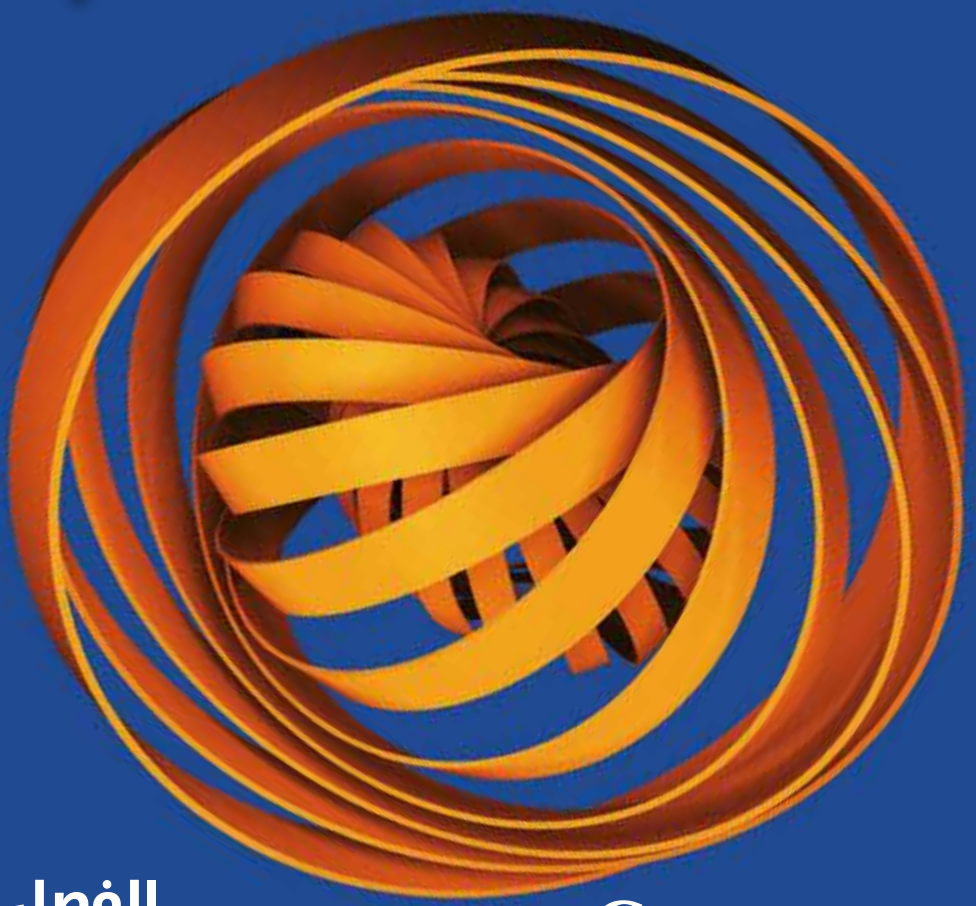
سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

رؤية عُمان 2040 OmanVision
نتقدم بثقة
Moving Forward with Confidence

الرياضيات

كتاب النشاط

١٠



الفصل الدراسي الثاني

الطبعة التجريبية ١٤٤٣هـ - ٢٠٢١م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

كتاب النشاط

١٠

الفصل الدراسي الثاني

الطبعة التجريبية ١٤٤٣هـ - ٢٠٢١م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS

مطبعة جامعة كامبريدج، الرمز البريدي CB2 8BS، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.
لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠٢١ م، طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمت مواءمتها من كتاب النشاط – الرياضيات للصف العاشر – من سلسلة كامبريدج للرياضيات IGCSE، كتب الأنشطة الأساسية والموسعة للمؤلفَين كارين مورّيسون ونيك هامشاو.

تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة جامعة كامبريدج رقم ٤٠ / ٢٠٢٠.
لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفُّر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب، ولا تؤكد أن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

تمت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ٩٠ / ٢٠٢١ واللجان المنبثقة عنه

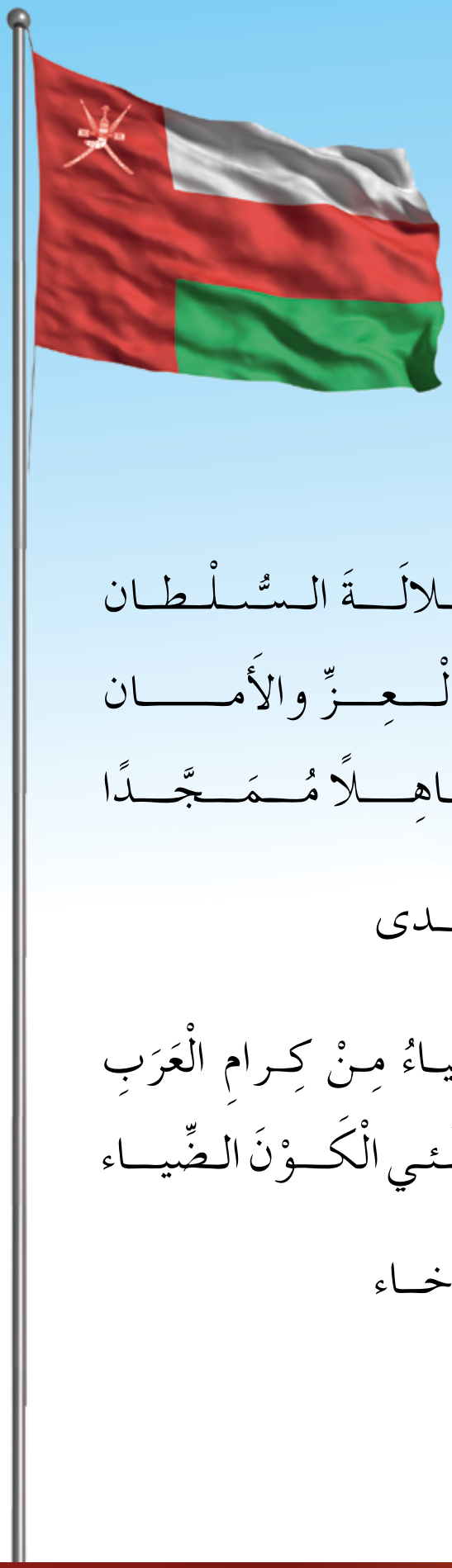
جميع حقوق الطبع والتأليف والنشر محفوظة لوزارة التربية والتعليم

لا يجوز طبع الكتاب أو تصويره أو إعادة نسخه كاملاً أو مجزّأً أو ترجمته أو تخزينه في نطاق استعادة المعلومات بهدف تجاري بأي شكل من الأشكال إلا بإذن كتابي مسبق من الوزارة، وفي حالة الاقتباس القصير يجب ذكر المصدر.

المغفور لـه
السلطان قابوس بن سعيد
-طيّب اللّه ثراه-

حضرة صاحب الجلالة
السلطان هيثم بن طارق المعظم
- حفظه الله ورعاه -

سلطنـــــة عُمـــــان



النَّشيدُ الْوَطَنِيُّ

يا رَبَّنا احْفَظْ لنا جَلالَةَ السُّلْطان
وَالشَّعْبَ في الأَوْطان بِالْعِزِّ والأَمان
وَلْيَدُمْ مُؤَيَّدًا عاهِلاً مُمَجَّدًا
بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يا عُمانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبي أَوْفِياءُ مِنْ كِرامِ الْعَرَبِ
فارْتَقي هامَ السَّماء وَامْلَئي الْكَوْنَ الضِّياء
وَاسْعَدي وَانْعَمي بِالرَّخاء

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين، سيّدنا مُحمَّد، وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد:

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتُلبّي مُتطلّبات المجتمع الحالية، وتطلُّعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المُستجدّات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة؛ بما يؤدّي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية، باعتبارها مكوِّنًا أساسيًّا من مُكوِّنات المنظومة التعليمية، بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقرّرات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي. ومن هذا المنطلق اتَّجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطوُّر المُتسارع في هذا المجال، من خلال تبنّي مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتَين المادّتَين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصّي والاستنتاج لدى الطلبة، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافُسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب، بما يحويه من معارف ومهارات وقيَم واتجاهات، جاء مُحقِّقًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد، بما يتضمَّنه من أنشطة وصور ورسومات. وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلُّم الطالب، بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

مُتمنّية لأبنائنا الطلبة النجاح، ولزملائنا المعلّمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مُخلِصة، لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز، تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

