسّمِ في كلٍّ ممّا يأتي، علمًا بأنَّ المستوى المظلَّلَ مستوى تماثلٍ: (12–13) أنظر الهامش.

⑫ ⑬

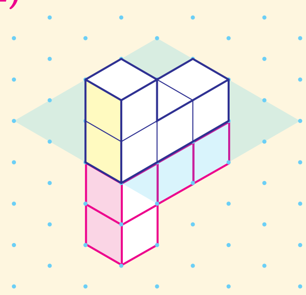
أصفُ المجسّــمَ الدّوَرانيَّ الناتجَ مِنْ دَوَرانِ كلٍّ مِنَ الأشــكالِ المســتويةِ الآتيةِ حولَ المحورِ المُعطى، ثُمَّ أحدّدُ قياساتِهِ وأرسمُهُ: (14–15) أنظر ملحق الإجابات.

⑭ ⑮

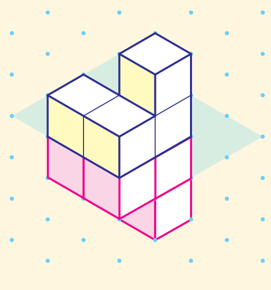
⑯ **عُلبةٌ:** يبيّنُ الشــكلُ المجاورُ عُلبةً سَــطحاها العُلويُّ والسّــفليُّ متطابقانِ، وكلاهُما مكوَّنٌ مِنْ مســتطيلٍ طولُــهُ 9 cm وعرضُهُ 4 cm مَعَ نصفِ دائرةٍ عندَ كلِّ نهايةٍ. إذا كانَ ارتفاعُ العلبةِ 3 cm، فأجدُ حجمَها. $145.7\ cm^3$

إجابات – (أتدرب وأحل المسائل):

12)



13)



مهارات التفكير العليا

- أوجّـه الطلبـة إلـى بنـد (**مهـارات التفكير العليـا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (21 – 18).
- أرصـد أيّة أفكار غيـر تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

الواجب المنزلي:

أسـتعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 17 ,16 كتاب التمارين: (4 – 1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (19 – 17) كتاب التمارين: (5 – 1)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (21 – 18) كتاب التمارين: (6 – 3)

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

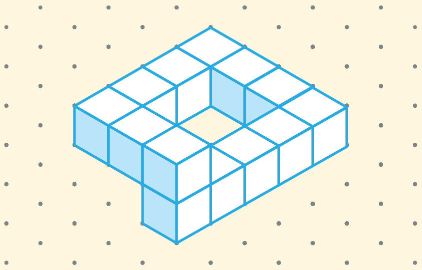
- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤال الإثرائي الآتي:
  - يبيّن الشكل المجاور مجسمًا مكوّنًا من 5 مكعبات وحدة. أضيف إلى المجسم مكعبًا سادسًا بحيث يصبح للمجسم:

  - مستوى تماثل واحد.
  - مستويا تماثل.
  - 3 مستويات تماثل.

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

نشاط التكنولوجيا

- أعرض الشكل الآتي على الطلبة، وأُخبرهم أن المجسم الظاهر فيها يُسمّى شكلًا مستحيلًا (impossible object)، وأوضّح لهم أن الشكل المستحيل هو نوع من أنواع الخداع البصري، وهو شكل ثنائي الأبعاد يُفسَّر بصريًّا على أنه شكل ثلاثي الأبعاد، ولكن وجوده هندسيًّا غير ممكن.



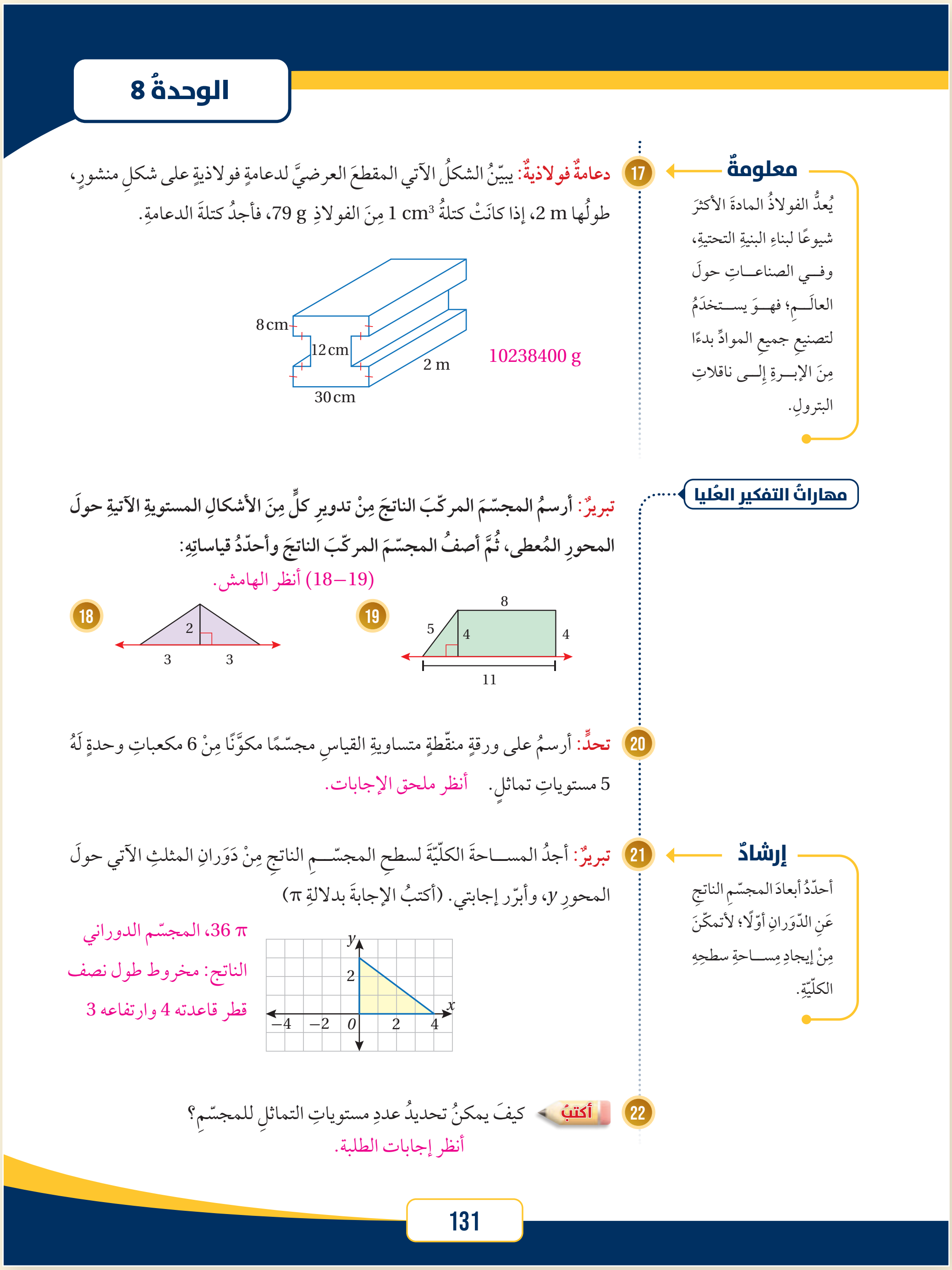
- أطلب إلى الطلبة البحث عن صور لأشكال مستحيلة في شبكة (الإنترنت).
- أطلب إلى الطلبة رسم الشكل المستحيل الخاص بهم على الورق المنقّط متساوي القياس.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (7 – 4) من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:
  - » ما عدد مستويات التماثل لمتوازي مستطيلات قاعدته مربعة؟ أبرّر إجابتي. 3 ؛ لأن كلّ مستوى يصل بين منتصفي وجهين متوازيين يشكل مستوى تماثل.



الوحدةُ 8

معلومةٌ
يُعدُّ الفولاذُ المادةَ الأكثرَ شيوعًا لبناءِ البنيةِ التحتيةِ، وفي الصناعاتِ حولَ العالَمِ؛ فهوَ يستخدَمُ لتصنيعِ جميعِ الموادِّ بدءًا مِنَ الإبرةِ إلى ناقلاتِ البترولِ.

17 **دعامةٌ فولاذيةٌ:** يبيّنُ الشكلُ الآتي المقطعَ العرضيَّ لدعامةٍ فولاذيةٍ على شكلِ منشورٍ، طولُها 2 m، إذا كانَتْ كتلةُ 1 cm³ مِنَ الفولاذِ 79 g، فأجدُ كتلةَ الدعامةِ.

10238400 g

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: أرسمُ المجسّمَ المركّبَ الناتجَ مِنْ تدويرِ كلٍّ مِنَ الأشكالِ المستويةِ الآتيةِ حولَ المحورِ المُعطى، ثُمَّ أصفُ المجسّمَ المركّبَ الناتجَ وأحدّدُ قياساتِهِ:

(18–19) أنظر الهامش.

18

19

20 **تحدٍّ:** أرسمُ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ مجسّمًا مكوّنًا مِنْ 6 مكعباتٍ وحدةٍ لَهُ 5 مستوياتِ تماثلٍ. أنظر ملحق الإجابات.

إرشادٌ
أحدّدُ أبعادَ المجسّمِ الناتجِ عَنِ الدّوَرانِ أوّلًا؛ لأتمكّنَ مِنْ إيجادِ مساحةِ سطحِهِ الكلّيّةِ.

21 **تبريرٌ:** أجدُ المساحةَ الكلّيّةَ لسطحِ المجسّمِ الناتجِ مِنْ دَوَرانِ المثلثِ الآتي حولَ المحورِ y، وأبرّر إجابتي. (أكتبُ الإجابةَ بدلالةِ π)

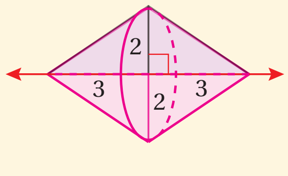
$36\ \pi$، المجسّم الدوراني الناتج: مخروط طول نصف قطر قاعدته 4 وارتفاعه 3

22 **أكتبُ** كيفَ يمكنُ تحديدُ عددِ مستوياتِ التماثلِ للمجسّمِ؟
أنظر إجابات الطلبة.

131

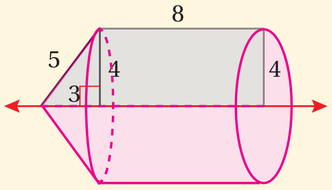
إجابات – (أتدرب وأحل المسائل):

18)



المجسّم الدوراني الناتج: مخروطان متماثلان قاعدتاهما ملتصقتان ورأساهما باتجاهين مختلفين. طول نصف قطر قاعدة كلّ مخروط 2 وارتفاعه 3

19)



المجسّم الدوراني الناتج: أسطوانة يعلوها مخروط.

طول نصف قطر كلٍّ من الأسطوانة وقاعدة المخروط 4، ارتفاع الأسطوانة 8، ارتفاع المخروط 3 وارتفاعه الجانبي 5

الدرسُ 3 حجمُ الكرةِ ومساحةُ سطحِها

فكرةُ الدرسِ

أجدُ مساحةَ سطحِ الكرةِ وحجمَها.

المصطلحاتُ

الكرةُ، الدائرةُ الكُبرى، نصفُ الكرةِ.

أستكشفُ

كَمْ سنتيمترًا مربعًا مِنَ الجلدِ يلزمُ لصنعِ الكرةِ المجاورةِ؟

الكرةُ (sphere) هِيَ مجموعةُ النِّقاطِ جميعِها في الفضاءِ الّتي تبعدُ بُعدًا ثابتًا عَنْ نقطةٍ معلومةٍ تُسمّى مركزَ الكرةِ.

- نصفُ قُطرِ الكرةِ هوَ قطعةٌ مستقيمةٌ تصلُ بَيْنَ مركزِ الكرةِ وأيِّ نقطةٍ على الكرةِ.
- وَتَرُ الكرةِ هوَ قطعةٌ مستقيمةٌ طرَفاها أيُّ نقطتَينِ على الكرةِ.
- قُطرُ الكرةِ وَتَرٌ يمرُّ في المركزِ.

يمكنُ إيجادُ صيغةٍ لمساحةِ سطحِ الكرةِ بِقَصِّ كرةٍ كَما في الشكلِ أدناهُ وملاحظةِ القطعتَينِ اللّتَينِ تتكوّنُ منهُما.

ألاحظُ أنَّ كلَّ قطعةٍ مكوَّنةٌ تقريبًا مِنْ دائرتَينِ متطابقتَينِ متّصلتَينِ، ممّا يعني أنَّ الكرةَ بأكملِها مكوّنةٌ مِنْ 4 دوائرَ متطابقةٍ تقريبًا طولُ نصفِ قُطرِ كلٍّ مِنْها r، وبما أنَّ مساحةَ الدائرةِ $A = \pi r^2$، فإنَّ مساحةَ القطعِ الّتي تتكوّنُ مِنْها الكرةُ تُساوي $4\pi r^2$، وهذِهِ هِيَ الصيغةُ العامّةُ لمساحةِ سطحِ الكرةِ.

مساحةُ كلِّ دائرةٍ تُساوي πr^2 تقريبًا

132

الدرس 3

نتاجات الدرس:

- إيجاد مساحة سطح الكرة.
- إيجاد حجم الكرة.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- إيجاد مساحة الدائرة.
- إيجاد حجم المنشور ومساحة سطحه.
- إيجاد حجم المخروط، ومساحة سطحه.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أضع على الطاولة أمام الطلبة: كرة قدم، وحبّة برتقال، وكرة تنس طاولة، ثمّ أسألهم:

» ما الصفة المشتركة بين هذه المجسمات؟ كلّ منها على شكل كرة.

» ما الاختلافات بين المجسمات؟ ستختلف إجابات الطلبة، إجابة محتملة: تختلف المجسمات في الحجم.

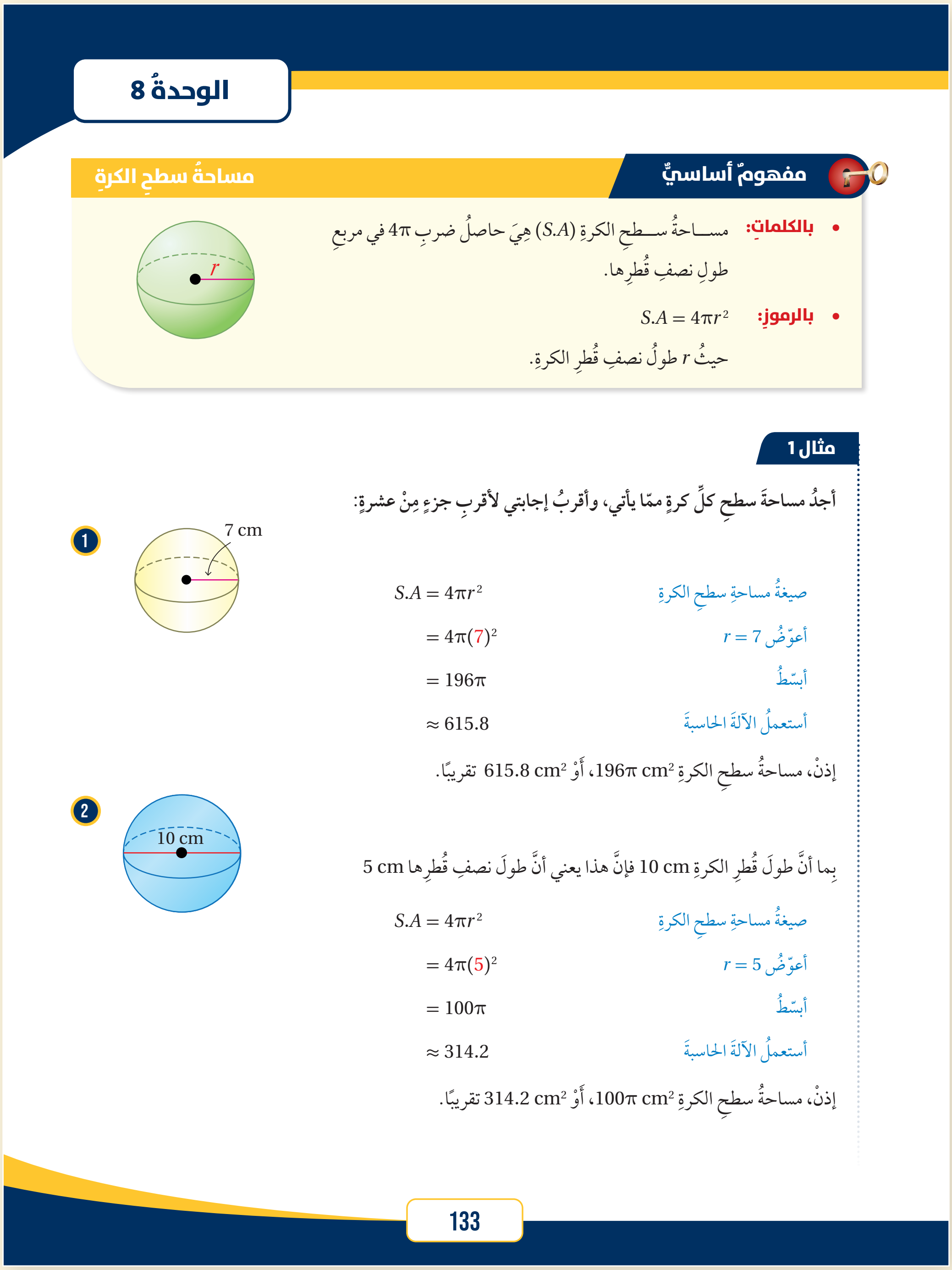
2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، وتأمّل الصورة المجاورة لها، ثمّ أسألهم:
  - » أين تُستعمَل هذه الكرة؟ في لعبة كرة القدم.
  - » هل توجد كرات تُستعمَل في ألعاب أخرى؟ ما الأمثلة على ذلك؟ نعم، توجد، مثلًا: كرة السلة، كرة الطائرة، كرة اليد، كرة التنس الأرضي.
  - » كم سنتيمترًا مربعًا من الجلد نحتاج إليه لصنع الكرة الظاهرة في الصورة؟
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - » مَنْ يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أوضّح للطلبة المفهوم الرياضي للكرة، وعناصرها بالاستعانة بما ورد في كتاب الطالب.
- أسأل الطلبة السؤال الآتي:
  - » ما صيغة حساب مساحة الدائرة؟ $A = \pi r^2$
- أستمع لإجابات الطلبة، ثمّ أكتب صيغة مساحة الدائرة على اللوح.
- أناقش الطلبة في طريقة التوصل إلى صيغة حساب مساحة سطح الكرة باستعمال كرة يمكن فتحها، وملاحظة أن سطح الكرة مكوَّن من أربع دوائر متطابقة تقريبًا، ثمّ أكتب الصيغة بالكلمات والرموز كما ورد ذِكْرها في صندوق (مفهوم أساسي) في كتاب الطالب.
- أناقش مع الطلبة حلّ المثال 1 على اللوح؛ وأؤكّد ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.



الوحدةُ 8

مفهومٌ أساسيٌّ **مساحةُ سطحِ الكرةِ**

- **بالكلماتِ:** مساحةُ سطحِ الكرةِ (S.A) هِيَ حاصلُ ضربِ 4π في مربعِ طولِ نصفِ قُطرِها.
- **بالرموزِ:** $S.A = 4\pi r^2$

حيثُ r طولُ نصفِ قُطرِ الكرةِ.

مثال 1

أجدُ مساحةَ سطحِ كلِّ كرةٍ ممّا يأتي، وأقربُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ:

1

$S.A = 4\pi r^2$ صيغةُ مساحةِ سطحِ الكرةِ

$= 4\pi(7)^2$ أعوّضُ $r = 7$

$= 196\pi$ أبسّطُ

≈ 615.8 أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

إذنْ، مساحةُ سطحِ الكرةِ 196π cm², أوْ 615.8 cm² تقريبًا.

2

بما أنَّ طولَ قُطرِ الكرةِ 10 cm فإنَّ هذا يعني أنَّ طولَ نصفِ قُطرِها 5 cm

$S.A = 4\pi r^2$ صيغةُ مساحةِ سطحِ الكرةِ

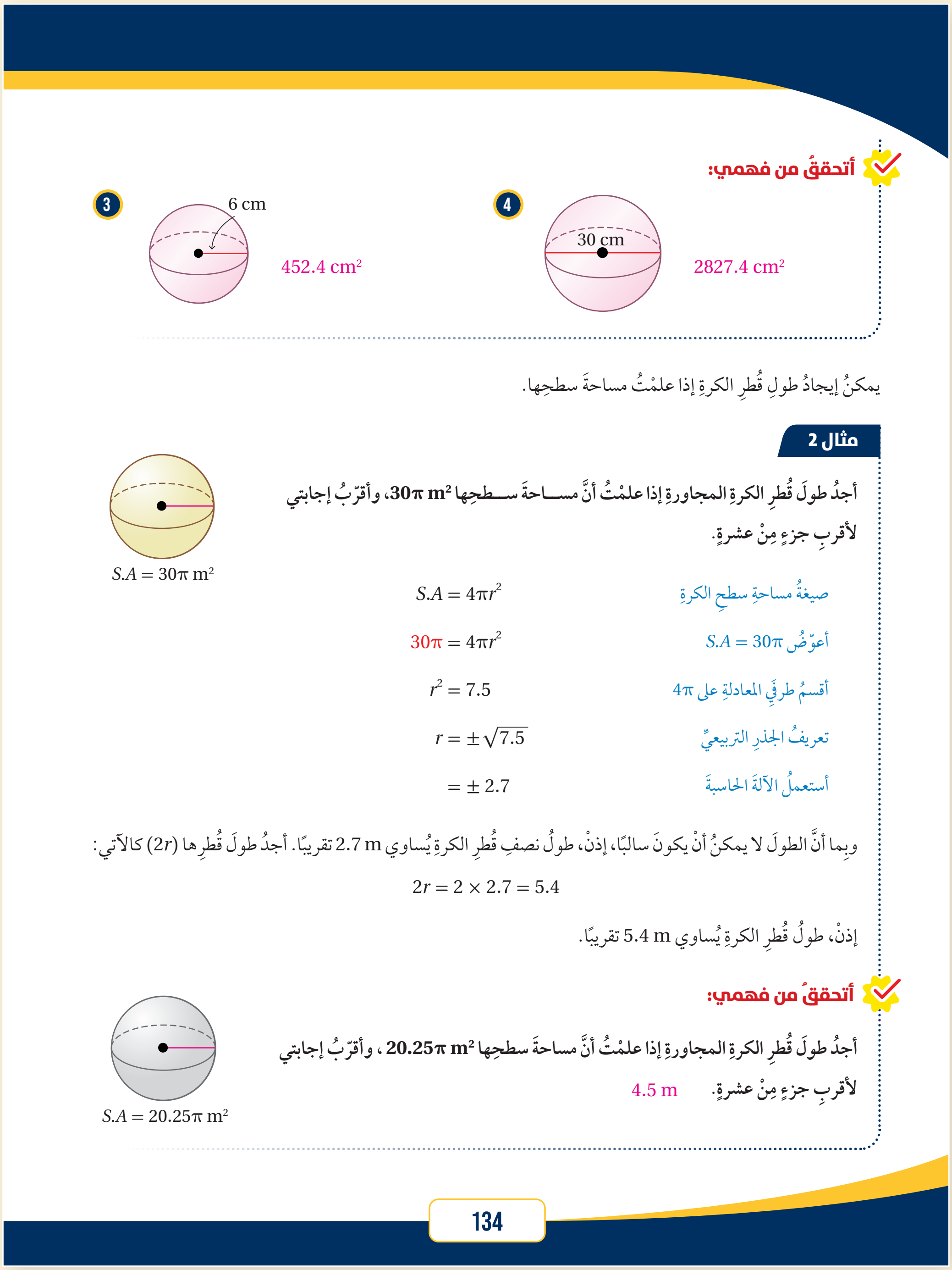
$= 4\pi(5)^2$ أعوّضُ $r = 5$

$= 100\pi$ أبسّطُ

≈ 314.2 أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

إذنْ، مساحةُ سطحِ الكرةِ 100π cm², أوْ 314.2 cm² تقريبًا.

133



أتحققُ من فهمي:

يمكنُ إيجادُ طولِ قُطرِ الكرةِ إذا علمْتُ مساحةَ سطحِها.

مثال 2

أجدُ طولَ قُطرِ الكرةِ المجاورةِ إذا علمْتُ أنَّ مساحةَ سطحِها 30π m²، وأقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

$S.A = 30\pi$ m²

صيغةُ مساحةِ سطحِ الكرةِ $S.A = 4\pi r^2$

أعوّضُ $S.A = 30\pi$ $30\pi = 4\pi r^2$

أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 4π $r^2 = 7.5$

تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ $r = \pm\sqrt{7.5}$

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ $= \pm 2.7$

وبِما أنَّ الطولَ لا يمكنُ أنْ يكونَ سالبًا، إذنْ، طولُ نصفِ قُطرِ الكرةِ يُساوي 2.7 m تقريبًا. أجدُ طولَ قُطرِها ($2r$) كالآتي:

$$2r = 2 \times 2.7 = 5.4$$

إذنْ، طولُ قُطرِ الكرةِ يُساوي 5.4 m تقريبًا.

أتحققُ من فهمي:

أجدُ طولَ قُطرِ الكرةِ المجاورةِ إذا علمْتُ أنَّ مساحةَ سطحِها 20.25π m²، وأقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. 4.5 m

$S.A = 20.25\pi$ m²

تنبيـه: قد يعوّض بعـض الطلبة 3.14 بدلًا من π في الآلة الحاسبة عند إيجاد مساحة سطح الكـرة، ما يؤدي إلى اختلاف الإجابة، إذ إن قيمة π في الآلة الحاسبة هي (3.141592675......). أذكّر الطلبة بهذا الأمـر، وأتقبّل النتيجتيـن؛ لأن كلتيهما صحيحة.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربيـة واللغة الإنجليزية، وأحفّـز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حـلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشـتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أسأل الطلبة:
  - » كيف يمكن إيجاد طول نصـف قطر كرة عُلِمَت مسـاحتها؟ بتعويض المساحة في صيغة مساحة سطح الكرة، وحلّ المعادلة الناتجة.
- أناقش حلّ مثال 2 مع الطلبة على اللوح، وأوضّح لهم أنـه يُعَـدّ تطبيقًا غير مباشـر على قانون مسـاحة سـطح الكرة.

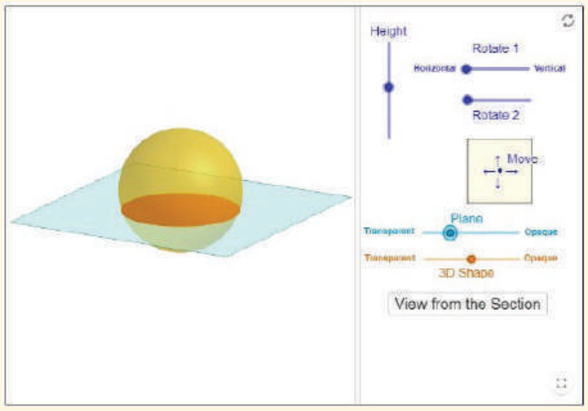
إرشاد: ألفت انتباه الطلبة عند حلّ المثال 2 إلى أن r تمثّل طول نصف القطر، ولا يمكن أن يكون الطول سـالبًا؛ لذا عند حلّ المعادلـة الناتجة نأخذ القيمة الموجبة لـ r، ونهمل القيمة السالبة.

مثال 3: من الحياة

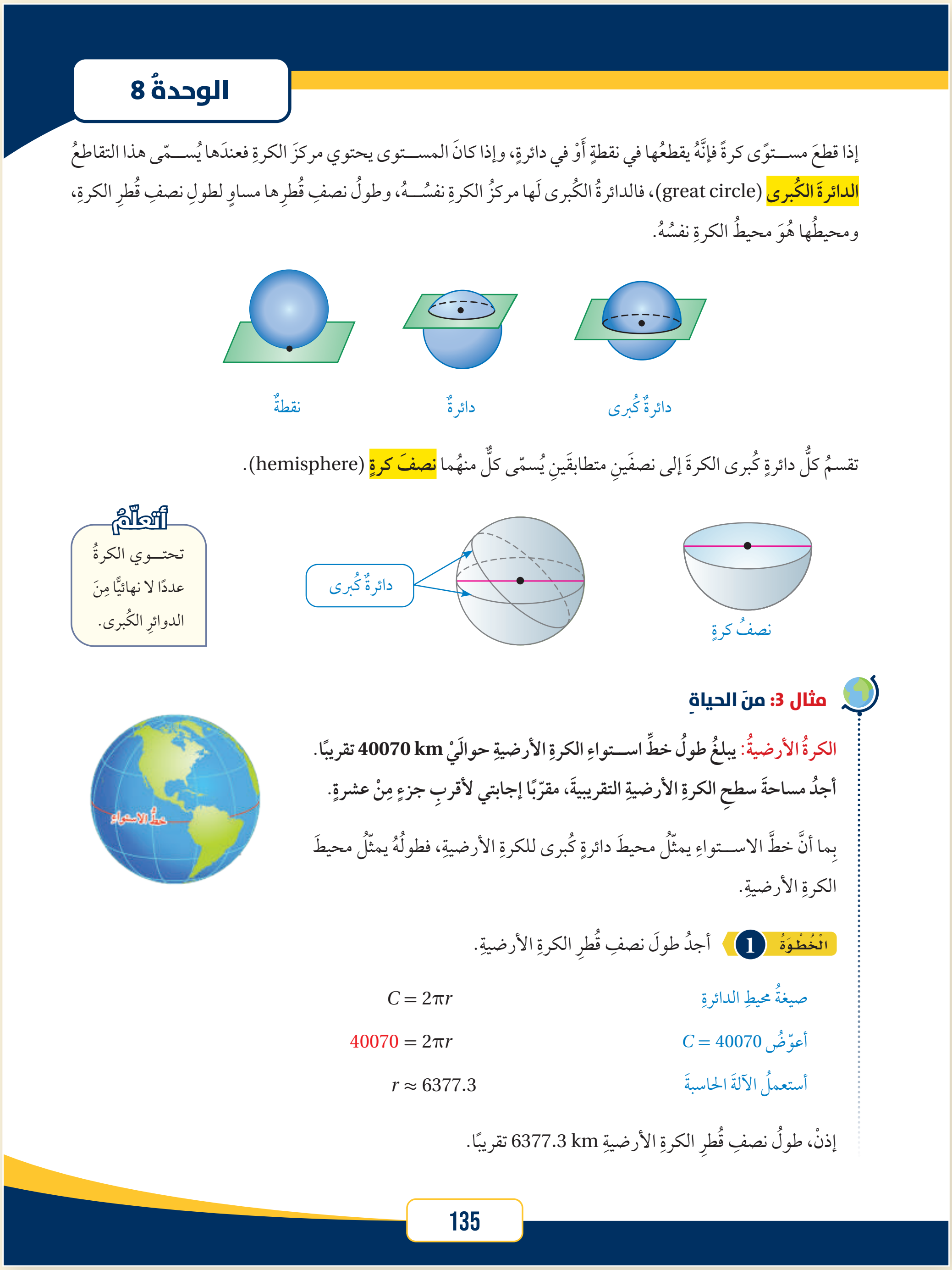
- أوضّح للطلبة المقصود بكلّ من: المقطع، والمقطع العرضي، وأذكر لهم أمثلة على ذلك.
- أقسّم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأطلب إلى المجموعات الدخول إلى الرابط الآتي (أو مسح الرمز المجاور):

https://www.geogebra.org/m/M5dZnUeH#material/ZHaaZ7E4

- أحرّك المستوى الذي يقطع الكرة بأوضاع مختلفة، وأطلب إلى الطلبة تحديد شكل المقطع الناتج من تقاطع المستوى والكرة في كلّ مرة، ثمّ أنقر على View from the Section لإظهار شكل المقطع والتحقّق من صحة إجابات الطلبة في كلّ مرة.



- أتوصّل مع الطلبة عن طريق مناقشة ما سبق إلى أن ما ينتج من تقاطع مستوى مع كرة يكون إما نقطة أو دائرة، وأوضّح لهم أن أكبر هذه الدوائر والتي لها مركز الكرة نفسه تُسمّى الدائرة الكبرى، ثمّ أوضّح لهم كلّ ما يتعلّق بالدائرة الكبرى من حيث: نصف قطرها، ومحيطها، وعلاقتهما بمحيط الكرة ونصف قطرها.
- أناقش مع الطلبة مفهوم نصف الكرة، ويمكن توضيح ذلك عمليًّا بإحضار 3 حبّات برتقال وقطع كلّ حبة برتقال قطعًا مختلفًا، أو ملامستها بمستوى كما في الأشكال المرسومة في كتاب الطالب.
- أطلب إلى المجموعات قراءة المثال 3 ومناقشة حلّه، ثمّ أكلّف مندوبًا عن إحدى المجموعات حلّ المثال على اللوح، ومناقشته مع الصف بأكمله، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.



إذا قطعَ مستوًى كرةً فإنَّهُ يقطعُها في نقطةٍ أَوْ في دائرةٍ، وإذا كانَ المستوى يحتوي مركزَ الكرةِ فعندَها يُسمّى هذا التقاطعُ **الدائرةَ الكُبرى** (great circle)، فالدائرةُ الكُبرى لَها مركزُ الكرةِ نفسُهُ، وطولُ نصفِ قُطرِها مساوٍ لطولِ نصفِ قُطرِ الكرةِ، ومحيطُها هُوَ محيطُ الكرةِ نفسُهُ.

تقسمُ كلُّ دائرةٍ كُبرى الكرةَ إلى نصفَينِ متطابقَينِ يُسمّى كلٌّ منهُما **نصفَ كرةٍ** (hemisphere).

أتعلّمُ

تحتوي الكرةُ عددًا لا نهائيًّا مِنَ الدوائرِ الكُبرى.

مثال 3: منَ الحياةِ

الكرةُ الأرضيةُ: يبلغُ طولُ خطِّ استواءِ الكرةِ الأرضيةِ حوالَيْ 40070 km تقريبًا. أجدُ مساحةَ سطحِ الكرةِ الأرضيةِ التقريبيةَ، مقرّبًا إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

بِما أنَّ خطَّ الاستواءِ يمثّلُ محيطَ دائرةٍ كُبرى للكرةِ الأرضيةِ، فطولُهُ يمثّلُ محيطَ الكرةِ الأرضيةِ.

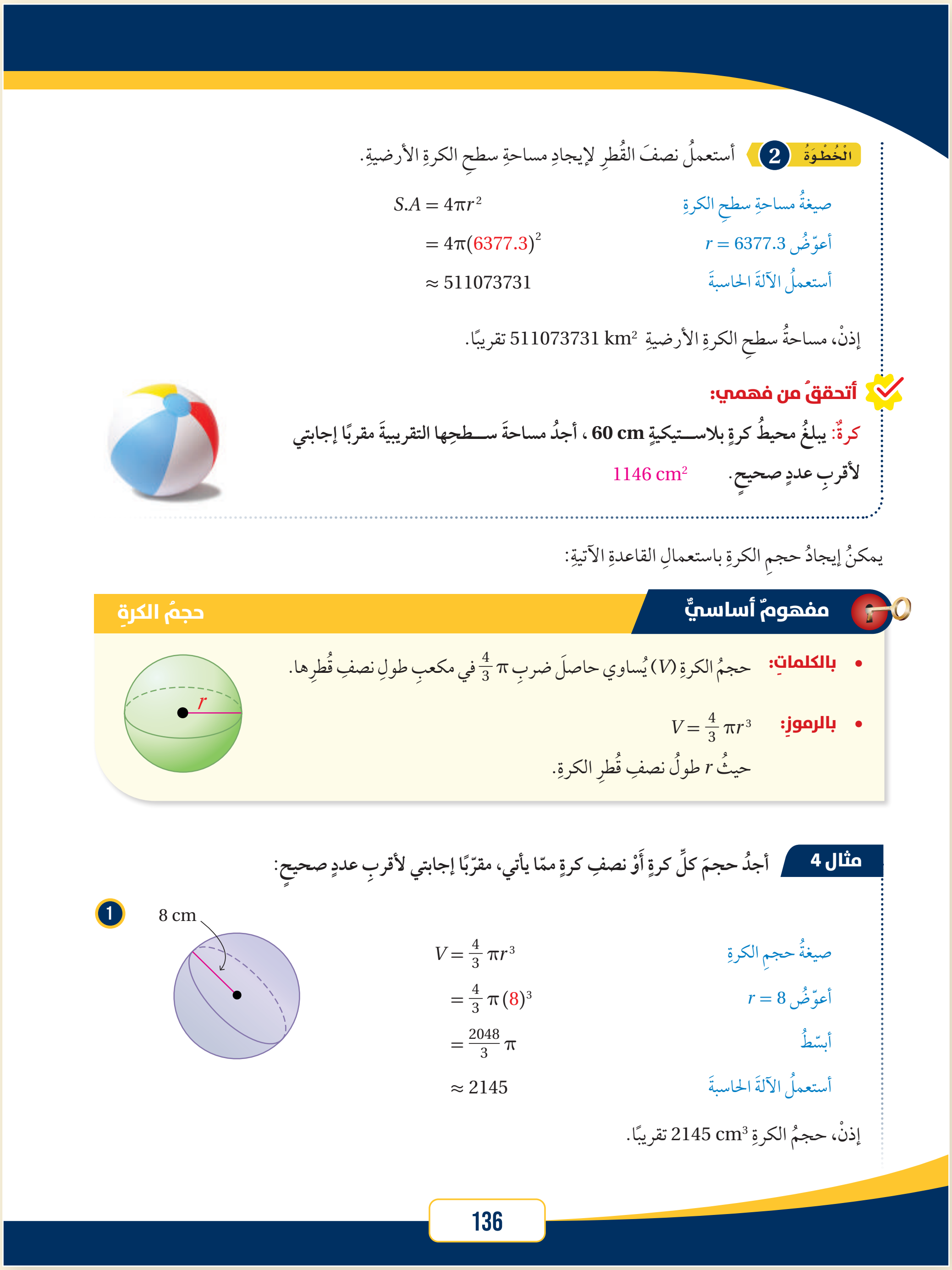
الْخُطْوَةُ 1 أجدُ طولَ نصفِ قُطرِ الكرةِ الأرضيةِ.

صيغةُ محيطِ الدائرةِ	$C = 2\pi r$
أعوّضُ $C = 40070$	$40070 = 2\pi r$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	$r \approx 6377.3$

إذنْ، طولُ نصفِ قُطرِ الكرةِ الأرضيةِ 6377.3 km تقريبًا.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى وجود عدد لا نهائي من الدوائر الكبرى للكرة.
- يُفضّل توضيح مقاطع الكرة في مختبر الحاسوب في المدرسة، وفي حال لم يكن ذلك ممكنًا، فإنه يمكن توضيح ذلك باستعمال مجسمات حقيقية.



الْخُطْوَةُ 2 أستعملُ نصفَ القُطرِ لإيجادِ مساحةِ سطحِ الكرةِ الأرضيةِ.

صيغةُ مساحةِ سطحِ الكرةِ	$S.A = 4\pi r^2$
أعوّضُ $r = 6377.3$	$= 4\pi(6377.3)^2$
أستعملُ الآلَةَ الحاسبةَ	≈ 511073731

إذنْ، مساحةُ سطحِ الكرةِ الأرضيةِ $511073731\ km^2$ تقريبًا.

أتحققُ من فهمي:

كرةٌ: يبلغُ محيطُ كرةٍ بلاستيكيةٍ 60 cm ، أجدُ مساحةَ سطحِها التقريبيةَ مقربًا إجابتي لأقربِ عددٍ صحيحٍ. $1146\ cm^2$

يمكنُ إيجادُ حجمِ الكرةِ باستعمالِ القاعدةِ الآتيةِ:

مفهومٌ أساسيٌّ **حجمُ الكرةِ**

- **بالكلماتِ:** حجمُ الكرةِ (V) يُساوي حاصلَ ضربِ π $\frac{4}{3}$ في مكعبِ طولِ نصفِ قُطرِها.
- **بالرموزِ:** $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

  حيثُ r طولُ نصفِ قُطرِ الكرةِ.

مثال 4 **أجدُ حجمَ كلِّ كرةٍ أَوْ نصفِ كرةٍ ممّا يأتي، مقرّبًا إجابتي لأقربِ عددٍ صحيحٍ:**

① 8 cm

صيغةُ حجمِ الكرةِ	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
أعوّضُ $r = 8$	$= \frac{4}{3}\pi(8)^3$
أبسّطُ	$= \frac{2048}{3}\pi$
أستعملُ الآلَةَ الحاسبةَ	≈ 2145

إذنْ، حجمُ الكرةِ $2145\ cm^3$ تقريبًا.

136

تنويع التعليم:

في المثال 3، قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في إيجاد تفسير للمسائل الحياتية، مثل: تخيّل محيط الأرض وطول نصف قطرها؛ لذا أقدّم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم، مع التنويه بضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ؛ ما يساعدهم على حلّ المسائل بسهولة.

مثال 4

- أذكّر الطلبة بقانون حساب حجم المنشور وقانون حساب حجم الأسطوانة، ثمّ أعرض عليهم قانون حساب حجم الكرة بالكلمات والرموز كما ورد ذِكْرها في صندوق **(مفهوم أساسي)** في كتاب الطالب.
- أناقش حلّ مثال 4 مع الطلبة على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ الطلبة في إدخال $\frac{4}{3}$ في آلاتهم الحاسبة عند حساب حجم الكرة؛ لذا أتأكّد أن الطلبة يستخدمون آلاتهم الحاسبة الخاصة بطريقة صحيحة، وألفت انتباههم إلى أن استخدام قِيَم تقريبية مثل 1.33 يؤدّي إلى أخطاء في الإجابات.

مثال 5

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 5، ثمّ أناقشهم في مضمونه، وأساعدهم على تخيّل الشكل وتحديد المطلوب، وهو حجم الأسطوانة مطروح منه حجم نصف كرة.
- أناقش حلّ المثال مع الطلبة على اللوح، وأؤكّد لهم ضرورة تبرير كلّ خطوة من خطوات الحلّ.

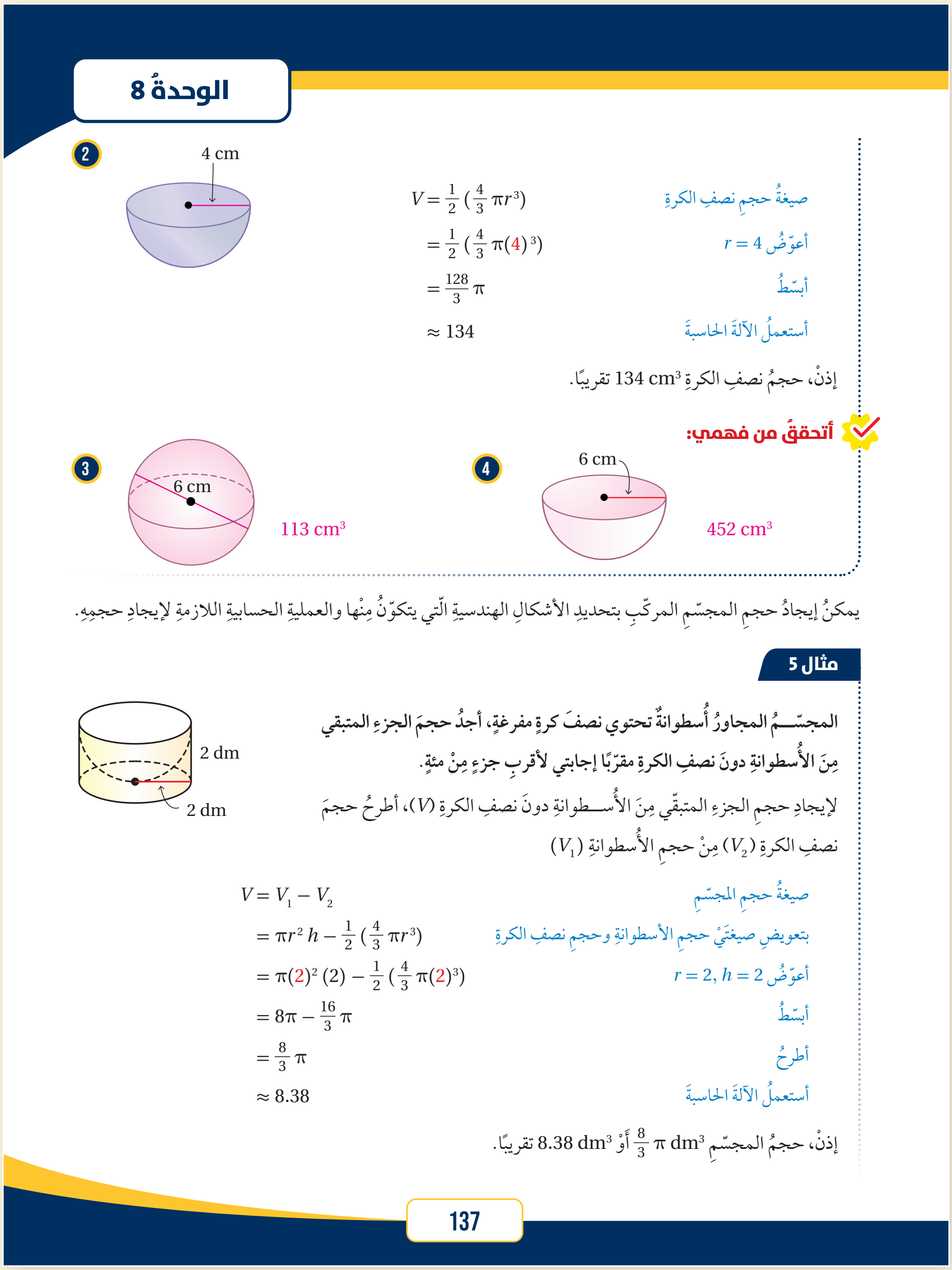
4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (13 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة مِمَّنْ تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

إرشادات:

- في السؤالين 12 و13، أوضّح للطلبة أن هذا الشكل يُسمّى المِغزَل، ويُستعمَل في الأعمال اليدوية، مثل: نسج الملابس، وعمل الحبال.
- ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق الإرشادات الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)؛ لِما لها من أهمية في مساعدتهم على حلّ الأسئلة.



الوحدةُ 8

2

$$V = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$ صيغةُ حجمِ نصفِ الكرةِ

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi(4)^3\right)$$ أعوِّضُ $r = 4$

$$= \frac{128}{3}\pi$$ أبسّطُ

$$\approx 134$$ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

إذنْ، حجمُ نصفِ الكرةِ $134\ cm^3$ تقريبًا.

أتحققُ من فهمي:

3 $113\ cm^3$

4 $452\ cm^3$

يمكنُ إيجادُ حجمِ المجسّمِ المركّبِ بتحديدِ الأشكالِ الهندسيةِ الّتي يتكوّنُ مِنْها والعمليةِ الحسابيةِ اللازمةِ لإيجادِ حجمِهِ.

مثال 5

المجسّمُ المجاورُ أُسطوانةٌ تحتوي نصفَ كرةٍ مفرغةٍ، أجدُ حجمَ الجزءِ المتبقي مِنَ الأُسطوانةِ دونَ نصفِ الكرةِ مقرّبًا إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ.

لإيجادِ حجمِ الجزءِ المتبقّي مِنَ الأُسطوانةِ دونَ نصفِ الكرةِ (V)، أطرحُ حجمَ نصفِ الكرةِ (V_2) مِنْ حجمِ الأُسطوانةِ (V_1)

$$V = V_1 - V_2$$ صيغةُ حجمِ المجسّمِ

$$= \pi r^2 h - \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$ بتعويضِ صيغتَيْ حجمِ الأسطوانةِ وحجمِ نصفِ الكرةِ

$$= \pi(2)^2(2) - \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi(2)^3\right)$$ أعوِّضُ $r = 2, h = 2$

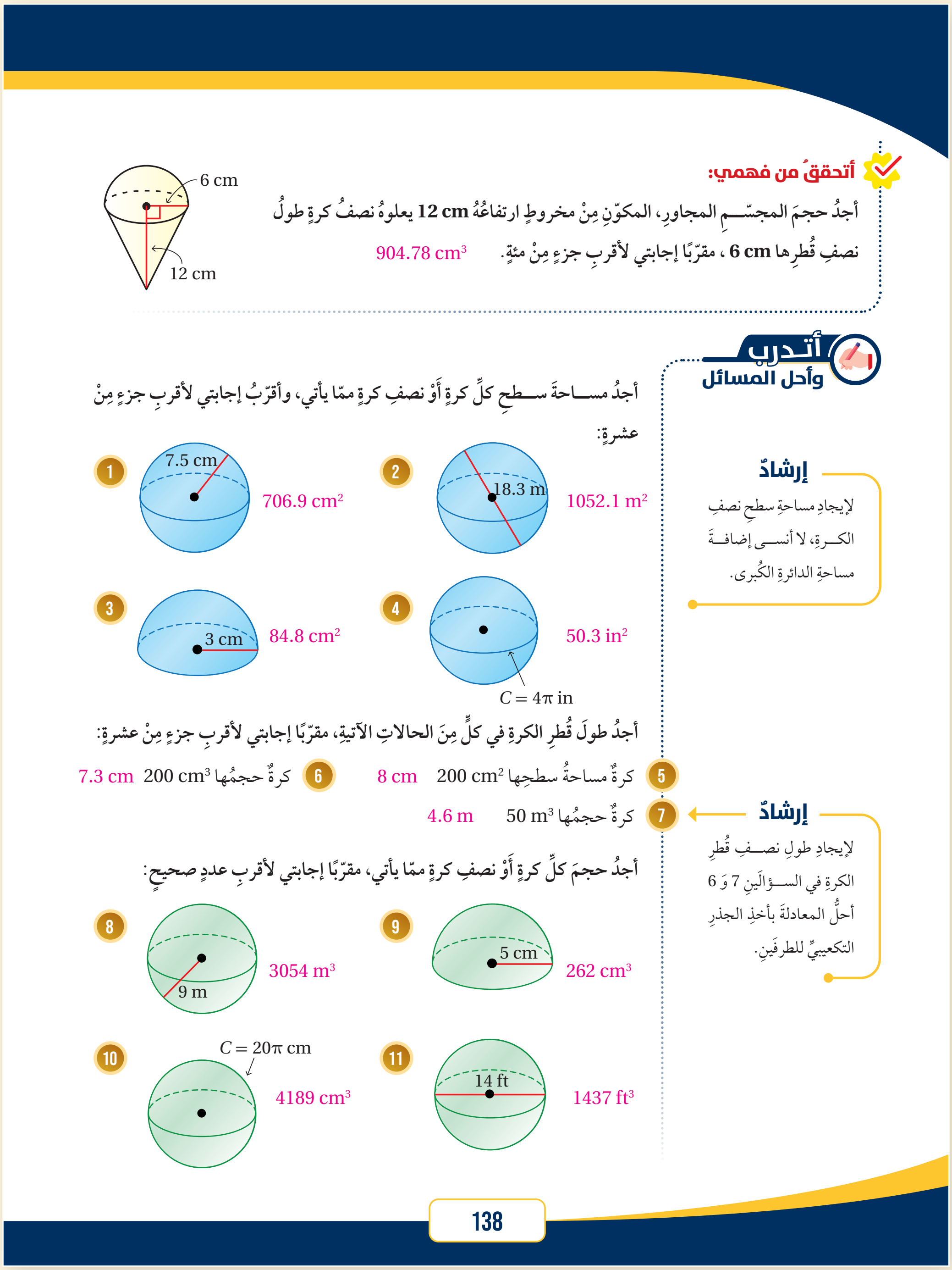
$$= 8\pi - \frac{16}{3}\pi$$ أبسّطُ

$$= \frac{8}{3}\pi$$ أطرحُ

$$\approx 8.38$$ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

إذنْ، حجمُ المجسّمِ $\frac{8}{3}\pi\ dm^3$ أوْ $8.38\ dm^3$ تقريبًا.

137



أتحققُ من فهمي:

أجدُ حجمَ المجسّمِ المجاورِ، المكوّنِ مِنْ مخروطٍ ارتفاعُهُ 12 cm يعلوهُ نصفُ كرةٍ طولُ نصفِ قُطرِها 6 cm ، مقرّبًا إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ. 904.78 cm³

أتدرب وأحل المسائل

أجدُ مساحةَ سطحِ كلِّ كرةٍ أَوْ نصفِ كرةٍ ممّا يأتي، وأقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ:

1) 7.5 cm — 706.9 cm²

2) 18.3 m — 1052.1 m²

3) 3 cm — 84.8 cm²

4) $C = 4\pi$ in — 50.3 in²

إرشادٌ

لإيجادِ مساحةِ سطحِ نصفِ الكرةِ، لا أنسى إضافةَ مساحةِ الدائرةِ الكُبرى.

أجدُ طولَ قُطرِ الكرةِ في كلٍّ مِنَ الحالاتِ الآتيةِ، مقرّبًا إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ:

5) كرةٌ مساحةُ سطحِها 200 cm² — 8 cm

6) كرةٌ حجمُها 200 cm³ — 7.3 cm

7) كرةٌ حجمُها 50 m³ — 4.6 m

إرشادٌ

لإيجادِ طولِ نصفِ قُطرِ الكرةِ في السؤالَينِ 7 و 6 أحلُّ المعادلةَ بأخذِ الجذرِ التكعيبيِّ للطرفَينِ.

أجدُ حجمَ كلِّ كرةٍ أَوْ نصفِ كرةٍ ممّا يأتي، مقرّبًا إجابتي لأقربِ عددٍ صحيحٍ:

8) 9 m — 3054 m³

9) 5 cm — 262 cm³

10) $C = 20\pi$ cm — 4189 cm³

11) 14 ft — 1437 ft³

138

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 14, 16 كتاب التمارين: 1, 3, 5, 7
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (14 – 16) كتاب التمارين: 4, 6, 8, 10
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (15 – 18) كتاب التمارين: (7 – 12)

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (أتدرّب وأحلّ المسائل)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (مهارات التفكير العليا)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (16 – 18).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أطلب إلى الطلبة حلّ السؤالين الإثرائيين الآتيين:
  - خزّان ماء أسطواني يتّسع إلى $30\ m^3$ من الماء. ما أقل نصف قطر لكرة تتّسع إلى الكمية نفسها من الماء؟ أقرّب الإجابة لأقرب جزء من عشرة. 1.9 m
  - أبحث في تأثّر حجم الكرة عند ضرب طول نصف قطرها في d. يُضرب الحجم في d^3. يكبر الحجم إذا كان $d > 1$ ، يصغر الحجم إذا كان $0 < d < 1$

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يُمكِنني أنْ أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

نشاط التكنولوجيا:

- أحفّز الطلبة على تصفُّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في إيجاد مساحة سطح الكرة وحجمها.

✓ إرشاد: يُمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى المجموعات استكمال العمل في المشروع وإعداد الصور والمقاطع المرئية (الفيديوهات) والتقارير اللازمة؛ تمهيدًا للبدء في عرض المشروع أمام الطلبة.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكُّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إنْ لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أجد حجم كلّ كرة ممّا يأتي: (أكتب الإجابة بدلالة π)**

① كرة طول نصف قطرها 3 cm $36\ \pi\ cm^3$

② كرة طول نصف قطرها 6 cm $288\ \pi\ cm^3$

③ كرة طول قطرها 24 cm $2304\ \pi\ cm^3$

الوحدةُ 8

معلومةٌ

تُعدُّ لعبةُ الغزلِ مِنْ أقدمِ الألعابِ الّتي اكتشفَها علماءُ الآثارِ، حيثُ يعودُ تاريخُها إلى القرنِ الخامسِ والثلاثينَ قبلَ الميلادِ.

ألعابٌ: يتكوّنُ الجزءُ العُلويُّ مِنْ لعبةِ الغزلِ المجاورةِ مِنْ مخروطٍ ونصفِ كرةٍ. أجدُ بدلالةِ π :

⑫ حجمَ لعبةِ الغزلِ. $240\pi\ cm^3$

⑬ المساحةَ الكلّيّةَ لسطحِ لعبةِ الغزلِ. $132\pi\ cm^2$

⑭ كرةٌ معدِنيةٌ طولُ نصفِ قُطرِها 15 cm، صُهِرَتْ وأُعيدَ تشكيلُها لأُسطوانةٍ طولُ نصفِ قُطرِها 6 cm، أجدُ ارتفاعَ الأُسطوانةِ. 125 cm

⑮ مكعبٌ طولُ ضلعِهِ 5 cm يحتوي نصفَ كرةٍ مفرغةٍ طولُ نصفِ قُطرِها 2.5 cm، أجدُ حجمَ الجزءِ المتبقّي مِنَ المكعبِ مقرّبًا إجابتي لأقربِ عددٍ صحيحٍ. $92\ cm^3$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

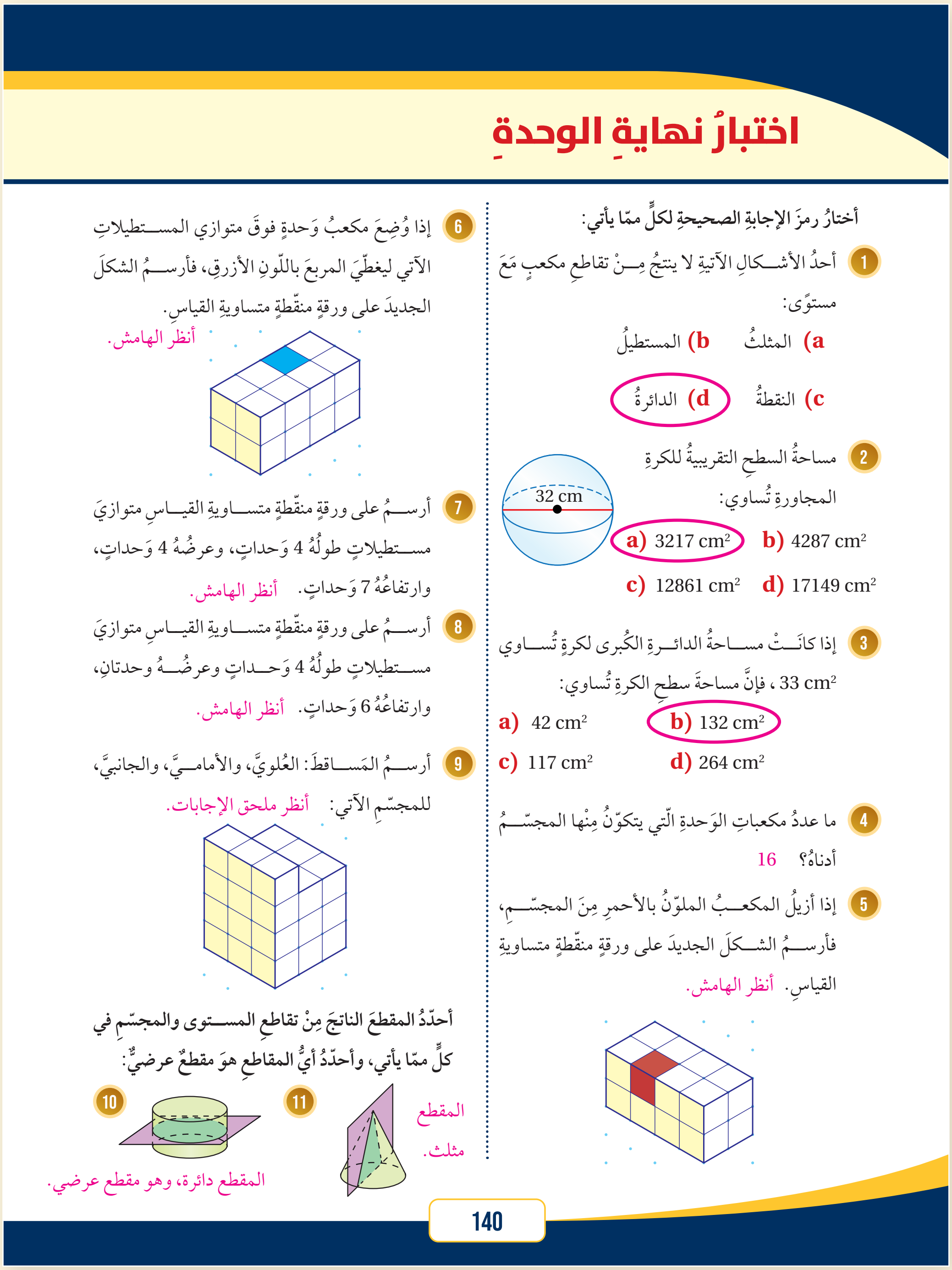
⑯ **تبريرٌ:** ما عددُ مستوياتِ التماثلِ للكرةِ؟ أبرّرُ إجابتي.
عدد لانهائي؛ لأن عدد أقطارها لا نهائي، وكلّ قطر يمرّ به مستوى تماثل.

⑰ **تحدٍّ:** تصنعُ شركةٌ كراتٍ صغيرةً مِنَ الفولاذِ المقاومِ للصدأِ (سْتيل) لعجلاتِ الأحذيةِ طولُ قُطرِ كُلٍّ مِنْها 4 mm، أجدُ عددَ الكراتِ الصغيرةِ الّتي يمكنُ للشركةِ تصنيعُها مِنْ 1 مترًا مكعبًا مِنَ (سْتيل). 29841551

⑱ **تحدٍّ:** كرةٌ طولُ قُطرِها 10 cm نُحِتَتْ مِنْ مكعبٍ خشبيٍّ طولُ ضلعِهِ 10 cm، أحسبُ النسبةَ المئويةَ لكمّيّةِ الخشبِ المهدورِ.
حجم الكرة $523.6\ cm^3$ ، المهدور $476.4\ cm^3$ ، نسبة المهدور 48%

⑲ **أكتبُ** كيفَ أجدُ مساحةَ سطحِ كُرةٍ وحجمَها إذا علمْتُ طولَ نصفِ قُطرِها؟
أنظر إجابات الطلبة.

139



اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 أحدُ الأشكالِ الآتيةِ لا ينتجُ مِنْ تقاطعِ مكعبٍ مَعَ مستوًى:

a) المثلثُ b) المستطيلُ

c) النقطةُ [✓ d) الدائرةُ]

2 مساحةُ السطحِ التقريبيةُ للكرةِ المجاورةِ تُساوي:

32 cm

[✓ a) $3217\ cm^2$] b) $4287\ cm^2$

c) $12861\ cm^2$ d) $17149\ cm^2$

3 إذا كانَتْ مساحةُ الدائرةِ الكُبرى لكرةٍ تُساوي $33\ cm^2$ ، فإنَّ مساحةَ سطحِ الكرةِ تُساوي:

a) $42\ cm^2$ [✓ b) $132\ cm^2$]

c) $117\ cm^2$ d) $264\ cm^2$

4 ما عددُ مكعباتِ الوَحدةِ الّتي يتكوّنُ مِنْها المجسّمُ أدناهُ؟ 16

5 إذا أزيلَ المكعبُ الملوّنُ بالأحمرِ مِنَ المجسّمِ، فأرسمُ الشكلَ الجديدَ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ. أنظر الهامش.

6 إذا وُضِعَ مكعبُ وَحدةٍ فوقَ متوازي المستطيلاتِ الآتي ليغطّيَ المربعَ باللّونِ الأزرقِ، فأرسمُ الشكلَ الجديدَ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ. أنظر الهامش.

7 أرسمُ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ متوازيَ مستطيلاتٍ طولُهُ 4 وَحداتٍ، وعرضُهُ 4 وَحداتٍ، وارتفاعُهُ 7 وَحداتٍ. أنظر الهامش.

8 أرسمُ على ورقةٍ منقّطةٍ متساويةِ القياسِ متوازيَ مستطيلاتٍ طولُهُ 4 وَحداتٍ وعرضُهُ وحدتانِ، وارتفاعُهُ 6 وَحداتٍ. أنظر الهامش.

9 أرسمُ المَساقطَ: العُلويَّ، والأماميَّ، والجانبيَّ، للمجسّمِ الآتي: أنظر ملحق الإجابات.

أحدّدُ المقطعَ الناتجَ مِنْ تقاطعِ المستوى والمجسّمِ في كلٍّ ممّا يأتي، وأحدّدُ أيُّ المقاطعِ هوَ مقطعٌ عرضيٌّ:

10 المقطع دائرة، وهو مقطع عرضي.

11 المقطع مثلث.

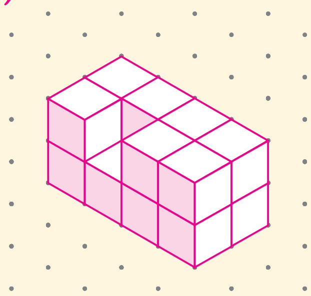
140

اختبار نهاية الوحدة:

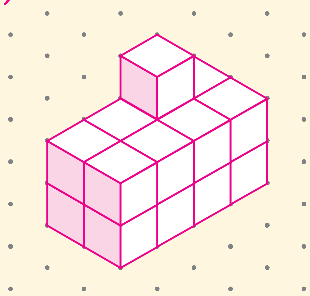
- أطلب إلى الطلبة حلّ الأسئلة (5 – 1) فرديًّا، وأتجوّل بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجّههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أناقشهم جميعًا في حلّ بعض المسائل على اللوح.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (20 – 6)، وأتجوّل بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجّههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أحدّد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلّها؛ لمناقشتها على اللوح.

إجابات – (اختبار نهاية الوحدة):

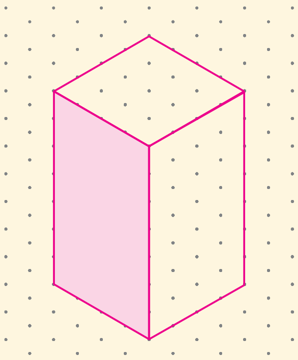
5)



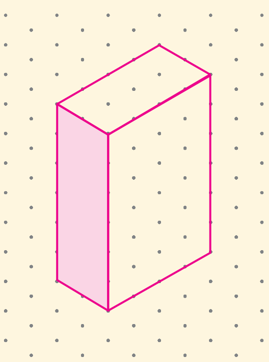
6)



7)

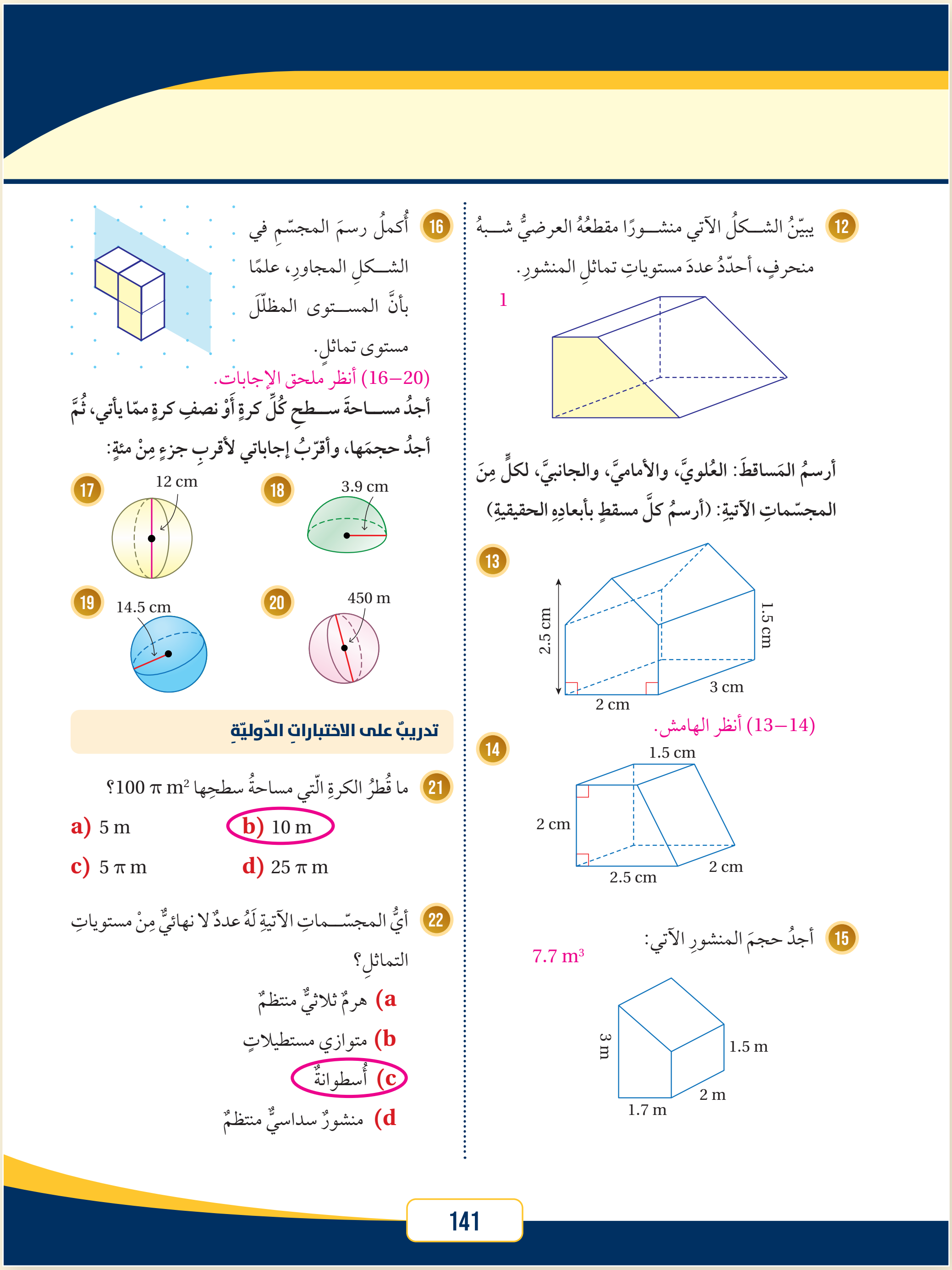


8)



تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

- أعرّف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبيّن لهم أهميتها، ثم أوجّههم إلى حلّ الأسئلة في بند **(تدريب على الاختبارات الدولية)** فرديًّا، ثمّ أناقشهم في إجاباتها على اللوح.
- أشجّع الطلبة على الاهتمام بحلّ مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكلّ جدّيّة، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.



12 يبيّنُ الشكلُ الآتي منشورًا مقطعُهُ العرضيُّ شبهُ منحرفٍ، أحدّدُ عددَ مستوياتِ تماثلِ المنشورِ.

1

أرسمُ المَساقطَ: العُلويَّ، والأماميَّ، والجانبيَّ، لكلٍّ مِنَ المجسّماتِ الآتيةِ: (أرسمُ كلَّ مسقطٍ بأبعادِهِ الحقيقيةِ)

13

(13–14) أنظر الهامش.

14

15 أجدُ حجمَ المنشورِ الآتي:

$7.7\ m^3$

16 أُكملُ رسمَ المجسّمِ في الشكلِ المجاورِ، علمًا بأنَّ المستوى المظلّلَ مستوى تماثلٍ.

(16–20) أنظر ملحق الإجابات.

أجدُ مساحةَ سطحِ كُلِّ كرةٍ أَوْ نصفِ كرةٍ ممّا يأتي، ثُمَّ أجدُ حجمَهَا، وأقرّبُ إجاباتي لأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ:

17 18 19 20

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

21 ما قُطرُ الكرةِ الّتي مساحةُ سطحِها $100\ \pi\ m^2$؟

a) 5 m [✓ b) 10 m]

c) 5 π m d) 25 π m

22 أيُّ المجسّماتِ الآتيةِ لَهُ عددٌ لا نهائيٌّ مِنْ مستوياتِ التماثلِ؟

a) هرمٌ ثلاثيٌّ منتظمٌ

b) متوازي مستطيلاتٍ

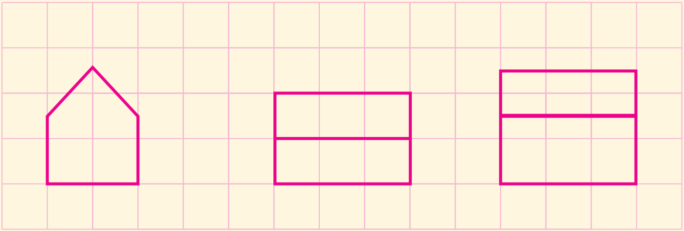
[✓ c) أُسطوانةٌ]

d) منشورٌ سداسيٌّ منتظمٌ

141

إجابات – (اختبار نهاية الوحدة):

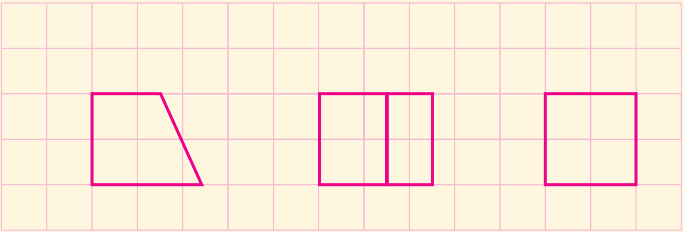
13)



المسقطُ الجانبيُّ المسقطُ العلويُّ المسقطُ الأماميُّ

طول مربع الشبكة 1 cm

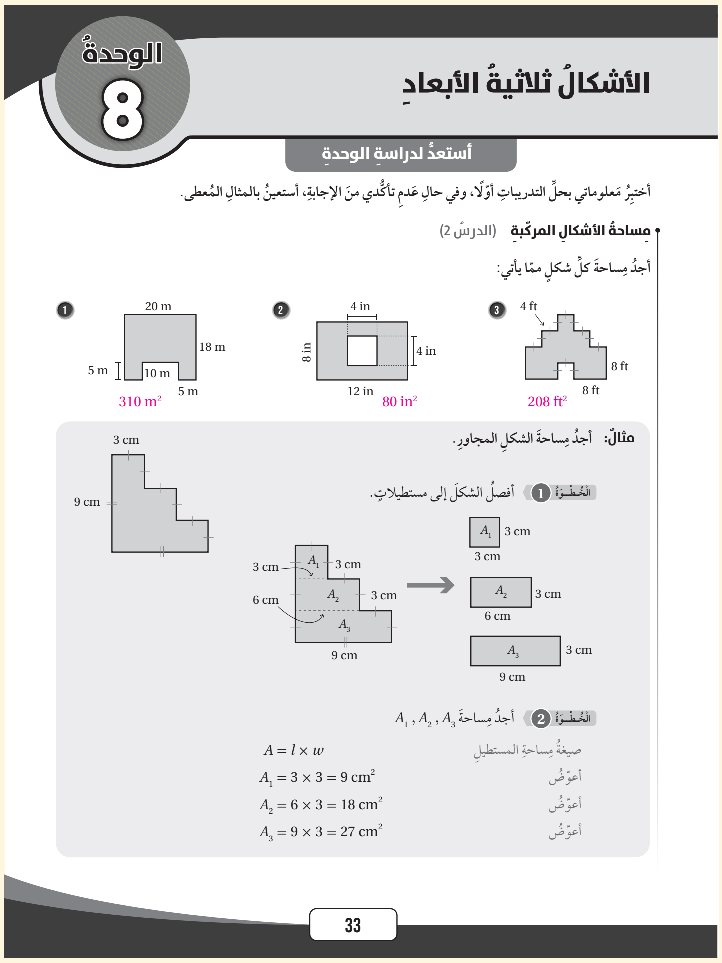
14)



المسقطُ الجانبيُّ المسقطُ العلويُّ المسقطُ الأماميُّ

طول مربع الشبكة 1 cm

كتاب التمارين



الوحدة 8

الأشكالُ ثلاثيةُ الأبعادِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

أختبرُ مَعلوماتي بحلِّ التدريباتِ أوّلًا، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

مِساحةُ الأشكالِ المركّبةِ (الدرسُ 2)

أجدُ مِساحةَ كلِّ شكلٍ ممّا يأتي:

1 $310\ m^2$

2 $80\ in^2$

3 $208\ ft^2$

مثالٌ: أجدُ مِساحةَ الشكلِ المجاورِ.

الْخُطْوَةُ 1 أفصلُ الشكلَ إلى مستطيلاتٍ.

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ مِساحةَ A_1 , A_2 , A_3

صيغةُ مِساحةِ المستطيلِ $A = l \times w$

أعوّضُ $A_1 = 3 \times 3 = 9\ cm^2$

أعوّضُ $A_2 = 6 \times 3 = 18\ cm^2$

أعوّضُ $A_3 = 9 \times 3 = 27\ cm^2$

الوحدة 8

الأشكالُ ثلاثيةُ الأبعادِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

الْخُطْوَةُ 3 أجدُ مجموعَ المِساحاتِ.

أجدُ مجموعَ المِساحاتِ $A = A_1 + A_2 + A_3$

أعوّضُ وأجدُ الناتجَ $= 9 + 18 + 27 = 54\ cm^2$

محيطُ الدائرةِ ومِساحتُها (الدرسُ 2)

أجدُ محيطَ كل دائرةٍ ومِساحتَها في كلٍّ ممّا يأتي:

4 المحيط: 56.5 cm، المساحة: $254.5\ cm^2$

5 المحيط: 25.1 cm، المساحة: $50.3\ cm^2$

6

6) المحيط: 9.4 cm، المساحة: $7.1\ cm^2$

مثالٌ: أجدُ محيطَ الدائرةِ المجاورةِ ومِساحتَها.

أولًا: أجدُ محيطَ الدائرةِ.

صيغةُ محيطِ الدائرةِ $c = 2\pi r$

أُعوّضُ $\pi \approx 3.14$ و $r = 5$ $\approx 2 \times 3.14 \times 5$

أَجِدُ الناتجَ ≈ 31.4

إذنْ، محيطُ الدائرةِ يُساوي 31.4 cm تقريبًا.

ثانيًّا: أجدُ مِساحةَ الدائرةِ.

صيغةُ مِساحةِ الدائرةِ $A = \pi r^2$

أُعوّضُ $\pi \approx 3.14$ و $r = 5$ $\approx 3.14 \times (5)^2$

أَجِدُ الناتجَ ≈ 78.5

إذنْ، مِساحةُ الدائرةِ تساوي $78.5\ cm^2$ تقريبًا.

الوحدة 8

الأشكالُ ثلاثيةُ الأبعادِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

مِساحةُ سطحِ المخروطِ (الدرسُ 2)

أجدُ المِساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

7 $852.5\ m^2$

8 $150.8\ in^2$

9 $110\ in^2$

مثالٌ: أجدُ المِساحةَ الكلّيّةَ لسطحِ المخروطِ المجاورِ.

الْخُطْوَةُ 1 أَجِدُ المِساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ المخروطِ:

صيغةُ المِساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ المخروطِ $L.A = \pi r \ell$

أُعوّضُ $r = 15, \ell = 25$ $= \pi(15)(25)$

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ ≈ 1178.1

إذنْ، المِساحةُ الجانبيةُ لِسطحِ المخروطِ تساوي $1178.1\ cm^2$

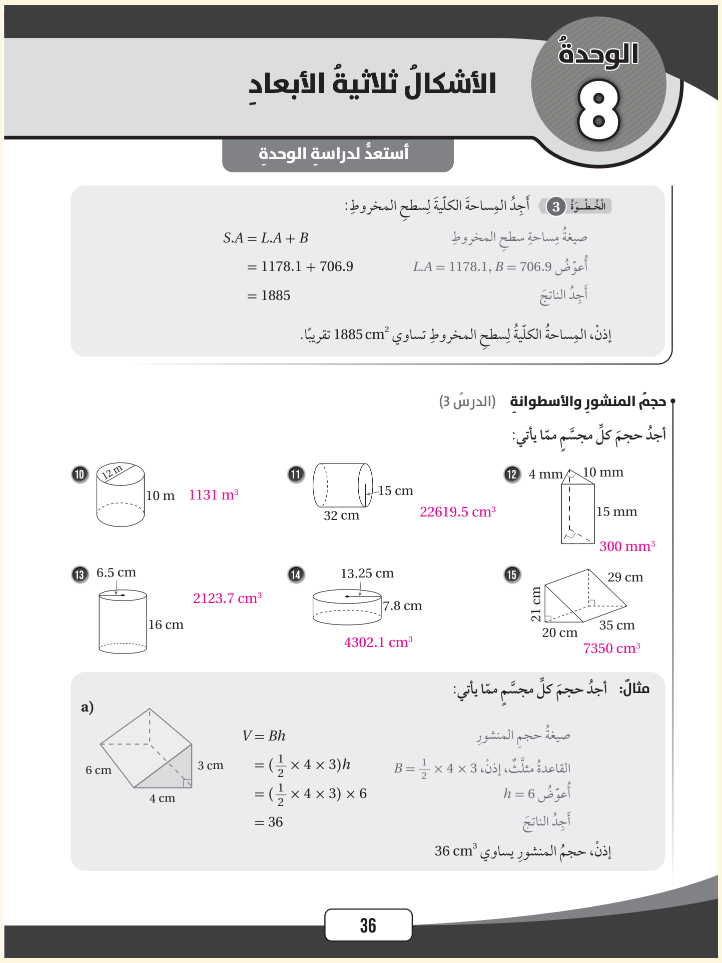
الْخُطْوَةُ 2 أَجِدُ مِساحةَ القاعدةِ:

صيغةُ مِساحةِ الدائرةِ $B = \pi r^2$

أُعوّضُ $r = 15$ $= \pi(15^2)$

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ ≈ 706.9

إذنْ، مِساحةُ القاعدةِ $706.9\ cm^2$



الوحدة 8

الأشكالُ ثلاثيةُ الأبعادِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

الْخُطْوَةُ 3 أَجِدُ المِساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ المخروطِ:

صيغةُ مِساحةِ سطحِ المخروطِ $S.A = L.A + B$

أُعوّضُ $L.A = 1178.1, B = 706.9$ $= 1178.1 + 706.9$

أَجِدُ الناتجَ $= 1885$

إذنْ، المِساحةُ الكلّيّةُ لِسطحِ المخروطِ تساوي $1885\ cm^2$ تقريبًا.

حجمُ المنشورِ والأسطوانةِ (الدرسُ 3)

أجدُ حجمَ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

10 $1131\ m^3$

11 $22619.5\ cm^3$

12 $300\ mm^3$

13 $2123.7\ cm^3$

14 $4302.1\ cm^3$

15 $7350\ cm^3$

مثالٌ: أجدُ حجمَ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

a)

صيغةُ حجمِ المنشورِ $V = Bh$

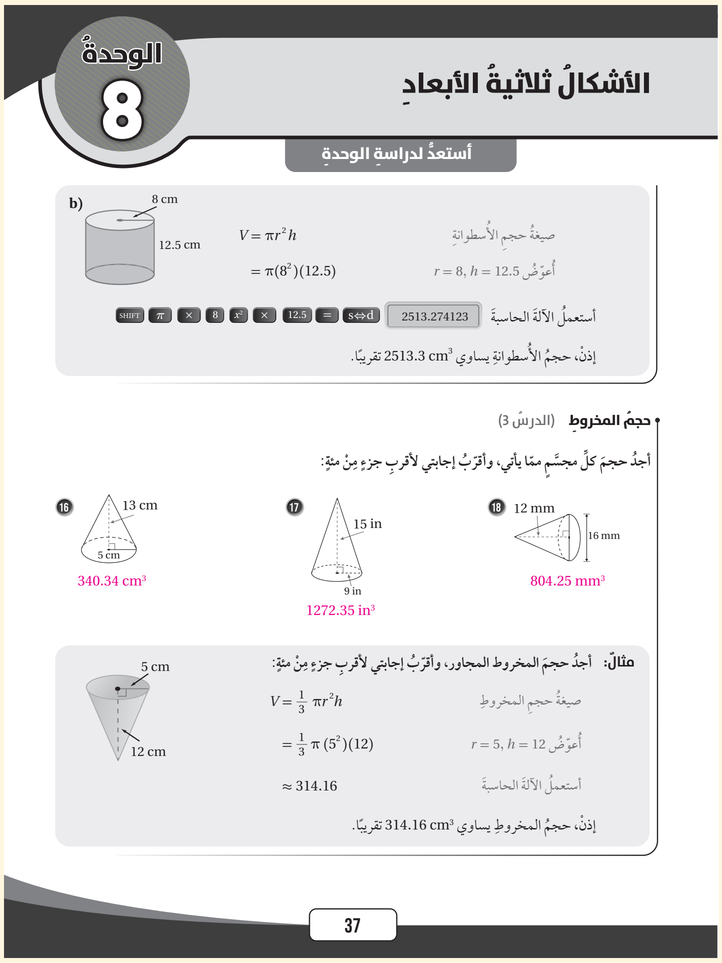
القاعدةُ مثلَّثٌ، إذنْ، $B = \frac{1}{2} \times 4 \times 3$ $= (\frac{1}{2} \times 4 \times 3)h$

أُعوّضُ $h = 6$ $= (\frac{1}{2} \times 4 \times 3) \times 6$

أَجِدُ الناتجَ $= 36$

إذنْ، حجمُ المنشورِ يساوي $36\ cm^3$

كتاب التمارين



الوحدةُ 8

الأشكالُ ثلاثيةُ الأبعادِ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

b)

صيغةُ حجمِ الأُسطوانةِ $V = \pi r^2 h$

أُعوِّضُ $r = 8, h = 12.5$ $= \pi(8^2)(12.5)$

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ 2513.274123

إذنْ، حجمُ الأُسطوانةِ يساوي $2513.3\ cm^3$ تقريبًا.

• **حجمُ المخروطِ** (الدرسُ 3)

أجدُ حجمَ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي، وأقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ:

⑯ 340.34 cm³

⑰ 1272.35 in³

⑱ 804.25 mm³

مثالٌ: أجدُ حجمَ المخروطِ المجاورِ، وأقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ:

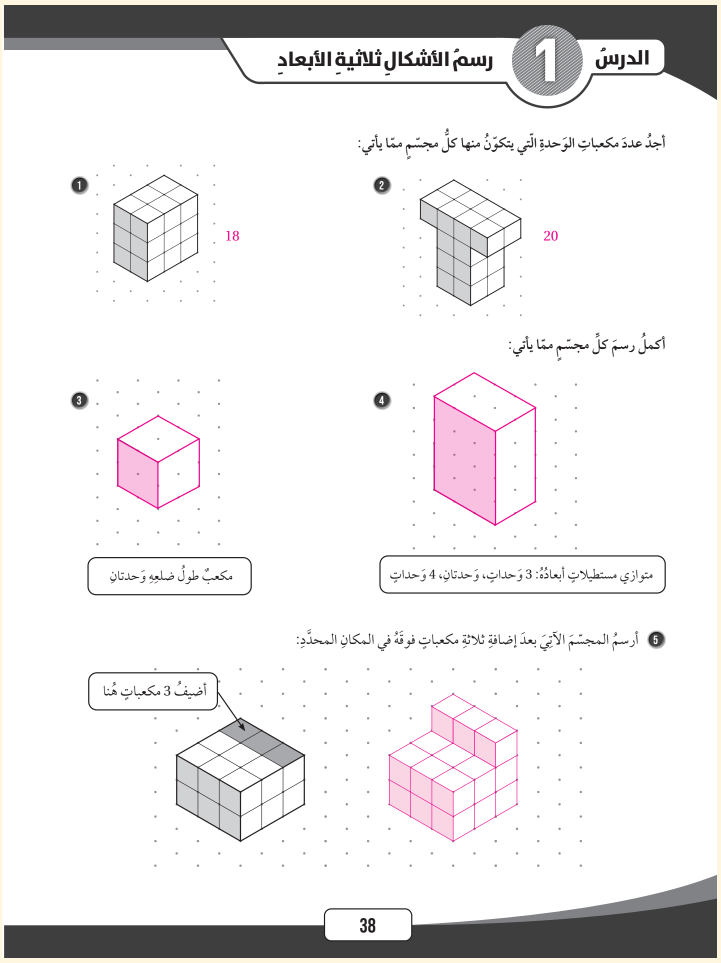
صيغةُ حجمِ المخروطِ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

أُعوِّضُ $r = 5, h = 12$ $= \frac{1}{3}\pi(5^2)(12)$

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ ≈ 314.16

إذنْ، حجمُ المخروطِ يساوي $314.16\ cm^3$ تقريبًا.

37



الدرسُ 1 رسمُ الأشكالِ ثلاثيةِ الأبعادِ

أجدُ عددَ مكعباتِ الوَحدةِ الّتي يتكوّنُ منها كلُّ مجسّمٍ ممّا يأتي:

① 18

② 20

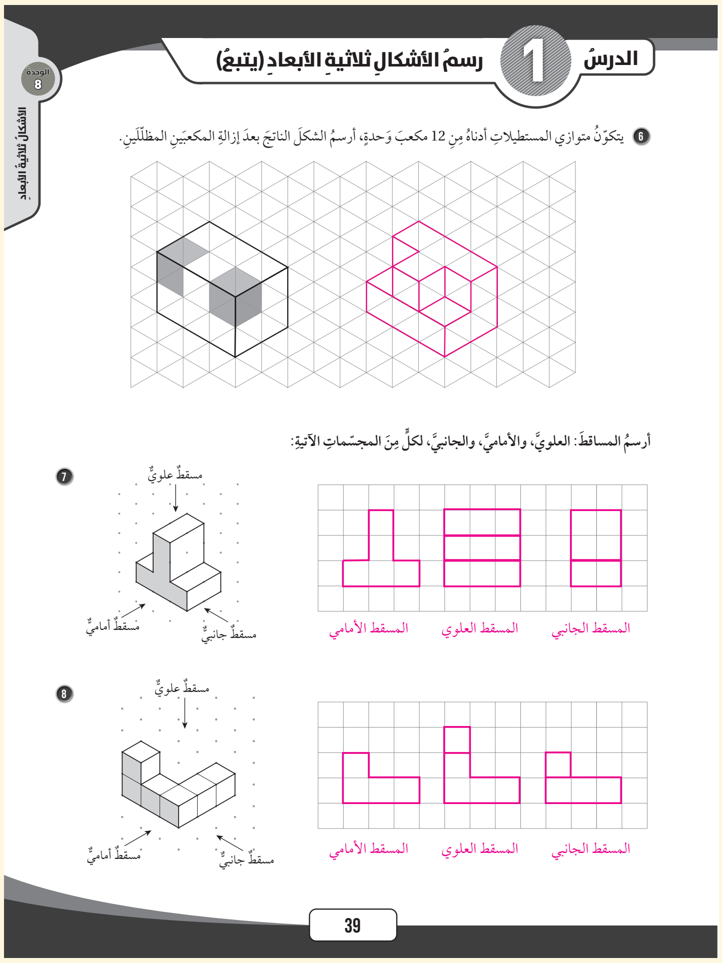
أكملُ رسمَ كلِّ مجسّمٍ ممّا يأتي:

③ مكعبٌ طولُ ضلعِهِ وَحدتانِ

④ متوازي مستطيلاتٍ أبعادُهُ: 3 وَحداتٍ، وَحدتانِ، 4 وَحداتٍ

⑤ أرسمُ المجسّمَ الآتِيَ بعدَ إضافةِ ثلاثةِ مكعباتٍ فوقَهُ في المكانِ المحدَّدِ:

38



الدرسُ 1 رسمُ الأشكالِ ثلاثيةِ الأبعادِ (يتبعُ)

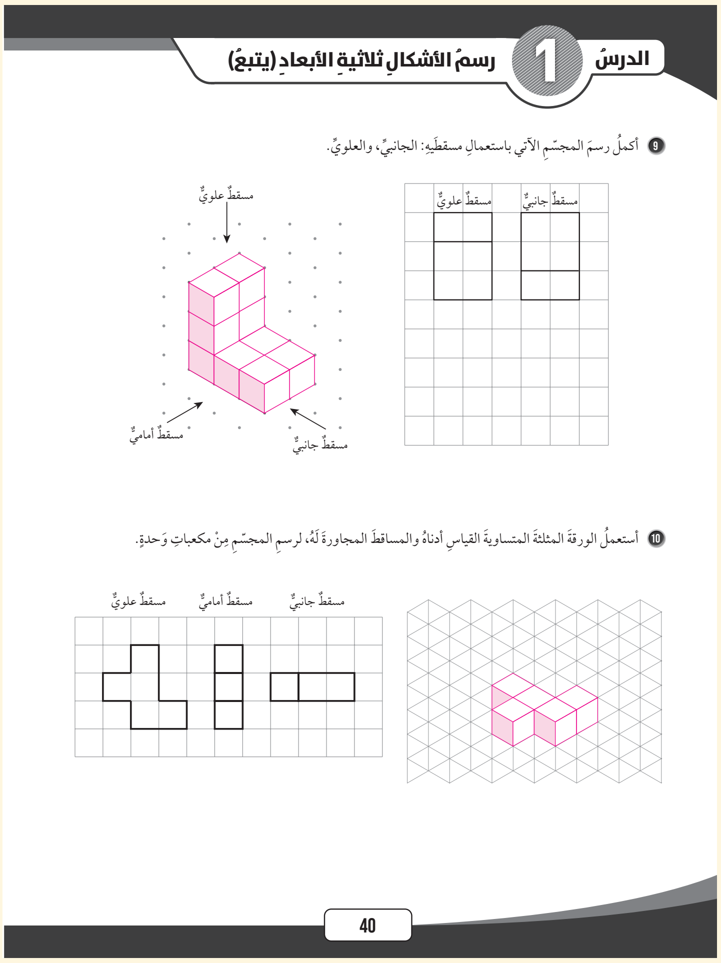
⑥ يتكوّنُ متوازي المستطيلاتِ أدناهُ مِنِ 12 مكعبَ وَحدةٍ، أرسمُ الشكلَ الناتجَ بعدَ إزالةِ المكعبَينِ المظلّلَينِ.

أرسمُ المساقطَ: العلويَّ، والأماميَّ، والجانبيَّ، لكلٍّ مِنَ المجسّماتِ الآتيةِ:

⑦

⑧

39



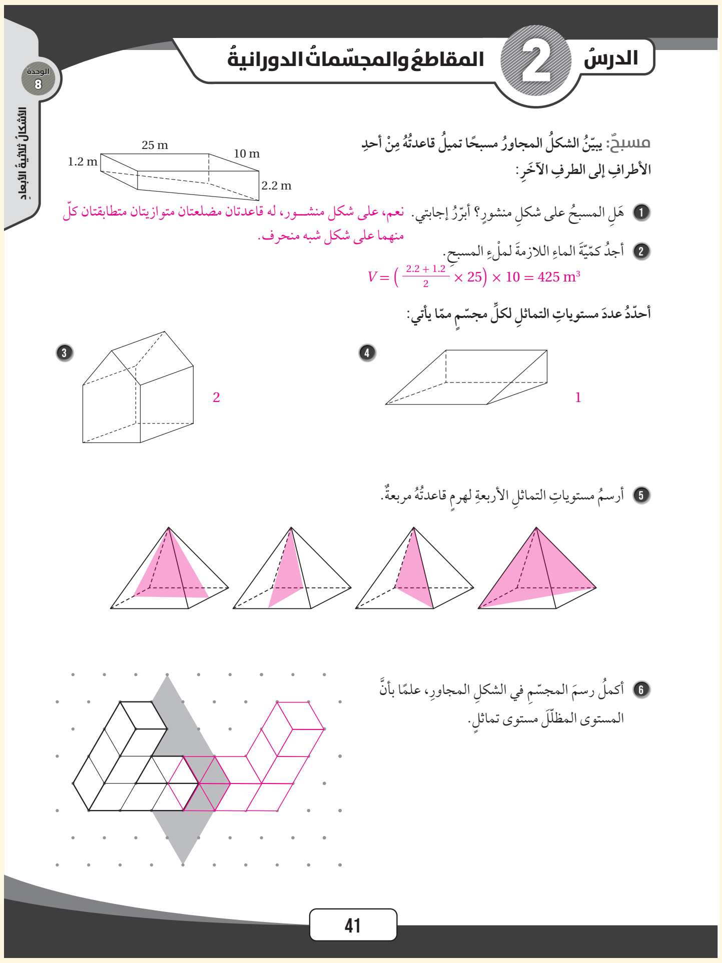
الدرسُ 1 رسمُ الأشكالِ ثلاثيةِ الأبعادِ (يتبعُ)

⑨ أكملُ رسمَ المجسّمِ الآتي باستعمالِ مسقطَيهِ: الجانبيِّ، والعلويِّ.

⑩ أستعملُ الورقةَ المثلثةَ المتساويةَ القياسِ أدناهُ والمساقطَ المجاورةَ لَهُ، لرسمِ المجسّمِ مِنْ مكعباتِ وَحدةٍ.

40

كتاب التمارين



الدرسُ 2 المقاطعُ والمجسّماتُ الدورانيةُ

مسبحٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ مسبحًا تميلُ قاعدتُهُ مِنْ أحدِ الأطرافِ إلى الطرفِ الآخَرِ:

1 هَلِ المسبحُ على شكلِ منشورٍ؟ أبرّرُ إجابتي. نعم، على شكل منشــور، له قاعدتان مضلعتان متوازيتان متطابقتان كلّ منهما على شكل شبه منحرف.

2 أجدُ كمّيّةَ الماءِ اللازمةَ لملْءِ المسبحِ.

$$V = \left(\frac{2.2 + 1.2}{2} \times 25\right) \times 10 = 425\ \text{m}^3$$

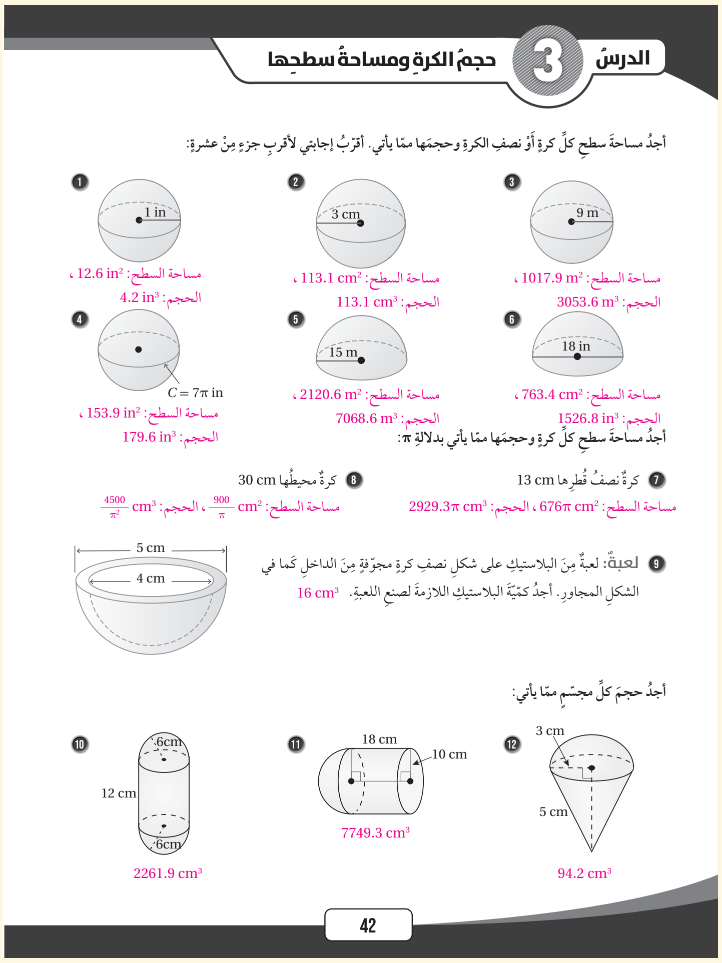
أحدّدُ عددَ مستوياتِ التماثلِ لكلِّ مجسّمٍ ممّا يأتي:

3 2

4 1

5 أرسمُ مستوياتِ التماثلِ الأربعةِ لهرمٍ قاعدتُهُ مربعةٌ.

6 أكملُ رسمَ المجسّمِ في الشكلِ المجاورِ، علمًا بأنَّ المستوى المظلَّلَ مستوى تماثلٍ.



الدرسُ 3 حجمُ الكرةِ ومساحةُ سطحِها

أجدُ مساحةَ سطحِ كلِّ كرةٍ أَوْ نصفِ الكرةِ وحجمَها ممّا يأتي. أقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ:

1 1 in
مساحة السطح: $12.6\ \text{in}^2$ ، الحجم: $4.2\ \text{in}^3$

2 3 cm
مساحة السطح: $113.1\ \text{cm}^2$ ، الحجم: $113.1\ \text{cm}^3$

3 9 m
مساحة السطح: $1017.9\ \text{m}^2$ ، الحجم: $3053.6\ \text{m}^3$

4 $C = 7\pi$ in
مساحة السطح: $153.9\ \text{in}^2$ ، الحجم: $179.6\ \text{in}^3$

5 15 m
مساحة السطح: $2120.6\ \text{m}^2$ ، الحجم: $7068.6\ \text{m}^3$

6 18 in
مساحة السطح: $763.4\ \text{cm}^2$ ، الحجم: $1526.8\ \text{in}^3$

أجدُ مساحةَ سطحِ كلِّ كرةٍ وحجمَها ممّا يأتي بدلالةِ π:

7 كرةٌ نصفُ قُطرِها 13 cm
مساحة السطح: $676\pi\ \text{cm}^2$ ، الحجم: $2929.3\pi\ \text{cm}^3$

8 كرةٌ محيطُها 30 cm
مساحة السطح: $\frac{900}{\pi}\ \text{cm}^2$ ، الحجم: $\frac{4500}{\pi^2}\ \text{cm}^3$

9 لعبةٌ: لعبةٌ مِنَ البلاستيكِ على شكلِ نصفِ كرةٍ مجوّفةٍ مِنَ الداخلِ كَما في الشكلِ المجاورِ. أجدُ كمّيّةَ البلاستيكِ اللازمةَ لصنعِ اللعبةِ. $16\ \text{cm}^3$

أجدُ حجمَ كلِّ مجسّمٍ ممّا يأتي:

10 6cm، 12 cm، 6cm
$2261.9\ \text{cm}^3$

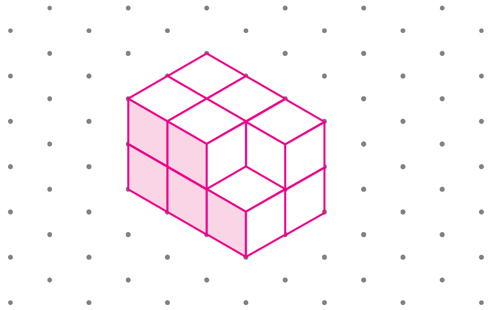
11 18 cm، 10 cm
$7749.3\ \text{cm}^3$

12 3 cm، 5 cm
$94.2\ \text{cm}^3$

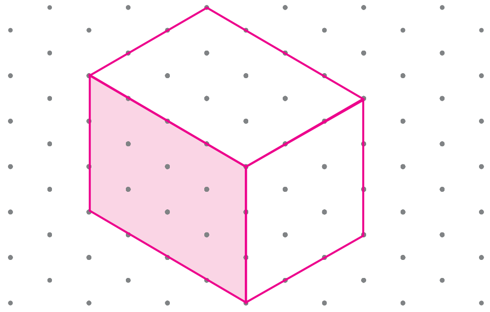
ملاحظاتي

الدرس 1 (أتحقّق من فهمي 1):

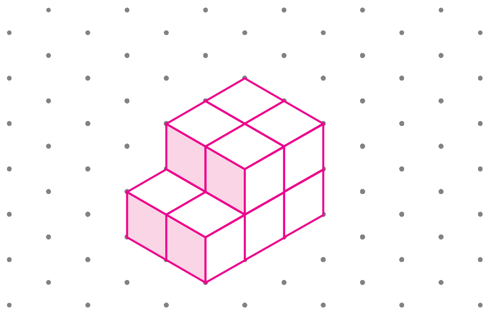
2)



الدرس 1 (أتحقّق من فهمي 2):

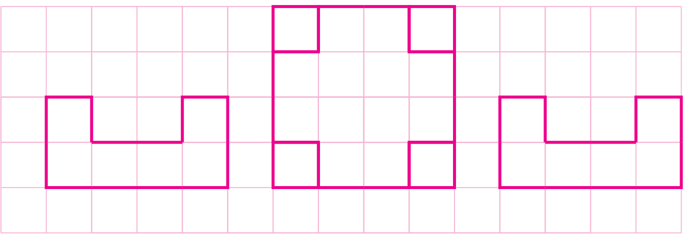


الدرس 1 (أتحقّق من فهمي 4):

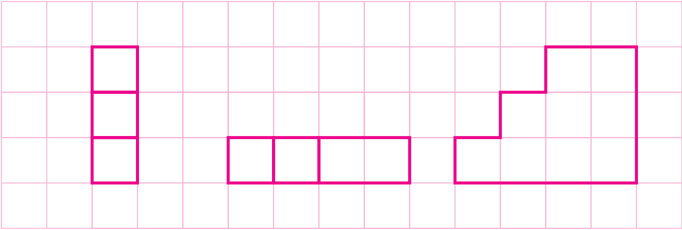


الدرس 1 (أتدرب وأحل المسائل):

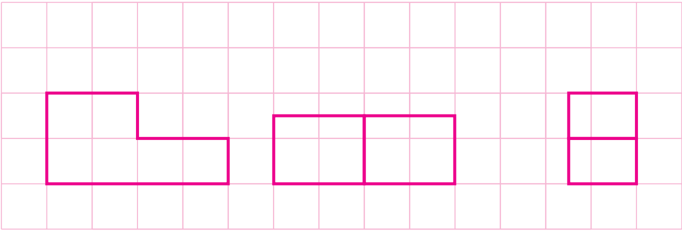
13)



14)

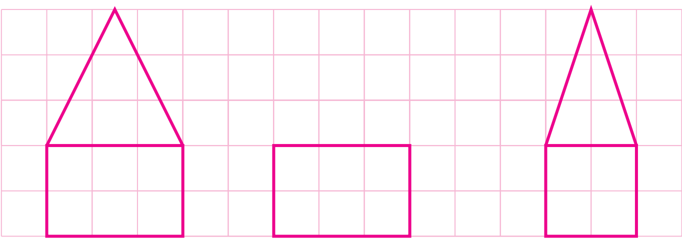


15)



(طول مربع الشبكة 1 cm)

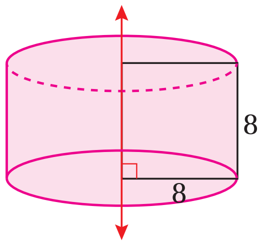
16)



(طول مربع الشبكة 1 cm)

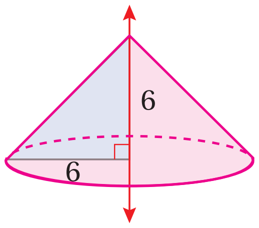
الدرس 2 (أتدرب وأحل المسائل):

14)



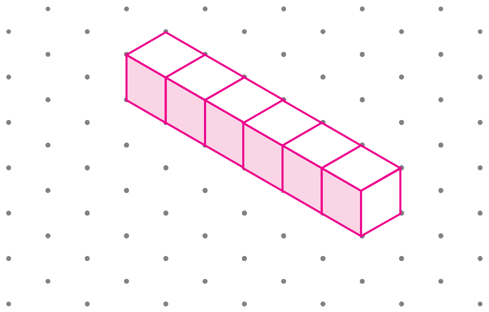
المجسّم الدوراني الناتج: أسطوانة ارتفاعها 8 وطول نصف قطر قاعدتها 8

15)



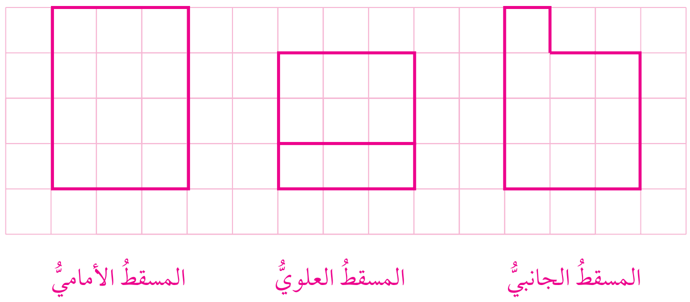
المجسّم الدوراني الناتج: مخروط ارتفاعه 6 وطول نصف قطر قاعدته 6

20)

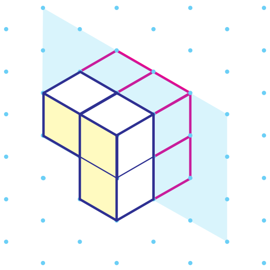


اختبار نهاية الوحدة:

9)



16)



17) مساحة السطح: 452.39 cm^2 ، الحجم: 904.78 cm^3

18) مساحة السطح: 143.35 cm^2 ، الحجم: 124.24 cm^3

19) مساحة السطح: 2642.08 cm^2 ، الحجم: 12770.05 cm^3

20) مساحة السطح: 636172.51 m^2 ، الحجم: 47712938.43 m^3

الوحدة
9

الإحصاء والاحتمالات

مخطط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			• ورقة المصادر 16	1
الدرس 1: الربيعيات	• تعرّف المدى الربيعي وعلاقته بتشتّت البيانات. • تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين، وتفسيرها.	مقاييس التشتّت. المدى. الربيعيات. المدى الربيعي. الربيع الأدنى. الربيع الأعلى. القيمة المتطرِّفة. الصندوق ذو العارضتين.	• مسطرة. • ورقة المصادر 17	3
الدرس 2: اختيار التمثيل الأنسب	• اختيار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة. • كتابة استدلال حول بيانات ممثَّلة .	البيانات العددية. البيانات النوعية. الاستدلال.	• ورقة المصادر 18 • ورقة المصادر 19	3
الدرس 3: عدّ النواتج	• تحديد نواتج الفضاء العيني وعددها.	النواتج. الحادث. الفضاء العيني. مخطّط الشجرة. مخطّط الاحتمال.	• كرتون مقوّى. • أقلام تلوين.	2
الدرس 4: احتمال الحوادث المركَّبة	• إيجاد احتمالات حوادث مركَّبة.	حادث بسيط. حادث مركَّب.	• أحجار نرد. • أوراق بيضاء.	2
عرض نتائج مشروع الوحدة				1 (حصة واحدة لعرض النتائج)
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع				13 حصة

الوحدة 9

تهيئة الوحدة

1 نظرة عامة على الوحدة:

سيتعرّف الطلبة في هذه الوحدة أحد مقاييس تشتّت البيانات، وهو: المدى الربيعي، وسيتعرّفون أيضًا كيفية تمثيل البيانات باستعمال الصندوق ذي العارضتين، وتفسير بيانات ممثَّلة بالصندوق ذي العارضتين.

وسيتعرّف الطلبة أيضًا كيفية اختيار التمثيل الأنسب لمجموعة من البيانات وفقًا لنوع البيانات والهدف من كلّ تمثيل، إضافة إلى تعرّف مفهوم الاستدلال وكتابة استدلال حول بيانات ممثَّلة.

سيتعلّم الطلبة في هذه الوحدة عدّة طرائق لإيجاد جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية وهي: مخطّط الشجرة، والجدول، ومخطّط الاحتمال، إضافة إلى استعمال هذه الطرائق في إيجاد احتمالات حوادث مركَّبة.

الوحدةُ 9

الإحصاءُ والاحتمالاتُ

ما أهميّةُ هذهِ الوحدةِ؟

برزَتْ أهميةُ الإحصاءِ والاحتمالاتِ حديثًا بسببِ الاعتمادِ المتزايدِ على الحواسيبِ في شتّى مجالاتِ الحياةِ، فنتجَ عَنْ ذلكَ بياناتٌ كبيرةٌ نحتاجُ إلى تحليلِها، وفهمِها؛ لنتّخذَ قراراتٍ صحيحةً بناءً عليها. وسأتعلمُ في هذهِ الوَحدةِ مهاراتٍ إحصائيةً كثيرةً ستساعدُني على اتّخاذِ قراراتٍ صحيحةٍ في حَياتي.

تعلّمتُ سابقًا:

✓ إيجادَ الوسيطِ والمَدى لمجموعةٍ مِنَ البياناتِ.

✓ تمثيلَ مجموعةٍ مِنَ البياناتِ بالقطاعاتِ الدائريةِ، والجداولِ التّكراريةِ، والمخطّطاتِ التّكراريةِ، ومخطّطاتِ السّاقِ والورقةِ.

✓ إيجادَ احتمالِ وقوعِ الحوادثِ.

سأتعلّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- تمثيلَ بياناتٍ بالصُّندوقِ ذي العارضتَينِ، وتفسيرَها.
- اختيارَ التمثيلِ الأنسبِ لمجموعةٍ مِنَ البياناتِ.
- إيجادَ الفضاءِ العَينيِّ لتجربةٍ عشوائيةٍ.
- إيجادَ احتمالِ حادثٍ مركّبٍ.

142

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- وصف أثر القيمة المتطرِّفة في الوسط الحسابي لمجموعة بيانات.
- حساب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لمجموعة من البيانات، وتحديد المقياس الأنسب لوصف البيانات.
- تمثيل البيانات باستعمال مخطّط الساق والورقة.
- اختبار صحة فرضية بالاعتماد على بيانات معطاة.
- إيجاد احتمالات وقوع الحوادث لتجربة عشوائية متساوية الاحتمال.
- إيجاد احتمالات حوادث ممثَّلة في جداول ذات اتجاهين.
- إيجاد الاحتمال التجريبي لوقوع حادث ما.

الصف الثامن

- تعرّف المدى الربيعي وعلاقته بتشتّت البيانات.
- تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين، وتفسيرها.
- اختيار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة.
- كتابة استدلال حول بيانات ممثَّلة.
- تحديد نواتج الفضاء العيني وعددها.
- إيجاد احتمالات حوادث مركَّبة.

الصف التاسع

- إيجاد مقاييس التشتّت لبيانات مفردة، وأُخرى منظَّمة في جداول تكرارية.
- تنظيم البيانات في جداول تكرارية ذات فئات.
- تقدير مقاييس النزعة المركزية للجداول التكرارية ذات الفئات.
- إيجاد الاحتمال باستعمال أشكال ڤن.
- إيجاد احتمالات هندسية باستعمال الأطوال والمساحات والزوايا.

مشروعُ الوحدةِ: جمعُ البياناتِ، وتحليلُها

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِيَ الخاصِّ الّذي سنستعملُ فيهِ ما سنتعلّمُهُ في هذِهِ الوَحدةِ لجمعِ بياناتٍ، وتحليلِها، وكتابةِ استنتاجاتٍ حولَها.

خُطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أختارُ موضوعًا شائقًا، وأكتبُ ثلاثةَ أسئلةٍ إحصائيةٍ حولَهُ تكونُ إجاباتُها بياناتٍ عدديةً، وسؤالَينِ إحصائيَّينِ تكونُ إجاباتُهُما بياناتٍ نوعيةً. مثلًا، قَدْ يكونُ الموضوعُ (الحفاظُ على البيئةِ) أَوْ (خطرُ التدخينِ).
2. أصمّمُ استبانةً بطريقةٍ جاذبةٍ، وأكتبُ فيها الأسئلةَ الإحصائيةَ الّتي أعددْتُها، ثُمَّ أطبعُ 20 نسخةً مِنْها على الأقلِّ.
3. أطلبُ إلى 20 طالبًا / طالبةً في مدرستي الإجابةَ عَنْ فقراتِ الاستبانةِ.
4. أجدُ للبياناتِ العدديةِ الّتي حصلْتُ عليها:
   - مقاييسَ النّزعةِ المركزيةِ (الوسطَ الحسابيَّ، والوسيطَ، والمِنوالَ).
   - المَدى، والرُّبَيعِيّاتِ، والمَدى الرُّبَيعيَّ.
5. أمثّلُ البياناتِ بالصُّندوقِ ذي العارضتَينِ.
6. أحدّدُ القِيَمَ المتطرّفةَ لكلِّ مجموعةِ بياناتٍ (إنْ وُجدَتْ).
7. أمثّلُ البياناتِ الّتي حصلْتُ عليها مِنْ إجاباتِ كلِّ سؤالٍ باستعمالِ إحدى طرائقِ تمثيلِ البياناتِ الّتي تعلمْتُها سابقًا، وأبرّر اختيارَ كلِّ تمثيلٍ.
8. أكتبُ استنتاجًا اعتمادًا على إجاباتِ الطلبةِ عَنْ كلِّ سؤالٍ.
9. أصفُ حادثًا بسيطًا وحادثًا مركَّبًا حولَ البياناتِ النوعيةِ الّتي حصلْتُ عليها.

عرضُ النتائجِ:

- أكتبُ تقريرًا أضمّنُهُ الأسئلةَ الإحصائيةَ الّتي كتبْتُها، بحيثُ يَلي كلَّ سؤالٍ التمثيلُ الإحصائيُّ للبياناتِ الّتي حصلْتُ عليها مِنْ إجاباتِ السؤالِ، والاستنتاجَ الّذي وضعْتُهُ حولَ هذِهِ البياناتِ.
- أضمّنُ التقريرَ مقاييسَ النّزعةِ المركزيةِ، ومقاييسَ التشتّتِ، والقِيَمَ المتطرّفةَ لكلِّ مجموعةِ بياناتٍ.
- أناقشُ مَعَ زملائي / زميلاتي صحّةَ الاستنتاجاتِ الّتي توصلْتُ إليها.

143

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	كتابة 20 سؤالًا إحصائيًّا حول موضوع معيّن.			
2	إيجاد المدى والربيعيات والمدى الربيعي لمجموعة من البيانات.			
3	وصف حادث بسيط وحادث مركّب حول مجموعة من البيانات النوعية.			
4	التعاون والعمل بروح الفريق.			
5	إعداد المشروع في الوقت المحدّد.			
6	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
7	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3 تقديم نتاج صحيح كامل.

2 مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف مشروع الوحدة إلى توظيف ما سيتعلّمه الطلبة في هذه الوحدة لجمع البيانات، وتحليلها واختيار التمثيل الأنسب لها، وكتابة استنتاجات حولها.

يهدف مشروع الوحدة أيضًا إلى تنمية مهارتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلّم موضوعات الوحدة.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكّد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضّح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب منهم، وأؤكّد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أوّلًا بأوّل، وتعزيزها بالصور.
- أذكّر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كلّ درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبيّن للطلبة سلفًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع، أبيّن للطلبة ما يأتي:
  - » إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
  - » اختيار كلّ مجموعة أحد أفرادها؛ للوقوف أمام المجموعات الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثّل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارة التواصل لدى الطلبة).
  - » الطلب إلى أفراد المجموعات ذِكْر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلّب عليها؛ تعزيزًا لمهاراتهم في حلّ المشكلات.

3 نشاط الاستعداد للوحدة:

نصف ساعة

ملاحظاتي

هدف النشاط:

- التحقّق من امتلاك الطلبة لمهارات حساب مقاييس النزعة المركزية لمجموعة من البيانات، وحلّ المشكلات.

إجراءات النشاط:

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية.
- أكتب الأعداد المجاورة على اللوح، ثمّ أخبر الطلبة بما يأتي:

9 7 8 13 11 12 14

» "يلعب هشام لعبة مرّات عدّة، وفي كلّ محاولة يكون عدد النقاط التي يحرزها بين 1 و 20، وتبيّن الأعداد المكتوبة على اللوح علاماته في 7 محاولات".

- أخبر المجموعات أن هشامًا لعب اللعبة الثامنة، ثمّ أوزّع عليهم البطاقات أدناه من **ورقة المصادر 16: نشاط أسئلة إحصائية**، وأطلب إليهم الإجابة عن السؤال الموجود على كلّ بطاقة.

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان الوسط الحسابي للنقاط في المحاولات الثمانية 11؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان المدى للنقاط في المحاولات الثمانية 9؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان وسيط النقاط في المحاولات الثمانية 10؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان الوسط الحسابي للنقاط في المحاولات الثمانية 9.5؟

ما عدد النقاط التي أحرزها هشام في اللعبة الثامنة، إذا كان وسيط النقاط في المحاولات الثمانية 11؟

- أتابع عمل المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أناقش إجابات الأسئلة مع الطلبة على اللوح.

إرشادات:

- أذكّر الطلبة بأهمية ترتيب البيانات تصاعديًّا عند إيجاد الوسيط.
- أقصّ البطاقات الموجودة في ورقة المصادر قبل الحصة الصفية.

الدرسُ 1 الرُّبَيعِيّاتُ

فكرةُ الدرسِ

- أتعرفُ المَدى الرُّبَيعِيَّ وعلاقتَهُ بتشتّتِ البياناتِ.
- أمثّلُ بياناتٍ بالصُّندوقِ ذي العارضتَينِ، وأفسّرُها.

المصطلحاتُ

مقاييسُ التشتّتِ، المَدى، الرُّبَيعيّاتُ، المَدى الرُّبَيعِيُّ، الرُّبَيعُ الأدنى، الرُّبَيعُ الأعلى، القيمةُ المتطرّفةُ، الصُّندوقُ ذو العارضتَينِ.

أستكشفُ

سألَتْ هديلُ مجموعةً مِنْ طالباتِ صفِّها عَنْ عددِ أكوابِ الماءِ الّتي تشربُها كلُّ واحدةٍ منهُنَّ في اليومِ، ومثّلَتْ ما حصلَتْ عليهِ بِالنقاطِ كما في الشكلِ المجاورِ:

1) أجدُ وسيطَ هذِهِ البياناتِ.

2) أرتّبُ البياناتِ في مجموعتَينِ: مجموعةِ النصفِ الأعلى، ومجموعةِ النصفِ الأدنى. ما عددُ القِيَمِ في كلِّ مجموعةٍ؟

3) أجدُ الوسيطَ لكلِّ مجموعةٍ.

4) وضعَتْ هديلُ الفرضيةَ الآتيةَ، هَلِ الفرضيةُ الّتي وضعَتْها هديلُ صحيحةٌ؟
يشربُ رُبعُ مجموعةِ الطالباتِ كوبَيْ ماءٍ أَوْ أقلَّ في اليومِ.

تُستعمَلُ **مقاييسُ التشتّتِ** (measures of variation) لوصفِ مقدارِ تشتّتِ البياناتِ وتباعدِها. ويُعَدُّ **المَدى** (range) أحدَ مقاييسِ التشتّتِ، وهوَ يُساوي الفرقَ بَيْنَ أكبرِ قِيَمِ البياناتِ وأصغرِها، ويُرمَزُ إليهِ بالرمزِ R.

أتذكّرُ
الوسطُ الحسابيُّ والوسيطُ والمِنوالُ هِيَ مقاييسُ نزعةٍ مركزيةٍ وَتصفُ مركزَ البياناتِ بطرائقَ مختلفةٍ.

الرُّبَيعِيّاتُ (quartiles) قِيَمٌ تقسمُ البياناتِ إلى أربعِ مجموعاتٍ متساويةٍ تحوي كلٌّ منها رُبعَ البياناتِ، إِذْ يقسمُ الوسيطُ البياناتِ إلى مجموعتَينِ متساويتَينِ.

وسيطُ النصفِ الأعلى مِنَ البياناتِ، ويُسمّى **الرُّبَيعَ الأعلى** (upper quartile)، ويُرمزُ إليهِ بالرمزِ Q_3، ورُبعُ البياناتِ يزيدُ عليهِ أَوْ يُساويهِ.

وسيطُ النصفِ الأدنى مِنَ البياناتِ، ويُسمّى **الرُّبَيعَ الأدنى** (lower quartile)، ويُرمزُ إليهِ بالرمزِ Q_1، ورُبعُ البياناتِ يقلُّ عنهُ أَوْ يُساويهِ.

الدرس 1

نتاجات الدرس:

- تعـرّف المـدى الربيعـي وعلاقتـه بتشـتّت البيانـات.
- تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين، وتفسيرها.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- حسـاب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لمجموعـة من البيانـات، وتحديد المقياس الأنسب لوصف البيانات.
- وصـف أثـر القيمـة المتطرِّفـة فـي الوسـط الحسـابي لمجموعة بيانات.

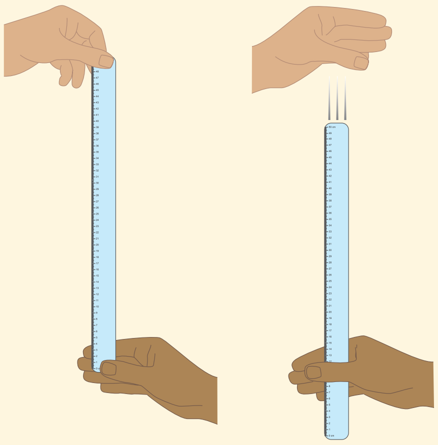
مراجعـة التعلُّـم القبلـي ومعالجـة الفاقد التعليمي:

أسترشـد بالإجـراءات المُبيَّنة فـي مقدّمة دليـل المعلّم (الصفحتيـن h و i) والمُتعلِّقـة بمراجعـة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أخبـر الطلبـة أنهم سـيلعبون لعبـةً تقيس سـرعة ردود أفعالهم.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أطلب إلى أحد فردي المجموعة الإمسـاك بمسـطرة طولها 30 cm رأسيًّا بطرف أصابعه من نقطة الصفر فوق أصابع الفرد الآخـر، ثم أطلـب إليه إفلات المسـطرة دون تحدُّث، وعلـى الفـرد الثاني الإمسـاك بالمسـطرة بسـرعة، ثم تحديد طول المسـطرة أسـفل خنصـره، وأخبرهـم أنّه كلّمـا كانـت ردّة فعلهـم أسـرع، كان طول المسـطرة أسفل الخنصر أقلّ.

- أطلب إلى فـردي المجموعة تكـرار التجربة 10 مـرات، ثـم إيجـاد الوسـط الحسـابي للأطـوال التـي حصـل عليهـا الفـرد الثاني، وتسـجيل النواتـج فـي **ورقـة المصـادر 17: سرعة ردة الفعل**.
- أطلب إلى فردي المجموعة تبادل الأدوار.
- يفـوز في اللعبـة الفرد الذي يكـون لديه أفضل ردّة فعـل؛ أي الفـرد الـذي يكـون الوسـط الحسابي له أقلّ.



2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثمّ أسألهم:
  - » كم طالبة في صفّ هديل تشرب 3 أكواب من الماء يوميًّا؟ 4 طالبات.
  - » كم طالبة في صفّ هديل تشرب 5 أكواب من الماء يوميًّا؟ طالبة واحدة.
  - » ما وسيط البيانات التي حصلت عليها هديل؟ 3
  - » عند ترتيب البيانات فـي مجموعتين: مجموعة النصف الأعلى، ومجموعة النصف الأدنى، ماعدد البيانات في كلّ مجموعة؟ 8
  - » ما وسيط كلّ مجموعة؟ وسيط المجموعة الأولى (2)، ووسيط المجموعة الثانية (4.5).
- كما يظهر في السؤال الرابع من فقرة (**أستكشف**) أن هديل وضعت فرضية تفيد بأن ربع الطالبات يشربْنَ كوبَيْ ماءٍ أو أقلّ. هل فرضية هديل صحيحة؟ نعم، صحيحة.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.
- لا يقلّ المجال العاطفي أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا أحرص على ألّا أخطّئ أحدًا، بل أقول: "لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمن يستطيع إعطاء إجابة أُخرى؟"، ثمّ أشكره على محاولته الإجابة عن السؤال، وأطلب إلى أحد الطلبة غيره الإجابة عن السؤال، حتى نحصل على الإجابة الصحيحة، وأعزّزه، ثم أعود إلى الطالب نفسه/ الطالبة نفسها وأطلب إليه/ إليها الإجابة عن السؤال مرّة أُخرى، وأعزّزه/ أعزّزها كما عزّزت مَن قدّم الإجابة الصحيحة.

ملاحظاتي

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة (**أستكشف**)، أعزّز الوعي الصحي لدى الطلبة؛ بتوضيح أهمية الاستهلاك الكافي والمنتظم من الماء، فكمّية الماء التي يشربها الشخص يوميًّا تلعب دورًا مهمًّا في الحفاظ على صحة الجسم، ولهذا يوصي خبراء التغذية بشرب 8 إلى 10 أكواب من الماء كلّ يوم للحفاظ على صحة جيدة.

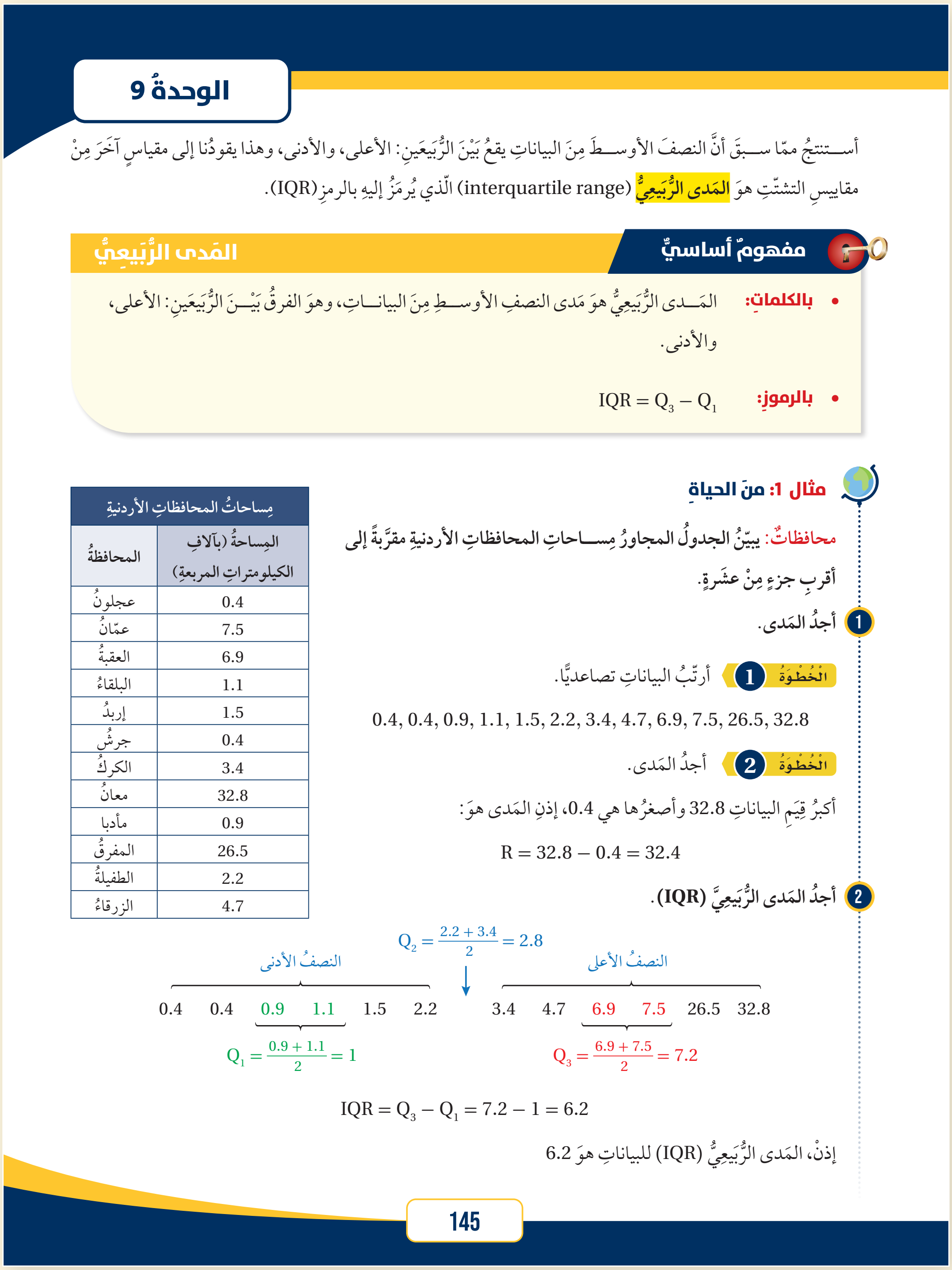
3 التدريس

مثال 1: من الحياة

- أذكّر الطلبة بمقاييس النزعة المركزية التي تعلّموها سابقًا وهي: الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال، وأذكّرهم بأن هذه المقاييس تَصِفُ مركز البيانات بطرائق مختلفة؛ لذا سُمِّيَت مقاييسَ النزعة المركزية.
- أبيّن للطلبة وجود مقاييس أُخرى تصف مقدار تشتّت البيانات وتباعدها عن بعضها وتُسمّى مقاييس التشتّت، وألفت انتباههم إلى أنهم تعرّفوا سابقًا مقياسًا من هذه المقاييس؛ ألا وهو المدى.
- أكتب البيانات الآتية على اللوح:

  18, 21, 22, 24, 28, 30, 31, 32, 36, 37

- أسأل الطلبة الأسئلة الآتية:
  - » ما وسيط هذه البيانات؟ 29
  - » إذا قسمنا البيانات إلى مجموعتين: مجموعة النصف الأعلى، ومجموعة النصف الأدنى، فما وسيط كلّ مجموعة؟ وسيط النصف الأعلى (32)، ووسيط النصف الأدنى (22).
- أبيّن للطلبة أن وسيط البيانات ووسيط النصف الأعلى ووسيط النصف الأدنى قيم تقسم البيانات إلى أربع مجموعات متساوية في كلّ منها ربع البيانات؛ لذا تُسمّى هذه القيم **بالربيعيات**، ثمّ أُخبرهم أن وسيط النصف الأدنى من البيانات يُسمّى **الربيع الأدنى** ويُرمَز إليه بالرمز Q_1، وأن ربع البيانات تقلّ عنه أو تساويه، وأُخبرهم أيضًا أن وسيط النصف الأعلى من البيانات يُسمّى **الربيع الأعلى**، ويُرمَز إليه بالرمز Q_3، وأن ربع البيانات تزيد عليه أو تساويه، أمّا وسيط البيانات فيُرمَز إليه بالرمز Q_2.
- أخبر الطلبة أنه يمكن وصف توزيع البيانات باستعمال الربيعيات باستعمال جُمل، مثل:
  - » نصف البيانات تقلّ عن 29 (الوسيط) أو تساويه.
  - » ثلاثة أرباع البيانات تقلّ عن 32 (الربيع الأعلى) أو تساويه.
- أطلب إلى الطلبة إعطاء مزيد من الجُمل التي تصف توزيع البيانات وأكتبها على اللوح، وأناقشهم في صحتها.
- أتوصّل عن طريق مناقشة الطلبة في الجُمل التي تصف توزيع البيانات باستعمال الربيعيات إلى استنتاج أن النصف الأوسط من البيانات يقع بين الربيع الأعلى والربيع الأدنى، وهو ما يُسمّى **المدى الربيعي**، ثمّ أقدّم لهم المفهوم بالكلمات والرموز بالاستعانة بصندوق (**مفهوم أساسي**) الوارد في كتاب الطالب.



أستنتجُ ممّا سبقَ أنَّ النصفَ الأوسطَ مِنَ البياناتِ يقعُ بَيْنَ الرُّبَيعَينِ: الأعلى، والأدنى، وهذا يقودُنا إلى مقياسٍ آخَرَ مِنْ مقاييسِ التشتّتِ هوَ **المَدى الرُّبَيعِيُّ** (interquartile range) الّذي يُرمَزُ إليهِ بالرمزِ (IQR).

مفهومٌ أساسيٌّ **المَدى الرُّبَيعِيُّ**

- **بالكلماتِ:** المَدى الرُّبَيعِيُّ هوَ مَدى النصفِ الأوسطِ مِنَ البياناتِ، وهوَ الفرقُ بَيْنَ الرُّبَيعَينِ: الأعلى، والأدنى.
- **بالرموزِ:** $IQR = Q_3 - Q_1$

مثال 1: مِنَ الحياةِ

محافظاتٌ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ مِساحاتِ المحافظاتِ الأردنيةِ مقرَّبةً إلى أقربِ جزءٍ مِنْ عشَرةٍ.

مِساحاتُ المحافظاتِ الأردنيةِ

المحافظةُ	المِساحةُ (بآلافِ الكيلومتراتِ المربعةِ)
عجلونُ	0.4
عمّانُ	7.5
العقبةُ	6.9
البلقاءُ	1.1
إربدُ	1.5
جرشُ	0.4
الكركُ	3.4
معانُ	32.8
مأدبا	0.9
المفرقُ	26.5
الطفيلةُ	2.2
الزرقاءُ	4.7

1 أجدُ المَدى.

الْخُطْوَةُ 1 أرتّبُ البياناتِ تصاعديًّا.

0.4, 0.4, 0.9, 1.1, 1.5, 2.2, 3.4, 4.7, 6.9, 7.5, 26.5, 32.8

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ المَدى.

أكبرُ قِيَمِ البياناتِ 32.8 وأصغرُها هي 0.4، إذنِ المَدى هوَ:

$$R = 32.8 - 0.4 = 32.4$$

2 أجدُ المَدى الرُّبَيعِيَّ **(IQR)**.

$$Q_2 = \frac{2.2 + 3.4}{2} = 2.8$$

النصفُ الأدنى النصفُ الأعلى

0.4 0.4 0.9 1.1 1.5 2.2 3.4 4.7 6.9 7.5 26.5 32.8

$$Q_1 = \frac{0.9 + 1.1}{2} = 1 \qquad Q_3 = \frac{6.9 + 7.5}{2} = 7.2$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 7.2 - 1 = 6.2$$

إذنْ، المَدى الرُّبَيعِيُّ (IQR) للبياناتِ هوَ 6.2

- أناقش الطلبة في حلّ المثال 1 على اللوح، وأؤكّد أهمية استعمال المدى والمدى الربيعي في وصف توزيع البيانات.

إرشاد: أذكّر الطلبة أنه إذا كان عدد القيم زوجيًّا عند إيجاد الوسيط، فإنه توجد قيمتان في الوسط، وعليه يكون الوسيط هو الوسط الحسابي لهاتين القيمتين.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند إيجاد المدى الربيعي بعدم ترتيب البيانات تصاعديًّا؛ لذا أؤكّد بصورة مستمرة أهمية ترتيب البيانات؛ وذلك لأن كلّ ربيع يمثّل بحدّ ذاته وسيطًا لمجموعة من البيانات، ويجب ترتيب البيانات تصاعديًّا لإيجاده.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربيــة واللغة الإنجليزيــة، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

✓ التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حــلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشــتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أذكّــر الطلبة بمفهــوم القيمــة المتطرِّفة الــذي تعلّموه سابقًا وتأثيره في الوسط الحسابي للبيانات.
- أبيّــن للطلبة إمكانيــة إيجاد القيــم المتطرِّفة لمجموعة مــن البيانــات باســتعمال الربيعيــات، فــأيّ قيمة تقلّ عن المقــدار $Q_1-1.5(IQR)$، أو تزيــد على المقدار $Q_3+1.5(IQR)$ تُعَدّ قيمة متطرِّفة.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح، وأؤكّد لهم أنه ليس بالضرورة وجود قيم متطرِّفة.
- إن لــزم الأمــر، أناقــش الطلبــة فــي مزيد مــن الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

✓ إرشادات:

- يمكنني الاستعانة بالشكل التوضيحي الوارد في الصفحة 146 من كتــاب الطالب لتوضيح علاقة القيم المتطرِّفة بالربيعيات.
- أذكّر الطلبة بأن مخطّط الساق والورقة هو طريقة لتنظيم البيانات تُقسَــم فيهــا كلّ قيمة في البيانات إلى جزأين، هما: الســاق وهو الرقم (أو الأرقام) الذي في المنزلة الكبرى، والورقة وهي الأرقام الأخرى.
- أذكّــر الطلبــة أنــه يمكــن تفسيــر توزيــع البيانات الممثَّلــة بمخطّــط الســاق والورقــة ووصفهــا بسهولة؛ لأنّها مرتّبة تصاعديًّا.

3 أستعملُ المَدى والمَدى الرُّبَيعِيَّ لوصفِ البياناتِ.

مَــدى هذِهِ البيانــاتِ 32.4 ألفَ كيلومترٍ مربعٍ، ورُبعُ محافظاتِ المملكةِ مِســاحاتُها ألفُ كيلومترٍ مربــعٍ أَوْ أقلُّ، ورُبعُ المحافظاتِ أيضًا مســاحاتُها 7.2 آلافِ كيلومترٍ مربعٍ أَوْ أكثرُ، وتتراوحُ مِســاحاتُ النصفِ الأوسطِ مِنَ المحافظاتِ بَيْنَ ألفِ كيلومترٍ مربعٍ وَ 7.2 آلافِ كيلومترٍ مربعٍ، ولا تتجاوزُ الفروقُ بَيْنَ مِساحاتِها 6.2 آلافِ كيلومترٍ مربعٍ.

أتحققُ من فهمي: (4–6) أنظر الهامش.

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ النقاطِ الّتي سجّلَها فريقُ كرةِ سلةٍ في أحدِ المواسمِ:

عددُ النقاطِ				
60	59	67	61	64
62	56	71	57	58

4 أجدُ المَدى.

5 أجدُ المَدى الرُّبَيعِيَّ.

6 أستعملُ المَدى والمَدى الرُّبَيعِيَّ لوصفِ البياناتِ.

القيمةُ المتطرّفةُ (outlier) هِيَ قيمةٌ أكبرُ بكثيرٍ أَوْ أقلُّ بكثيرٍ مِنْ قيمةِ الوسيطِ، وتُعَدُّ أَيُّ قيمةٍ تقلُّ عَنِ المقدارِ $Q_1-1.5(IQR)$ أَوْ تزيدُ على المقدارِ $Q_3+1.5(IQR)$ قيمةً متطرّفةً.

مثال 2

أجــدُ القِيَمَ المتطرّفةَ (إنْ وُجِــدَتْ) في البياناتِ الممثَّلةِ بمخطّطِ السّــاقِ والورقةِ المجاورِ.

السّاقُ	الورقةُ
1	2 2 7
2	3 3 3 4 4 5 6 6 8 8 9
3	0 1 4 6
4	0 6

المفتاحُ: 1|2 = 12

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ الرُّبَيعِيّاتِ.

أســتعملُ الأقواسَ لتحديدِ النصفِ العلويِّ والســفليِّ مِنَ القِيَمِ، ثُــمَّ أحدّدُ القِيَمَ اللازمةَ لإيجادِ الرُّبَيعِيّاتِ.

السّاقُ	الورقةُ
1	[2 2 7
2	3 3 3 4 4 5 6] [6 8 8 9
3	0 1 4 6
4	0 6]

المفتاحُ: 1|2 = 12

$$Q_1=\frac{23+23}{2}=23 \qquad Q_3=\frac{30+31}{2}=30.5$$

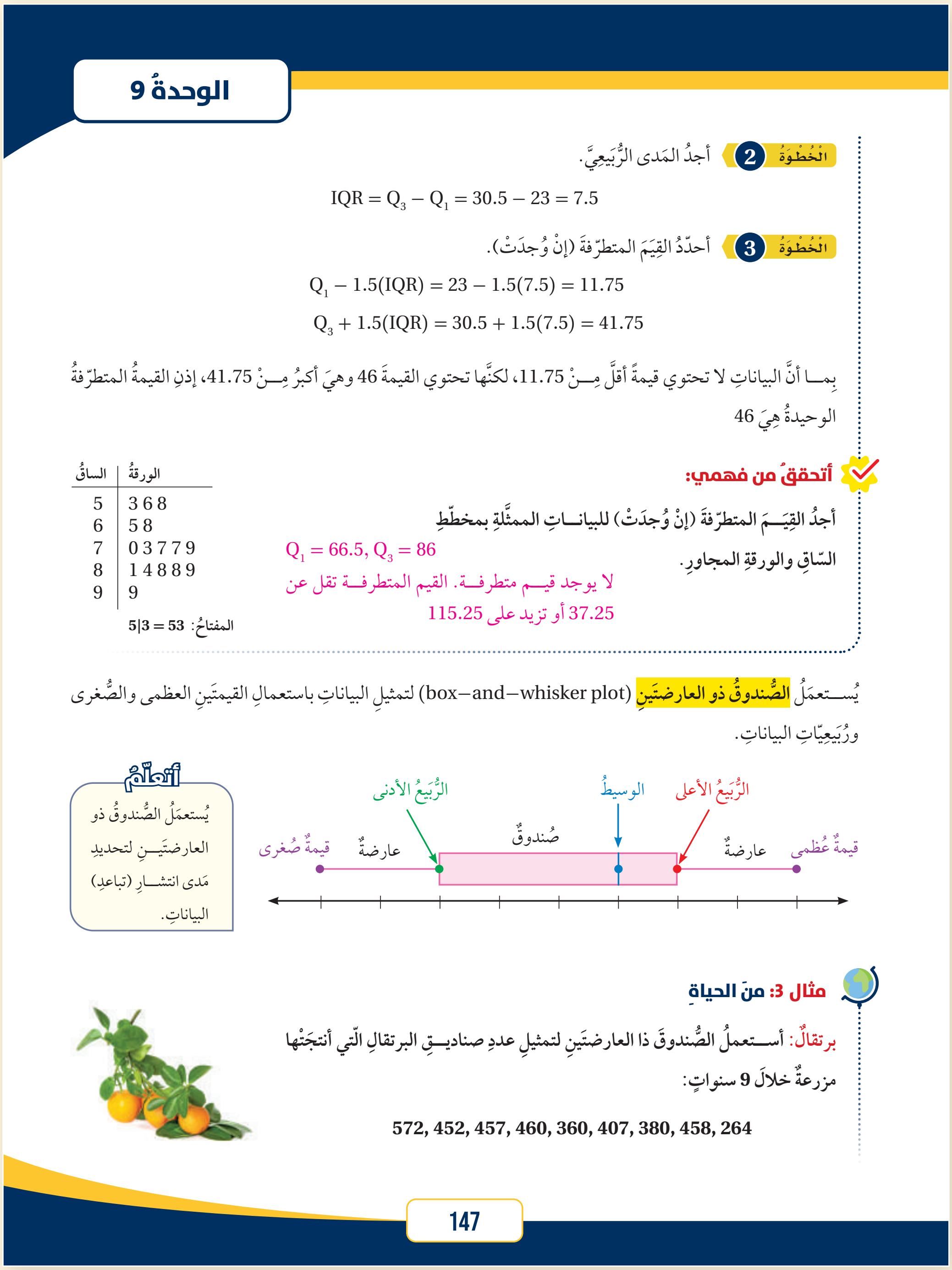
146

إجابات – (أتحقق من فهمي 1):

4) 15

5) 6

4) مدى هــذه البيانات 15، ســجّل الفريق 58 نقطــة أو أقل في ربع مبارياته، وأيضًا ســجّل 64 نقطة أو أكثر في ربع مبارياته. يتراوح عدد النقاط التي سجلها الفريق في النصف الأوسط من مبارياتــه بين 58 نقطة وَ 64 نقطــة ولا يتجاوز الفرق بين عدد نقاطها 6 نقاط.



الوحدةُ 9

الْخُطْوَةُ 2 أجدُ المَدى الرُّبَيعِيَّ.

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 30.5 - 23 = 7.5$$

الْخُطْوَةُ 3 أحدّدُ القِيَمَ المتطرّفةَ (إنْ وُجدَتْ).

$$Q_1 - 1.5(IQR) = 23 - 1.5(7.5) = 11.75$$

$$Q_3 + 1.5(IQR) = 30.5 + 1.5(7.5) = 41.75$$

بِمـا أنَّ البياناتِ لا تحتوي قيمةً أقلَّ مِـنْ 11.75، لكنَّها تحتوي القيمةَ 46 وهيَ أكبرُ مِـنْ 41.75، إذنِ القيمةُ المتطرّفةُ الوحيدةُ هِيَ 46

أتحققُ من فهمي:

أجدُ القِيَـمَ المتطرّفةَ (إنْ وُجدَتْ) للبيانـاتِ الممثَّلةِ بمخطّطِ السّاقِ والورقةِ المجاورِ.

$Q_1 = 66.5, Q_3 = 86$

لا يوجد قيـم متطرفـة. القيم المتطرفـة تقل عن 37.25 أو تزيد على 115.25

الساقُ	الورقةُ
5	3 6 8
6	5 8
7	0 3 7 7 9
8	1 4 8 8 9
9	9

المفتاحُ: **5|3 = 53**

يُســتعمَلُ **الصُّندوقُ ذو العارضتَينِ** (box–and–whisker plot) لتمثيلِ البياناتِ باستعمالِ القيمتَينِ العظمى والصُّغرى ورُبَيعِيّاتِ البياناتِ.

أتعلّمُ

يُستعمَلُ الصُّندوقُ ذو العارضتَيـنِ لتحديدِ مَدى انتشـارِ (تباعدِ) البياناتِ.

مثال 3: منَ الحياةِ

برتقالٌ: أسـتعملُ الصُّندوقَ ذا العارضتَينِ لتمثيلِ عددِ صناديـقِ البرتقالِ الّتي أنتجَتْها مزرعةٌ خلالَ 9 سنواتٍ:

572, 452, 457, 460, 360, 407, 380, 458, 264

147

مثال 3: من الحياة

- أقدّم للطلبـة طريقة الصندوق ذي العارضتين في تمثيل البيانات، وأبيّن لهم استناد هذه الطريقة في التمثيل على الربيعيـات، إضافـة إلـى القيمتين العظمـى والصغرى، وأسـتعين في ذلك بالمخطّط الوارد فـي الصفحة 147 من كتاب الطالب.
- أناقـش الطلبـة فـي حـلّ المثال 3 علـى اللـوح، وأؤكّد أهميـة تحديـد النقاط الأساسـية، ثـم رَسْـم الصندوق والعارضتين باستعمال هذه القيم.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

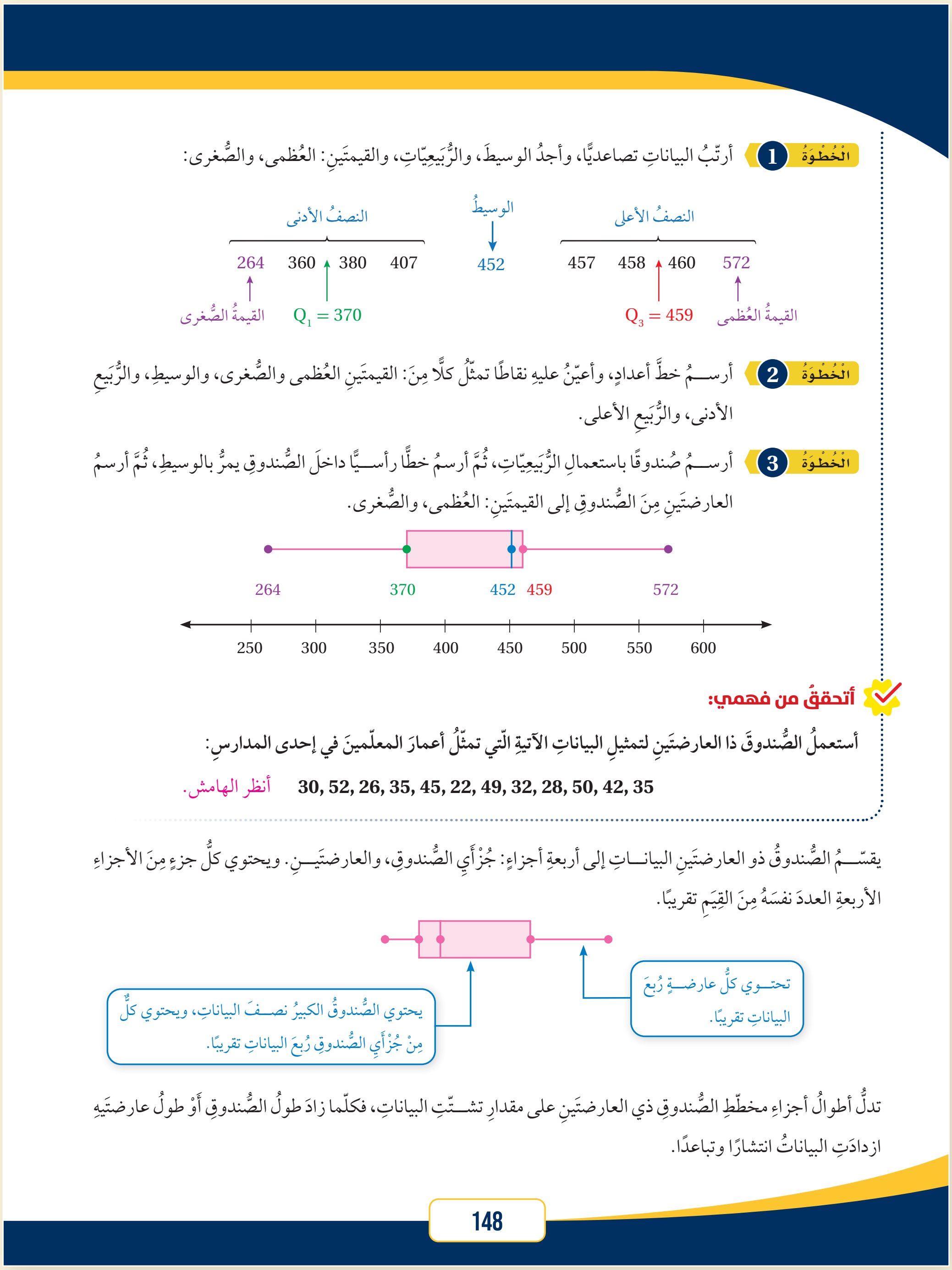
أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة بعدم رَسْـم خطّ رأسي داخل الصندوق يمرّ بالوسـيط؛ لذا أنبّههم على أهمية هذه الخطوة.

مثال 4: من الحياة

- أوضّح للطلبة أن كلّ عارضة في الصندوق ذي العارضتين تحتوي ربع البيانات، وأن كلّ جزء من الصندوق أيضًا يحتوي ربع البيانات تقريبًا، ثمّ أبيّن لهم أن تمثيل البيانات في الصندوق ذي العارضتين يسهّل علينا وصف توزيع البيانات والحكم على مدى تشتّتها، إذ إنه كلّما زاد طول الصندوق أو طول عارضتيه ازدادت البيانات انتشارًا وتباعدًا.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 4 على اللوح.
- يمكن توجيه أسئلة مشابهة للسؤال الوارد في الفرع 3 من المثال؛ لأتحقّق من مدى فهم الطلبة تفسيرَ البيانات الممثَّلة بالصندوق ذي العارضتين، مثل:
  - » هل البيانات أكثر تشتّتًا في النصف العلوي أم في النصف السفلي؟
  - » هل البيانات أكثر تشتّتًا في الجزء العلوي من الصندوق أم في الجزء السفلي؟

إرشاد: في الفرع 2 من المثال 4 أطلب إلى الطلبة إعطاء أكبر عدد من الجُمل التي تصف البيانات.



الْخُطْوَةُ 1 أرتّبُ البياناتِ تصاعديًّا، وأجدُ الوسيطَ، والرُّبَيعِيّاتِ، والقيمتَينِ: العُظمى، والصُّغرى:

الْخُطْوَةُ 2 أرسمُ خطَّ أعدادٍ، وأعيّنُ عليهِ نقاطًا تمثّلُ كلًّا مِنَ: القيمتَينِ العُظمى والصُّغرى، والوسيطِ، والرُّبَيعِ الأدنى، والرُّبَيعِ الأعلى.

الْخُطْوَةُ 3 أرسمُ صُندوقًا باستعمالِ الرُّبَيعِيّاتِ، ثُمَّ أرسمُ خطًّا رأسيًّا داخلَ الصُّندوقِ يمرُّ بالوسيطِ، ثُمَّ أرسمُ العارضتَينِ مِنَ الصُّندوقِ إلى القيمتَينِ: العُظمى، والصُّغرى.

أتحققُ من فهمي:

أستعملُ الصُّندوقَ ذا العارضتَينِ لتمثيلِ البياناتِ الآتيةِ الّتي تمثّلُ أعمارَ المعلّمينَ في إحدى المدارسِ:

30, 52, 26, 35, 45, 22, 49, 32, 28, 50, 42, 35 أنظر الهامش.

يقسّمُ الصُّندوقُ ذو العارضتَينِ البياناتِ إلى أربعةِ أجزاءٍ: جُزْأَيِ الصُّندوقِ، والعارضتَينِ. ويحتوي كلُّ جزءٍ مِنَ الأجزاءِ الأربعةِ العددَ نفسَهُ مِنَ القِيَمِ تقريبًا.

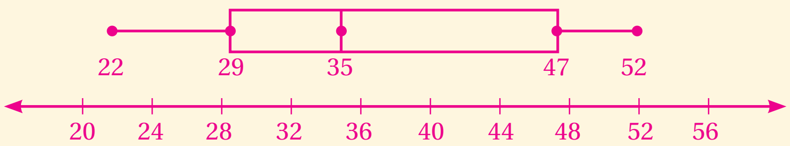
تحتوي كلُّ عارضةٍ رُبعَ البياناتِ تقريبًا.

يحتوي الصُّندوقُ الكبيرُ نصفَ البياناتِ، ويحتوي كلٌّ مِنْ جُزْأَيِ الصُّندوقِ رُبعَ البياناتِ تقريبًا.

تدلُّ أطوالُ أجزاءِ مخطّطِ الصُّندوقِ ذي العارضتَينِ على مقدارِ تشتّتِ البياناتِ، فكلّما زادَ طولُ الصُّندوقِ أَوْ طولُ عارضتَيهِ ازدادَتِ البياناتُ انتشارًا وتباعدًا.

148

إجابات – (أتحقق من فهمي 3):



مثال 4: منَ الحياةِ

أقراصُ تخزينٍ: يبيّنُ الصُّندوقُ ذو العارضتَينِ أدناهُ سَعةَ تخزينِ مجموعةٍ مِنَ الأقراصِ الصُّلبةِ بوَحدةِ الجيجابايتِ:

1 أصفُ توزيعَ البياناتِ.

بِما أنَّ كلَّ عارضةٍ تمثّلُ رُبعَ البياناتِ، ويمثّلُ الصُّندوقُ نصفَ البياناتِ، إذنْ:

- تتراوحُ سَعةُ رُبعِ الأقراصِ الصُّلبةِ بَيْنَ 160 وَ 220 جيجابايتًا.
- تتراوحُ سَعةُ نصفِ الأقراصِ الصُّلبةِ بَيْنَ 220 وَ 280 جيجابايتًا.
- تتراوحُ سَعةُ رُبعِ الأقراصِ الصُّلبةِ بَيْنَ 280 وَ 300 جيجابايتٍ.

2 أجدُ المَدى الرُّبَيعِيَّ للبياناتِ.

$$\mathrm{IQR} = \mathrm{Q}_3 - \mathrm{Q}_1 = 280 - 220 = 60$$

إذنْ، المَدى الرُّبَيعِيُّ 60 جيجابايتًا، وهذا يعني أنَّ النصفَ الأوسطَ مِنْ أقراصِ التخزينِ لا تتجاوزُ الفروقُ بَيْنَ سَعاتِها 60 جيجابايتًا.

3 هَلِ البياناتُ أكثرُ تشتّتًا أسفلَ الرُّبَيعِ الأدنى أَمْ فوقَ الرُّبَيعِ الأعلى؟ أبرّرُ إجابتي.

بِما أنَّ العارضةَ السُّفلى أطولُ مِنَ العارضةِ العُليا، فهذا يعني أنَّ البياناتِ أسفلَ الرُّبَيعِ الأدنى أكثرُ تشتّتًا مِنَ البياناتِ فوقَ الرُّبَيعِ الأعلى.

أتحققُ من فهمي: (4–6) أنظر الهامش.

ساعاتٌ: يبيِّنُ تمثيلُ الصُّندوقِ ذي العارضتَينِ المجاورُ أسعارَ الساعاتِ في أحدِ المحالِّ بالدينارِ.

4 أصفُ توزيعَ البياناتِ.

5 أجدُ المَدى الرُّبَيعِيَّ للبياناتِ.

6 هَلِ البياناتُ أكثرُ تشتّتًا أسفلَ الرُّبَيعِ الأدنى أَمْ فوقَ الرُّبَيعِ الأعلى؟ أبرّرُ إجابتي.

إجابات – (أتحقق من فهمي 4):

4) – مدى هذه البيانات 104

– تتراوح أسعار ربع الساعات بين JD 16 وَ JD 31

– تتراوح أسعار النصف الأوسط من الساعات بين JD 31 وَJD 71

– تتراوح أسعار ربع الساعات بين JD 71 وَ JD 120

5) المدى الربيعي للبيانات 40، وهذا يعني أنه لا تتجاوز الفروق بين أسعار النصف الأوسط من الساعات JD 40.

6) بما أن العارضة العليا أطول من العارضة السفلى، فهذا يعني أن البيانات فوق الربيع الأعلى أكثر تشتتًا من البيانات أسفل الربيع الأدنى.

تنويع التعليم:

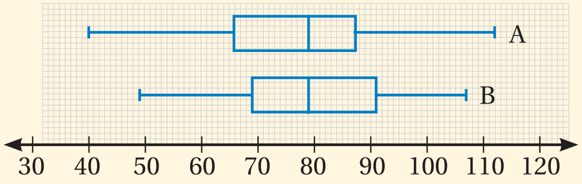
قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط صعوبة في تفسير البيانات الممثَّلة في الصندوق ذي العارضتين؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

مثال 5: من الحياة

- أوضّح للطلبة إمكانية استعمال التمثيل بالصندوق ذي العارضتين المزدوج للمقارنة بين مجموعتي بيانات.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 5 على اللوح.

مثال إضافي:

أعتمد تمثيل الصندوق ذي العارضتين المزدوج أدناه، وأجيب عن الأسئلة الآتية:



1 ما القيمة الصغرى في مجموعة البيانات A؟ 40

2 ما القيمة العظمى في مجموعة البيانات B؟ 107

3 أيّ المجموعتين لها أكبر مدى ربيعي؟ المجموعة B

4 أيّ المجموعتين أكثر تشتّتًا فوق الربيع الأعلى؟ المجموعة A

4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

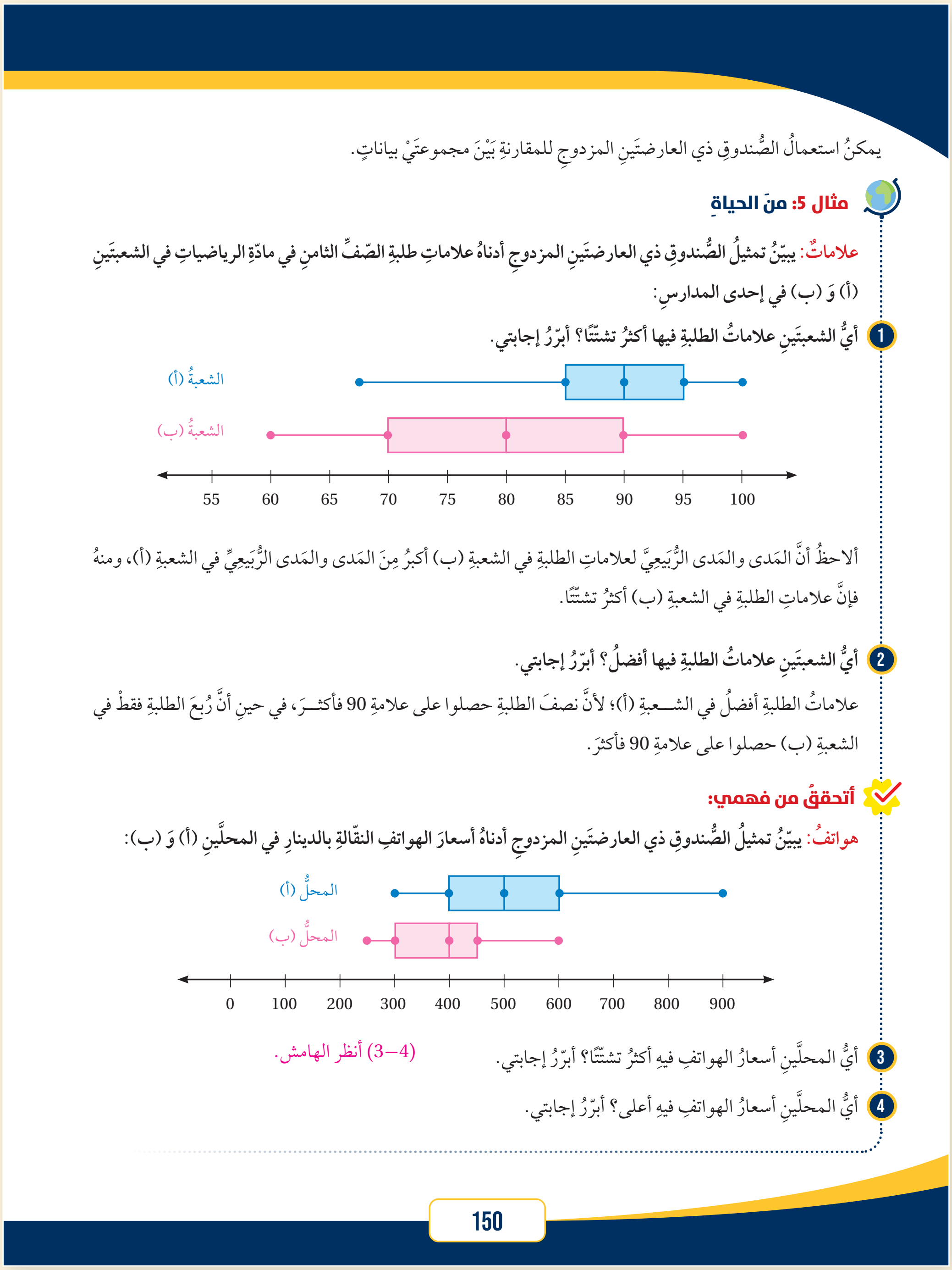
- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (8 – 1) والمسائل (20 – 15) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المقدّمة من الزميل/ الزميلة.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صناديق المعلومات الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)؛ لما لها من أهمية في إثراء معلوماتهم، وتعزيز ثقافتهم العامة.
- في الأسئلة (20 – 18) أبيّن للطلبة أن التمثيل بالصندوق ذي العارضتين المزدوج يسهّل المقارنة بين مجموعتَي بيانات.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.



يمكنُ استعمالُ الصُّندوقِ ذي العارضتَينِ المزدوجِ للمقارنةِ بَيْنَ مجموعتَيْ بياناتٍ.

مثال 5: منَ الحياةِ

علاماتٌ: يبيّنُ تمثيلُ الصُّندوقِ ذي العارضتَينِ المزدوجِ أدناهُ علاماتِ طلبةِ الصّفِّ الثامنِ في مادّةِ الرياضياتِ في الشعبتَينِ (أ) وَ (ب) في إحدى المدارسِ:

1 أيُّ الشعبتَينِ علاماتُ الطلبةِ فيها أكثرُ تشتّتًا؟ أبرّرُ إجابتي.

ألاحظُ أنَّ المَدى والمَدى الرُّبَيعِيَّ لعلاماتِ الطلبةِ في الشعبةِ (ب) أكبرُ مِنَ المَدى والمَدى الرُّبَيعِيِّ في الشعبةِ (أ)، ومنهُ فإنَّ علاماتِ الطلبةِ في الشعبةِ (ب) أكثرُ تشتّتًا.

2 أيُّ الشعبتَينِ علاماتُ الطلبةِ فيها أفضلُ؟ أبرّرُ إجابتي.

علاماتُ الطلبةِ أفضلُ في الشعبةِ (أ)؛ لأنَّ نصفَ الطلبةِ حصلوا على علامةِ 90 فأكثرَ، في حينِ أنَّ رُبعَ الطلبةِ فقطْ في الشعبةِ (ب) حصلوا على علامةِ 90 فأكثرَ.

أتحققُ من فهمي:

هواتفُ: يبيّنُ تمثيلُ الصُّندوقِ ذي العارضتَينِ المزدوجِ أدناهُ أسعارَ الهواتفِ النقّالةِ بالدينارِ في المحلَّينِ (أ) وَ (ب):

3 أيُّ المحلَّينِ أسعارُ الهواتفِ فيهِ أكثرُ تشتّتًا؟ أبرّرُ إجابتي. (3–4) أنظر الهامش.

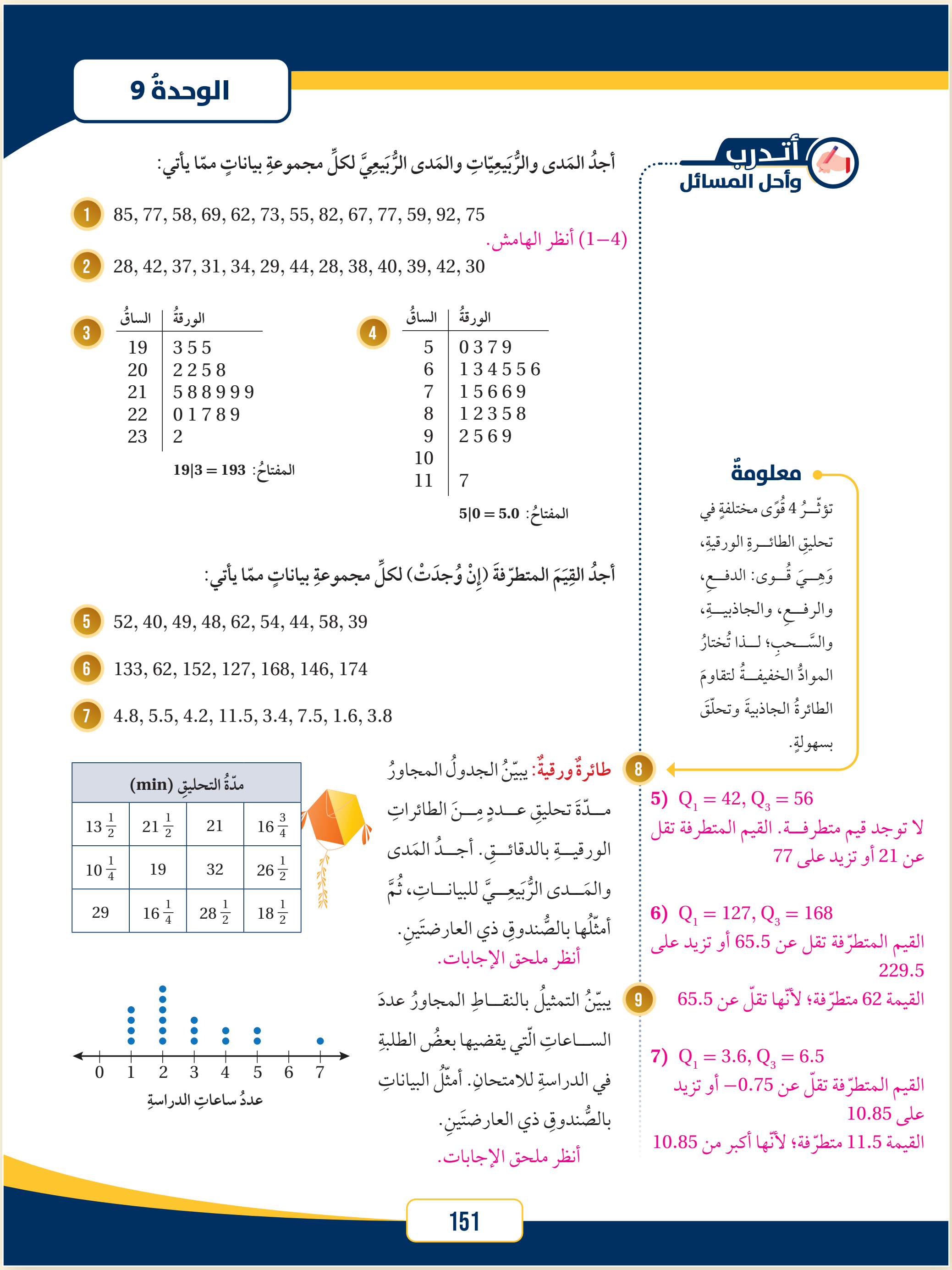
4 أيُّ المحلَّينِ أسعارُ الهواتفِ فيهِ أعلى؟ أبرّرُ إجابتي.

150

إجابات – (أتحقق من فهمي 5):

3) ألاحظ أن المدى والمدى الربيعي في المحل (أ) أكبر من المدى والمدى الربيعي في المحل (ب)، ومنه فإن أسعار الهواتف النقالة في المحل (أ) أكثر تشتتًا.

4) أسعار الهواتف في المحل (أ) أعلى؛ لأن أسعار ثلاثة أرباع الأجهزة فيه JD 400 فأكثر، في حين أن أسعار نصف الأجهزة في المحل (ب) أقل من أو تساوي JD 400



أتدرب وأحل المسائل

أجدُ المَدى والرُّبَيعِيّاتِ والمَدى الرُّبَيعِيَّ لكلِّ مجموعةِ بياناتٍ ممّا يأتي:

① 85, 77, 58, 69, 62, 73, 55, 82, 67, 77, 59, 92, 75

(1–4) أنظر الهامش.

② 28, 42, 37, 31, 34, 29, 44, 28, 38, 40, 39, 42, 30

③

الساقُ	الورقةُ
19	3 5 5
20	2 2 5 8
21	5 8 8 9 9 9
22	0 1 7 8 9
23	2

المفتاحُ: 19|3 = 193

④

الساقُ	الورقةُ
5	0 3 7 9
6	1 3 4 5 5 6
7	1 5 6 6 9
8	1 2 3 5 8
9	2 5 6 9
10	
11	7

المفتاحُ: 5|0 = 5.0

أجدُ القِيَمَ المتطرّفةَ (إِنْ وُجِدَتْ) لكلِّ مجموعةِ بياناتٍ ممّا يأتي:

⑤ 52, 40, 49, 48, 62, 54, 44, 58, 39

⑥ 133, 62, 152, 127, 168, 146, 174

⑦ 4.8, 5.5, 4.2, 11.5, 3.4, 7.5, 1.6, 3.8

⑧ **طائرةٌ ورقيةٌ:** يبيّنُ الجدولُ المجاورُ مـدّةَ تحليقِ عـددٍ مِـنَ الطائراتِ الورقيـةِ بالدقائـقِ. أجـدُ المَدى والمَـدى الرُّبَيعِـيَّ للبيانـاتِ، ثُمَّ أمثّلُها بالصُّندوقِ ذي العارضتَينِ.
أنظر ملحق الإجابات.

مدّةُ التحليقِ (min)			
$16\frac{3}{4}$	21	$21\frac{1}{2}$	$13\frac{1}{2}$
$26\frac{1}{2}$	32	19	$10\frac{1}{4}$
$18\frac{1}{2}$	$28\frac{1}{2}$	$16\frac{1}{4}$	29

⑨ يبيّنُ التمثيلُ بالنقـاطِ المجاورُ عددَ السـاعاتِ الّتي يقضيها بعضُ الطلبةِ في الدراسةِ للامتحانِ. أمثّلُ البياناتِ بالصُّندوقِ ذي العارضتَينِ.
أنظر ملحق الإجابات.

معلومةٌ
تؤثّـرُ 4 قُوًى مختلفةٍ في تحليقِ الطائـرةِ الورقيةِ، وَهِـيَ قُـوى: الدفـعِ، والرفـعِ، والجاذبيـةِ، والسَّـحبِ؛ لـذا تُختارُ الموادُّ الخفيفـةُ لتقاومَ الطائرةُ الجاذبيةَ وتحلّقَ بسهولةٍ.

5) $Q_1 = 42, Q_3 = 56$
لا توجد قيم متطرفـة. القيم المتطرفة تقل عن 21 أو تزيد على 77

6) $Q_1 = 127, Q_3 = 168$
القيم المتطرّفة تقل عن 65.5 أو تزيد على 229.5
القيمة 62 متطرّفة؛ لأنّها تقلّ عن 65.5

7) $Q_1 = 3.6, Q_3 = 6.5$
القيم المتطرّفة تقلّ عن 0.75– أو تزيد على 10.85
القيمة 11.5 متطرّفة؛ لأنّها أكبر من 10.85

مهارات التفكير العليا

- أوجّـه الطلبـة إلـى بنـد (**مهـارات التفكير العليـا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (23 – 21).
- أرصد أيّة أفكـار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 21 (**أكتشف الخطأ**)، أذكّر الطلبة بإيجاد القيم الخمس الأساسية في الصندوق ذي العارضتين أولًا.

الواجب المنزلي:

أسـتعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (14 – 9) كتاب التمارين: (4 – 1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (14 – 9), 21 كتاب التمارين: (7 – 5)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (14 – 9), (23 – 21) كتاب التمارين: 8, 9

إجابات – (أتدرب وأحل المسائل):

1)

المدى	الربيع الأعلى	الربيع الأدنى	المدى الربيعي
37	79.5	60.5	19

2)

المدى	الربيع الأعلى	الربيع الأدنى	المدى الربيعي
16	41	29.5	11.5

3)

المدى	الربيع الأعلى	الربيع الأدنى	المدى الربيعي
39	221	202	19

4)

المدى	الربيع الأعلى	الربيع الأدنى	المدى الربيعي
6.7	8.65	6.35	2.3

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأوضّح لهم أن الهدف من هذا النشاط هو اكتشاف أثر إضافة بيانات جديدة أو استثناء بعض البيانات في التمثيل بالصندوق ذي العارضتين على الاستنتاجات التي يمكن الحصول عليها.
- أطلب إلى المجموعات تنفيذ الإجراءات الآتية:
  - » اختيار موضوع وجمع بيانات حوله.
  - » تمثيل البيانات بالصندوق ذي العارضتين، ثمّ وَصْف توزيع البيانات.
  - » استثناء أدنى قيمتين في البيانات، ثمّ تمثيل البيانات الجديدة بالصندوق ذي العارضتين ووَصْف توزيع البيانات في الصندوق الجديد.
  - » إضافة قيمتين أدنى من القيمة الصغرى للبيانات، ثمّ تمثيل البيانات الجديدة بالصندوق ذي العارضتين ووَصْف توزيع البيانات في الصندوق الجديد.
  - » استثناء أعلى قيمتين في البيانات، ثمّ تمثيل البيانات الجديدة بالصندوق ذي العارضتين ووَصْف توزيع البيانات في الصندوق الجديد.
  - » إضافة قيمتين أعلى من القيمة العظمى للبيانات، ثمّ تمثيل البيانات الجديدة بالصندوق ذي العارضتين ووَصْف توزيع البيانات في الصندوق الجديد.
- أناقش الطلبة حول تأثير إضافة بيانات جديدة أو استثناء بعض البيانات في استنتاجاتهم.

ملحوظة: **يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًا.**

معلومةٌ

يُعَدُّ الفهدُ الصيّادُ مِنْ أسرعِ الحيواناتِ، ويمكنُ أنْ تبلغَ سرعتُهُ 110 km/h خلالَ 3 ثوانٍ مِن انطلاقِهِ.

سرعةٌ: يبيّنُ الجدولُ أدناهُ سرعةَ مجموعةٍ مِنَ الحيواناتِ بالكيلومترِ لكلِّ ساعةٍ.

الحيوانُ	السرعةُ (km/h)
الفهدُ الصيّادُ	100
النّمرُ	58
القطةُ	48
الفيلُ	40
الفأرُ	13
العنكبوتُ	2

10 أمثّلُ البياناتِ بالصُّندوقِ ذي العارضتَين. أنظر الهامش.

11 أجدُ المَدى الرُّبَيعِيَّ للبياناتِ. IQR = 45

12 أجدُ القِيَمَ المتطرّفةَ (إنْ وُجدَتْ).

13 أصفُ توزيعَ البياناتِ. أنظر الهامش.

14 هَلِ البياناتُ أكثرُ تشتّتًا أسفلَ الرُّبَيعِ الأدنى أَمْ فوقَ الرُّبَيعِ الأعلى؟ أبرّرُ إجابتي. أنظر الهامش.

12) لا توجد قيم متطرفة. القيم المتطرفة تقل عن −54.5 أو تزيد على 125.5

أفلامٌ: **يبيّنُ تمثيلُ الصُّندوقِ ذي العارضتَينِ أدناهُ مدةَ عرضِ مجموعةٍ مِنَ الأفلامِ بالدقائقِ:**

15 ما النسبةُ المئويةُ للأفلامِ الّتي تزيدُ مدّةُ عَرضِها على 120 دقيقةً؟ 50%

16 هَلِ البياناتُ أكثرُ تشتّتًا أسفلَ الرُّبَيعِ الأدنى أَمْ فوقَ الرُّبَيعِ الأعلى؟ أبرّرُ إجابتي.

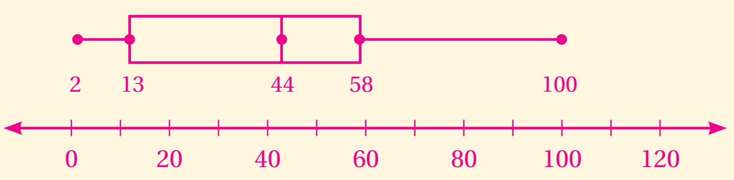
17 أجدُ المَدى الرُّبَيعِيَّ للبياناتِ. 20

16) فوق الربيع الأعلى؛ لأن العارضة فوق الربيع الأعلى أطول من العارضة أسفل الربيع الأدنى.

152

إجابات – (أتدرب وأحل المسائل):

10)

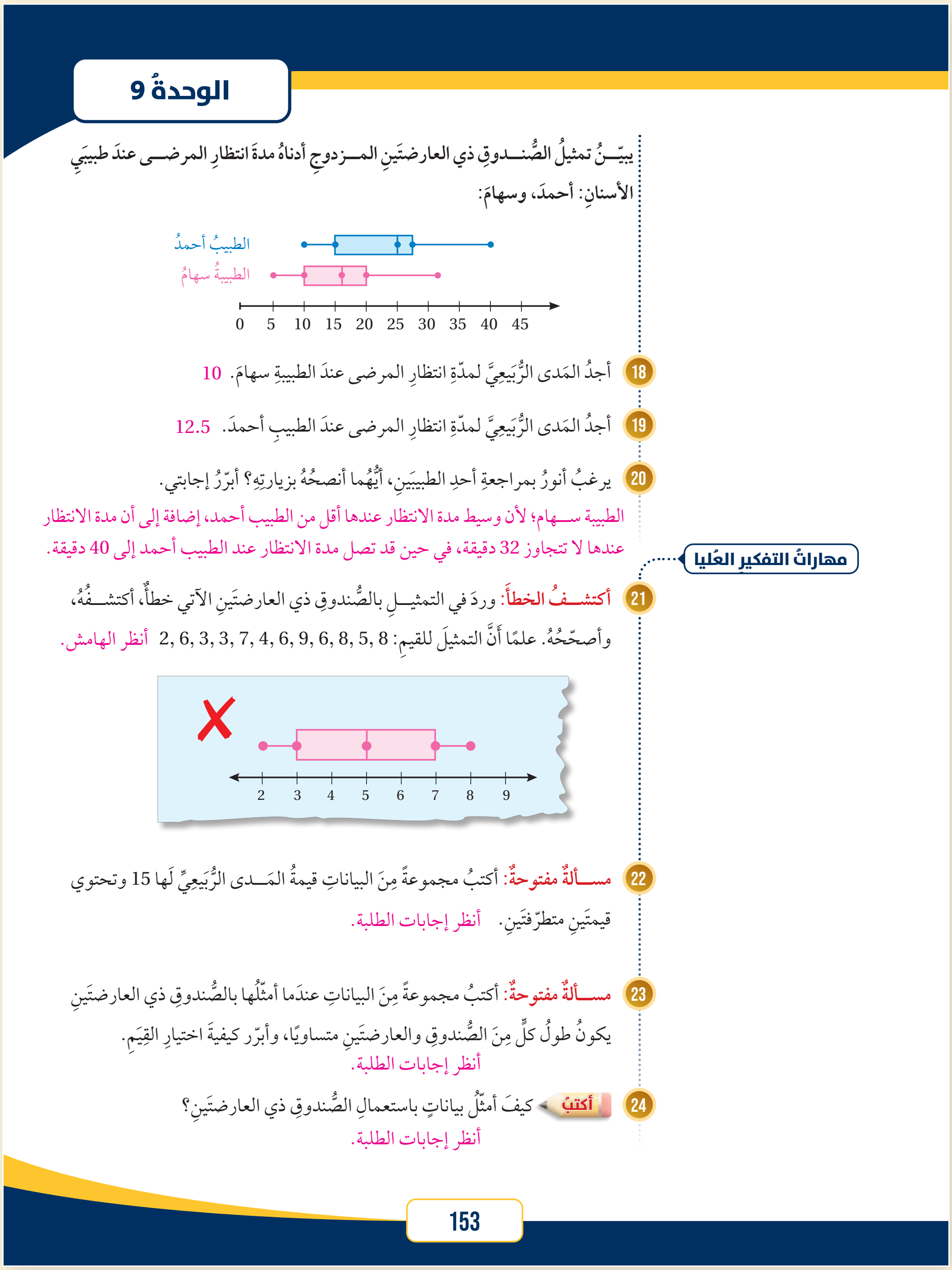


13) – سرعة ربع الحيوانات 58 km/h أو أكثر.

– سرعة ربع الحيوانات 13 km/h أو أقل.

– تتراوح سرعة النصف الأوسط من الحيوانات بين 13 km/h وَ 58 km/h ولا يتجاوز الفرق بين سرعاتها 45 km/h

14) بما أن العارضة العليا أطول من العارضة السفلى، فهذا يعني أن البيانات فوق الربيع الأعلى أكثر تشتتًا من البيانات أسفل الربيع الأدنى.



الوحدةُ 9

يبيّنُ تمثيلُ الصُّندوقِ ذي العارضتَينِ المزدوجِ أدناهُ مدةَ انتظارِ المرضى عندَ طبيبَي الأسنانِ: أحمدَ، وسهامَ:

18 أجدُ المَدى الرُّبَيعِيَّ لمدّةِ انتظارِ المرضى عندَ الطبيبةِ سهامَ. 10

19 أجدُ المَدى الرُّبَيعِيَّ لمدّةِ انتظارِ المرضى عندَ الطبيبِ أحمدَ. 12.5

20 يرغبُ أنورُ بمراجعةِ أحدِ الطبيبَينِ، أيُّهُما أنصحُهُ بزيارتِهِ؟ أبرّرُ إجابتي.

الطبيبة سهام؛ لأن وسيط مدة الانتظار عندها أقل من الطبيب أحمد، إضافة إلى أن مدة الانتظار عندها لا تتجاوز 32 دقيقة، في حين قد تصل مدة الانتظار عند الطبيب أحمد إلى 40 دقيقة.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

21 **أكتشفُ الخطأَ:** وردَ في التمثيلِ بالصُّندوقِ ذي العارضتَينِ الآتي خطأٌ، أكتشفُهُ، وأصحّحُهُ. علمًا أنَّ التمثيلَ للقيمِ: 8 ,5 ,8 ,6 ,9 ,6 ,4 ,7 ,3 ,3 ,6 ,2 أنظر الهامش.

22 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ مجموعةً مِنَ البياناتِ قيمةُ المَدى الرُّبَيعِيِّ لَها 15 وتحتوي قيمتَينِ متطرّفتَينِ. أنظر إجابات الطلبة.

23 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ مجموعةً مِنَ البياناتِ عندَما أمثّلُها بالصُّندوقِ ذي العارضتَينِ يكونُ طولُ كلٍّ مِنَ الصُّندوقِ والعارضتَينِ متساويًا، وأبرّر كيفيةَ اختيارِ القِيَمِ.
أنظر إجابات الطلبة.

24 **أكتبُ** كيفَ أمثّلُ بياناتٍ باستعمالِ الصُّندوقِ ذي العارضتَينِ؟
أنظر إجابات الطلبة.

153

إجابة – (أتدرب وأحل المسائل):

21) الأخطاء في التمثيل ذي العارضتين:
- قيمة $Q_1 = 3.5$، ولكن تظهر في الرسم 3
- قيمة $Q_3 = 7.5$، ولكن تظهر في الرسم 7
- الوسيط 6، ويظهر في الرسم 5
- القيمة العظمى للبيانات 9، ولكن تظهر في الرسم 8

نشاط التكنولوجيا

أحفّز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في تفسير البيانات الممثَّلة باستعمال الصندوق ذي العارضتين.

إرشاد: يمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تنبيه: يحتوي الموقع الإلكتروني السابق على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضّح للطلبة معنى كلّ مصطلح، ليسهل عليهم حلّ المسائل.

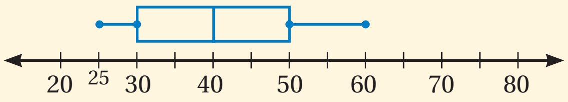
تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (6 – 1) من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **يبيّن الصندوق ذو العارضتين أدناه أسعار السلع في متجر بالدينار:**



1 ما سعر أرخص سلعة في المتجر؟ JD 25

2 ما النسبة المئوية لعدد السلع التي يزيد سعرها على JD 50 أو يساويه؟ 25%

3 أجد المدى الربيعي للبيانات. JD 20

الدرس 2

نتاجات الدرس:

- اختيار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة.
- كتابة استدلال حول بيانات ممثّلة .

نتاجات التعلُّم القبلي:

- تمثيل البيانات بطرائق مختلفة.
- اختبار صحة فرضية بالاعتماد على بيانات معطاة.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة بورقة المصادر **18: تمثيلات بيانية.**
- أطلب إلى المجموعات ذِكر اسم كلّ تمثيل بياني في ورقة المصادر، واقتراح عنوان له.
- أناقش إجابات المجموعات وأقدّم لهم التغذية الراجعة.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند **(أستكشف)**، ثمّ أسألهم:
  - » ما نسبة الطالبات اللواتي صَوَّتْنَ لسمر؟ 43%
  - » هل يمكن تمثيل هذه البيانات بالأعمدة البيانية؟ لماذا؟ لا؛ لأن التمثيل بالأعمدة يحتاج إلى وجود تكرار لكلّ فئة.
  - » هل يمكن تمثيل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية؟ لماذا؟ نعم؛ لأن البيانات الموجودة تمثّل نسبة تكرار كلّ فئة إلى التكرارات جميعها.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

الدرسُ 2 اختيارُ التمثيلِ الأنسبِ

فكرةُ الدرسِ

- أختارُ التمثيلَ الأنسبَ لبياناتٍ معطاةٍ.
- أكتبُ استدلالًا حولَ بياناتٍ ممثَّلةٍ.

المصطلحاتُ

البياناتُ العدديةُ، البياناتُ النوعيةُ، الاستدلالُ.

أستكشفُ

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ نسبةَ الأصواتِ الّتي حصلَتْ عليها طالباتُ الصّفِّ الثامنِ المترشِّحاتُ للبرلمانِ الطّلابيِّ. أيُّهما أفضلُ لتمثيلِ هذِهِ البياناتِ: الأعمدةُ البيانيةُ، أَمِ القطاعاتُ الدائريةُ؟ أبرِّرُ إجابتي.

نسبةُ الأصواتِ	الطالباتُ المترشِّحاتُ
43%	سمرُ
28%	آلاءُ
29%	ريمُ

البياناتُ العدديةُ (numerical data) هِيَ بياناتٌ يمكنُ رصدُها على صورةِ أرقامٍ، وأيضًا يمكنُ قياسُها وإجراءُ العملياتِ الحسابيةِ عليها، وترتيبُها تصاعديًّا أَوْ تنازليًّا، مثلَ: الكتلةِ، والطولِ، ودرجةِ الحرارةِ. أمّا **البياناتُ النوعيةُ** (categorical data) فَهِيَ بياناتٌ غيرُ رقْميةٍ يمكنُ ملاحظتُها ولا يمكنُ قياسُها، مثلَ: لونِ العيونِ، وأنواعِ الحيواناتِ، ومكانِ الولادةِ. وعندَ تمثيلِ البياناتِ يجبُ تحديدُ ما إذا كانَتْ عدديةً أَمْ نوعيةً؛ لتحديدِ التمثيلِ الأنسبِ.

مفهومٌ أساسيٌّ **اختيارُ التمثيلِ الأنسبِ**

التمثيلُ بالصُّوَرِ	يُستعمَلُ لتمثيلِ البياناتِ النوعيةِ.
الأعمدةُ البيانيةُ	تُستعمَلُ لتمثيلِ البياناتِ النوعيةِ والمقارنةِ بَيْنَ فئاتِها.
القطاعاتُ الدائريةُ	تُستعمَلُ لتمثيلِ البياناتِ النوعيةِ حينَ يكونُ الهدفُ مِنَ التمثيلِ مقارنةَ الجزءِ بالكلِّ.
التمثيلُ بالنقاطِ	يُستعمَلُ لتمثيلِ البياناتِ النوعيةِ أو العدديةِ المنفصلةِ، وإظهارِ عددِ مرّاتِ تكرارِ كلِّ قيمةٍ في مجموعةِ البياناتِ.
الخطوطُ البيانيةُ	تُستعمَلُ لتمثيلِ البياناتِ العدديةِ الّتي تتغيرُ مَعَ الزمنِ.
الساقُ والورقةُ	يُستعمَلُ لتمثيلِ البياناتِ العدديةِ بحيثُ تظهرُ القِيَمُ جميعُها في التمثيلِ.
الصُّندوقُ ذو العارضتَينِ	يُستعمَلُ لتمثيلِ البياناتِ العدديةِ لدراسةِ مقدارِ تشتّتِ البياناتِ وتباعدِها.
المخطّطُ التَّكراريُّ	يُستعمَلُ لتمثيلِ البياناتِ العدديةِ المنظّمةِ في فتراتٍ ذاتِ تكراراتٍ.

154

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي مسألة (أستكشف)، أثير حوارًا عن أهمية المشاركة في مجالس الطلبة في المدارس؛ تأكيدًا لمبدأ المساواة، وتنمية الحسّ بالمسؤولية لدى الجميع. وإثراءً لهذا الحوار، أوجّه للطلبة عددًا من الأسئلة، مثل:

- » ما فائدة مجالس الطلبة في المدرسة؟
- » ما آليّة اختيار الأعضاء؟
- » من يريد أن يكون عضوًا في مجلس الطلبة؟ لماذا؟
- » ما مقترحات تحسين أداء المجلس؟

مثال 1 أختارُ تمثيلًا مناسبًا لكلٍّ ممّا يأتي، وأبرّر إجابتي:

① **عددُ الطلبةِ في مسابقةِ حفظِ الأحاديثِ النبويةِ الشريفةِ كلَّ عامٍ.**

بِما أنَّ البياناتِ عدديةٌ تتغيرُ مَعَ الزمنِ، فإنَّ التمثيلَ بالخطوطِ البيانيةِ هوَ الاختيارُ الأنسبُ لتمثيلِها.

② **الرياضةُ الأكثرُ تفضيلاً لطلبةِ الصفِّ الثامنِ.**

بِما أنَّ البياناتِ نوعيةٌ وتتعلقُ بجزءٍ مِنْ كلٍّ، فإنَّ التمثيلَ بالقطاعاتِ الدائريةِ هوَ الاختيارُ الأنسبُ لتمثيلِها.

③ **توزيعُ عددِ سكّانِ المملكةِ الأردنيةِ الهاشميةِ بحسبِ الفئاتِ العُمريةِ.**

بِما أنَّ البياناتِ عدديةٌ موزعةٌ على فئاتٍ، فإنَّ التمثيلَ بالمخطَّطِ التَّكراريِ هوَ الاختيارُ الأنسبُ لتمثيلِها.

أتحققُ من فهمي:

④ عددُ ساعاتِ الدراسةِ لطلبةِ الصفِّ الثامنِ في إحدى المدارسِ.

بما أن البيانات عددية متصلة، وعدد المشاهدات فيها كبير، فإنه من الأنسب استعمال المخطّط التكراري.

⑤ المسافةُ الّتي يقطعُها أحمدُ بسيارتِهِ كلَّ شهرٍ.

بما أن البيانات عددية تتغير مع الزمن، فإن التمثيل بالخطوط البيانية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.

⑥ توزيعُ دخلِ الأُسرةِ على المتطلباتِ المنزليةِ.

بمَا أن البيانات نوعية وتتعلّق بجزء من الكلّ، فإن التمثيل بالقطاعات الدائرية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.

الاستدلالُ (inference) هوَ عبارةٌ يمكنُ التوصّلُ إليها مِنْ تحليلِ بياناتٍ تَمَّ جمعُها حولَ الظاهرةِ أَوِ الموضوعِ قيدَ الدراسةِ، ويفضَّلُ استعمالُ لغةٍ احتماليةٍ للتعبيرِ عَنِ الاستدلالِ؛ لأنَّ النتيجةَ توضَعُ بناءً على عيّنةٍ صغيرةٍ مِنَ المجتمعِ.

مثال 2: منَ الحياةِ

يبيّنُ التمثيلُ بالصورِ المجاورُ عددَ الأشخاصِ الّذينَ ارتادوا الناديَ الرياضيَّ في 5 أيامٍ متتاليةٍ.

المفتاحُ: كلُّ 🚹 تدلُّ على 10 أشخاصٍ.

① **ما عددُ الأشخاصِ الّذينَ ارتادوا الناديَ الرياضيَّ يومَ السبتِ؟**

بِما أنَّ كلَّ صورةٍ تعبّرُ عَنْ 10 أشخاصٍ، وبِما أنَّهُ توجَدُ 7 صورٍ مقابلَ يومِ السبتِ، إذنْ فإنَّ عددَ الأشخاصِ الّذينَ ارتادوا الناديَ يومَ السبتِ 70 شخصًا.

تنويع التعليم

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستويين المتوسط ودون المتوسط صعوبة في تحديد التمثيل الأنسب للبيانات؛ لذا يمكن عمل لوحة حائط لأنواع التمثيلات تحتوي كلمات مفتاحية تدلّ على الهدف من استعمال كلّ تمثيل، وتثبيتها بجانب اللوح أثناء الحصة الصفية؛ لتسهيل الرجوع إليها.

إرشاد: أطلب إلى الطلبة كتابة استدلالات أُخرى من التمثيل بالصور الوارد في المثال 2.

3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة أن البيانات نوعان: عددية، ونوعية، وأذكر لهم مثالًا على كلّ نوع، ثمّ أطلب إليهم ذِكْر أمثلة على كلّ نوع.
- أوضّح للطلبة أنه عند تمثيل البيانات نحتاج إلى تحديد إن كانت بيانات عددية أم نوعية؛ لاختيار التمثيل الأنسب، إضافة إلى تحديد الهدف من التمثيل، ثم أناقش معهم أنواع التمثيلات التي درسوها واستعمال كلّ تمثيل بالاستعانة بصندوق (مفهوم أساسي) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 1، وأؤكّد لهم أهمية تحديد نوع البيانات أولًا ثمّ اختيار التمثيل الأنسب.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

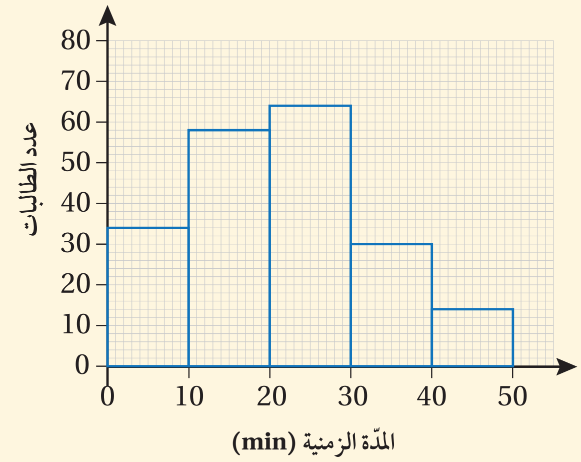
أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2: من الحياة

- أوضّح للطلبة مفهوم الاستدلال، وأؤكّد لهم ضرورة استعمال لغة احتمالية للتعبير عن الاستدلال، مثل استعمال كلمة (من المُتوقَّع) أو (أتوقّع)؛ لأن الاستدلال مبنيّ على عيّنة صغيرة من المجتمع.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 2 على اللوح.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

مثال إضافي:

صمّمت رفيف استبانة سألت فيها مجموعة من الطالبات عن المدّة الزمنية بالدقائق التي يحتَجْنَ إليها للوصول إلى المدرسة، ومثّلت النتائج التي حصلت عليها بالمخطّط التكراري الآتي:



تقول رفيف:

من المُتوقَّع أن أكثر من نصف طالبات المدرسة يحتجْنَ على الأقل إلى 20 دقيقة للوصول إلى المدرسة.

» هل استدلال رفيف صحيح؟ أبرّر إجابتي.

نعم؛ لأنه يظهر من التمثيل البياني أن عدد الطالبات اللاتي سألتهنّ رفيف هو 200 طالبة، وأن 108 منهنّ يحتجْن على الأقلّ إلى 20 دقيقة للوصول إلى المدرسة، وهذا العدد أكثر من نصف الطالبات، وهذا يعطي انطباعًا أن أكثر من نصف طالبات المدرسة يحتجن على الأقل 20 دقيقة للوصول إلى المدرسة.

2 أجدُ الوسطَ الحسابيَّ لعددِ الأشخاصِ الّذينَ ارتادوا الناديَ يومَيِ الأحدِ والإثنينِ.

عددُ الأشخاصِ الّذينَ ارتادوا الناديَ يومَ الأحدِ 45 شخصًا، وعددُهُمْ يومَ الإثنينِ 35 شخصًا.

إذنْ، الوسطُ الحسابيُّ لعددِ الأشخاصِ يومَيِ الأحدِ والإثنينِ هوَ:

$$\bar{x} = \frac{45+35}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

أجمعُ القِيَمَ، وأقسمُها على عددِها، وأبسّطُ

3 أكتبُ استدلالًا حولَ موعدِ ذهابِ الأشخاصِ إلى النّادي، معتمدًا على التمثيلِ:

السبتُ
الأحدُ
الإثنَينِ
الثلاثاءُ
الأربعاءُ

عددُ الأشخاصِ يقلُّ كلَّ يومٍ

المفتاحُ: كلُّ 🚹 تدلُّ على 10 أشخاصٍ.

يظهرُ مِنَ التمثيلِ أنَّ أكبرَ عددٍ مِنَ الأشخاصِ يرتادونَ الناديَ الرياضيَّ يومَ السبتِ، ويستمرُّ عددُهُمْ بالانخفاضِ وصولًا إلى يومِ الأربعاءِ، ومنهُ يمكنُني كتابةُ استدلالٍ يحتوي كلماتٍ احتماليةً كما يلي:

مِنَ المتوقعِ أنَّ عددَ الأشخاصِ الّذينَ يرتادونَ الناديَ الرياضيَّ يقلُّ مَعَ مُضِيِّ أيامِ الأسبوعِ ابتداءً مِنْ يومِ السبتِ.

أتحققُ من فهمي:

يبيّنُ التمثيلُ بالصورِ المجاورُ وسيلةَ النقلِ الّتي يستعملُها مجموعةٌ منَ الطلبةِ للوصولِ إلى المدرسةِ. أكتبُ استدلالًا حولَ كيفيةِ وصولِ الطلبةِ إلى المدرسةِ معتمدًا على التمثيلِ. أنظر الهامش.

المشيُ
السيّارةُ
الحافلةُ
الدرّاجةُ

المفتاحُ: كلُّ 🚹 يمثّلُ طالبَينِ.

تعلمْتُ في المثالِ السابقِ أنّهُ يمكنُ التوصّلُ إلى استدلالاتٍ بتحليلِ بياناتٍ ممثَّلةٍ، ولكنْ في بعضِ الأحيانِ تكونُ التمثيلاتُ مضلِّلةً، ممّا يؤدّي إلى التوصّلِ إلى استدلالاتٍ غيرِ صحيحةٍ. ومِنْ هذهِ التمثيلاتِ المضلِّلةِ استعمالُ تدريجٍ غيرِ مكتملٍ على المحورِ الرأسيِّ (محورِ y).

إجابة (أتحقق من فهمي 2):

إجابات محتملة:

- من المتوقع أن ما يقرب على نصف طلبة المدرسة يستعملون السيارات للوصول إليها.
- من المتوقع أن ما يزيد على ثلاثة أرباع طلبة المدرسة يستعملون وسائل النقل للوصول إليها.

مثال 3

يبيّنُ التمثيلانِ الآتيانِ متوسطَ أسعارِ الشققِ السكنيةِ في عامَين متتاليَين. أيُّ التمثيلَين مضلِّلٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

يُظهرُ التمثيلُ بالأعمدةِ جهةَ اليسارِ أنَّ متوسطَ أسعارِ الشققِ في العامِ 2 زادَ بما يقاربُ ثلاثةَ أمثالِ متوسـطِ أسعارِ الشـققِ عنهُ في العامِ 1، لأنَّ التدريجَ على محورِهِ الرأسيِّ غيرُ مكتمِلٍ، في حينِ أنَّ متوسـطَ أسعارِ الشققِ زادَ بمقدارِ 500 دينارٍ فقطْ. أمّا التمثيلُ بالأعمدةِ جهةَ اليمينِ فلا يُظهرُ فرقًا كبيرًا بَيْنَ العامَينِ في متوسـطِ أسعارِ الشققِ؛ لأنَّ التدريجَ على محورِهِ الرأسيِّ مكتمِلٌ.

إذنْ، التمثيلُ بالأعمدةِ جهةَ اليسارِ مضلِّلٌ.

أتعلَّمُ

تـدلُّ العلامـةُ ⌇ على أنَّ التدريجَ علـى المحورِ y غيرُ مكتمِلٍ.

أتحقّقُ من فهمي:

يبيّنُ التمثيلانِ الآتيانِ أرباحَ إحدى الشركاتِ بآلافِ الدّنانيرِ. أيُّ التمثيلَين مضلِّلٌ؟ أبرّرُ إجابتي. أنظر الهامش.

157

إجابة (أتحقق من فهمي 3):

التمثيل الذي على اليسار مضلل؛ لأنه يُظهر الفرق في الأرباح بين السنتين 2000 وَ 2006 كبيرًا جدًّا، والسبب أن التدريج على المحور الرأسي غير مكتمـل. الواقع أن الفرق في الأرباح بين السـنتين حوالي JD 2000 في التمثيلين.

مثال 3

- أوضّـح للطلبـة أن بعـض التمثيلات البيانيـة قد تكون مُضلِّلة؛ لـذا قد تؤدي إلى اسـتدلالات غير صحيحة، مثل استعمال تدريج غير مكتمل على المحور y.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 3 على اللوح.
- إن لـزم الأمـر، أناقـش الطلبـة في مزيـد مـن الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

✓ إرشادات:

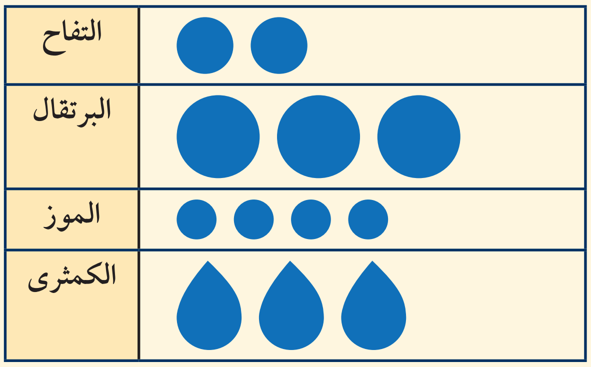
- ألفـت انتباه الطلبة إلى أنّ العلامة ⌇ تدلّ على أنّ التدريج غير مكتمل.
- أطلب إلى الطلبة إعادة التمثيل بالأعمدة بتدريج مكتمل؛ للتحقّق من صحة الإجابة.

مثال 4

- أوضّـح للطلبـة أن تمثيـل البيانـات بالصـور قد يكون مُضلِّلًا أيضًا، إذ إن استعمال صور مختلفة في الشكل أو الحجم للدلالة على التمثيل قد يؤدي إلى استدلال غير صحيح.
- أناقش الطلبة في حلّ المثال 4 على اللوح.

مثال إضافي:

بالاعتماد على التمثيل بالصور أدناه الذي يبيّن الفاكهة المفضَّلة لدى مجموعة من الطلبة، أجيب عن الأسئلة الآتية:



1 يقول أحمد: إنّه يمكن الاستدلال من التمثيل أنّ الفاكهة الأكثر تفضيلًا لدى الطلبة هي البرتقال. هل استدلال أحمد صحيح؟ أبرّر إجابتي. الاستدلال غير صحيح؛ لأن الفاكهة الأكثر تفضيلًا هي الموز.

2 أذكر ثلاثة أخطاء وردت في التمثيل بالصور. حجم الرموز غير متساوٍ، شكل الرموز المُستعمَلة مختلف، لا يوجد مفتاح للتمثيل.

4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (أتدرّب وأحلّ المسائل)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (8 – 1) والمسألتين (12 – 11) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المقدّمة من الزميل/ الزميلة.

✓ **إرشاد:** أناقش الطلبة في الإجابة عن الأسئلة الواردة في صناديق (**أفكّر**) الواردة في هامش أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)؛ لما لها من أهمية في تعزيز فهمهم لأفكار الدرس.

مثال 4

بالاعتمادِ على التمثيلِ بالصورِ المجاورِ، استدلَّ هُمامٌ أنَّ عددَ علبِ الموادِ الغذائيةِ المتبرَّعِ بِها وعددَ علبِ الحبوبِ تقريبًا متساوٍ. هَلِ استدلالُ هُمامٍ دقيقٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

تمثّلُ كلُّ صورةٍ العددَ نفسَهُ مِنَ الأشياءِ، ولكنْ لأنَّ حجمَ الصورةِ المستعمَلةِ للتعبيرِ عَنِ الحبوبِ أكبرُ مِنْ حجمِ الصورةِ المستعمَلةِ للتعبيرِ عَنِ الموادِّ الغذائيةِ المعلَّبةِ، يظهرُ أنَّ العددَ مِنَ النوعَينِ تقريبًا متساوٍ، في حينِ أنَّ عددَ علبِ الحبوبِ نصفُ عددِ علبِ المعلَّباتِ.

أتحقّقُ من فهمي:

بالاعتمادِ على التمثيلِ بالصورِ المجاورِ، استدلَّتْ هناءُ أنَّ عددَ الأشخاصِ الّذينَ يفضّلونَ الموزَ تقريبًا ضعفُ عددِ الأشخاصِ الّذينَ يفضّلونَ الكرزَ. هَلِ استدلالُ هناءَ دقيقٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

أنظر الهامش.

أتدرب وأحل المسائل

أختارُ تمثيلًا مناسبًا لكلٍّ ممّا يأتي، وأبرّر إجابتي: (1–3) أنظر الهامش.

1 ارتفاعاتُ الأشجارِ في إحدى الغاباتِ.

2 إجاباتُ مجموعةٍ مِنَ الطلبةِ عَنْ سؤالٍ إجابتُهُ (نعمْ أَوْ لا).

3 عددُ الأهدافِ الّتي سجّلَها كلُّ عضوٍ في فريقِ كرةِ قدمٍ في إحدى البطولاتِ.

4 الأرباحُ الّتي يحقّقُها ريّانُ مِنْ مشروعِهِ الصغيرِ كلَّ سنةٍ.

5 نتائجُ اختبارِ اللغةِ العربيةِ لأحدِ الصّفوفِ.

6 أعدادُ المصابينَ بفيروسِ كورونا وَفقًا للفئاتِ العمريةِ المختلفةِ.
بما أن البيانات عددية متصلة، وعدد المشاهدات فيها كبير، فإنه من الأنسب استعمال المخطّط التكراري.

4) بما أن البيانات عددية تتغير مع الزمن، فإن التمثيل بالخطوط البيانية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.

5) بما أن البيانات عددية متصلة، وعدد المشاهدات فيها كبير، وبما أنّها نتائج اختبار؛ لذا من الأنسب تمثيلها باستعمال الصندوق ذي العارضتين للحكم على تشتّتها وتباعدها بسهولة.

إجابة (أتحقق من فهمي 4):

استدلال هناء غير صحيح. تمثل كل صورة العدد نفسه من الأشياء ولكن، حجم الصورة المستعملة للتعبير عن الموز أكبر من حجم الصورة المستعملة للتعبير عن الكرز؛ لذا يظهر أن عدد الموز مثلَي عدد الكرز. الواقع أن عدد الموز مساوٍ لعدد الكرز.

إجابات – (أتدرب وأحل المسائل):

1) بما أن البيانات عددية متصلة، وعدد المشاهدات فيها كبير، فإنه من الأنسب استعمال المخطّط التكراري.

2) بما أن البيانات نوعية وتتعلّق بجزء من الكلّ، فإن التمثيل بالقطاعات الدائرية هو الاختيار الأنسب لتمثيلها.

3) بما أن البيانات نوعية، ونرغب في إظهار عدد الأهداف التي سجّلها كلّ لاعب، فإنه من الأنسب استعمال التمثيل بالنقاط.

الوحدةُ 9

صمّمَ عليٌّ اســتبانةً سألَ فيها **40** طالبًا مِنْ طلبةِ مدرستِهِ عَنِ الرياضةِ المفضَّلةِ لديهِمْ، ومثّلَ النتائجَ الّتــي حصلَ عليها بالأعمدةِ كما في الشكلِ المجاورِ:

7 أيُّ الرياضــاتِ هِيَ الأكثــرُ تفضيلًا عندَ الطلبةِ؟ كرة القدم.

8 يقولُ علــيٌّ: (أتوقّعُ مِنَ التمثيلِ بالأعمدةِ أنَّ تنــسَ الطاولةِ هِــيَ الرياضــةُ الأقلُّ تفضيلًا لدى طلبةِ الأردنِّ). هَلِ استدلالُ عليٍّ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي.
صحيح؛ لأن العمود الذي يمثل تنس الطاولة هو أقصر عمود.

قــرّرَتْ إدارةُ إحــدى المــدارسِ اســتطلاعَ آراءِ طلبةِ الصــفِّ الأولِ الموزَّعينَ على ثلاثِ شُعَبٍ عَنِ اللّونِ الّذي يفضّلونَهُ لطِلاءِ الغرفِ الصفيةِ. جمعَــتِ الإدارةُ نتائجَ الاســتطلاعِ، ومثّلَتْهُ بالأعمــدةِ المزدوجةِ كما في الشكلِ المجاورِ:

9 أكملُ الجملةَ الآتيةَ: (ملحوظة: يوجد إجابات أخرى).
عددُ .... الطلبة الّذينَ .... يفضلون الطلاء باللون الأخضر أكبرُ مِنْ .... عدد الطلبة الذين يفضلون الطلاء باللون البنفسجي.

10 اعتمادًا على التمثيلِ، أيُّ الألوانِ ســتختارُها المدرســةُ لطِلاءِ الغرفِ الصفيةِ؟ أبرّرُ إجابتي. اللون الأزرق؛ لأن أكبر عدد من الطلبة يفضلون الطلاء به.

أفكّرُ
أكتــبُ اســتدلالًا حولَ اللّونِ الّذي يفضّلُهُ الطلبةُ لطلاءِ الغرفِ الصّفيّةِ.

أبيّنُ لِمَ تُعَدُّ كلٌّ مِنَ التمثيلاتِ الآتيةِ مضلِّلةً:

12

الفئات غير متساوية في الطول.

11

11) يُظهِــر التمثيل أن مبيعات شــهر تموز 4 أمثال مبيعات شهر نيسان، في حيــن أن الفرق بيــن مبيعات الشهرين 5 آلاف دينار فقط.

159

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المســتوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّـه الطلبـة إلـى بنـد (**مهـارات التفكير العليـا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (19 – 15).
- أرصـد أيّة أفكار غيـر تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في الأسئلة (17 – 15) (**تبرير**)، ألفت انتباه الطلبة إلى تقدير نسبة القطاعات من الكلّ للإجابة عن الأسئلة.

الواجب المنزلي:

أســتعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 13 ,10 ,9 كتاب التمارين: (4 – 1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (16 – 13) ,10 ,9 كتاب التمارين: (5 – 1)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (19 – 13) كتاب التمارين: 7 ,6

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات رباعية، وأزوّد كلّ مجموعة بـورقة المصادر **19: ورقة بيانات التحقق من التقدير**.
- أخبـر الطلبـة أنه طُلِـبَ إلى 60 شـخصًا حَمْـل كتاب وتقديـر عـدد صفحاتـه، علمًـا بـأن عـدد الصفحـات الحقيقيـة للكتـاب 55 صفحـة، وأنّه قد سُـجِّلَ جنس كلّ منهم في الورقة، واليد التي استعملها في التقدير، وتقدير كلّ منهم لعدد صفحات الكتاب.

- أطلب إلى المجموعات فصل تقديرات الذكور عن الإناث وتنظيم كلّ منها في جدول تكراري.
- أطلب إلى المجموعات اختيار التمثيل الأنسب للبيانات.
- أطلب إلى المجموعات كتابة استنتاج حول البيانات.

✓ **إرشاد:** أوجّه الطلبة إلى تظليل الإناث أو الذكور بلون مختلف على الورقة؛ لتسهيل فصل البيانات.

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 7 و 8 من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (أكتب)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **أختار تمثيلًا مناسبًا لكلّ ممّا يأتي:**

1 عدد الطلبة في مسابقة الجري كل عام. الخطوط البيانية.

2 توزيع دخل الأسرة الشهري على المتطلبات المنزلية. القطاعات الدائرية.

3 الفاكهة المفضّلة لدى مجموعة من طلبة الصف الثامن. التمثيل بالصور.

يبيّنُ التمثيلُ بالقطاعاتِ الدائريةِ المجاورُ توزيعَ دَخلِ الأسرةِ الشهريِّ على المتطلَّباتِ المنزليةِ:

13 لِمَ يُعَدُّ هذا التمثيلُ مضلِّلًا؟ أنظر الهامش.

14 أقترحُ تعديلًا للتمثيلِ المجاورِ، وأبرّر إجابتي. أنظر الهامش.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: يبيّنُ التمثيلُ بالقطاعاتِ الدائريةِ المجاورُ أنواعَ المَركباتِ الّتي مرَّتْ أمامَ منزلِ زيادٍ في إحدى ساعاتِ النّهارِ:

15 أجدُ النسبةَ المئويةَ للسيّاراتِ الّتي مرَّتْ خلالَ هذِهِ الساعةِ. 50%

16 يقولُ زيادٌ: إنَّ رُبعَ المَركباتِ الّتي مرَّتْ مِنَ الشارعِ هِيَ حافلاتٌ أَوْ شاحناتٌ. هَلْ أتفقُ مَعَ قولِ زيادٍ؟ أبرّرُ إجابتي. لا أتفق مع زياد؛ لأنّ الشاحنات بنوعيها الصغيرة والكبيرة مع الحافلات تُشكّل أكبر من ربع الدائرة.

أفكّرُ هَلْ يركبُ العددُ نفسُهُ مِنَ الأشخاصِ كلَّ نوعٍ مِنَ المَركباتِ؟

17 يقولُ زيادٌ: إنَّ نصفَ عددِ الأشخاصِ الّذينَ مرّوا مِنَ الشارعِ كانوا يركبونَ السيّاراتِ. هَلْ ما يقولُهُ زيادٌ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي. ما يقوله زياد غير صحيح؛ لأن عدد المركبات لا يمثل عدد الأشخاص الذين مرّوا من الشارع، فالعدد الذي تقله الحافلة أكبر من العدد الذي تقله السيارة.

18 **تبريرٌ:** يبيّنُ التمثيلُ بالقطاعاتِ الدائريةِ المجاورُ أنواعَ الميدالياتِ الّتي فازَتْ بِها إحدى الدولِ في دورتَينِ متتاليتَينِ مِنَ الألعابِ الأولومبيةِ. أكتبُ استدلالًا بالاعتمادِ على التمثيلِ.

18) من المتوقع أن أداء لاعبي الدولة عام 2012 أفضل منه عام 2008؛ لأنهم حصلوا على ميداليات ذهبية وفضية أكثر.

زيادة عدد الميداليات الذهبية على حساب الميداليات البرونزية بين عامي 2008 وَ 2012، وهذا مؤشر على تحسّن أداء لاعبي الدولة.

19 **تحدٍّ:** ما المعلوماتُ الّتي يمكنُني الحصولُ عليها مِنْ تمثيلِ البياناتِ بالصُّندوقِ ذي العارضتَينِ ولا يمكنُني الحصولُ عليها مِنْ تمثيلِها بالمخطّطِ التَّكراريِّ؟ أبرّرُ إجابتي. الوسيط، الربيعيان الأدنى والأعلى، المدى، المدى الربيعي، القيمتين الصغرى والعظمى.

20 **أكتبُ** كيفَ أحدّدُ التمثيلَ الأنسبَ لتمثيلِ بياناتٍ معطاةٍ؟ أنظر إجابات الطلبة.

160

إجابات - (أتدرب وأحل المسائل):

13) - مصاريف الطعام أقل من النصف، في حين يُظهر الرسم أنها أكبر من النصف.

- مصاريف السكن 3 أمثال الفواتير، في حين يبيّن الرسم أن مصاريف السكن تصل إلى 5 أمثال مصاريف الفواتير.

- المجموع لا يمثل 100%

14) يقسم 288° على 80% من الدخل الشهري (مجموع النسب الموجودة) فيصبح التمثيل كما يأتي:

36° فواتير، 108° سكن، 144° طعام. يضاف قطاع آخر يُسمى مصاريف أخرى درجته 72° ونسبته 20%.

الدرسُ 3 عَدُّ النواتجِ

فكرةُ الدرسِ

أحدّدُ نواتجَ الفضاءِ العَينيِّ وعددَها.

المصطلحاتُ

النواتجُ، الحادثُ، الفضاءُ العَينيُّ، مخطّطُ الشجرةِ، مخطّطُ الاحتمالِ.

أستكشفُ

ترغبُ شذى باختيارِ أحدِ التخصّصاتِ الجامعيةِ: دكتورُ صيدلةٍ، هندسةُ حاسوبٍ، هندسةٌ ميكانيكيةٌ، إمّا في الجامعةِ الأردنيةِ أَوْ في جامعةِ العلومِ والتكنولوجيا الأردنيةِ. كَمْ خَيارًا أمامَ شذى لاختيارِ التخصّصِ والجامعةِ؟

تُسمّى الخياراتُ المحتمَلةُ لتجربةٍ عشوائيةٍ ما **النواتجَ** (outcomes)، فمثلًا توجدُ 6 نواتجَ محتمَلةٍ لتجربةِ رمي حجرِ نردٍ هِيَ: 1, 2, 3, 4, 5, 6

أمّا **الحادثُ** (event) فهوَ ناتجٌ واحدٌ أَوْ أكثرُ مِنْ نواتجِ التجربةِ العشوائيةِ، مثلَ ظهورِ عددٍ زوجيٍّ في تجربةِ رمي حجرِ النردِ.

تُسمّى جميعُ النواتجِ الممكنةِ للتجربةِ العشوائيةِ **الفضاءَ العَينيَّ** (sample space)، ويمكنُ استعمالُ طرائقَ عدةٍ لإيجادِهِ، مِنْها **مخطّطُ الشجرةِ** (tree diagram).

أتذكّرُ

التجربةُ العشوائيةُ تجربةٌ نستطيعُ أنْ نتنبأَ فيها بالنواتجِ جميعِها الّتي يمكنُ أنْ تظهرَ قبلَ إجرائِها، لكنَّنا لا نعلمُ تحديدًا أيُّها سيظهرُ حتّى نُجريَ التجربةَ.

مثال 1

أستعملُ مخطّطَ الشجرةِ لتحديدِ الفضاءِ العَينيِّ لتجربةِ رمي قطعتَيْ نقدٍ منتظمتَينِ مرةً واحدةً عشوائيًّا.

لقطعةِ النقدِ وجهانِ، أحدُهُما يحتوي صورةً، والآخَرُ كتابةً؛ لذا أرمزُ إلى الوجهِ الّذي يحتوي الصورةَ بالرمزِ (H) وإلى الوجهِ الّذي يحتوي الكتابةَ بالرمزِ (T).

القطعةُ الأولى القطعةُ الثانيةُ الناتجُ

H — H — (H, H)

H — T — (H, T)

T — H — (T, H)

T — T — (T, T)

أتذكّرُ

أرمزُ إلى الصورةِ بالحرفِ H، وإلى الكتابةِ بالحرفِ T، وهما الحرفانِ الأوّلانِ مِنَ الكلمتَينِ الإنجليزيّتَينِ Head، وَ Tail .

161

الدرس 3

نتاجات الدرس:

- تحديد نواتج الفضاء العيني وعددها.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- تحديد الفضاء العيني لتجربة عشوائية.
- إيجاد احتمالات وقوع الحوادث إذا كانت التجربة العشوائية متساوية الاحتمال.
- إيجاد احتمالات حوادث ممثَّلة في جداول ذات اتجاهين.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أكتب الكلمات الآتية على اللوح:
نواتج، حادث، حادث مؤكَّد، حادث ممكن، حادث مستحيل، تجربة عشوائية، تجربة عادلة، تجربة متحيِّزة، فضاء عيني.

- أطلب إلى الطلبة كتابة تعريف –بلغتهم الخاصة– لكلّ مصطلح من المصطلحات المكتوبة على اللوح، مع إعطاء مثال عليه.

- أناقش إجابات الطلبة، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثمّ أسألهم:
  - ما التخصصات الجامعية التي ترغب شذى بدراستها؟ دكتور صيدلة، هندسة حاسوب، هندسة ميكانيكية.
  - في أيّ الجامعات ترغب شذى بدراسة هذه التخصصات؟ إمّا في الجامعة الأردنية، أو في جامعة العلوم والتكنولوجيا.
  - كم خيارًا أمام شذى لاختيار التخصص والجامعة؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة بمفهوم كلّ من: النواتج، والحادث، والفضاء العيني، والتجربة العشوائية.
- أوضّح للطلبة وجود عدّة طرائق تساعد على إيجاد عناصر الفضاء العيني، منها: **طريقة مخطّط الشجرة**.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 1، ثمّ أسألهم:
  - كم وجهًا لقطعة النقد؟ وجهان؛ أحدهما صورة، والآخر كتابة.
  - ماذا نرمز إلى الوجه؟ H
  - ماذا نرمز إلى الكتابة؟ T
  - ما النواتج المحتملة لرمي قطعة النقد الأولى؟ H, T
  - ما النواتج المحتملة لرمي قطعة النقد الثانية؟ H, T
  - ما النواتج المحتملة لرمي قطعتي النقد مرة واحدة عشوائيًّا؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أتوصّل عن طريق النقاش مع الطلبة إلى أهمية وجود طريقة تسهّل إيجاد جميع نواتج التجربة العشوائية، ثمّ أقدّم لهم كيفية تحديد جميع نواتج التجربة باستعمال طريقة الشجرة.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقق من إتقانهم هذه المهارة.

✓ إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى أن الحرف H هو الحرف الأول من الكلمة الإنجليزية Head، وأن الحرف T هو الحرف الأول من الكلمة الإنجليزية Tail.
- أبيّن للطلبة أن قطعة النقد المنتظمة تعني أنها أداة عادلة، وذلك يعني أن احتمال ظهور الوجه مساوٍ لاحتمال ظهور الكتابة.
- ألفت انتباه الطلبة إلى أن كتابة النواتج من التجربة العشوائية في المثال 1 تكون على صورة أزواج مرتبة، الإحداثي الأول في كلّ زوج هو أحد نواتج رمي قطعة النقد الأولى، والإحداثي الآخر هو أحد نواتج رمي قطعة النقد الثانية.

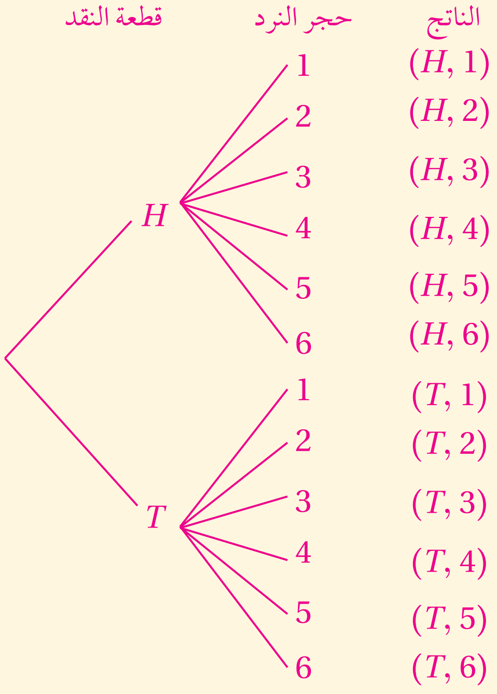
تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنّبًا لإحراجه.

إجابة – (أتحقق من فهمي 1):



ألاحظُ مِنْ مخطّطِ الشجرةِ أنَّ لهذِهِ التجربةِ 4 نواتجَ ممكنةٍ؛ لذا فإنَّ الفضاءَ العَينيَّ هوَ:

$(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)$

أتحققُ من فهمي:

أستعملُ مخطّطَ الشجرةِ لتحديدِ الفضاءِ العَينيِّ لتجربةِ رمي قطعةِ نقدٍ وحجرِ نردٍ مرّةً واحدةً عشوائيًّا. أنظر الهامش.

يمكنُ أيضًا استعمالُ الجدولِ لإيجادِ الفضاءِ العَينيِّ للتجاربِ العشوائيةِ.

مثال 2

أستعملُ الجدولَ لتحديدِ الفضاءِ العَينيِّ لتجربةِ رمي قطعةِ نقدٍ مرةً واحدةً عشوائيًّا وتدويرِ مؤشرِ قرصٍ عشوائيًّا مقسّمٍ إلى 4 قطاعاتٍ متطابقةٍ كُتِبَتْ عليها الأعدادُ 1, 2, 3, 4

أرسمُ جدولًا، وأسجّلُ في الصفِّ الأعلى مِنْهُ نواتجَ تدويرِ مؤشّرِ القرصِ المرقّمِ، وفي العمودِ إلى اليسارِ نواتجَ إلقاءِ قطعةِ النقدِ، ثُمَّ أملأُ الجدولَ.

		القرصُ المرقَّمُ			
		1	2	3	4
قطعةُ النقدِ	H		$H, 2$		
	T			$T, 3$	

		القرصُ المرقَّمُ			
		1	2	3	4
قطعةُ النقدِ	H	$H, 1$	$H, 2$	$H, 3$	$H, 4$
	T	$T, 1$	$T, 2$	$T, 3$	$T, 4$

أجدُ مِنَ الجدولِ أنَّ لهذِهِ التجربةِ 8 نواتجَ ممكنةٍ؛ لذا فإنَّ الفضاءَ العَينيَّ هوَ:

$(H, 1), (H, 2), (H, 3), (H, 4), (T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4)$

أتحققُ من فهمي:

أستعملُ الجدولَ لتحديدِ الفضاءِ العَينيِّ لتجربةِ رمي قطعةِ نقدٍ مرةً واحدةً عشوائيًّا وسحبِ بطاقةٍ عشوائيًّا مِنْ كيسٍ يحتوي 3 بطاقاتٍ متماثلةٍ كُتِبَتْ عليها الأعدادُ 1, 2, 3 أنظر الهامش.

يمكنُني أيضًا استعمالُ **مخطّطِ الاحتمالِ** (possibility diagram) لإيجادِ الفضاءِ العَينيِّ للتجاربِ العشوائيةِ.

162

إجابة – (أتحقق من فهمي 2):

		البطاقات المرقمة		
		1	2	3
قطعةُ النقدِ	H	$H, 1$	$H, 2$	$H, 3$
	T	$T, 1$	$T, 2$	$T, 3$

الفضاء العيني لهذه التجربة هو:

$(H, 1), (H, 2), (H, 3), (T, 1), (T, 2), (T, 3)$

مثال 2

- أوضّح للطلبة وجود طريقة أُخرى لإيجاد الفضاء العيني للتجارب العشوائية، وهي: **طريقة الجدول.**
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 2، ثمّ أسألهم:
  - ما النواتج المحتملة لتدوير مؤشر القرص المرقم؟ 1, 2, 3, 4
  - ما النواتج المحتملة لرمي قطعة النقد؟ H, T
  - ما النواتج المحتملة لرمي قطعة النقد مرة واحدة عشوائيًّا وتدوير مؤشر القرص؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أوضّح للطلبة كيفية تحديد جميع نواتج التجربة باستعمال طريقة الجدول.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى أن كتابة النواتج من التجربة العشوائية في المثال 2 تكون على صورة أزواج مرتّبة.
- أطلب إلى الطلبة إعادة حلّ المثال باستعمال طريقة الشجرة؛ للتحقّق من أن النواتج الممكنة لتجربة عشوائية هي نفسها بصرف النظر عن الطريقة المستعمَلة في إيجاد هذه النواتج.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند كتابة نواتج تجربة عشوائية باستعمال طريقة الجدول؛ بكتابة الإحداثي الأول في الزوج المرتّب من العمود الأيسر تارة، ومن الصف العلوي تارة أُخرى، وكذلك الأمر بالنسبة إلى الإحداثي الثاني؛ لذا أنبّههم باستمرار إلى ضرورة الانتباه إلى الالتزام بترتيب محدّد، ويُفضَّل أن يكون الإحداثي الأول من الزوج المرتّب من العمود الأيسر، والإحداثي الثاني من الصفّ العلوي.

مثال 3

- أوضّح للطلبة وجود طريقة أخرى لإيجاد الفضاء العيني للتجارب العشوائية، وهي: **طريقة مخطّط الاحتمال.**
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثمّ أسألهم:
  - » ما النواتج المحتمَلة لرمي حجر النرد الأول؟ 1, 2, 3, 4, 5, 6
  - » ما النواتج المحتمَلة لرمي حجر النرد الثاني؟ 1, 2, 3, 4, 5, 6
  - » ما النواتج المحتمَلة لرمي حجرَي النرد مرة واحدة عشوائيًّا؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أوضّح للطلبة كيفية تحديد جميع نواتج التجربة باستعمال طريقة مخطّط الاحتمال.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشاد: أطلب إلى الطلبة إعادة حلّ المثال باستعمال طريقتَي: الشجرة البيانية، والجدول؛ للتحقّق من أن النواتج الممكنة لتجربة عشوائية هي نفسها بصرف النظر عن الطريقة المستعمَلة في إيجاد هذه النواتج، ثمّ أسألهم: من وجهة نظرك، أيّ الطرائق أفضل في إيجاد نواتج رمي حجري مرة واحدة عشوائيًّا؟ مع التبرير.

مثال 4: من الحياة

- أوضّح للطلبة أهمية استعمال طرائق عدّ النواتج التي تعلّموها في هذا الدرس في كثير من التجارب العشوائية الحياتية، وأذكر لهم بعضها.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، ثمّ أسألهم:
  - » ما النواتج المحتمَلة لاختيار الفاكهة؟ فراولة، موز، برتقال.
  - » ما النواتج المحتمَلة لاختيار حجم الكوب؟ صغير، وسط، كبير.
- أطلب إلى أحد الطلبة إيجاد النواتج الممكنة للتجربة على اللوح باستعمال طريقة الشجرة.
- أطلب إلى الطلبة استعمال طريقتي: الجدول، ومخطّط الاحتمال؛ لإيجاد النواتج الممكنة للتجربة، وتحديد الطريقة الأسهل لهذه التجربة من وجهة نظرهم.

الوحدةُ 9

مثال 3

أستعملُ مخطّطَ الاحتمالِ لتحديدِ الفضاءِ العَينيِّ لتجربةِ رميِ حجرَيْ نردٍ مرةً واحدةً عشوائيًّا أحدُهُما لونُهُ أحمرُ والآخَرُ لونُهُ أزرقُ.

أرسمُ محورَينِ، وأسجّلُ على أحدِهِما نواتجَ رميِ حجرِ النردِ الأحمرِ، وعلى المحورِ الآخَرِ نواتجَ رميِ حجرِ النردِ الأزرقِ، كما في الشكلِ المجاورِ، حيثُ يمثّلُ تقاطعُ خطوطِ مخطّطِ الاحتمالِ الفضاءَ العَينيَّ للتجربةِ.

أتحققُ من فهمي: أنظر الهامش.

قرصٌ دائريٌّ مقسّمٌ إلى 3 قطاعاتٍ متطابقةٍ كُتِبَتْ عليها الأحرفُ A, B, C كما في الشكلِ المجاورِ. أستعملُ مخطّطَ الاحتمالِ لتحديدِ الفضاءِ العَينيِّ لتجربةِ تدويرِ مؤشرِ القرصِ مرّتَينِ عشوائيًّا.

مثال 4: منَ الحياةِ

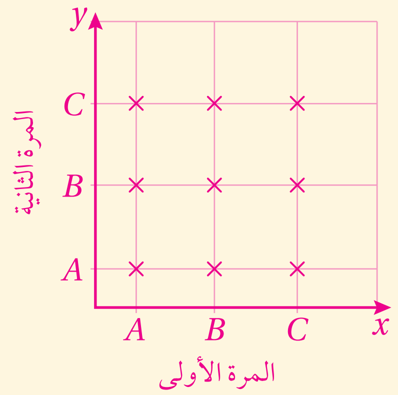
عصيرٌ طبيعيٌّ: تريدُ عبيرُ شراءَ عصيرٍ طبيعيٍّ مِنْ محلٍّ يبيعُ العصيرَ في أكوابٍ بثلاثةِ أحجامٍ مختلفةٍ: صغيرٍ، ووسطٍ، وكبيرٍ، ولديهِ 3 أنواعٍ مختلفةٍ مِنَ الفاكهةِ: فراولةٌ، وموزٌ، وبرتقالٌ. كَمْ خَيارًا مختلفًا أمامَ عبيرَ لشراءِ العصيرِ؟

يمكنُني استعمالُ الشجرةِ البيانيةِ لتحديدِ عددِ الخَياراتِ الممكنةِ أمامَ عبيرَ.

إذنْ، لدى عبيرَ 9 بدائلَ مختلفةٍ للعصيرِ.

163

إجابة – (أتحقق من فهمي 3):



الفضاء العيني لهذه التجربة هو:

$(A, A), (A, B), (A, C), (B, A), (B, B), (B, C), (C, A), (C, B), (C, C)$

أتحققُ من فهمي:

بوشارٌ: يرغبُ مهنّدٌ في شراءِ بوشارٍ يُباعُ في علبٍ بثلاثةِ أحجامٍ مختلفةٍ: صغيرٍ، ووسطٍ، وكبيرٍ، وأمامَهُ نكهتانِ مختلفتانِ: الملحُ، والزبدةُ، كَمْ خَيارًا مختلفًا أمامَ مهنّدٍ لشراءِ البوشارِ؟ أنظر الهامش.

أتدرب وأحل المسائل

1 أستعملُ مخطّطَ الشجرةِ لتحديدِ الفضاءِ العَينيِّ لتجربةِ تدويرِ مؤشّرِ القرصِ المجاورِ مرّتَينِ عشوائيًّا. أنظر الهامش.

2 أستعملُ مخطّطَ الاحتمالِ لتحديدِ الفضاءِ العَينيِّ لتجربةِ رمي قطعةِ نقدٍ وحجرِ نردٍ مرةً واحدةً عشوائيًّا. أنظر ملحق الإجابات.

سُحِبَتْ كُرَتانِ عشوائيًّا على التوالي دونَ إرجاعٍ مِنْ صُندوقٍ يحتوي الكُراتِ الأربعَ المتماثلةَ المجاورةَ:

3 أستعملُ الجدولَ لتحديدِ الفضاءِ العَينيِّ للتجربةِ. أنظر ملحق الإجابات.

4 أجدُ عددَ عناصرِ الفضاءِ العَينيِّ. 12

أستعملُ مخطّطَ الشجرةِ لتحديدِ الفضاءِ العَينيِّ للتجاربِ العشوائيةِ الآتيةِ المعتمِدةِ على القرصَينِ الدائريَّينِ المجاورَينِ، علمًا بأنَّهما مقسّمانِ إلى أجزاءٍ متطابقةٍ:

القرصُ B القرصُ A

5 تدويرِ مؤشّرِ القرصِ A ومؤشرِ القرصِ B مرةً واحدةً عشوائيًّا.

6 تدويرِ مؤشّرِ القرصِ A مرّتَينِ عشوائيًّا.

7 تدويرِ مؤشّرِ القرصِ B مرّتَينِ عشوائيًّا.

8 تدويرِ مؤشّرِ القرصِ B ثلاثَ مرّاتٍ عشوائيًّا.

(5–8) أنظر ملحق الإجابات.

إرشادٌ

أرمزُ إلى اللونِ الأحمرِ بالحرفِ R، واللونِ الأخضرِ بالحرفِ G، واللونِ الأزرقِ بالحرفِ B، واللونِ الأصفرِ بالحرفِ Y، وهيَ الحروفُ الأولى مِنْ أسماءِ هذِهِ الألوانِ باللغةِ الإنجليزيةِ:

Red → R

Green → G

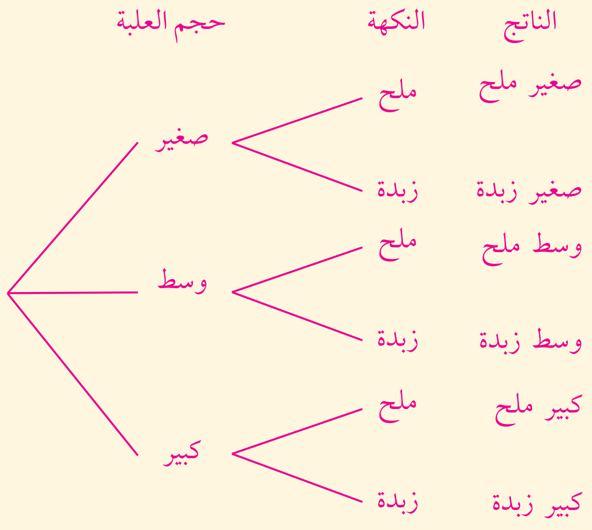
Blue → B

Yellow → Y

أفكّرُ

هَلْ يمكنُ تمثيلُ التجربةِ العشوائيةِ في السؤالِ 8 باستعمالِ مخطّطِ الاحتمالِ؟

إجابة – (أتحقق من فهمي 4):



لدى مهند 6 بدائل لشراء البوشار.

4 التدريب

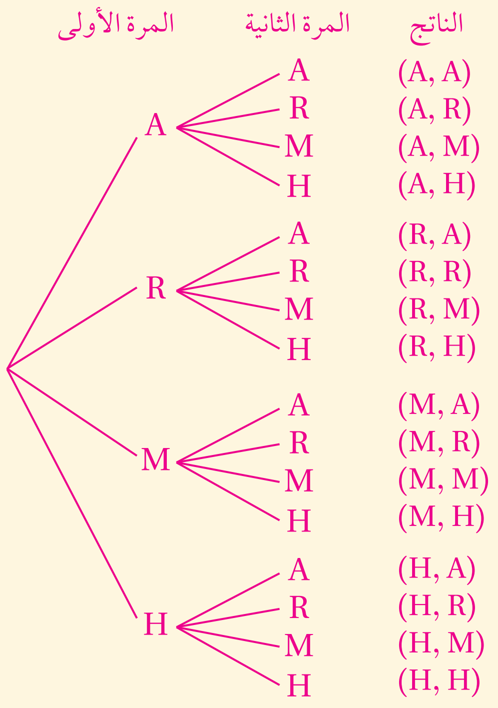
أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (4 – 1) والمسألتين (12 – 11) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المقدّمة من الزميل/ الزميلة.

إرشاد: أناقش الطلبة في الإجابة عن السؤال الوارد في صندوق (**أفكّر**) الواردة في هامش سؤال 8 في بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)؛ لما لها من أهمية في تعزيز فهمهم لفكرة الدرس.

إجابة – (أتدرب وأحل المسائل):

1)



تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسألتين 16 و 17.
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشادات:

- في السؤال 16 (**تحدٍّ**)، أتدرّج مع الطلبة في الأسئلة للحصول على إجابة السؤال بتوجيه الأسئلة الآتية:
  - » إذا كان القرص مقسّمًا إلى قطاعين متطابقين، فما عدد النواتج الممكنة للتجربة؟ 4
  - » إذا كان القرص مقسّمًا إلى 3 قطاعات متطابقة، فما عدد النواتج الممكنة للتجربة؟ 9
  - » إذا كان القرص مقسّمًا إلى 4 قطاعات متطابقة، فما عدد النواتج الممكنة للتجربة؟ 16
  - » ما نمط الأعداد الظاهر؟ عدد عناصر الفضاء العيني هو ناتج ضرب عدد القطاعات في نفسه.
  - » إذن، ما عدد عناصر الفضاء العيني للتجربة؟ ناتج ضرب n في n أي n^2

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (5 – 8), (13 – 15) كتاب التمارين: 1, 2, 5, 6
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 9, 10, (13 – 15) كتاب التمارين: (3 – 6)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 9, 10, (13 – 17) كتاب التمارين: 7, 8

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة بقطعة كرتون مقوى، وأقلام تلوين.
- أطلب إلى كلّ مجموعة تصميم قرصَين مختلفين، وتقسيم كلّ منهما إلى قطاعات متطابقة، ثمّ ترقيم القطاعات.
- أطلب إلى كلّ مجموعة كتابة الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشر القرصَين مرة واحدة عشوائية باستعمال طريقة الشجرة، وطريقة الجدول وطريقة مخطّط الاحتمال.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى أنه يمكن أن يأخذ قطاعان الرقم نفسه.
- يمكن للمجموعات تصميم قرص واحد وكتابة الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشر القرص مرّتين عشوائيًّا.

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

دُوِّرَ مؤشّــرُ قرصٍ مقسَّــمٍ إلى 3 قطاعاتٍ متطابقةٍ ألوانُها: أحمرُ (R)، وأزرقُ (B)، وأبيضُ (W) مرةً واحدةً عشــوائيًّا، ثُمَّ دُوِّرَ مؤشّــرُ قرصٍ آخرَ مقسَّــمٍ إلى 4 قطاعاتٍ متطابقةٍ كُتِبَتْ عليها الأعدادُ 4 ,3 ,2 ,1 مرةً واحدةً عشوائيًّا.

9 أستعملُ مخطّطَ الاحتمالِ لتحديدِ الفضاءِ العَينيِّ للتجربةِ العشوائيةِ. أنظر ملحق الإجابات.

10 أجدُ عددَ عناصرِ الفضاءِ العَينيِّ. 12

وَحدةُ تخزينٍ: يرغبُ يوسُــفُ في شــراءِ مشــغّلِ (مقاطعِ صوتيــةٍ)، ولديــهِ 4 سَــعاتٍ مختلفــةٍ بالجيجابايــتِ: 2GB, 4GB, 8GB, 16GB، ويمكنُهُ الاختيارُ مِنْ 5 ألوانٍ مختلفةٍ: الفضيِّ، والأخضرِ، والأزرقِ، والزهريِّ، والأسودِ:

11 أستعملُ الجدولَ لتحديدِ جميعِ البدائلِ الممكِنةِ ليوسُفَ عندَ اختيارِ المشغّلِ. أنظر ملحق الإجابات.

12 أجدُ عددَ الخَياراتِ الممكِنةِ أمامَ يوسُفَ. 20

يقدّمُ مطعمٌ قائمةَ الطعامِ المجاورةَ لزبائنِهِ:

13 أستعملُ مخطّطَ الشــجرةِ لتحديدِ جميعِ الخَياراتِ الممكنةِ لوجبةِ طعامٍ مكوَّنةٍ مِنْ: طبقِ مقبِّلاتٍ، وطبقٍ رئيسٍ، وطبقِ تحليةٍ. أنظر الهامش.

14 أجدُ عــددَ الخَيــاراتِ الممكنــةِ لوجبةِ الطعامِ. 24

15 أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ)، وأحلُّ المسألةَ الواردةَ فيها. 6

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

16 **تحدٍّ:** قرصٌ مقسَّــمٌ إلى n مِنَ القطاعاتِ المتطابقةِ، أجدُ عددَ عناصرِ الفضاءِ العَينيِّ لتجربةِ تدويرِ مؤشّرِهِ مرّتَينِ. n^2

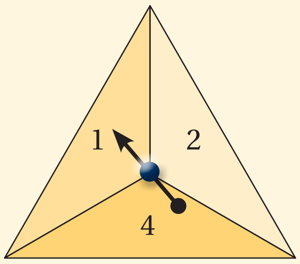
17 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أعطي مثالًا على تجربةٍ عشوائيةٍ عددُ عناصرِ الفضاءِ العَينيِّ لَها 30 أنظر إجابات الطلبة.

18 **أكتبُ** كيفَ أحدّدُ الفضاءَ العَينيَّ لتجربةٍ عشوائيةٍ؟ أنظر إجابات الطلبة.

6 الختام

- أوجّـه الطلبـة إلـى بنـد (أكتـب)؛ للتأكّـد مـن فهمهم موضـوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المسـتوى المتوسـط أو دون المتوسـط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لـزم الأمـر، أتحقّق مـن فهم الطلبة، بتوجيه سـؤال لهم، مثل:

» **أسـتعمل الجدول لتحديد عناصر الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشّر الشكل الآتي مرّتين عشوائيًّا.**



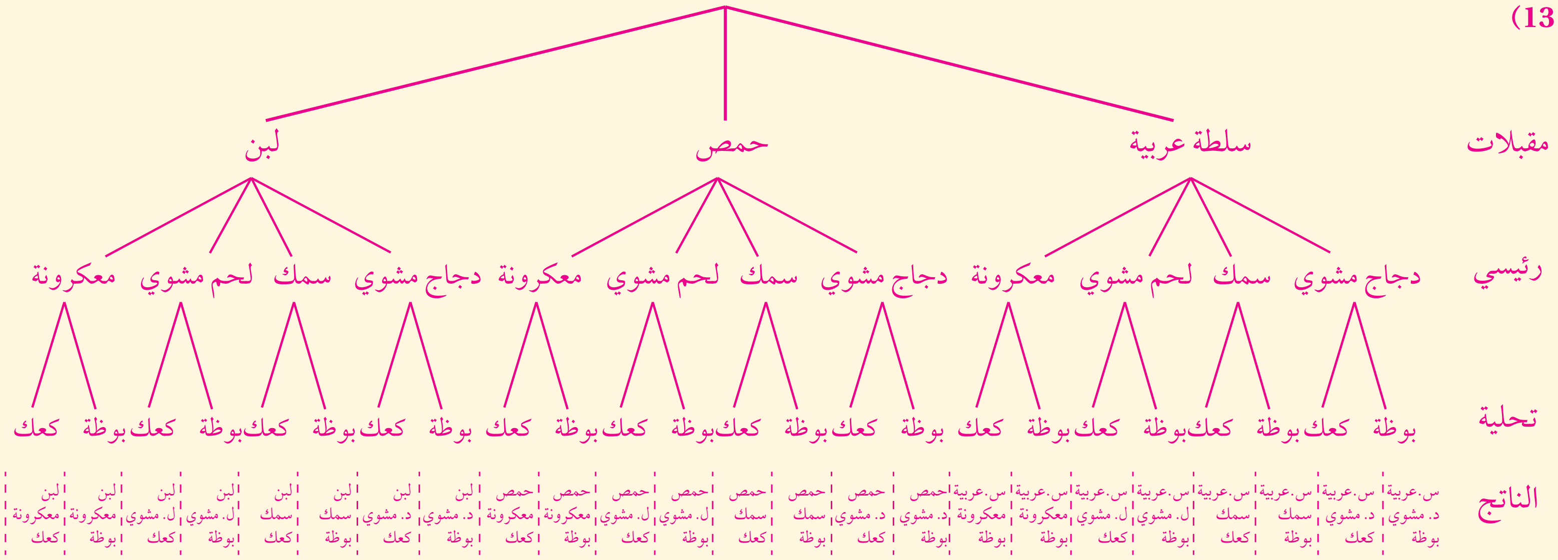
	1	2	4
1	1, 1	1, 2	1, 4
2	2, 1	2, 2	2, 4
4	4, 1	4, 2	4, 4

الفضاء العيني لهذه التجربة هو:

$(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 4),$
$(4, 1), (4, 2), (4, 4)$

إجابة – (أتدرب وأحل المسائل):

(13



الدرس
4

نتاجات الدرس:

- إيجاد احتمالات حوادث مركَّبة.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- تحديد نواتج الفضاء العيني وعددها.
- إيجاد احتمالات وقوع الحوادث لتجربة عشوائية متساوية الاحتمال.

مراجعة التعلُّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

أسترشد بالإجراءات المُبيَّنة في مقدّمة دليل المعلّم (الصفحتين h و i) والمُتعلِّقة بمراجعة التعلُّم القبلي، ومعالجة الفاقد التعليمي لدى الطلبة.

1 التهيئة

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة بحجرَي نرد، وورقة.
- أطلب إلى المجموعات رسم الجدول الآتي على الورقة.

9	5	12
7	11	2
10	4	8

- أطلب إلى أحد فردي المجموعة اختيار عدد من الجدول، ثمّ أطلب إليه رمي حجرَي النرد، فإذا كان مجموع العددين الظاهرين على حجري النرد يساوي العدد الذي اختاره، يضع إشارة خاصة به على العدد.
- يتبادل فردا المجموعة الأدوار وتكرار الخطوات نفسها.
- يسجّل الفوز لمَن يكمل سطرًا كاملًا أفقيًا أو رأسيًا أو قطريًا من الإشارات الخاصة به.

الدرسُ 4 احتمالُ الحوادثِ المركَّبةِ

فكرةُ الدرسِ

- أجدُ احتمالاتِ حوادثَ مركَّبةٍ.

المصطلحاتُ

الحادثُ البسيطُ، الحادثُ المركَّبُ.

أستكشفُ

نسيَ أحمدُ أوّلَ رقْمَينِ مِنْ رمزِ الدخولِ إلى بريدِهِ الإلكترونيِّ، لكنَّهُ تذكّرَ أنَّ الرقْمَ الأولَ فرديٌّ والرقمَ الثانيَ زوجيٌّ. ما احتمالُ أنْ يختارَ أحمدُ الرقْمَينِ الصحيحَينِ لرمزِ الدخولِ؟

يُسمّى الحادثُ الّذي يحتوي ناتجًا واحدًا فقط **حادثًا بسيطًا** (simple event)، أمّا **الحادثُ المركَّبُ** (compound event) فهوَ حادثٌ يتكوّنُ مِنْ حادثَينِ بسيطَينِ أوْ أكثرَ.

تعلَّمْتُ سابقًا أنَّهُ إذا كانَتْ نواتجُ التجربةِ العشوائيةِ متساويةَ الاحتمالِ، فإنَّ احتمالَ وقوعِ أيِّ حادثٍ يساوي نسبةَ عددِ عناصرِهِ إلى عددِ عناصرِ الفضاءِ العَينيِّ:

$$P(A) = \frac{\text{(عددُ عناصرِ الحادثِ)}}{\text{(عددُ عناصرِ الفضاءِ العَينيِّ)}}$$

يمكنُ استعمالُ مخطّطِ الشجرةِ لإيجادِ احتمالاتِ الحوادثِ المركَّبةِ.

مثال 1

قرصٌ مقسَّمٌ إلى 3 قطاعاتٍ متطابقةٍ كُتِبَتْ عليها الأحرفُ L, M, N كما في الشكلِ المجاورِ. دُوِّرَ مؤشّرُ القرصِ مرّتَينِ عشوائيًّا، وسُجِّلَ الحرفانِ اللّذانِ وقفَ عندَهُما المؤشّرُ، أستعملُ مخطّطَ الشجرةِ لأجدَ:

① **احتمالَ وقوفِ المؤشّرِ عندَ الحرفِ نفسِهِ في المرّتَينِ.**

أمثّلُ الفضاءَ العَينيَّ للتجربةِ باستعمالِ مخطّطِ الشجرةِ.

ألاحظُ أنَّ عددَ عناصرِ الفضاءِ العَينيِّ 9

أفترضُ أنَّ الحادثَ A هوَ وقوفُ المؤشّرِ عندَ الحرفِ نفسِهِ مرّتَينِ، إذنْ عددُ عناصرِ هذا الحادثِ يُساوي 3؛ لذا فإنَّ احتمالَ الحادثِ A هوَ:

$$P(A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

166

- بعد الانتهاء من تنفيذ النشاط أوجّه للطلبة الأسئلة الآتية:
  - » هل جميع المجاميع لها فرصة الحدوث نفسها؟
  - » أيّ المجاميع له أكبر فرصة الحدوث؟
  - » أيّ المجاميع له أقلّ فرصة الحدوث؟
- أستمع لإجابات الطلبة من دون تعليق.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**أستكشف**)، ثمّ أسألهم:
  - » من منكم لديه بريد إلكتروني؟ ستختلف إجابات الطلبة.
  - » مِمّ يتكوّن رمز الدخول إلى البريد الإلكتروني عادة؟ من أرقام وأحرف ورموز.
  - » ما الذي نسيه أحمد من رمز الدخول؟ أول رقمين من الرمز.
  - » ما الأرقام التي من الممكن أن توضع في الخانة الأولى من الرمز إذا كان الرقم الأول فرديًا؟ $1, 3, 5, 7, 9$
  - » ما الأرقام التي من الممكن أن توضع في الخانة الثانية من الرمز إذا كان الرقم الثاني زوجيًّا؟ $0, 2, 4, 6, 8$
  - » ما احتمال أن يختار أحمد الرقمين الصحيحين لرمز الدخول؟
- أخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - » من يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة بمفهوم كلّ من: الفضاء العيني، والحادث، واحتمال الحادث.
- أبيّن للطلبة وجود نوعين من الحوادث، هما: الحادث البسيط، والحادث المركّب. وأوضّح لهم إمكانية استعمال طرائق عدّ النواتج التي تعلّموها في الدرس السابق، لتحديد عدد عناصر الحادث وعدد عناصر الفضاء العيني للتجربة العشوائية، تمهيدًا لإيجاد احتمال الحادث.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 1، ثم أطلب إلى آخر كتابة عناصر الفضاء العيني للتجربة على اللوح باستعمال مخطّط الشجرة.
- أناقش حلّ الفرع 1 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:
  - » ما عدد عناصر الفضاء العيني؟ 9
  - » ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ وقوف مؤشر القرص عند الحرف نفسه في المرّتين.
  - » ما عدد عناصر الحادث؟ 3
  - » أذكرها. $(L, L), (M, M), (N, N)$
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطّط الشجرة على اللوح، ثمّ أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث وكتابته بأبسط صورة.
- أناقش حلّ الفرع 2 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:
  - » ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ وقوف مؤشر القرص عند الحرف L في أي من المرّتين أو كليهما.
  - » ما عدد عناصر الحادث؟ 5
  - » أذكرها. $(L, L), (L, M), (L, N), (M, L), (N, L)$
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطّط الشجرة على اللوح، ثمّ أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث.

✓ إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى أن فهم الحادث المطلوب إيجاد احتماله يسهّل عملية تحديد عدد عناصره بسهولة.
- ألفت انتباه الطلبة إلى الفرق بين عبارة (المرة الأولى) وعبارة (المرة الأولى فقط)، وذلك في تدريب (أتحقّق من فهمي) التابع للمثال 1.

تعزيز اللغة ودعمها:

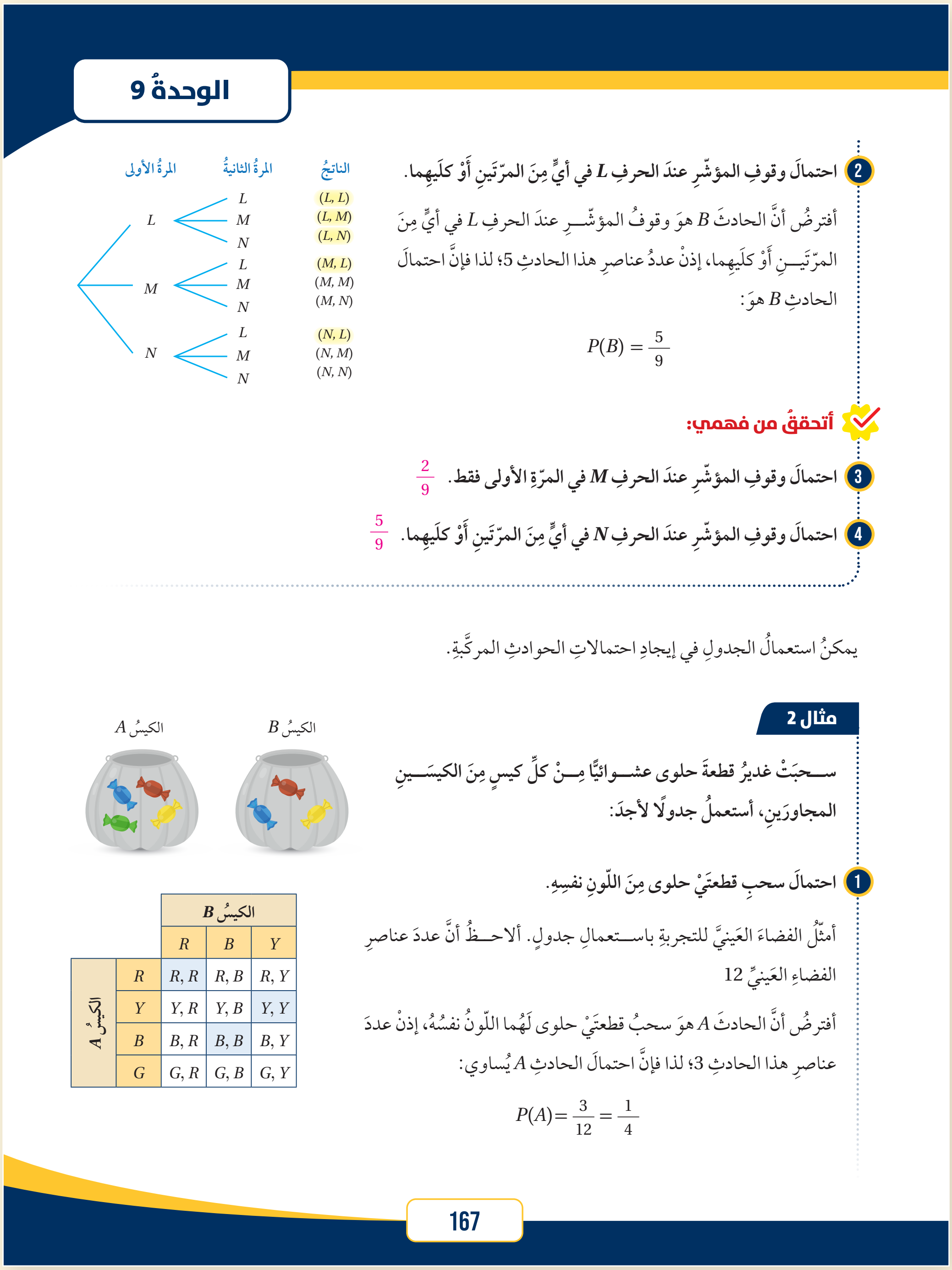
أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذِكْرها في الدرس بكلٍّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

✓ التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حلّ التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كلّ مثال، ثمّ أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَنْ أخطأ في الإجابة؛ تجنُّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 2، ثمّ أطلب إلى آخر كتابة عناصر الفضاء العيني للتجربة على اللوح باستعمال الجدول.
- أناقش حلّ الفرع 1 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:
  - » ما عدد عناصر الفضاء العيني؟ 12
  - » ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ سحب قطعتي حلوى من اللون نفسه.
  - » ما عدد عناصر الحادث؟ 3
  - » أذكرها. $(R, R), (B, B), (Y, Y)$
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث في الجدول على اللوح، ثمّ أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث وكتابته بأبسط صورة.
- أناقش حلّ الفرع 2 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:
  - » ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ سحب قطعتي حلوى ليست أيّ منهما زرقاء أو خضراء.
  - » ما عدد عناصر الحادث؟ 4
  - » أذكرها. $(R, R), (R, Y), (Y, R), (Y, Y)$
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث في الجدول على اللوح، ثمّ أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث وكتابته بأبسط صورة.



2 احتمالَ وقوفِ المؤشّرِ عندَ الحرفِ L في أيٍّ مِنَ المرّتَينِ أَوْ كلَيهِما.

أفترضُ أنَّ الحادثَ B هوَ وقوفُ المؤشّرِ عندَ الحرفِ L في أيٍّ مِنَ المرّتَينِ أَوْ كلَيهِما، إذنْ عددُ عناصرِ هذا الحادثِ 5؛ لذا فإنَّ احتمالَ الحادثِ B هوَ:

$$P(B) = \frac{5}{9}$$

أتحققُ من فهمي:

3 احتمالَ وقوفِ المؤشّرِ عندَ الحرفِ M في المرّةِ الأولى فقط. $\frac{2}{9}$

4 احتمالَ وقوفِ المؤشّرِ عندَ الحرفِ N في أيٍّ مِنَ المرّتَينِ أَوْ كلَيهِما. $\frac{5}{9}$

يمكنُ استعمالُ الجدولِ في إيجادِ احتمالاتِ الحوادثِ المركّبةِ.

مثال 2

سحبَتْ غديرُ قطعةَ حلوى عشوائيًّا مِنْ كلِّ كيسٍ مِنَ الكيسَينِ المجاورَينِ، أستعملُ جدولًا لأجدَ:

1 احتمالَ سحبِ قطعتَيْ حلوى مِنَ اللّونِ نفسِهِ.

أمثّلُ الفضاءَ العَينيَّ للتجربةِ باستعمالِ جدولٍ. ألاحظُ أنَّ عددَ عناصرِ الفضاءِ العَينيِّ 12

الكيسُ B				
Y	B	R		
R, Y	R, B	R, R	R	الكيسُ A
Y, Y	Y, B	Y, R	Y	
B, Y	B, B	B, R	B	
G, Y	G, B	G, R	G	

أفترضُ أنَّ الحادثَ A هوَ سحبُ قطعتَيْ حلوى لَهُما اللّونُ نفسُهُ، إذنْ عددَ عناصرِ هذا الحادثِ 3؛ لذا فإنَّ احتمالَ الحادثِ A يُساوي:

$$P(A)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

إرشادات:

- أذكّر الطلبة باستعمال الرمز R للدلالة على اللون الأحمر، والرمز Y للدلالة على اللون الأصفر، والرمز B للدلالة على اللون الأزرق، وهي الحروف الأولى من أسماء هذه الألوان باللغة الإنجليزية:

Red ⟶ R

Blue ⟶ B

Yellow ⟶ Y

2 **احتمالَ سحبِ قطعتَيْ حلوى ليسَتْ أيٌّ مِنْهُما زرقاءَ أَوْ خضراءَ.**

أفترِضُ أنَّ الحادثَ يمثّلُ سحبَ قطعتَيْ حلوى ليسَتْ أيٌّ مِنْهُما زرقاءَ أَوْ خضراءَ.

ألاحظُ مِنَ الجدولِ أنَّهُ توجدُ 4 نواتجَ لا تحتوي قطعةَ حلوى زرقاءَ أَوْ خضراءَ؛ لذا فإنَّ احتمالَ الحادثِ B يُساوي:

$$P(B)=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

		الكيسُ B		
		R	B	Y
الكيسُ A	R	R, R	R, B	R, Y
	Y	Y, R	Y, B	Y, Y
	B	B, R	B, B	B, Y
	G	G, R	G, B	G, Y

أتحققُ من فهمي:

3 **احتمالَ سحبِ قطعةِ حلوى خضراءَ.** $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$

4 **احتمالَ سحبِ قطعتَيْ حلوى مختلفتَينِ في اللّونِ.** $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$

يمكنُ أيضًا استعمالُ مخطّطِ الاحتمالِ لإيجادِ احتمالاتِ الحوادثِ المركَّبةِ.

مثال 3

فـي تجربةِ رمي حجرَيْ نردٍ مرةً واحدةً عشوائيًّا أحدُهما لونُهُ أخضرُ والآخَرُ لونُهُ بنفسجيٌّ، أستعملُ مخطّطَ الاحتمالِ لأجدَ:

1 **احتمالَ ظهورِ العددِ 3 على كِلا الحجرَينِ.**

أمثّلُ الفضاءَ العَينيَّ للتجربةِ باستعمالِ مخطّطِ الاحتمالِ. ألاحظُ أنَّ عددَ عناصرِ الفضاءِ العَينيِّ 36

أفترِضُ أنَّ الحادثَ A هوَ ظهورُ العددِ 3 على كِلا الحجرَينِ، إذن عددَ عناصرِ هذا الحادثِ 1؛ لذا فإنَّ احتمالَ الحادثِ A هوَ:

$$P(A)=\frac{1}{36}$$

مثال 3

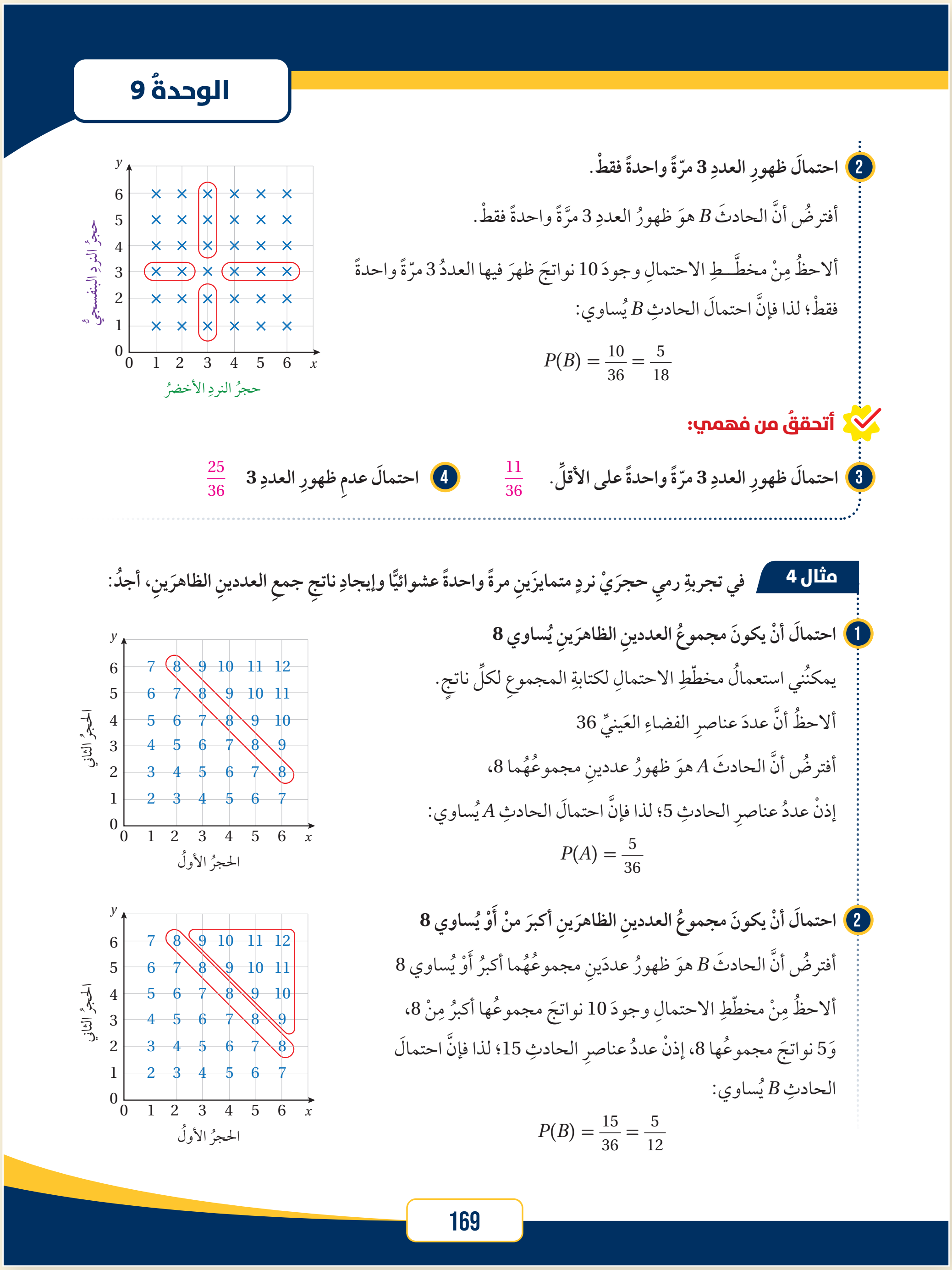
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 3، ثمّ أطلب إلى آخر كتابة عناصر الفضاء العيني للتجربة على اللوح باستعمال مخطّط الاحتمال.
- أناقش حلّ الفرع 1 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:
  - » ما عدد عناصر الفضاء العيني؟ 36
  - » ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ ظهور العدد 3 على كلا الحجرين.
  - » ما عدد عناصر الحادث؟ 1
  - » أذكرها. (3, 3)
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطّط الاحتمال على اللوح، ثمّ أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث.
- أناقش حلّ الفرع 2 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:
  - » ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ ظهور العدد 3 مرة واحدة فقط.
  - » ما عدد عناصر الحادث؟ 10
  - » أذكرها. (1, 3), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 3), (5, 3), (6, 3)
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطّط الاحتمال على اللوح، ثمّ أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث، وكتابته بأبسط صورة.

مثال 4

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، ثمّ أطلب إلى آخر كتابة عناصر الفضاء العيني للتجربة على اللوح باستعمال مخطّط الاحتمال.
- أناقش حلّ الفرع 1 من المثال مع الطلبة بتوجيه الأسئلة الآتية:
  - » ما عدد عناصر الفضاء العيني؟ 36
  - » ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ أن يكون مجموع العددين الظاهرين يساوي 8
  - » ما عدد عناصر الحادث؟ 5
  - » أذكرها. $(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطّط الاحتمال على اللوح، ثمّ أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث.
- أناقش حلّ الفرع 2 من المثال مع الطلبة بتوجيه السؤالين الآتيين:
  - » ما الحادث المطلوب إيجاد احتماله؟ أن يكون مجموع العددين الظاهرين أكبر من أو يساوي 8
  - » ما عدد عناصر الحادث؟ 15
- أطلب إلى أحد الطلبة تحديد عناصر الحادث على مخطّط الاحتمال على اللوح، ثمّ أطلب إلى آخر إيجاد احتمال الحادث، وكتابته بأبسط صورة.

تنويع التعليم:

أطلب إلى الطلبة من ذوي المستوى فوق المتوسط كتابة مسألة لإيجاد احتمالات حوادث مركَّبة في تجارب عشوائية.



2 احتمالَ ظهورِ العددِ 3 مرّةً واحدةً فقطْ.

أفترِضُ أنَّ الحادثَ B هوَ ظهورُ العددِ 3 مرَّةً واحدةً فقطْ.

ألاحظُ مِنْ مخطَّطِ الاحتمالِ وجودَ 10 نواتجَ ظهرَ فيها العددُ 3 مرّةً واحدةً فقطْ؛ لذا فإنَّ احتمالَ الحادثِ B يُساوي:

$$P(B) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

أتحققُ من فهمي:

3 احتمالَ ظهورِ العددِ 3 مرّةً واحدةً على الأقلِّ. $\frac{11}{36}$

4 احتمالَ عدمِ ظهورِ العددِ 3 $\frac{25}{36}$

مثال 4

في تجربةِ رمي حجرَيْ نردٍ متمايزَينِ مرةً واحدةً عشوائيًّا وإيجادِ ناتجِ جمعِ العددينِ الظاهرَينِ، أجدُ:

1 احتمالَ أنْ يكونَ مجموعُ العددينِ الظاهرَينِ يُساوي 8

يمكنُني استعمالُ مخطّطِ الاحتمالِ لكتابةِ المجموعِ لكلِّ ناتجٍ.

ألاحظُ أنَّ عددَ عناصرِ الفضاءِ العَينيِّ 36

أفترِضُ أنَّ الحادثَ A هوَ ظهورُ عددينِ مجموعُهُما 8،

إذنْ عددُ عناصرِ الحادثِ 5؛ لذا فإنَّ احتمالَ الحادثِ A يُساوي:

$$P(A) = \frac{5}{36}$$

2 احتمالَ أنْ يكونَ مجموعُ العددينِ الظاهرَينِ أكبرَ منْ أَوْ يُساوي 8

أفترِضُ أنَّ الحادثَ B هوَ ظهورُ عددَينِ مجموعُهُما أكبرُ أَوْ يُساوي 8

ألاحظُ مِنْ مخطّطِ الاحتمالِ وجودَ 10 نواتجَ مجموعُها أكبرُ مِنْ 8، وَ5 نواتجَ مجموعُها 8، إذنْ عددُ عناصرِ الحادثِ 15؛ لذا فإنَّ احتمالَ الحادثِ B يُساوي:

$$P(B) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

أتحققُ من فهمي:

3 احتمالَ أنْ يكونَ مجموعُ العددينِ الظاهرَينِ أقلَّ مِنْ 8 $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

4 احتمالَ أنْ يكونَ مجموعُ العددينِ الظاهرَينِ أقلَّ مِنْ أَوْ يُساوي 8 $\frac{26}{36} = \frac{13}{18}$

أتدرب وأحل المسائل

في تجربةِ رمي قطعتَيْ نقدٍ عشوائيًّا مرةً واحدةً، أستعملُ مخطّطَ الشجرةِ لإيجادِ احتمالِ:

1 ظهورِ صورتَينِ. $\frac{1}{4}$

2 ظهورِ صورةٍ وكتابةٍ. $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

3 ظهورِ صورةٍ واحدةٍ على الأقلِّ. $\frac{3}{4}$

4 عدمِ ظهورِ صورةٍ. $\frac{1}{4}$

في تجربةِ رمي حجرَيْ نردٍ مرةً واحدةً عشوائيًّا، أستعملُ الجدولَ لإيجادِ احتمالِ أنْ يكونَ:

5 العددانِ الظاهرانِ أقلَّ مِنْ 5

6 العددانِ الظاهرانِ زوجيَّينِ.

7 أحدُ العددَينِ الظاهرَينِ فقط أوّليًّا.

(5–7) أنظر الهامش.

سحبَتْ دينا عشوائيًّا بطاقةً مِنْ 4 بطاقاتٍ كُتِبَتْ عليها الأعدادُ 1, 2, 3, 4 ورمَتْ حجرَ نردٍ مرةً واحدةً عشوائيًّا، ثُمَّ أوجدَتْ مجموعَ العددَينِ الظاهرَينِ. أستعملُ مخطّطَ الاحتمالِ لأجدَ احتمالَ أنْ يكونَ مجموعُ العددَينِ:

(8–9) أنظر ملحق الإجابات.

8 يُساوي 5

9 أكبرَ من 6

في تجربةَ رمي حجرَيْ نردٍ مرةً واحدةً عشوائيًّا وإيجادِ ناتجِ جمعِ العددَينِ الظاهرَينِ، أجدُ احتمالَ أنْ يكونَ مجموعُ العددَينِ الظاهرَينِ:

10 يُساوي 4 $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

11 يُساوي 7 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

12 أقلَّ مِنْ 4 $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

13 عددًا زوجيًّا. $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

14 مِنْ مضاعفاتِ العددِ 3 $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

15 مربعًا كاملًا. $\frac{7}{36}$

16 في إحدى الألعابِ، يُدَوَّرُ مؤشّرُ كلٍّ مِنَ الشكلَينِ المجاورَينِ مرةً واحدةً عشوائيًّا، ويحصلُ اللاعبُ على نقطةٍ إذا توقفَ مؤشّرُ كِلا الشكلَينِ على الحرفِ نفسِهِ. ما احتمالُ الحصولِ على نقطةٍ؟ $\frac{2}{9}$

إجابات – (أتدرب وأحل المسائل):

5) $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

6) $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

7) $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

		الحجر الثاني					
		1	2	3	4	5	6
الحجر الأول	1	1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
	2	2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
	3	3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
	4	4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
	5	5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
	6	6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

4 التدريب

أتدرّب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (9 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حلّ المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته في حلّ المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على توجيه أيّ تساؤل عن خطوات الحلّ المقدّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حلّ أسئلة بند (**أتدرّب وأحلّ المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حلّ الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (24 – 22).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثمّ أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد: في السؤال 22 (**تبرير**)، أوجّه الطلبة إلى كتابة الفضاء العيني للتجربة باستعمال مخطّط الاحتمال.

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: $(10-12), (17-19)$ كتاب التمارين: $(1-5)$
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: $(13-21)$ كتاب التمارين: $(4-7)$
فوق المتوسط	كتاب الطالب: $(13-15), (20-24)$ كتاب التمارين: $(8-12)$

5 الإثراء

البحث وحلّ المسائل:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كلّ مجموعة بقطعة كرتون مقوّى، وأقلام تلوين.
- أطلب إلى كلّ مجموعة تصميم قرصين مختلفين، وتقسيم كلّ منهما إلى قطاعات متطابقة، ثمّ ترقيم القطاعات.
- أطلب إلى كلّ مجموعة كتابة 5 أسئلة لإيجاد احتمالات حوادث مركّبة لتجربة عشوائية معتمدة على تدوير مؤشرَي القرصين.

ملحوظة: يُفضَّل تنفيذ هذا النشاط داخل الغرفة الصفية. ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكن أن أطلب إلى الطلبة تنفيذه في البيت بوصفه واجبًا منزليًّا.

الوحدةُ 9

يحتوي كيسٌ 4 حبّاتِ كعكٍ، اثنتانِ منها بحشوةِ المُربّى، وواحدةٌ بحشوةِ الشوكولاتةِ، وواحدةٌ بحشوةِ الكريمةِ. اختارَ محمودٌ كعكةً عشوائيًّا مِنَ الكيسِ وأكلَها، ثُمَّ أخذَ كعكةً أُخرى. أستعملُ الجدولَ لأجدَ احتمالَ:

(17–19) أنظر الهامش.

17 أنْ تكونَ حبّتا الكعكِ بحشوةِ المُربّى.

18 أنْ تكونَ إحدى حَبّتَي الكعكِ بحشوةِ الكريمةِ.

19 أنْ تكونَ حبّتا الكعكِ بحشوةِ الشوكولاتةِ.

قرصانِ دائريّانِ كلٌّ مِنْهُما مقسَّمٌ إلى 4 قطاعاتٍ متطابقةٍ كُتِبَتْ عليها الأعدادُ 1, 2, 3, 4 كما يظهرُ في الشكلِ المجاورِ. تَمَّ تدويرُ مؤشرَيْهما معًا مرةً واحدةً عشوائيًّا وإيجادُ ناتجِ ضربِ العددَينِ اللَّذَينِ يقفُ عندَهُما المؤشرانِ، أجدُ احتمالَ أَنْ يكونَ ناتجُ ضربِ العددَينِ:

20 يُساوي 4 $\frac{3}{16}$

21 يُساوي 3 $\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

22 **تبريرٌ:** قُرصانِ دائريّانِ كلٌّ منهُما مقسّمٌ إلى 8 قطاعاتٍ متطابقةٍ كُتبَتْ عليها الأعدادُ مِنْ 1 إلى 8 . تَمَّ تدويرُ مؤشرَيِ القرصَينِ معًا مرةً واحدةً عشوائيًّا، وإيجادُ ناتجِ ضربِ العددَينِ اللّذَينِ يقفُ عندَهُما المؤشّرانِ. أجدُ احتمالَ أَنْ يكونَ ناتجُ ضربِ العددَينِ مربعًا كاملًا زوجيًّا، وأبرّر إجابتي.

22) $\frac{1}{8}=\frac{8}{64}$، المربعات الكاملة هي: 4 ثلاث حالات، 16 ثلاث حالات، 36 حالة واحدة، 64 حالة واحدة، وعدد عناصر الفضاء العيني 64

23 **تبريرٌ:** رمَتْ لمياءُ حجرَيْ نردٍ متمايزَينِ مرةً واحدةً عشوائيًّا، ثُمَّ أوجدَتْ ناتجَ ضربِ العددَينِ الظاهرَينِ. أجدُ احتمالَ ألّا يكونَ ناتجُ الضربِ بَيْنَ 19 وَ35، وأبرّر إجابتي.

23) $\frac{29}{36}$، النواتج المستثناة: 20 حالتين، 24 حالتين، 25 حالة واحدة، 30 حالتين، أي إن عدد النواتج المستثناة 7 من أصل 36 ناتجًا.

24 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أصفُ تجربةً عشوائيةً، ثُمَّ أحدّدُ حادثًا مركّبًا فيها وأجدُ احتمالَهُ.

أنظر إجابات الطلبة.

25 **أكتبُ** كيفَ أجدُ احتمالَ حادثٍ مركّبٍ باستعمالِ مخطّطِ الشجرةِ؟

أنظر إجابات الطلبة.

171

إجابات – (أتدرب وأحل المسائل):

17) $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ 18) $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ 19) 0

السحب الثاني					
كريمة (ك)	شوكلاتة (ش)	مربى (م)	مربى (م)		
(م، ك)	(م، ش)	.....	(م، م)	مربى (م)	السحب الأول
(م، ك)	(م، ش)	.....	(م، م)	مربى (م)	
(ش، ك)	.....	(ش، م)	(ش، م)	شوكلاتة (ش)	
.....	(ش، ك)	(ك، م)	(ك، م)	كريمة (ك)	

نشاط التكنولوجيا:

- أحفّز الطلبة على تصفّح الموقع الإلكتروني الذي سيظهر عند مسح الرمز المجاور في المنزل، والاستمتاع بالمسائل التي يحويها؛ لتعزيز مهاراتهم الرياضية في إيجاد احتمالات حوادث مركَّبة.

إرشاد: يمكن تنفيذ النشاط في صورة مسابقات بين الطلبة داخل غرفة الحاسوب.

تنبيه: يحتوي الموقع الإلكتروني السابق على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية؛ لذا أوضّح للطلبة معنى كلّ مصطلح، ليسهل عليهم حلّ المسائل.

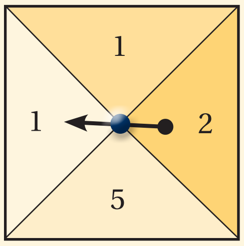
تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوة 9 من خطوات تنفيذ المشروع.
- أذكّر الطلبة بأنّ موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعيّن عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكّد أنّ جميع عناصر المشروع متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أكتب**)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، ثمّ أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرات التي كتبوها للإجابة عن السؤال.
- إن لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة، بتوجيه سؤال لهم، مثل:

» **دُوِّر مؤشّر الشكل المجاور مرّتين عشوائيًّا، وحُسِب مجموع العددين اللّذين يقف عندهما المؤشّر. أجد احتمال أن يكون مجموع الرقمين اللّذين يقف عندهما المؤشّر:**



① أقلّ من أو يساوي 5 $\frac{9}{16}$

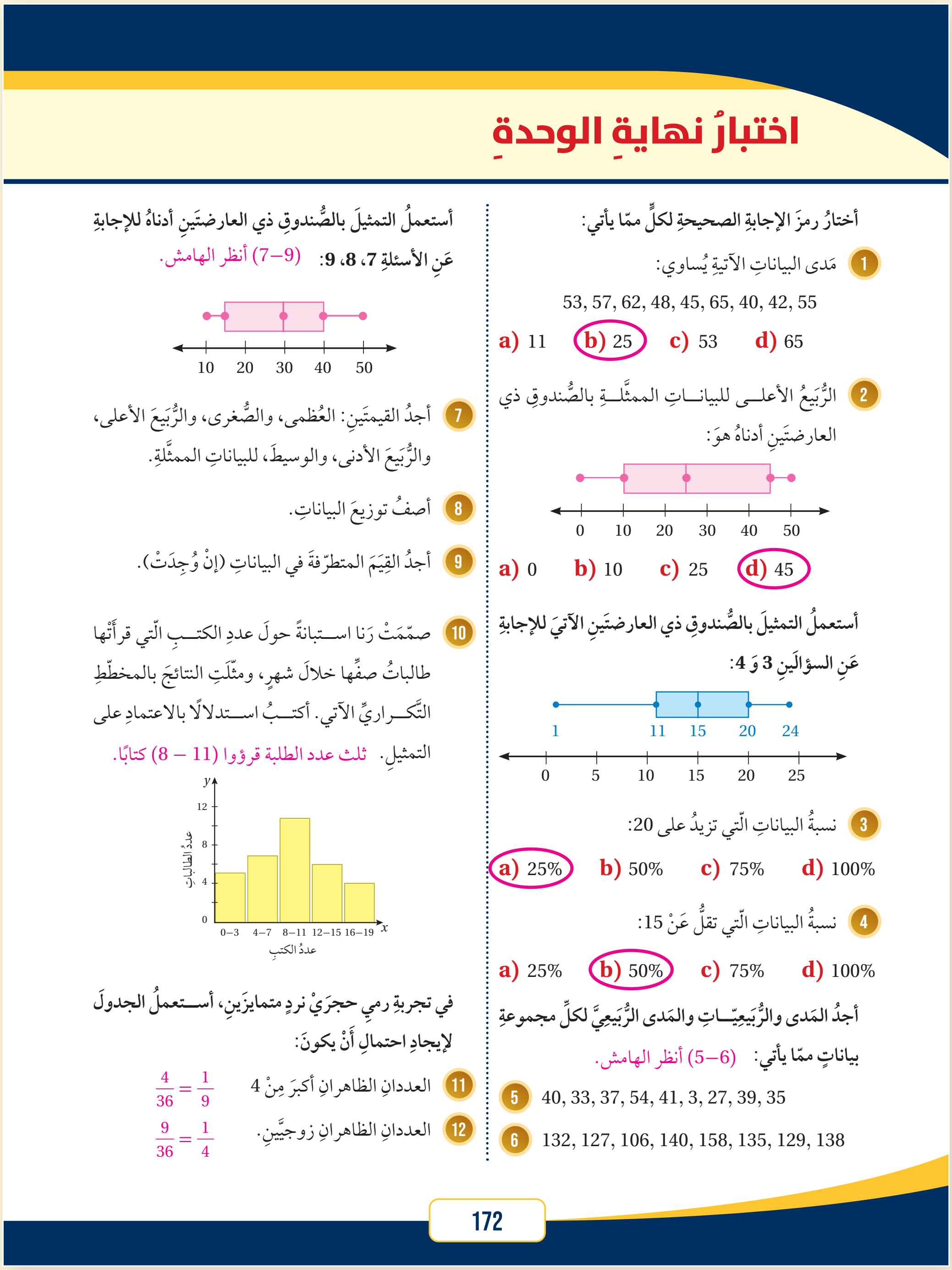
② عددًا فرديًّا. $\frac{3}{8}$

5	2	1	1	
6	3	2	2	1
6	3	2	2	1
7	4	3	3	2
10	7	6	6	5

ملاحظاتي

اختبار نهاية الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حلّ الأسئلة (12–1) فرديًّا، وأتجوّل بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجّههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أناقشهم جميعًا في حلّ بعض المسائل على اللوح.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (17 – 13)، وأتجوّل بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجّههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أحدّد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلّها؛ لمناقشتها على اللوح.



اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 مَدى البياناتِ الآتيةِ يُساوي:

53, 57, 62, 48, 45, 65, 40, 42, 55

a) 11 [✓ b) 25] c) 53 d) 65

2 الرُّبَيعُ الأعلى للبياناتِ الممثَّلةِ بالصُّندوقِ ذي العارضتَينِ أدناهُ هوَ:

a) 0 b) 10 c) 25 [✓ d) 45]

أستعملُ التمثيلَ بالصُّندوقِ ذي العارضتَينِ الآتيَ للإجابةِ عَنِ السؤالَينِ 3 وَ 4:

3 نسبةُ البياناتِ الّتي تزيدُ على 20:

[✓ a) 25%] b) 50% c) 75% d) 100%

4 نسبةُ البياناتِ الّتي تقلُّ عَنْ 15:

a) 25% [✓ b) 50%] c) 75% d) 100%

أجدُ المَدى والرُّبَيعِيّاتِ والمَدى الرُّبَيعِيَّ لكلِّ مجموعةِ بياناتٍ ممّا يأتي: (5–6) أنظر الهامش.

5 40, 33, 37, 54, 41, 3, 27, 39, 35

6 132, 127, 106, 140, 158, 135, 129, 138

أستعملُ التمثيلَ بالصُّندوقِ ذي العارضتَينِ أدناهُ للإجابةِ عَنِ الأسئلةِ 7، 8، 9: (7–9) أنظر الهامش.

7 أجدُ القيمتَينِ: العُظمى، والصُّغرى، والرُّبَيعَ الأعلى، والرُّبَيعَ الأدنى، والوسيطَ، للبياناتِ الممثَّلةِ.

8 أصفُ توزيعَ البياناتِ.

9 أجدُ القِيَمَ المتطرّفةَ في البياناتِ (إنْ وُجِدَتْ).

10 صمّمَتْ رَنا استبانةً حولَ عددِ الكتبِ الّتي قرأَتْها طالباتُ صفِّها خلالَ شهرٍ، ومثّلَتِ النتائجَ بالمخطّطِ التّكراريِّ الآتي. أكتبُ استدلالًا بالاعتمادِ على التمثيلِ. ثلث عدد الطلبة قرؤوا (11 – 8) كتابًا.

في تجربةِ رمي حجرَيْ نردٍ متمايزَينِ، أستعملُ الجدولَ لإيجادِ احتمالِ أنْ يكونَ:

11 العددانِ الظاهرانِ أكبرَ مِنْ 4 $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

12 العددانِ الظاهرانِ زوجيَّينِ. $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

إجابات – (اختبار نهاية الوحدة):

5) المدى 51، الربيع الأدنى 30 ، الربيع الأعلى 40.5 المدى الربيعي 10.5

6) المدى 52، الربيع الأدنى 128، الربيع الأعلى 139 المدى الربيعي 11

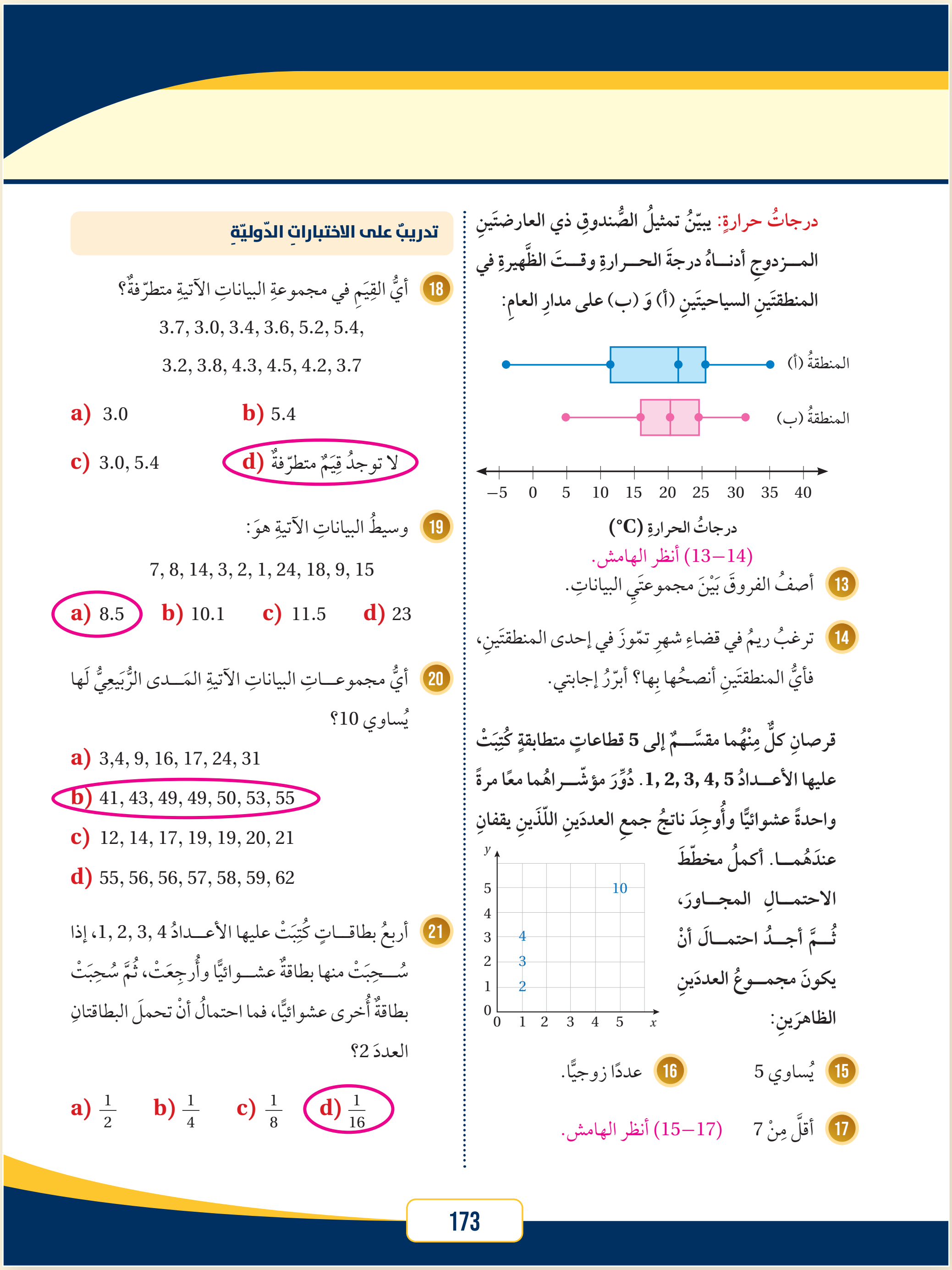
7) العظمى 50، الصغرى 10، الربيع الأعلى 40، الربيع الأدنى 15، الوسيط 30

8) – 25% من البيانات قيمتها 40 فأكثر.

– و 25% من البيانات قيمتها 15 فأقل.

– تتراوح قيم النصف الأوسط من البيانات بين 15 و 40 ولا يتجاوز الفرق بينها 25

9) لا توجد قيم متطرفة. القيم المتطرفة تقل عن −22.5 أو تزيد على 77.5



درجاتُ حرارةٍ: يبيّنُ تمثيلُ الصُّندوقِ ذي العارضتَينِ المـزدوجِ أدناهُ درجةَ الحـرارةِ وقـتَ الظَّهيرةِ في المنطقتَينِ السياحيتَينِ (أ) وَ (ب) على مدارِ العامِ:

(13–14) أنظر الهامش.

13 أصفُ الفروقَ بَيْنَ مجموعتَيِ البياناتِ.

14 ترغبُ ريمُ في قضاءِ شهرِ تمّوزَ في إحدى المنطقتَينِ، فأيُّ المنطقتَينِ أنصحُها بِها؟ أبرّرُ إجابتي.

قرصانِ كلٌّ مِنْهُما مقسَّمٌ إلى 5 قطاعاتٍ متطابقةٍ كُتِبَتْ عليها الأعـدادُ 5 ,4 ,3 ,2 ,1. دُوِّرَ مؤشّـراهُما معًا مرةً واحدةً عشوائيًّا وأُوجِدَ ناتجُ جمعِ العددَينِ اللّذَينِ يقفانِ عندَهُمـا. أكملُ مخطّطَ الاحتمـالِ المجـاورَ، ثُـمَّ أجـدُ احتمـالَ أنْ يكونَ مجمـوعُ العددَينِ الظاهرَينِ:

15 يُساوي 5

16 عددًا زوجيًّا.

17 أقلَّ مِنْ 7

(15–17) أنظر الهامش.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

18 أيُّ القِيَمِ في مجموعةِ البياناتِ الآتيةِ متطرّفةٌ؟

3.7, 3.0, 3.4, 3.6, 5.2, 5.4,

3.2, 3.8, 4.3, 4.5, 4.2, 3.7

a) 3.0 b) 5.4

c) 3.0, 5.4 [✓ d) لا توجدُ قيَمٌ متطرّفةٌ]

19 وسيطُ البياناتِ الآتيةِ هوَ:

7, 8, 14, 3, 2, 1, 24, 18, 9, 15

[✓ a) 8.5] b) 10.1 c) 11.5 d) 23

20 أيُّ مجموعـاتِ البياناتِ الآتيةِ المَـدى الرُّبَيعِيُّ لَها يُساوي 10؟

a) 3,4, 9, 16, 17, 24, 31

[✓ b) 41, 43, 49, 49, 50, 53, 55]

c) 12, 14, 17, 19, 19, 20, 21

d) 55, 56, 56, 57, 58, 59, 62

21 أربعُ بطاقـاتٍ كُتِبَتْ عليها الأعـدادُ 4 ,3 ,2 ,1، إذا سُـحِبَتْ منها بطاقةٌ عشـوائيًّا وأُرجِعَتْ، ثُمَّ سُحِبَتْ بطاقةٌ أُخرى عشوائيًّا، فما احتمالُ أنْ تحملَ البطاقتانِ العددَ 2؟

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{8}$ [✓ d) $\frac{1}{16}$]

173

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

- أعرّف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبيّن لهم أهميتها، ثـم أوجّههـم إلى حلّ الأسـئلة فـي بنـد (**تدريب على الاختبـارات الدولية**) فرديًّا، ثمّ أناقشـهم فـي إجاباتها على اللوح.
- أشـجّع الطلبة علـى الاهتمام بحلّ مثل هذه الأسـئلة، والاهتمام بالمشـاركة في الدراسـات وبرامـج التقييم الدولية بكلّ جدّيّة، وأحـرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

إجابات – (اختبار نهاية الوحدة):

13) – التشــتت في درجات الحرارة في المنطقة (أ) أكبر منه في المنطقة (ب).

– الربيع الأعلى والوســيط في المنطقة (أ) أكبر منهما في المنطقة (ب).

– الربيــع الأدنى في المنطقــة (ب) أكبر منه في المنطقة (أ).

14) أنصحها بقضاء الإجازة في المنطقة (ب)؛ لأن درجة الحـرارة فيها لا تتجاوز 32°C، فـي حين تصل في المنطقة (أ) إلى 36°C

15) $\frac{4}{25}$ **16)** $\frac{13}{25}$ **17)** $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

y					
5	6	7	8	9	10
4	5	6	7	8	9
3	4	5	6	7	8
2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6
0	1	2	3	4	5 x

كتاب التمارين

الوحدة 9

الإحصاءُ والاحتمالاتُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

أختبرُ مَعلوماتي بحلِّ التدريباتِ أوّلًا، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المُعطى.

القيمةُ المتطرّفةُ (الدرسُ 1)

أُحدّدُ القيمةَ المتطرِّفةَ في كلِّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يأتي، وَأصفُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ:

❶ 97, 105, 88, 116, 92, 100, 97, 22, 100 القيمة (22) متطرفة، وتسحب الوسط الحسابي للأسفل.

❷ −15, 13, −7, −9, −11, −13, −14, −14 القيمة (13) متطرفة، وتسحب الوسط الحسابي للأعلى.

❸ 1.2, 2.3, −0.9, 0.8, 7.9, 0, 2.6, 1.7, 3.2 القيمة (7.9) متطرفة، وتسحب الوسط الحسابي للأعلى.

❹ **أشجارٌ:** يبينُ الجدولُ المجاورُ أطوالَ بعضِ الأشجارِ بالمترِ. أحددُ القيمــةَ المتطرّفةَ في البياناتِ وأحددُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ.

أطوالُ الأشجارِ			
0.9	1.85	3.82	2.19
2.2	1.95	1.98	2.1

القيمة (3.82) متطرفة، وتسحب الوسط الحسابي إلى الأعلى.

مثالٌ: أحدّدُ القيمةَ المتطرِّفةَ في كلِّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يَأتي، وَأصفُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ:

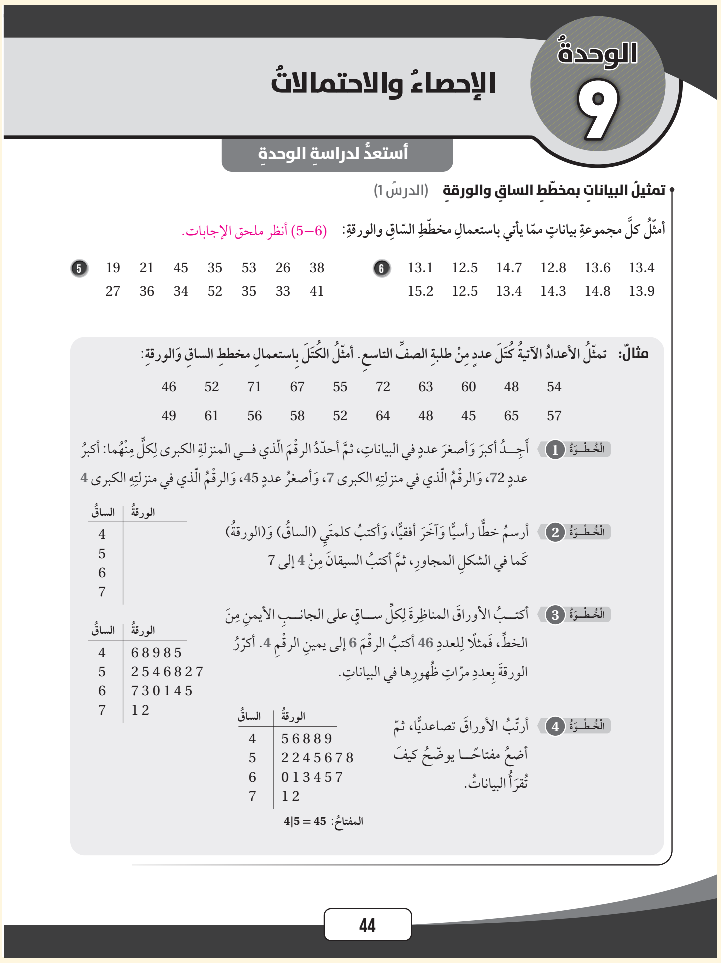
a) 93, 81, 94, 43, 89, 92, 94, 99

القيمةُ 43 أصغرُ بكثيرٍ مِنْ بقيةِ القِيَمِ؛ لذا، فَهِيَ متطرِّفةٌ، وَعندَ حســابِ الوسطِ الحسابيِّ فَإنَّ هذِهِ القيمةَ المتطرِّفةَ سوفَ تؤثِّرُ في قيمَتِهِ وَتسحبُها نحوَها (لِأسفلَ) بِحيثُ تصبحُ أقلَّ مِنْ معظمِ القِيَمِ.

b) $8\frac{1}{2}, 6\frac{5}{8}, 3\frac{1}{8}, 5\frac{3}{4}, 6\frac{5}{8}, 5\frac{5}{8}, 19\frac{1}{2}, 4\frac{7}{8}$

القيمةُ $19\frac{1}{2}$ أكبرُ بِكثيرٍ مِنْ بقيةِ القِيَمِ؛ لِذا، فَهِيَ متطرِّفةٌ، وَعندَ حسابِ الوسطِ الحسابيِّ فَإنَّ هذِهِ القيمةَ المتطرِّفةَ سوفَ تؤثِّرُ في قيمَتِهِ وَتسحبُها نحوَها (لِأعلى) بِحيثُ تصبحُ أعلى مِنْ معظمِ القِيَمِ.

43



الوحدة 9

الإحصاءُ والاحتمالاتُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

تمثيلُ البياناتِ بمخطّطِ الساقِ والورقةِ (الدرسُ 1)

أمثّلُ كلَّ مجموعةِ بياناتٍ ممّا يأتي باستعمالِ مخطّطِ السّاقِ والورقةِ: (5–6) أنظر ملحق الإجابات.

❻ 13.4 13.6 12.8 14.7 12.5 13.1
13.9 14.8 14.3 13.4 12.5 15.2

❺ 38 26 53 35 45 21 19
41 33 35 52 34 36 27

مثالٌ: تمثّلُ الأعدادُ الآتيةُ كُتَلَ عددٍ مِنْ طلبةِ الصفِّ التاسعِ. أمثّلُ الكُتَلَ بِاستعمالِ مخطط الساقِ وَالورقةِ:

54 48 60 63 72 55 67 71 52 46
57 65 45 48 64 52 58 56 61 49

الْخُطْوَةُ 1 أَجِـدُ أكبرَ وَأصغرَ عددٍ في البياناتِ، ثمَّ أحدّدُ الرقْمَ الّذي فـي المنزلةِ الكبرى لِكلٍّ مِنْهُما: أكبرُ عددٍ 72، وَالرقْمُ الّذي في منزلتِهِ الكبرى 7، وَأصغرُ عددٍ 45، وَالرقْمُ الّذي في منزلتِهِ الكبرى 4

الْخُطْوَةُ 2 أرسمُ خطًّا رأسيًّا وَآخَرَ أفقيًّا، وَأكتبُ كلمتَي (الساقُ) وَ(الورقةُ) كَما في الشكلِ المجاورِ، ثمَّ أكتبُ السيقانَ مِنْ 4 إلى 7

الورقةُ	الساقُ
	4
	5
	6
	7

الْخُطْوَةُ 3 أكتـبُ الأوراقَ المناظِرةَ لِكلِّ سـاقٍ على الجانـبِ الأيمنِ مِنَ الخطِّ، فَمثلًا لِلعددِ 46 أكتبُ الرقْمَ 6 إلى يمينِ الرقْمِ 4. أكرّرُ الورقةَ بِعددِ مرّاتِ ظُهورِها في البياناتِ.

الورقةُ	الساقُ
6 8 9 8 5	4
2 5 4 6 8 2 7	5
7 3 0 1 4 5	6
1 2	7

الْخُطْوَةُ 4 أرتّبُ الأوراقَ تصاعديًّا، ثمّ أضعُ مفتاحًـا يوضّحُ كيفَ تُقرَأُ البياناتُ.

الورقةُ	الساقُ
5 6 8 8 9	4
2 2 4 5 6 7 8	5
0 1 3 4 5 7	6
1 2	7

المفتاحُ: 4|5 = 45

44

الوحدة 9

الإحصاءُ والاحتمالاتُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

تفسيرُ البياناتِ الممثَّلةِ بمخطّطِ الساقِ والورقةِ (الدرسُ 1)

يمثّلُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ عددَ النقاطِ الّتي أحرزَها فريقُ كرةِ السلةِ المدرسيُّ في عددٍ مِنَ المبارياتِ:

الورقةُ	الساقُ
2	0
2 2 3 5 8	1
0 0 1 1 3 4 6 6 6 8 9	2
0 0 1	3

المفتاحُ: 1|2 = 12

❼ ما عددُ المبارياتِ الّتي أحرزَ فيها الفريقُ أكثرَ مِنْ 20 نقطةً؟ 12

❽ أَجِدُ المَدى. 29

❾ أَجِدُ الوسيطَ. 22

مثالٌ: يمثّلُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ أعمارَ رُكّابِ حافلةٍ سياحيةٍ:

الورقةُ	الساقُ
1 5	0
0 3 7	1
5 7	2
0 1 2 2 3 3 5 7 9 9	3
5 7	4
3 8 9	6

المفتاحُ: 0|1 = 1

a) ما عددُ الرُّكّابِ الّذينَ تقلُّ أعمارُهُمْ عَنْ 30 سنةً؟

الورقةُ	الساقُ
1 5	0
0 3 7	1
5 7	2
0 1 2 2 3 3 5 7 9 9	3
5 7	4
3 8 9	6

تمثّلُ قِيَمُ السـاقِ 0 وَ 1 وَ 2 الأعمارَ الأقلَّ مِنْ 30، وَعددُ الأوراقِ الّتي تقابلُها يسـاوي 7، إذنْ، عددُ الرّكابِ الّذينَ يقلُّ عُمُرُهُمْ عَنْ 30 سنةً يساوي 7

b) أَجِدُ المدى.

الورقةُ	الساقُ
1 5	0
0 3 7	1
5 7	2
0 1 2 2 3 3 5 7 9 9	3
5 7	4
3 8 9	6

أكبرُ قِيَمِ البياناتِ 69، وَأصغرُ القِيَمِ 1

المدى $69 - 1 = 68$

45

الوحدة 9

الإحصاءُ والاحتمالاتُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

البياناتُ العدديةُ والنوعيةُ (الدرسُ 2)

أصنّفُ البياناتِ الآتيةَ إلى بياناتٍ عدديّةٍ أو بياناتٍ نوعيّةٍ بوضعِ إشارةِ (✓) في المربّعِ المناسبِ:

	بياناتٌ عدديّةٌ	بياناتٌ نوعيّةٌ
⑩ الزّمنُ الّذي أقضيهِ في التّدرّبِ على كرةِ السّلّةِ خلالَ الأسبوعِ.	☑	☐
⑪ أيامُ الأسبوعِ الّتي تتدرّبُ فيها على كرةِ السّلّةِ.	☐	☑
⑫ معدّلُ عددِ نبضاتِ القلبِ في الدّقيقةِ.	☑	☐
⑬ لونُ القميصِ الّذي ترتديهِ.	☐	☑

أحدّدُ ما إذا كانَتِ الإجابةُ عَنْ كُلِّ سؤالٍ إحصائيٍّ ممّا يأتي بياناتٍ عدديّةً متّصلةً أو منفصلةً أَمْ بياناتٍ نوعيّةً، ثُمَّ أكتبُ إجابةً مُحتملةً عن كُلِّ سؤالٍ:

⑭ ما عددُ أفرادِ أسرتكَ الّذين تزيدُ أعمارُهُمْ عَلى 15 سنةً؟ عدد أفراد الأسـرة بيانات عددية منفصلـة؛ لأنها أعداد صحيحة يمكن إجراء عمليات حسابية عليها. إجابة محتملة: 3 إخوة.

⑮ ما المحافظاتُ الأردنيّةُ الّتي زُرتَها؟ المحافظـات الأردنية بيانات نوعية؛ لأنـه لا يمكن عدها أو قياسـها أو إجراء العمليات الحسابية عليها. إجابة محتملة: محافظة عجلون.

⑯ ما عرضُ كتابِ الرّياضيّاتِ؟ يمثل الطول بيانات عددية متصلة يمكن قياسها أو تقريبها. إجابة محتملة: 20.6 cm

⑰ ما عددُ الأحرفِ العربيّةِ في اسمِكَ؟ عدد الأحرف العربية في اسـمي بيانات عددية منفصلة؛ لأنها أعداد صحيحة يمكن إجراء عمليات حسابية عليها. إجابة محتملة: 4 أحرف.

⑱ ما الأحرفُ العربيّةُ في اسمِكَ؟ الأحرف العربية في اسـمي بيانات نوعيـة؛ لأنه لا يمكن عدها أو قياسـها أو إجراء العمليات الحسابية عليها . إجابة محتملة: ع، م، ر

⑲ هَلْ تتحدّثُ لغةً غَيْرَ العربيّةِ؟ الإجابة عن هذا السـؤال إما (نعم) أو (لا)، وهي بيانات نوعية؛ لأنه لا يمكن عدها أو قياسها أو إجراء العمليات الحسابية عليها. إجابة محتملة: نعم.

46

كتاب التمارين

الوحدة 9 الإحصاءُ والاحتمالاتُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

مِثالٌ: أحدّدُ ما إذا كانَتْ إجابةُ كُلِّ سؤالٍ إحصائيٍّ ممّا يأتي بياناتٍ عدديّةً متّصلةً أو منفصلةً أَمْ بياناتٍ نوعيّةً، ثُمَّ أكتبُ إِجابَةً مُحتملةً عن كُلِّ سؤالٍ:

a) ما المسافةُ بينَ منزلِكِ والمدرسةِ؟

تمثّلُ المسافاتُ بياناتٍ عدديّةً متّصلةً يمكنُ قياسُها وتقريبُها ولا يمكنُ عَدُّ قِيَمِها الممكنةِ.

إجابةٌ محتمَلةٌ عَنِ السّؤالِ: $3\frac{1}{2}$ km

b) في أَيِّ يومٍ مِنْ أيّامِ الأسبوعِ وُلِدْتَ؟

أيّامُ الأسبوعِ بياناتٌ نوعيّةٌ؛ لأَنَّهُ لا يمكنُ قياسُها أَوْ إجراءُ العمليّاتِ الحسابيّةِ عليْها.

إجابةٌ محتمَلةٌ عَنِ السّؤالِ: يومَ الأربعاءِ.

أتذكّرُ

البياناتُ

بياناتٌ عدديةٌ
هِيَ بياناتٌ يمكنُ رصدُها على شكلِ أرقامٍ، وَأيضًا يمكنُ قياسُها وَإجراءُ العملياتِ الحسابيةِ عليها، وَترتيبُها تصاعديًّا أَوْ تنازليًّا.

مثالٌ:
عددُ الأخوةِ
الطولُ ، الكُتلةُ
درجةُ الحرارةِ
علامةُ الامتحانِ
عددُ الكتبِ المقروءةِ
عددُ الموظفينَ، السرعةُ

بياناتٌ نوعيّةٌ
هِيَ بياناتٌ غيرُ رقميةٍ يمكنُ ملاحظتُها وَلا يمكنُ قياسُها

مثالٌ:
لونُ العيونِ، الأسماءُ
مكانُ الولادةِ
اللونُ المفضَّلُ
الحيوانُ المفضَّلُ
ألوانُ الأزهارِ
إجاباتُ أسئلةِ (نعمْ) أَمْ (لا)

الوحدة 9 الإحصاءُ والاحتمالاتُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

إيجادُ احتمالِ وقوعِ حادثٍ (الدرسُ 4)

لدى حنينَ مجموعةُ البطاقاتِ الآتيةِ، إذا سحبَتْ حنينُ بطاقةً مِنْها عشوائيًّا، فأجدُ احتمالَ سحبِ بطاقةٍ تحملُ:

⑳ الحرفَ S $\frac{1}{9}$

㉑ الحرفَ Z 0

㉒ الحرفَ R أَوِ الحرفَ A $\frac{4}{9}$

مِثالٌ: لدى عمرَ مجموعةُ البطاقاتِ الآتيةِ، إذا سحبَ عمرُ بطاقةً مِنْها عشوائيًّا، فأجدُ:

▲ ▲ ▲ ▲ ■ ■ ●

a) احتمالَ سحبِ بطاقةٍ تحملُ مثلثًا.

عددُ النواتجِ الممكنةِ (الفضاءُ العينيُّ) لهذِهِ التجربةِ يُساوي 7، وعددُ عناصرِ هذا الحادثِ يُساوي 4؛ لأنَّ عددَ البطاقاتِ الّتي تحملُ مثلثًا يُساوي 4

$$P(\text{مثلثٌ})=\frac{4}{7}$$

b) احتمالَ سحبِ بطاقةٍ تحملُ خماسيًّا.

عددُ عناصرِ هذا الحادثِ يُساوي 0؛ لأَنَّهُ لا توجدُ بطاقةٌ تحملُ شكلَ الخماسيِّ.

$$P(\text{خماسيٌّ})=\frac{0}{7}=0$$

c) احتمالَ عدمِ سحبِ بطاقةٍ تحملُ دائرةً.

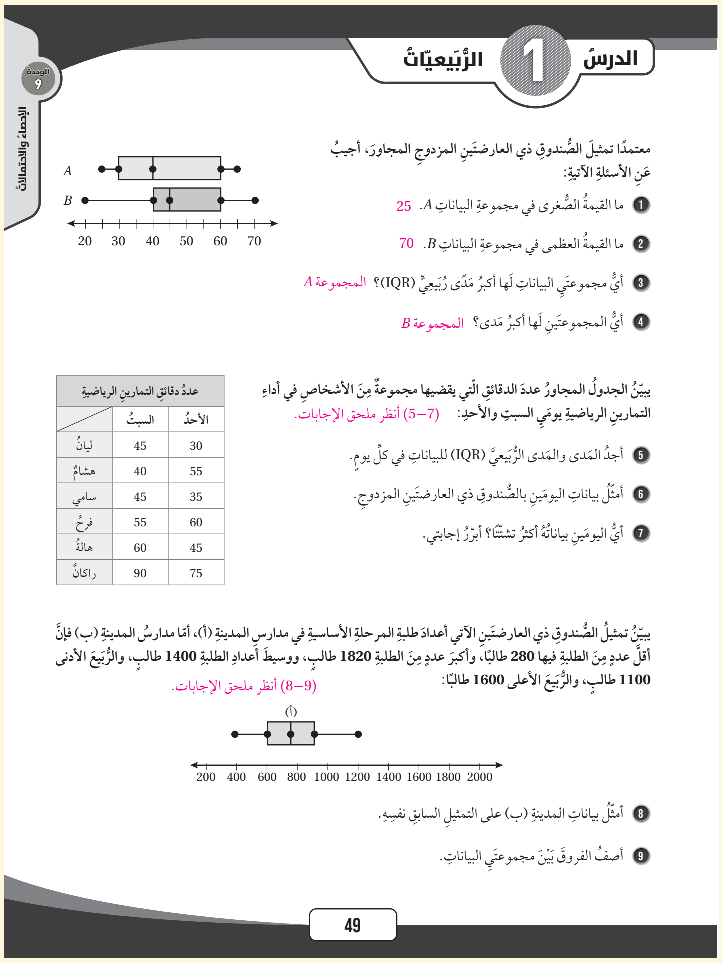
عددُ عناصرِ هذا الحادثِ يُساوي 6؛ لأَنَّهُ توجدُ 6 بطاقاتٍ لا تحملُ دائرةً.

$$P(\text{ليسَتْ دائرةً})=\frac{6}{7}$$

d) احتمالَ سحبِ بطاقةٍ تحملُ دائرةً أو مثلثًا.

عددُ عناصرِ هذا الحادثِ يُساوي 5؛ لأَنَّهُ توجدُ بطاقةٌ واحدةٌ تحملُ دائرةً وَ4 بطاقاتٍ تحملُ مثلثًا، ومجموعُها يُساوي 5

$$P(\text{دائرةٌ أَوْ مثلثٌ})=\frac{5}{7}$$



الدرسُ 1 الرُّبَيعيّاتُ

معتمدًا تمثيلَ الصُّندوقِ ذي العارضتَينِ المزدوجِ المجاورَ، أجيبُ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

❶ ما القيمةُ الصُّغرى في مجموعةِ البياناتِ A. 25

❷ ما القيمةُ العظمى في مجموعةِ البياناتِ B. 70

❸ أيُّ مجموعتَيِ البياناتِ لَها أكبرُ مَدًى رُبَيعِيٍّ (IQR)؟ المجموعة A

❹ أيُّ المجموعتَينِ لَها أكبرُ مَدى؟ المجموعة B

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ الدقائقِ الّتي يقضيها مجموعةٌ مِنَ الأشخاصِ في أداءِ التمارينِ الرياضيةِ يومَيِ السبتِ والأحدِ: (5–7) أنظر ملحق الإجابات.

عددُ دقائقِ التمارينِ الرياضيةِ		
الأحدُ	السبتُ	
30	45	ليانُ
55	40	هشامٌ
35	45	سامي
60	55	فرحُ
45	60	هالةُ
75	90	راكانُ

❺ أجدُ المَدى والمَدى الرُّبَيعيَّ (IQR) للبياناتِ في كلِّ يومٍ.

❻ أمثّلُ بياناتِ اليومَينِ بالصُّندوقِ ذي العارضتَينِ المزدوجِ.

❼ أيُّ اليومَينِ بياناتُهُ أكثرُ تشتّتًا؟ أبرّرُ إجابتي.

يبيّنُ تمثيلُ الصُّندوقِ ذي العارضتَينِ الآتي أعدادَ طلبةِ المرحلةِ الأساسيةِ في مدارسِ المدينةِ (أ)، أمّا مدارسُ المدينةِ (ب) فإنَّ أقلَّ عددٍ مِنَ الطلبةِ فيها 280 طالبًا، وأكبرَ عددٍ مِنَ الطلبةِ 1820 طالبٍ، ووسيطَ أعدادِ الطلبةِ 1400 طالبٍ، والرُّبَيعَ الأدنى 1100 طالبٍ، والرُّبيعَ الأعلى 1600 طالبًا: (8–9) أنظر ملحق الإجابات.

❽ أمثّلُ بياناتِ المدينةِ (ب) على التمثيلِ السابقِ نفسِهِ.

❾ أصفُ الفروقَ بَيْنَ مجموعتَيِ البياناتِ.

الدرسُ 2 اختيارُ التمثيلِ الأنسبِ

أختارُ التمثيلَ الّذي يمكنُ مِنْ خلالِهِ الحصولُ على:

❶ الوسيطِ لمجموعةٍ مِنَ البياناتِ.
إجابة محتملة: الصندوق ذو العارضتين.

❷ القيمةِ العُظمى لمجموعةٍ مِنَ البياناتِ.
إجابة محتملة: الساق والورقة.

❸ المِنوالِ لمجموعةٍ مِنَ البياناتِ.
إجابة محتملة: الأعمدة البيانية، أو الساق والورقة.

❹ التَّكرارِ لفئةٍ معيّنةٍ مِنَ البياناتِ.
إجابة محتملة: المخطط التكراري.

❺ يبيّنُ التمثيلانِ الآتيانِ الأرباحَ السنويةَ لإحدى الشركاتِ. أيُّ التمثيلَينِ يُعطي انطباعًا بأنَّ أرباحَ الشركةِ تزدادُ سريعًا؟ أبرّرُ إجابتي.
التمثيل الذي على اليسار؛ لأن فارق الأرباح بين السنة 1 والسنة 6 ممثل بـ 6 وحدات، في حين أن فارق الأرباح بين السنة 1 والسنة 6 في التمثيل الذي على اليمين ممثل بـ 3 وحدات.

❻ سألَ رامي 40 امرأةً وَ40 رجلًا إنْ كانوا ينظّفونَ أسنانَهُمْ مرّتَينِ على الأقلِّ في اليومِ، ومثّلَ النتائجَ بالقطاعاتِ الدائريةِ المجاورةِ. أكتبُ استدلالَينِ اعتمادًا على التمثيلِ.

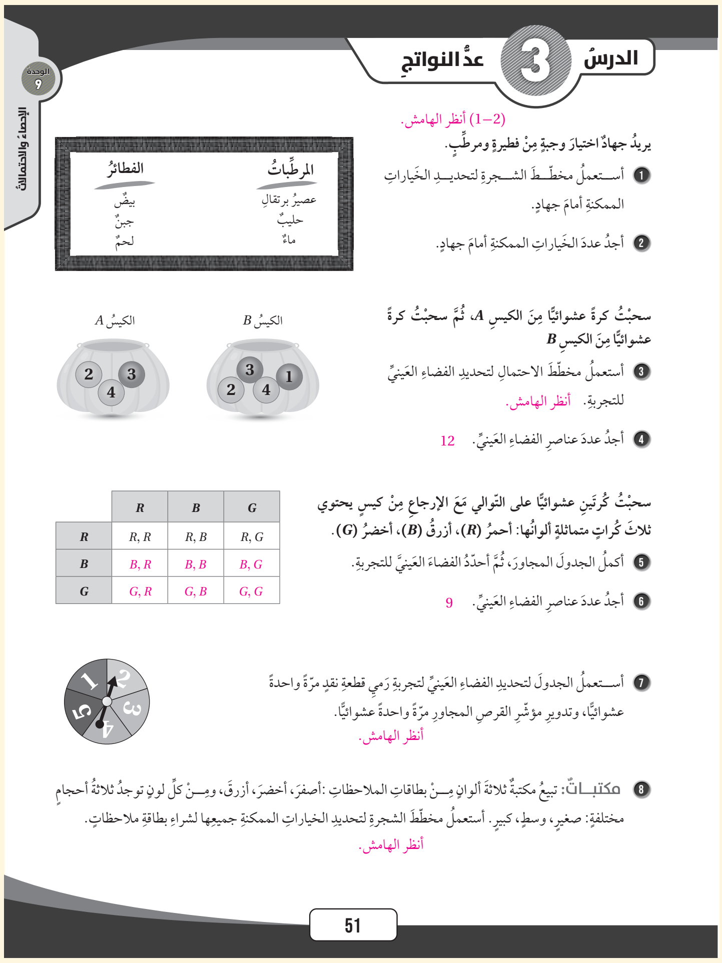
الاستدلال الأول: نسبة النساء اللواتي ينظّفن أسنانهن مرتين على الأقل في اليوم أكبر من نسبة الرجال الذين ينظفون أسنانهم مرتين على الأقل في اليوم.

الاستدلال الثاني: نسبة الرجال الذين ينظفون أسنانهم أقل من مرتين في اليوم يزيد على 50%

❼ صمّمَتْ براءةُ استبانةً سألَتْ فيها طالباتٍ مِنْ مدرستِها عَنِ الرياضةِ المفضّلةِ لديهِنَّ، ومثّلَتِ النتائجَ الّتي حصلَتْ عليها بالتمثيلِ بالأعمدةِ المجاورِ.

تقولُ براءةُ: «أتوقّعُ مِنَ التمثيلِ البيانيِّ أنَّ نصفَ عددِ طالباتِ المدرسةِ يفضّلْنَ كرةَ القدمِ». هَلِ استدلالُ براءةَ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي.
الاستدلال غير صحيح؛ لأن من يفضّلن كرة القدم 15 طالبة من أصل 67 طالبة، وهذا أقل من ربع الطالبات.

كتاب التمارين



الدرسُ 3 عدُّ النواتجِ

(1–2) أنظر الهامش.

يريدُ جهادٌ اختيارَ وجبةٍ مِنْ فطيرةٍ ومرطِّبٍ.

المرطِّباتُ	الفطائرُ
عصيرُ برتقالٍ	بيضٌ
حليبٌ	جبنٌ
ماءٌ	لحمٌ

❶ أستعملُ مخطّطَ الشجرةِ لتحديدِ الخَياراتِ الممكنةِ أمامَ جهادٍ.

❷ أجدُ عددَ الخَياراتِ الممكنةِ أمامَ جهادٍ.

سحبْتُ كرةً عشوائيًّا مِنَ الكيسِ *A*، ثُمَّ سحبْتُ كرةً عشوائيًّا مِنَ الكيسِ *B*

الكيسُ *A*: 2، 3، 4 — الكيسُ *B*: 1، 2، 3، 4

❸ أستعملُ مخطّطَ الاحتمالِ لتحديدِ الفضاءِ العَينيِّ للتجربةِ. أنظر الهامش.

❹ أجدُ عددَ عناصرِ الفضاءِ العَينيِّ. 12

سحبْتُ كُرتَينِ عشوائيًّا على التّوالي مَعَ الإرجاعِ مِنْ كيسٍ يحتوي ثلاثَ كُراتٍ متماثلةٍ ألوانُها: أحمرُ (*R*)، أزرقُ (*B*)، أخضرُ (*G*).

	R	*B*	*G*
R	*R, R*	*R, B*	*R, G*
B	*B, R*	*B, B*	*B, G*
G	*G, R*	*G, B*	*G, G*

❺ أكملُ الجدولَ المجاورَ، ثُمَّ أحدّدُ الفضاءَ العَينيَّ للتجربةِ.

❻ أجدُ عددَ عناصرِ الفضاءِ العَينيِّ. 9

❼ أستعملُ الجدولَ لتحديدِ الفضاءِ العَينيِّ لتجربةِ رَمي قطعةِ نقدٍ مرّةً واحدةً عشوائيًّا، وتدويرِ مؤشّرِ القرصِ المجاورِ مرّةً واحدةً عشوائيًّا. أنظر الهامش.

❽ **مكتباتٌ:** تبيعُ مكتبةٌ ثلاثةَ ألوانٍ مِنْ بطاقاتِ الملاحظاتِ :أصفرَ، أخضرَ، أزرقَ، ومِنْ كلِّ لونٍ توجدُ ثلاثةُ أحجامٍ مختلفةٍ: صغيرٍ، وسطٍ، كبيرٍ. أستعملُ مخطّطَ الشجرةِ لتحديدِ الخياراتِ الممكنةِ جميعِها لشراءِ بطاقةِ ملاحظاتٍ. أنظر الهامش.

الدرسُ 4 احتمالُ الحوادثِ المركّبةِ

سحبَتْ جَنى بطاقةً عشوائيًّا مِنْ كلِّ مجموعةٍ مِنْ مجموعتَي البطاقاتِ المجاورةِ، ومثّلَتِ الفضاءَ العَينيَّ للنواتجِ المحتمَلةِ في الجدولِ أدناهُ. أجدُ احتمالَ:

المجموعةُ *A*: ○ ■ ⬡ ▶

المجموعةُ *B*: ● □ ⬢ ▶

	○	■	⬡	▶
●	○●	■●	⬡●	▶●
□	○□	■□	⬡□	▶□
⬢	○⬢	■⬢	⬡⬢	▶⬢
▶	○▶	■▶	⬡▶	▶▶

❶ سحبِ مثلثٍ واحدٍ فقطْ. $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

❷ سحبِ شكلَينِ لونُهما أبيضُ. $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

❸ سحبِ شكلَينِ لونُهما أسودُ. $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

❹ ألّا يكونَ أحدُ الشكلَينِ المسحوبَينِ دائرةً. $\frac{9}{16}$

❺ أنْ يكونَ عددُ أضلاعِ الشكلَينِ المسحوبَينِ أكبرَ أَوْ يُساوي 5 $\frac{11}{16}$

يملكُ سامي كيسَينِ مِنَ الكُراتِ الزجاجيةِ. ألوانُ الكراتِ في كلِّ كيسٍ: أزرقُ، أحمرُ، أخضرُ. إذا سحبَ سامي كرةً عشوائيًّا مِنْ كلِّ كيسٍ، فأجدُ احتمالَ:

الكيسُ *A*: B، G، R، R — الكيسُ *B*: R، B، B، G

❻ أنْ يكونَ للكرتَينِ المسحوبتَينِ اللّونُ نفسُهُ. $\frac{5}{16}$

❼ أنْ تكونَ إحدى الكراتِ المسحوبةِ على الأقلِّ لونُها أحمرُ. $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

في تجربةِ تدويرِ مؤشّرَي القرصَينِ *A* وَ *B* المجاورَينِ مرّةً واحدةً عشوائيًّا وإيجادِ مجموعِ العددَينِ اللّذَينِ يقفُ عندَهُما مؤشّرُ كلِّ قرصٍ، أجدُ احتمالَ أنْ يكونَ مجموعُ العددَينِ:

القرصُ *A*: 1، 3، 2، 5 — القرصُ *B*: 1، 3

❽ يُساوي 5 $\frac{1}{8}$ ❾ أكبرَ مِنْ 5 $\frac{3}{8}$

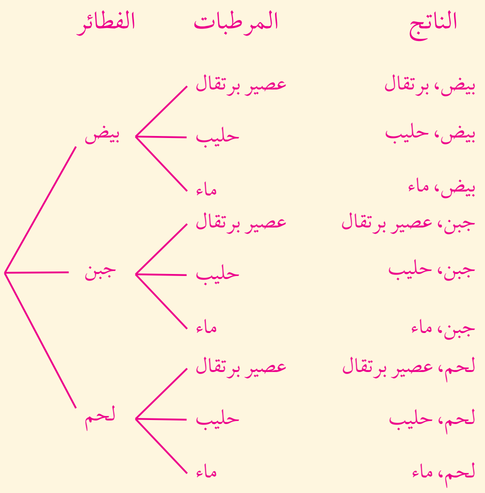
في تجربةِ رَمي 3 قطعِ نقدٍ متمايزةٍ مرّةً واحدةً عشوائيًّا وتسجيلِ الوجهِ الظاهرِ، أستعملُ مخطّطَ الشجرةِ لأجدَ احتمالَ:

❿ ظهورِ صورةٍ واحدةٍ على الأقلِّ. ⓫ ظهورِ كتابةٍ مرّتَينِ فقطْ. ⓬ عدمِ ظهورِ كتابةٍ.

(10–12) أنظر ملحق الإجابات.

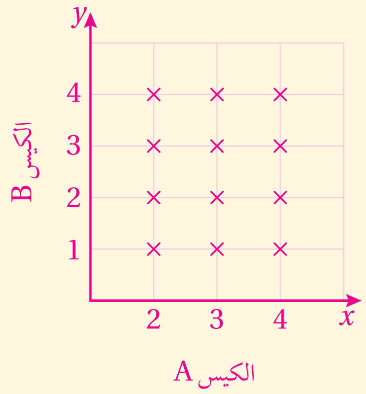
إجابات – كتاب التمارين – الدرس 3:

1)



2) 9

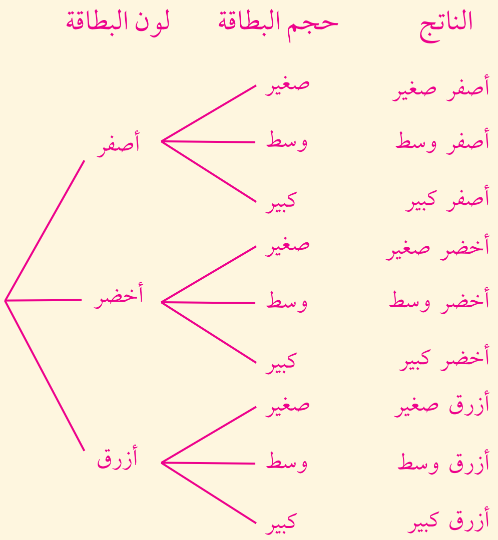
3)



7)

		تدوير مؤشر القرص				
		1	2	3	4	5
رمي قطعة نقد	*H*	*H*, 1	*H*, 2	*H*, 3	*H*, 4	*H*, 5
	T	*T*, 1	*T*, 2	*T*, 3	*T*, 4	*T*, 5

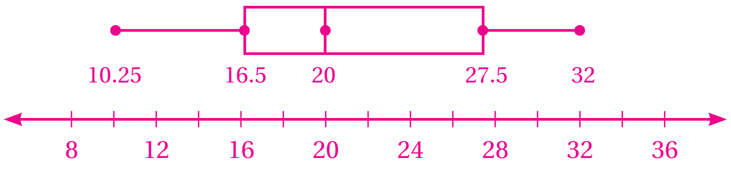
8)



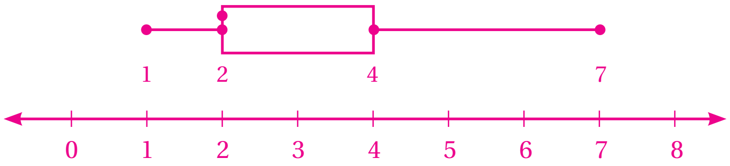
الدرس 1 (أتدرب وأحل المسائل):

8) المدى: 21.75

المدى الربيعي: 11

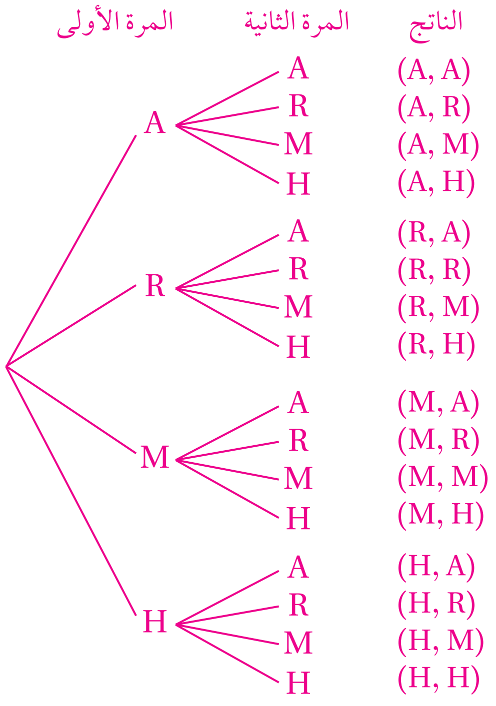


9)

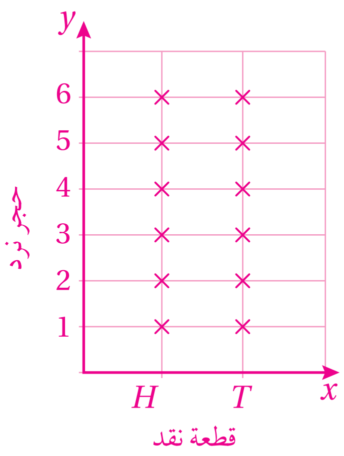


الدرس 3 (أتدرب وأحل المسائل):

1)



2)



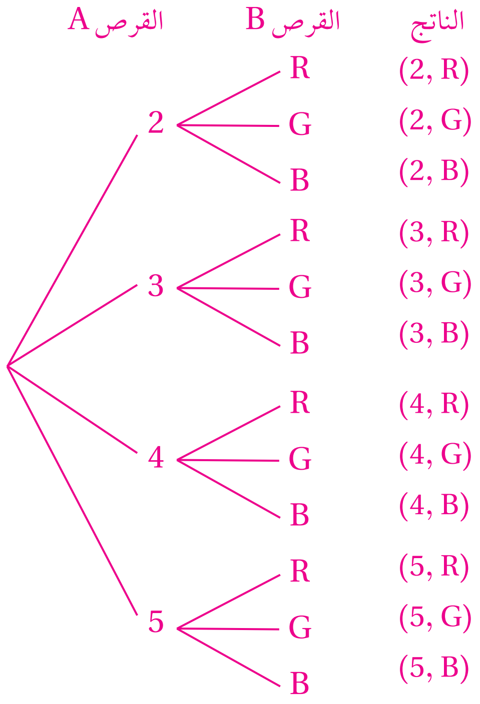
3)

		السحبة الثانية			
		R	***G***	***B***	***Y***
السحبة الأولى	***R***	......	*R, G*	*R, B*	*R, Y*
	G	*G, R*	......	*G, B*	*G, Y*
	B	*B, R*	*B, G*	......	*B, Y*
	Y	*Y, R*	*Y, G*	*Y, B*	......

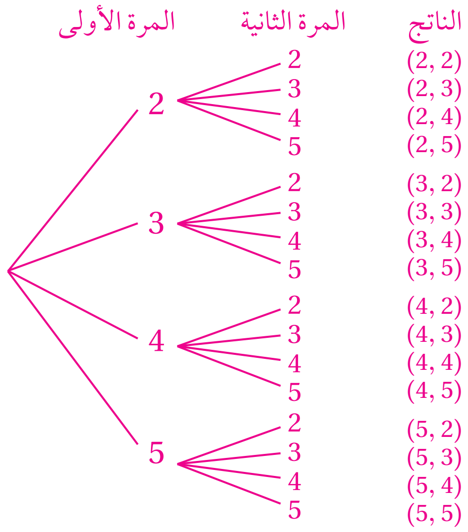
الفضاء العيني لهذه التجربة هو:

$(R, G), (R, B), (R, Y), (G, R), (G, B), (G, Y), (B, R),$
$(B, G), (B, Y), (Y, R), (Y, G), (Y, B)$

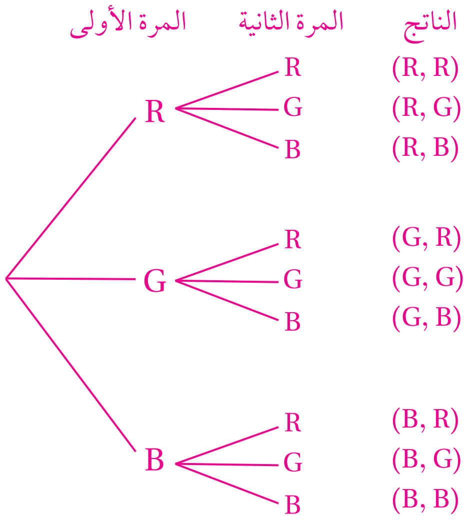
5)



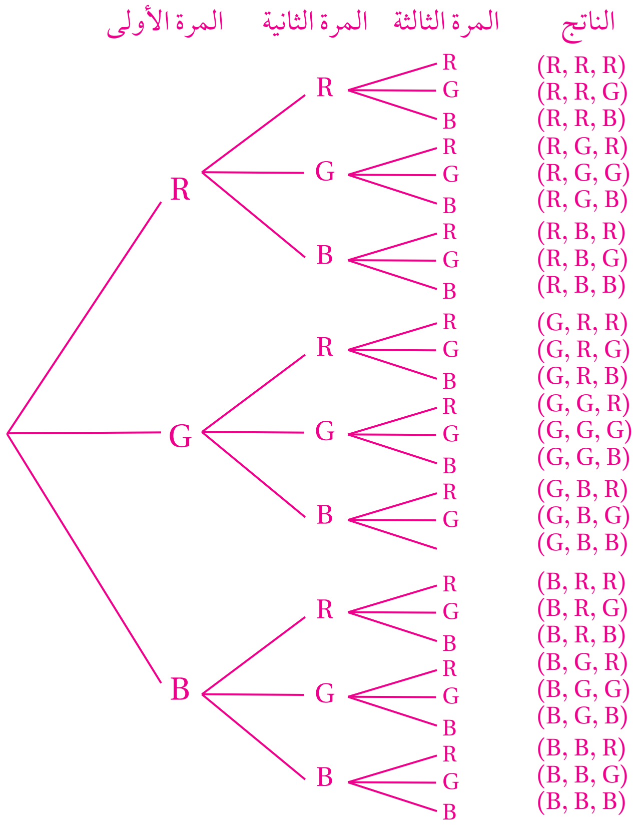
6)



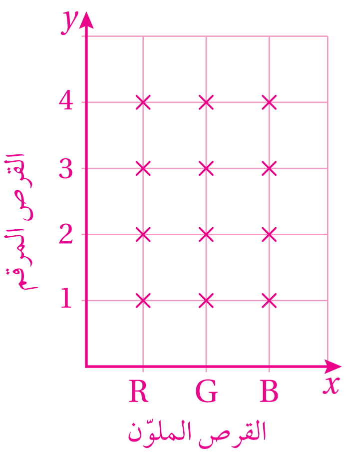
7)



8)



9)



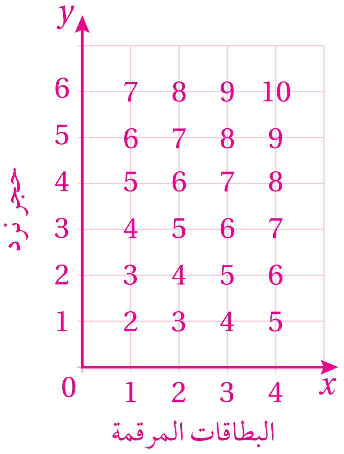
11)

		لون المشغل				
		أسود	زهري	أزرق	أخضر	فضي
سعة المشغل GB	2	2, أسود	2, زهري	2, أزرق	2, أخضر	2, فضي
	4	4, أسود	4, زهري	4, أزرق	4, أخضر	4, فضي
	8	8, أسود	8, زهري	8, أزرق	8, أخضر	8, فضي
	16	16, أسود	16, زهري	16, أزرق	16, أخضر	16, فضي

الدرس 4 (أتدرب وأحل المسائل):

8) $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$

9) $\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$



كتاب التمارين – (أستعد لدراسة الوحدة):

5)

الورقةُ	الساقُ
9	1
1 6 7	2
3 4 5 5 6 8	3
1 5	4
2 3	5

المفتاحُ: **1|9 = 19**

6)

الورقةُ	الساقُ
5 5 8	12
1 4 4 6 9	13
3 7 8	14
2	15

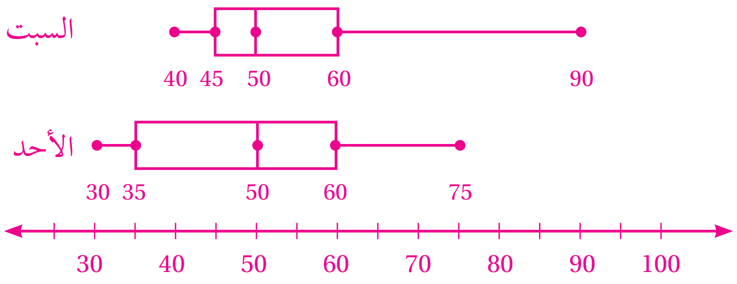
المفتاحُ: **12|5 = 12.5**

كتاب التمارين – الدرس 1:

5) – السبت: المدى 50، المدى الربيعي 15

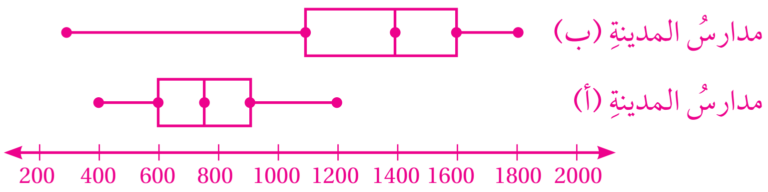
– الأحد: المدى 45، المدى الربيعي 25

6)



7) بيانات يوم الأحد أكثر تشتتًا؛ لأن المدى الربيعي لها 25 والمدى الربيعي لبيانات يوم السبت 15

8)



9) – ألاحظ أن المدى والمدى الربيعي لأعداد طلبة المرحلة الأساسية في مدارس المدينة (ب) أكبر من المدى والمدى الربيعي في مدارس المدينة (أ)، ومنه فإن أعداد طلبة المرحلة الأساسية في مدارس المدينة (ب) أكثر تشتتًا.

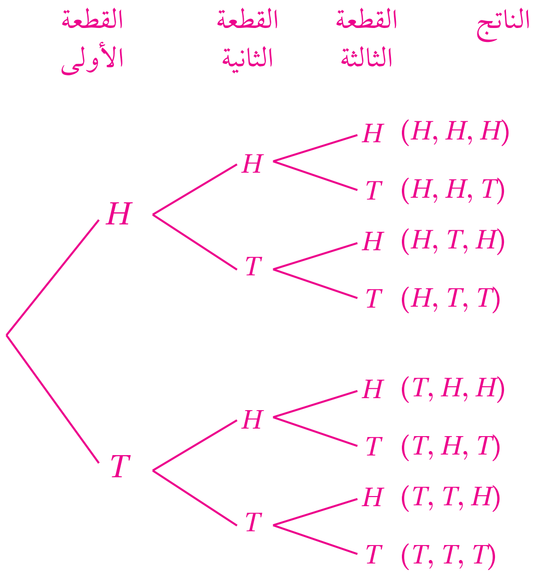
– ألاحظ أن الربيع الأدنى والربيع الأعلى والوسيط في مدارس المدينة (ب) أكبر منه في مدارس المدينة (أ)، وهذا يدل على كثافة سكانية أعلى في المدينة (ب).

كتاب التمارين – الدرس 4:

10) $\frac{7}{8}$

11) $\frac{3}{8}$

12) $\frac{1}{8}$



أوراق المصادر

ورقة المصادر 1 : شبكة المتباينات

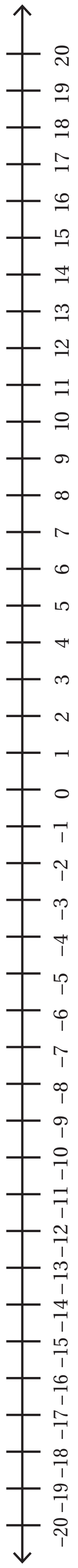
∨

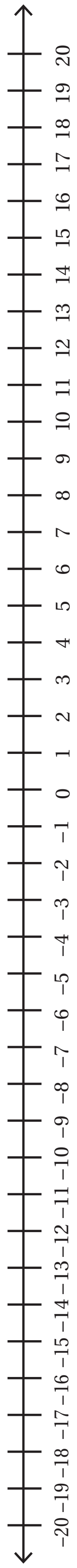
∧

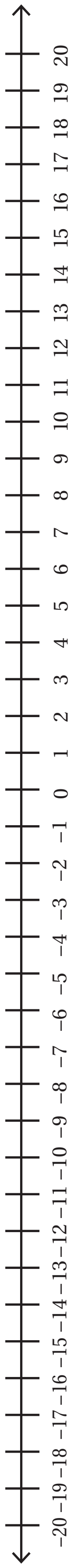
ورقة المصادر 2 : بطاقات الأعداد (من 10– إلى 10)

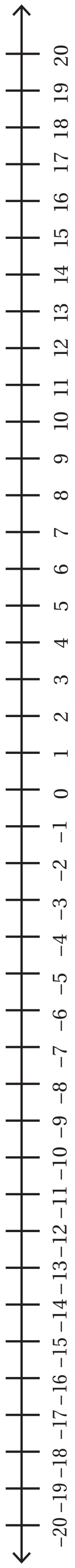
-10	-9	-8	-7	-6
-5	-4	-3	-2	-1
0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10				

ورقة المصادر 3 : خط أعداد (من 20– إلى 20)









ورقة المصادر 4 : لعبة التعويض

النّاتجُ -10	إذا كانَتْ $x = 3$، فما قيمةُ $(-7 - x)$؟
النّاتجُ -9	إذا كانَتْ $x = 2$، فما قيمةُ $(1 - 5x)$؟
النّاتجُ -8	إذا كانَتْ $x = -3$، فما قيمةُ $(3x + 1)$؟
النّاتجُ -7	إذا كانَتْ $x = -1$، فما قيمةُ $(3x - 4)$؟
النّاتجُ -6	إذا كانَتْ $x = -2$، فما قيمةُ $(3x)$؟
النّاتجُ -5	إذا كانَتْ $x = -1$، فما قيمةُ $(3x - 2)$؟
النّاتجُ -4	إذا كانَتْ $x = 6$، فما قيمةُ $(2 - x)$؟
النّاتجُ -2	إذا كانَتْ $x = 5$، فما قيمةُ $(3 - x)$؟
النّاتجُ -1	إذا كانَتْ $x = -2$، فما قيمةُ $(1 + x)$؟
النّاتجُ 1	إذا كانَتْ $x = 7$، فما قيمةُ $(8 - x)$؟
النّاتجُ 2	إذا كانَتْ $x = -5$، فما قيمةُ $(x + 7)$؟
النّاتجُ 4	إذا كانَتْ $x = -6$، فما قيمةُ $(10 + x)$؟
النّاتجُ 5	إذا كانَتْ $x = -1$، فما قيمةُ $(2 - 3x)$؟
النّاتجُ 6	إذا كانَتْ $x = -4$، فما قيمةُ $(2 - x)$؟

ورقة المصادر 5 : بطاقات المعادلات والحلول

$5x + 4 = 24$ $x = -49$	$x = 4$ $3x - 7 = 14$ $3(\frac{x}{5} - 4) = -3$	$x = 7$ $15 - 8x = 1$ $x = -18$	$x = 2$ $18 + 4x = 14$
$2 - \frac{x}{7} = 9$ $\frac{3x-6}{2} = -9$ $x = -32$	$x = 15$ $x = -4$ $\frac{3x-1}{5} = 4$ $\frac{4}{x} = -8$	$\frac{2x}{9} = -4$ $x = 7$ $3 - 8x = 37$ $x = -1$	$x = -1$ $x = 5$ $13 - 5x = 18$
$\frac{8}{x} + 7 = 3$ $x = 4$ $x = -11$	$x = -0.5$ $3(5-2x) = -9$ $x = -14$ $5 - 2x = 61$	$6(1 - 6x) = 42$ $5 - \frac{x}{7} = 3$ $x = 8$ $x = 2$	$x = -1$ $\frac{x}{4} - 7 = -5$ $10 + 2x = 6$
$\frac{8}{x - 5} = -2$ $x = 6$	$x = -7$ $x = -3$	$3(13 - 5x) = 9$ $9(1 - 3x) = 90$ $x = -4$	$x = -2$ $7x - 8 = -36$

ورقة المصادر 6 : مطابقة التمثيلات البيانية

x	−1	0	1	2
y	4	3	2	1

x	−1	0	1	2
y	5	3	1	−1

x	−1	0	1	2
y	−1	0	1	2

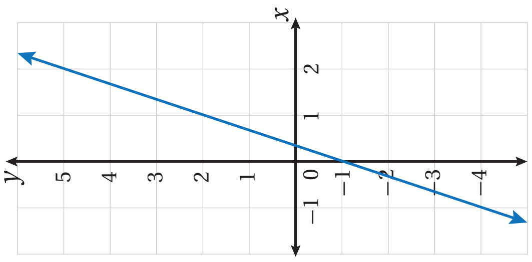
x	−2	−2	−2	−2
y	−1	0	1	2

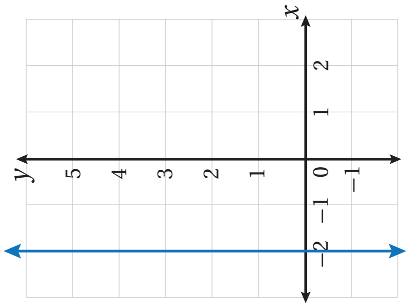
x	−1	0	1	2
y	5	5	5	5

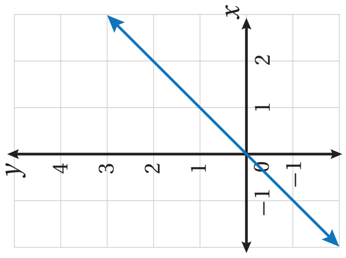
x	−1	0	1	2
y	−4	−1	2	5

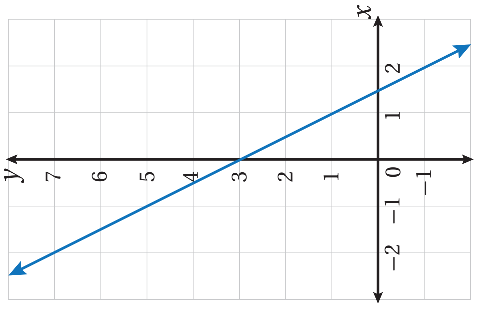
x	−1	0	1	2
y	3	1	−1	−3

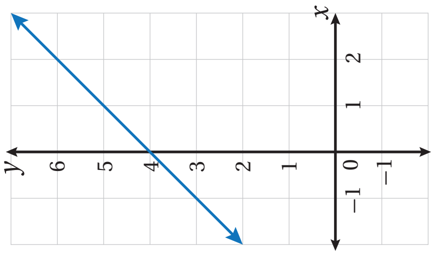
x	−1	0	1	2
y	3	4	5	6

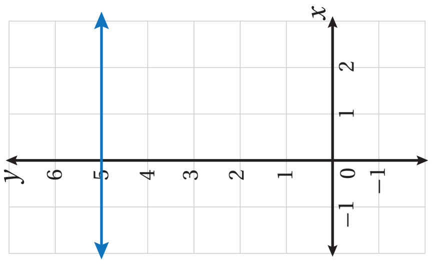


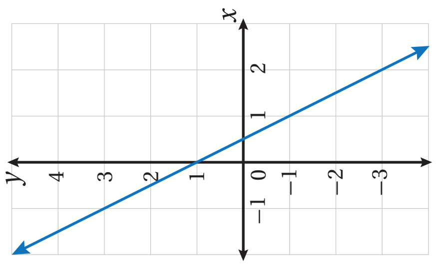


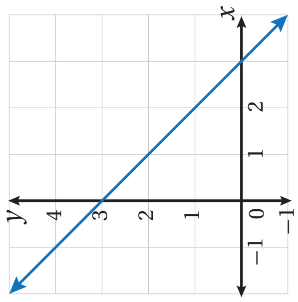










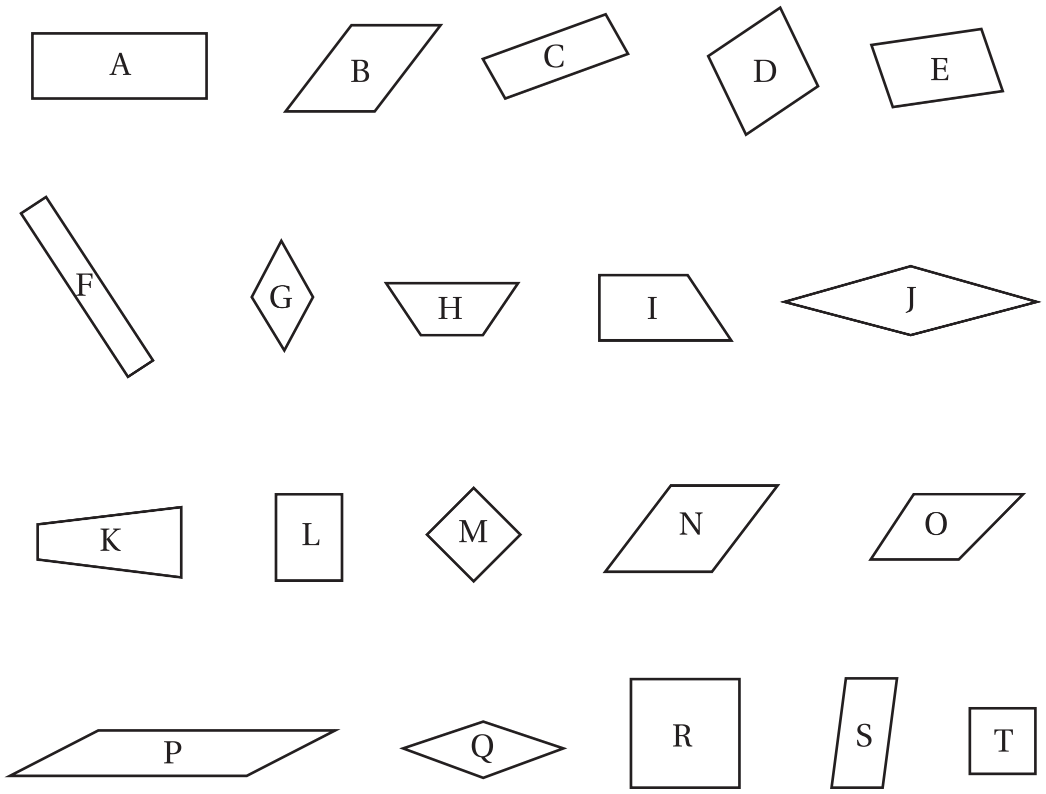


ورقة المصادر 7 : حلُّ أنظمة المعادلات الخطية بالحذف

$x + y = 11$	$3x + 2y = 18$	$x + 2y = 15$
$x + 7y = 27$	$5x + 2y = 43$	$3x + 7y = 47$
$5x - 3y = 97$	$x - 3y = 17$	$x - 7y = 13$
$x - y = 3$	$3x - 2y = 6$	$x + 2y = 30$

ورقة المصادر 8 : الأشكال الرباعية

1) أستعملُ مسطرةً مدرَّجةً لتصنيفِ كلٍّ منَ الأشكالِ الهندسيةِ (المضلعاتِ الرباعيةِ) بتلوينِها وفقَ الألوانِ في عمودِ التصنيفِ:

التصنيفُ	الأشكالُ الهندسيةُ (المضلعاتُ الرباعيةُ)
🟨 مربعٌ Square 🟪 مستطيلٌ Rectangle 🔷 معينٌ Rhombus ▰ متوازي أضلاعٍ Parallelogram ⏢ شبهُ منحرفٍ Trapezium 🟥 رباعيٌّ غيرُ منتظمٍ Quadrilateral	

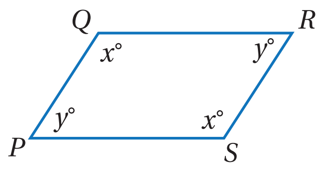
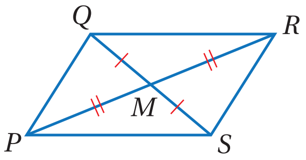
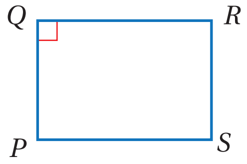
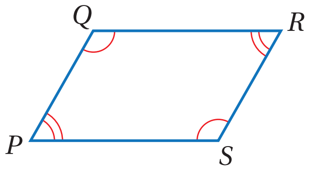
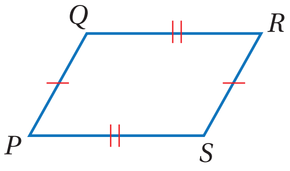
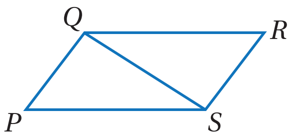
2) أختارُ ممّا بينَ القوسينِ للحصولِ على عبارةٍ صحيحة دائمًا، وأبرّر إجابتي:

- كلُّ مستطيلٍ هوَ: .... (معينٌ ، مربعٌ ، متوازي أضلاعٍ)
- كلُّ معينٍ هوَ: .... (مستطيلٌ ، متوازي أضلاعٍ ، مربعٌ)
- كلُّ مربعٍ هوَ: .... (متوازي أضلاعٍ ، معينٌ ، مستطيلٌ)

ورقة المصادر 9 : لعبة التوصيل

أصلُ بينَ نصِّ النظريةِ والشكلِ المناسبِ المرافقِ لها:

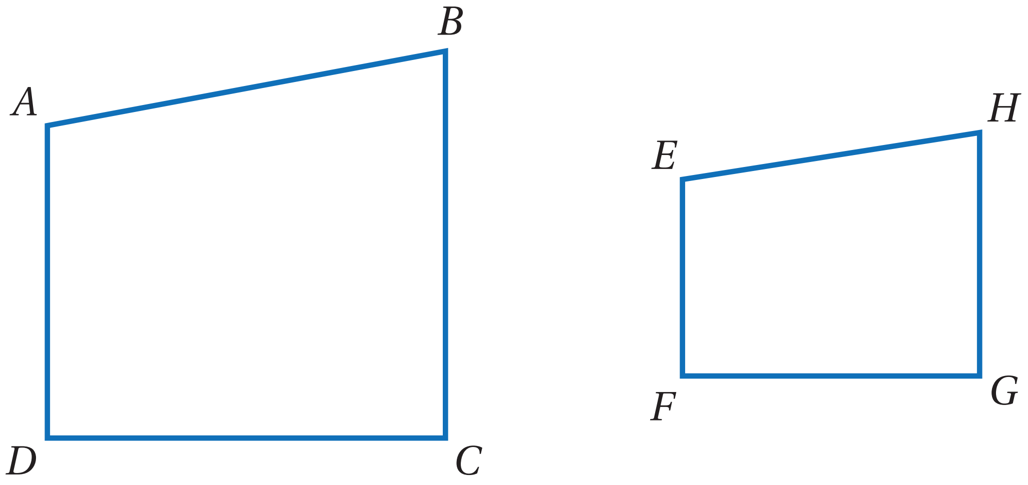
نصُّ النظريةِ
إذا كانَتْ إحدى زوايا متوازي الأضلاعِ قائمةً، فإنَّ زواياهُ الأربعَ قوائمُ.
إذا كانَ الشــكلُ الرباعيُّ متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ كلَّ زاويتَينِ متحالفتَينِ متكاملتانِ.
إذا كانَ الشــكلُ الرباعيُّ متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ الأضلاعَ المتقابلةَ متطابقةٌ.
إذا كانَ الشــكلُ الرباعيُّ متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ قُطرَيهِ ينصّفُ كلٌّ منهُما الآخَرَ.
إذا كانَ الشــكلُ الرباعيُّ متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ كلَّ قُطرٍ يقسمُهُ إلى مثلثَينِ متطابقَينِ.
إذا كانَ الشــكلُ الرباعيُّ متوازيَ أضلاعٍ، فإنَّ الزوايا المتقابلةَ متطابقةٌ.

الشكلُ







ورقة المصادر 10 : أنا أفكّر في ...

أنا أفكّر في ...	رسمُ الشكلِ وتسميتُهُ (باللغتينِ العربيةِ والإنجليزيةِ)
» شكلٌ رباعيٌّ. » لهُ محاورُ تماثلٍ بعددِ أضلاعِهِ. » جميعُ أضلاعِهِ متطابقةٌ. » جميعُ زواياهُ قوائمُ.	
» شكلٌ رباعيٌّ » لهُ محورا تماثلٍ. » فيهِ كلُّ ضلعينِ متوازيانِ ومتطابقانِ. » جميعُ زواياهُ قوائمُ.	
» شكلٌ رباعيٌّ. » ليسَ لهُ محاورُ تماثلٍ. » فيهِ كلُّ ضلعينِ متوازيانِ ومتطابقانِ.	
» شكلٌ رباعيٌّ. » لهُ محورا تماثلٍ. » جميعُ أضلاعِهِ متطابقةٌ.	
» شكلٌ رباعيٌّ. » يمكنُ أنْ يكونَ لهُ محورُ تماثلٍ واحدٌ. » فيهِ ضلعانِ متوازيانِ.	
» شكلٌ رباعيٌّ. » لهُ محورُ تماثلٍ واحدٌ. » فيهِ زوجانِ منَ الأضلاعِ المتطابقةِ.	

ورقة المصادر 11 : الزوايا والأضلاع المتناظرة



اعتمادًا على الشكلِ أعلاهُ، أصلُ بخطٍّ بينَ الزوايا والأضلاعِ المتناظرةِ في القائمتينِ أدناهُ:

$\overline{GF}$

$\angle H$

$\overline{HG}$

$\angle E$

$\overline{EH}$

$\angle G$

$\overline{FH}$

$\angle F$

$\overline{AB}$

$\angle A$

$\overline{BC}$

$\angle B$

$\overline{CD}$

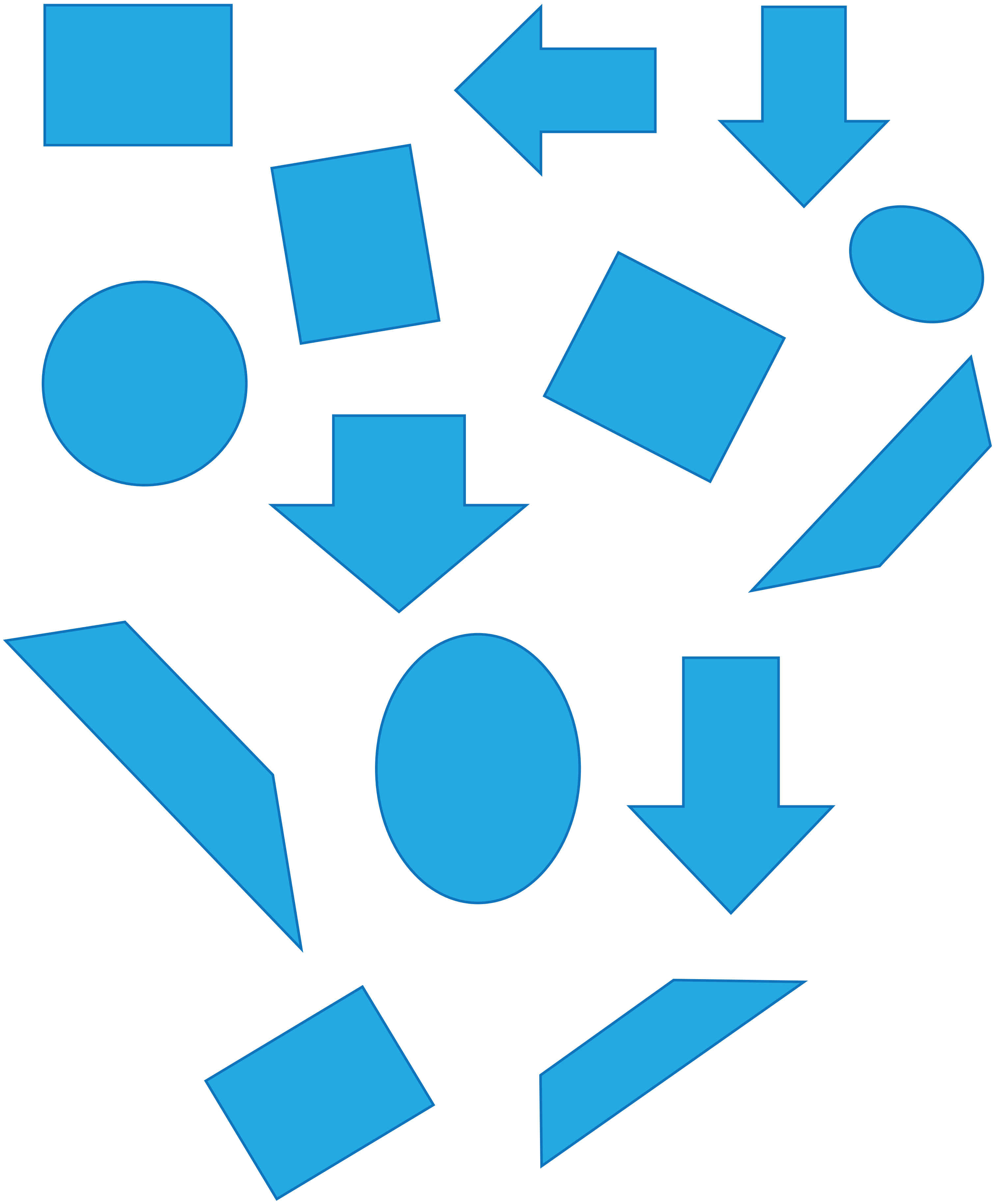
$\angle C$

$\overline{DA}$

$\angle D$

ورقة المصادر 12 : التطابق والتكبير

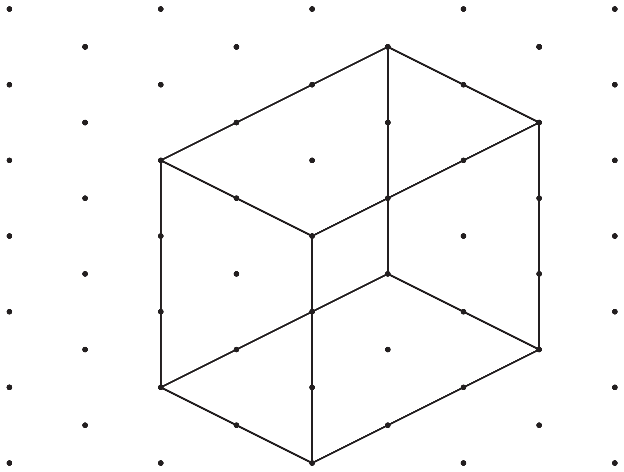
أضعُ إشارةَ (✓) على الأشكالِ المتطابقةِ، وإشارةَ (✗) على الشكلِ وصورتِهِ الناتجةِ منَ التكبيرِ في كلٍّ ممّا يأتي:

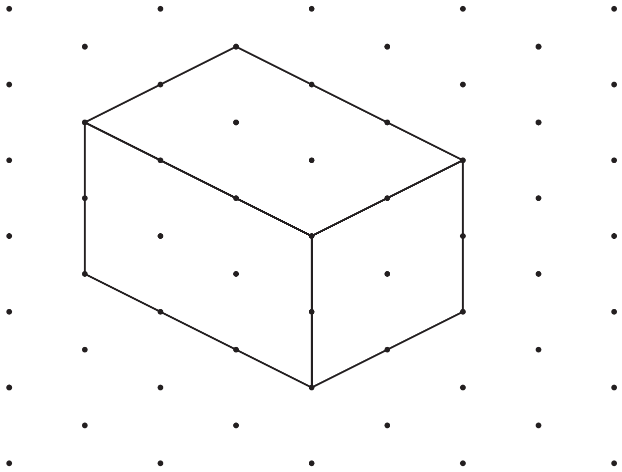


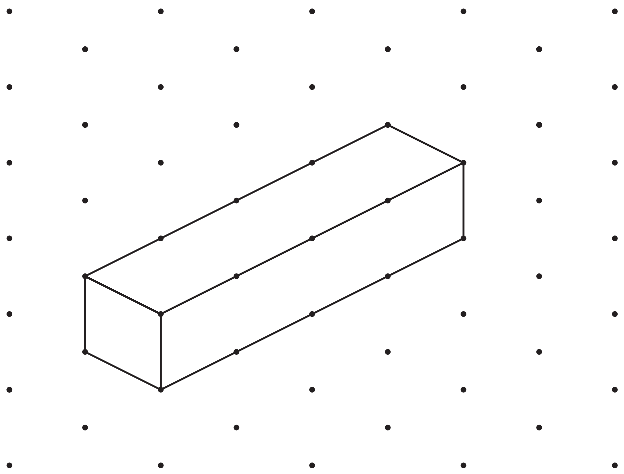
ورقة المصادر 13 : شبكة مربعات

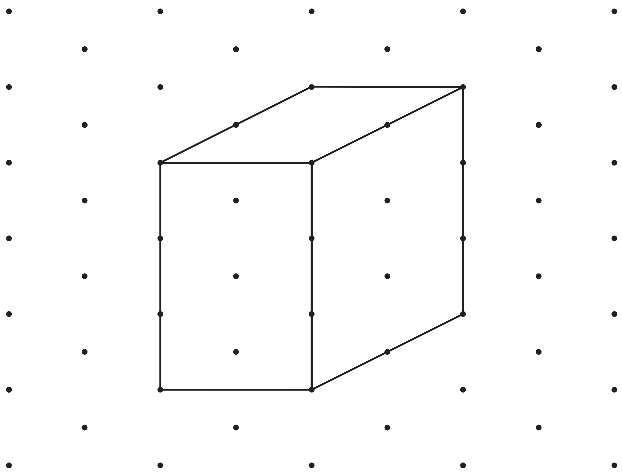
ورقة المصادر 14 : أيّ الرسومات صحيحة؟

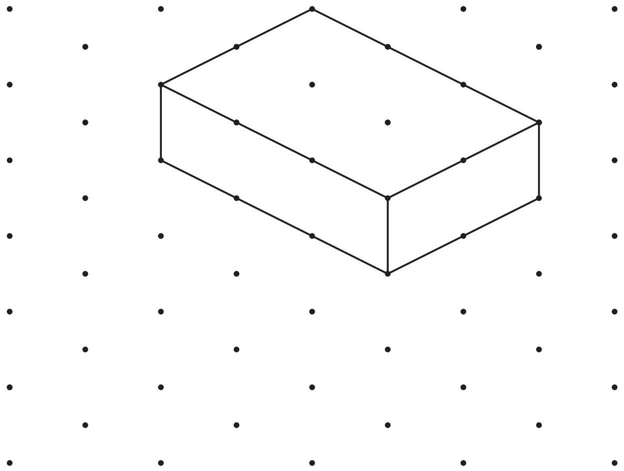
أيّ الأشكال الآتية مرسوم بشكل صحيح على الورق المنقّط متساوي القياس؟ أبرّر إجابتي.

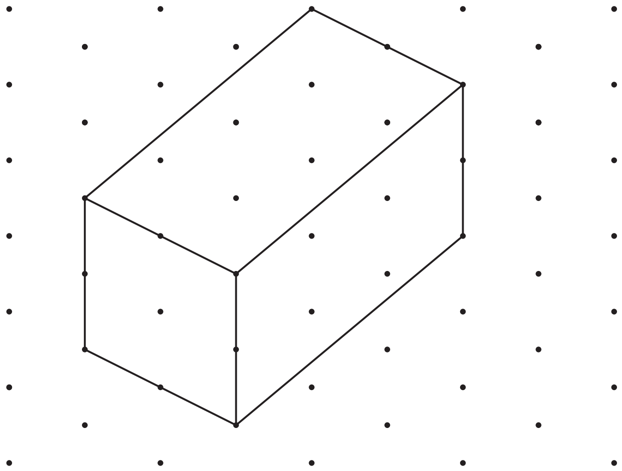




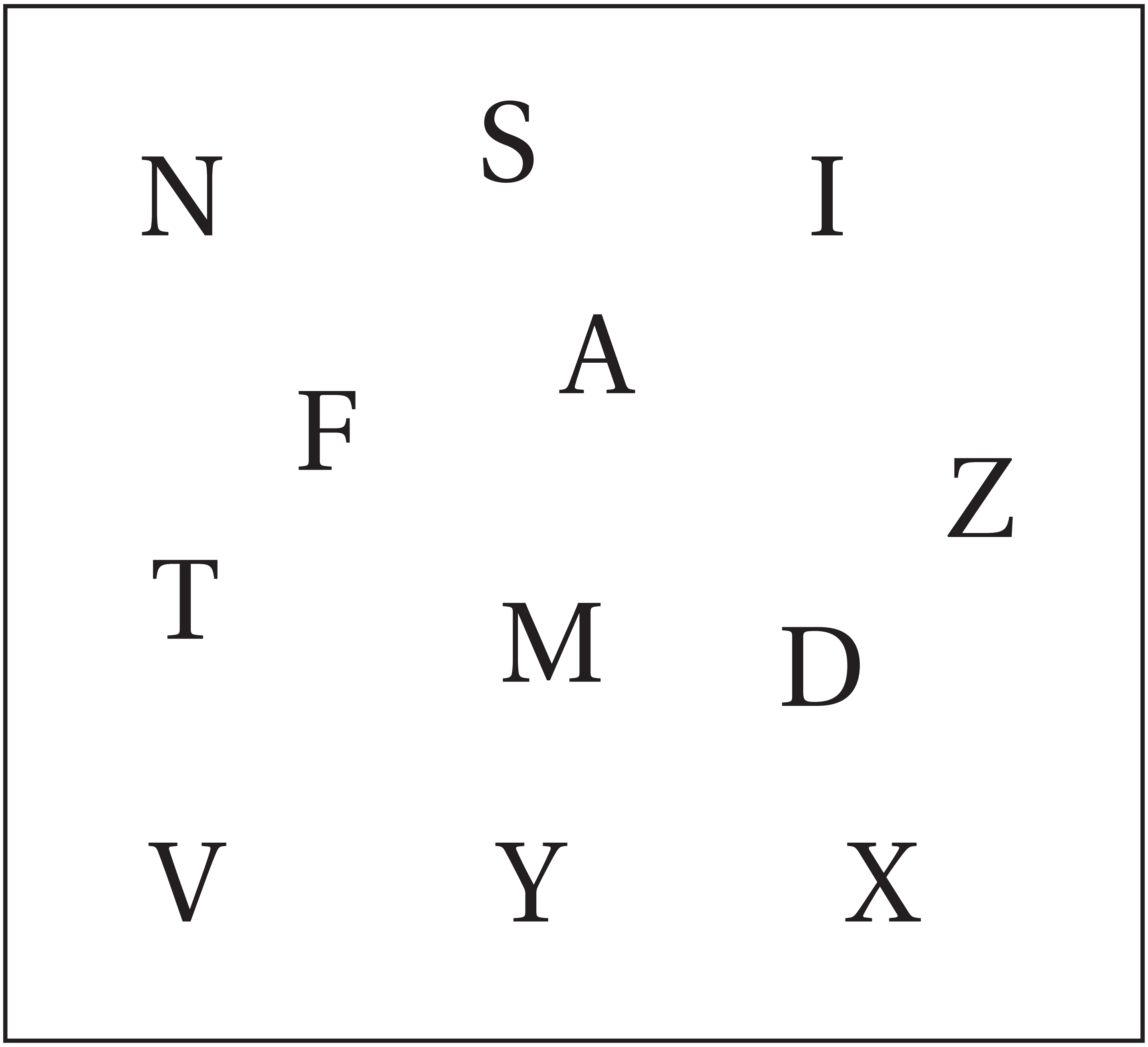








ورقة المصادر 15 : لوحة الهدف



ورقة المصادر 16 : نشاط أسئلة إحصائية

ما عـــددُ النقاطِ التي أحرزَها هشـــامٌ في اللعبةِ الثامنةِ، إذا كانَ وســـيطُ النقاطِ في المحاولاتِ الثمانيةِ 10؟

مـــا عددُ النقاطِ التي أحرزَها هشـــامٌ في اللعبةِ الثامنـــةِ، إذا كانَ المدى للنقاطِ في المحاولاتِ الثمانيةِ 9؟

ما عددُ النقاطِ التي أحرزَها هشامٌ في اللعبةِ الثامنةِ، إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ للنقاطِ في المحاولاتِ الثمانيةِ 11؟

ما عددُ النقاطِ التي أحرزَها هشامٌ في اللعبةِ الثامنةِ، إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ للنقاطِ في المحاولاتِ الثمانيةِ 9.5؟

ما عـــددُ النقاطِ التي أحرزَها هشـــامٌ في اللعبةِ الثامنةِ، إذا كانَ وســـيطُ النقاطِ في المحاولاتِ الثمانيةِ 11؟

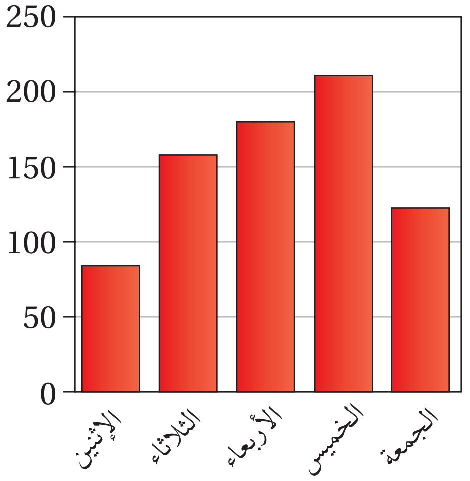
ورقة المصادر 17 : سرعة ردة الفعل

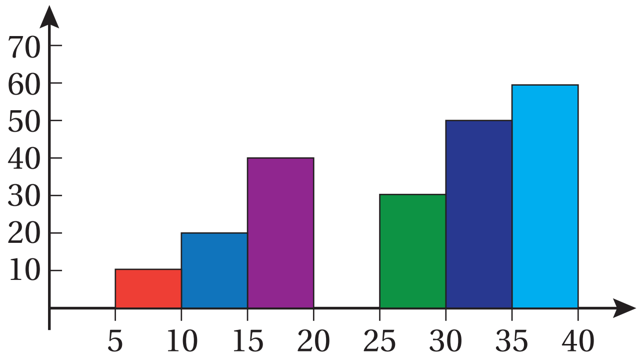
رقمُ المحاولةِ	اللاعبُ 1	اللاعبُ 2
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

الوسطُ الحسابيُّ للاعبِ 1	الوسطُ الحسابيُّ للاعبِ 2

اللاعبُ الأسرعُ هُوَ .... ؛ لأَنَّهُ ....

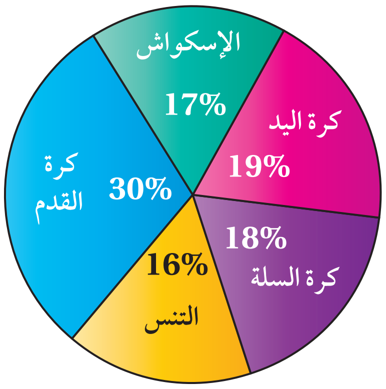
ورقة المصادر 18 : تمثيلات بيانية

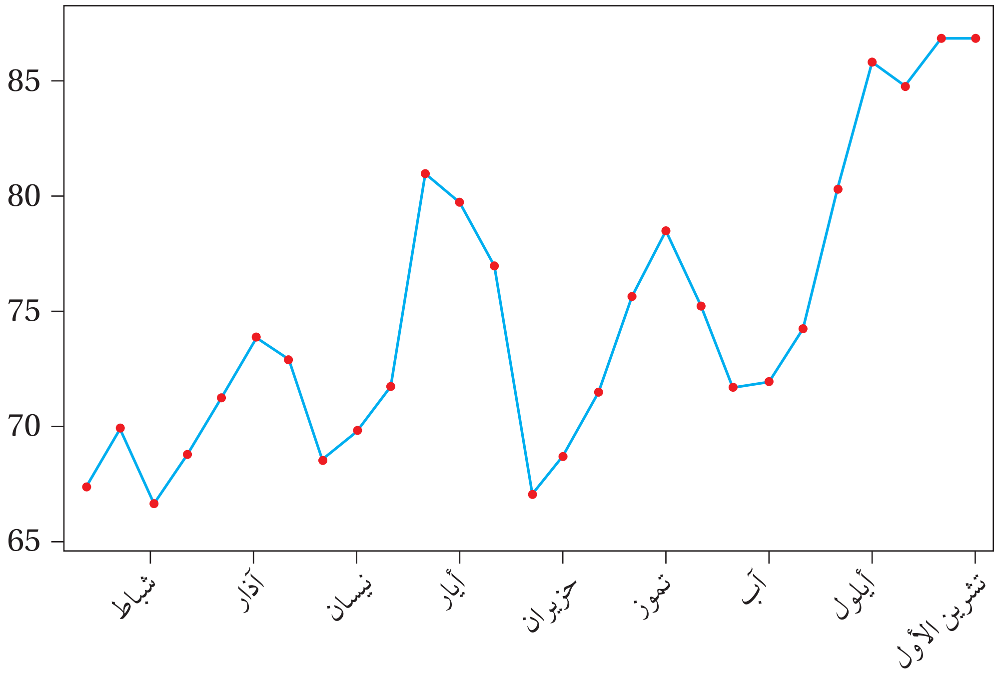




5 | 6
6 | 7, 7, 9
7 | 2, 4, 7, 7, 8
8 | 1, 2, 2, 3, 4, 8
9 | 0, 2, 3, 4

المفتاح 5 | 6 = 56%





ورقة المصادر 19 : ورقة بيانات التحقّق من التقدير

الشخصُ	الجنسُ	اليَدُ	التقديرُ
1	ذَكَرٌ	كلتا اليدَين	**100**
2	أُنثى	اليمنى	**150**
3	أُنثى	اليمنى	**100**
4	ذَكَرٌ	اليمنى	**200**
5	أُنثى	اليمنى	**75**
6	أُنثى	اليمنى	**160**
7	أُنثى	اليسرى	**100**
8	ذَكَرٌ	اليمنى	**500**
9	أُنثى	اليمنى	**100**
10	ذَكَرٌ	اليسرى	**140**
11	أُنثى	اليمنى	**100**
12	أُنثى	اليمنى	**150**
13	أُنثى	اليسرى	**200**
14	ذَكَرٌ	اليمنى	**102**
15	ذَكَرٌ	اليمنى	**100**
16	ذَكَرٌ	اليمنى	**105**
17	أُنثى	اليمنى	**140**
18	ذَكَرٌ	اليمنى	**214**
19	أُنثى	اليمنى	**214**
20	ذَكَرٌ	اليمنى	**214**
21	ذَكَرٌ	اليمنى	**214**
22	ذَكَرٌ	اليمنى	**214**
23	ذَكَرٌ	اليمنى	**214**
24	ذَكَرٌ	اليمنى	**100**
25	أُنثى	اليمنى	**87**
26	ذَكَرٌ	اليمنى	**50**
27	أُنثى	اليمنى	**73**
28	أُنثى	اليمنى	**45**
29	ذَكَرٌ	اليمنى	**50**
30	أُنثى	اليمنى	**50**

الشخصُ	الجنسُ	اليَدُ	التقديرُ
31	ذَكَرٌ	اليمنى	**49**
32	أُنثى	اليمنى	**57**
33	ذَكَرٌ	اليمنى	**79**
34	أُنثى	اليمنى	**78**
35	ذَكَرٌ	اليسرى	**80**
36	أُنثى	اليمنى	**95**
37	ذَكَرٌ	اليمنى	**80**
38	أُنثى	اليمنى	**92**
39	أُنثى	اليمنى	**150**
40	ذَكَرٌ	اليسرى	**50**
41	أُنثى	اليمنى	**198**
42	ذَكَرٌ	اليمنى	**43**
43	ذَكَرٌ	اليمنى	**100**
44	ذَكَرٌ	اليمنى	**70**
45	أُنثى	اليمنى	**43**
46	أُنثى	اليمنى	**50**
47	أُنثى	اليمنى	**60**
48	أُنثى	اليمنى	**68**
49	أُنثى	اليسرى	**50**
50	أُنثى	اليمنى	**70**
51	ذَكَرٌ	اليمنى	**801**
52	أُنثى	اليسرى	**105**
53	أُنثى	اليمنى	**210**
54	أُنثى	اليمنى	**98**
55	ذَكَرٌ	اليمنى	**60**
56	أُنثى	اليمنى	**45**
57	ذَكَرٌ	اليمنى	**50**
58	ذَكَرٌ	اليمنى	**100**
59	أُنثى	اليمنى	**296**
60	ذَكَرٌ	اليسرى	**50**