المحتويات

المُقدِّمة xiii

الوحدة التاسعة: المزيد من المعادلات

٩–١ الإكمال إلى مربع ١٥
٩–٢ الصيغة التربيعية ١٨
٩–٣ حل المعادلات الآنيّة ٢٢
٩–٤ رسم الدوال التربيعية ٢٤
٩–٥ التمثيلات البيانية لدوال أخرى ٢٧
تمارين مُتنوِّعة ٢٩

الوحدة العاشرة: الاحتمال البسيط

١٠–١ مقدمة في الاحتمال ٣٠
١٠–٢ مخطّط الفضاء الاحتمالي ٣٥
١٠–٣ تجميع الأحداث المستقلّة والمتنافية ٣٧
تمارين مُتنوِّعة ٣٩

الوحدة الحادية عشرة: المثلّث القائم الزاوية

١١–١ نظرية فيثاغورث ٤١
١١–٢ تطبيقات على نظرية فيثاغورث ٤٣
١١–٣ النسب المثلثية ٤٧
١١–٤ حل مسائل باستخدام حساب المثلّثات ٥٣
١١–٥ زاوية الاتّجاه من الشمال ٥٦
١١–٦ زاوية الارتفاع وزاوية الانخفاض ٥٨
تمارين مُتنوِّعة ٥٩

الوحدة الثانية عشرة: الاحتمالات ومخطّط الشجرة ومخطّط ڤن

١٢–١ مخطط الشجرة لتمثيل النواتج الممكنة للحدث ٦٢
١٢–٢ حساب الاحتمال في مخطّط الشجرة ٦٤
١٢–٣ حساب الاحتمال من مخطّط ڤن ٦٦
١٢–٤ الاحتمال الشرطي ٦٩
تمارين مُتنوِّعة ٧٢

الوحدة الثالثة عشرة: النسب المثلّثية لزوايا قياسها أكبر من ٩٠°

١٣–١ الجيب وجيب التمام والظل لزوايا قياسها أكبر من ٩٠° ٧٥
١٣–٢ قانون الجيب ٧٨
١٣–٣ قانون جيب التمام ٨٢
١٣–٤ مساحة المثلث ٨٥
١٣–٥ النسب المثلّثية في المجسمات ٨٧
تمارين مُتنوِّعة ٩٠

الوحدة الرابعة عشرة: هندسة المُتّجهات

١٤–١ المُتّجهات ٩٣
١٤–٢ المتّجهات المتوازية ٩٥
١٤–٣ حساب المتّجهات ٩٦
١٤–٤ حسابات أكثر تعقيدًا في المتّجهات ٩٨
تمارين مُتنوِّعة ١٠٢

المُقدِّمة

ألَّف كتاب النشاط معلمون ذوو خبرة ليتماشى مع كتاب الطالب.

يحتوي الكتاب على العديد من التمارين، إضافة إلى خلاصات مفيدة جاءت على هيئة نقاط للتذكير بالأفكار الرئيسية للوحدة، ونصائح مفيدة وُضعت في إطارات خاصة بها يستخدمها أي طالب بحاجة إلى المزيد من الدعم. تعتمد بنية الكتاب على ربط كل تمرين فيه بتمرين مماثل له في كتاب الطالب.

تتضمّن كل وحدة العديد من التدريبات مُمثَّلة في تمارين 'تطبيقية' مباشرة، تتكوَّن من أسئلة متسلسلة في الصعوبة ومُتكرِّرة، بحيث تتيح للطالب التدرُّب على طرق يمكن تطبيقها على كل موضوع فرعي. وترِد في نهاية كل وحدة 'تمارين متنوِّعة' تجمع مختلف الموضوعات الفرعية للوحدة بطريقة تجعلك تقرّر بنفسك الطرائق التي يجب استخدامها. يتم توفير الإجابات عن كل هذه الأسئلة في دليل المعلم.

تم تأليف الكتاب بتكامل واضح من البداية إلى النهاية، مع بعض الوحدات اللاحقة التي تستدعي المعرفة المُكتسَبة في الوحدات السابقة. وترد إشارات مفيدة تربط محتوى الوحدات، مما يسمح لك بمتابعة المادة التعليمية من خلال الكتاب: فكما تُعرَض فقرة خاصَّة بالمعارف المُتعلِّقة بمحتوى الوحدات السابقة عنوانها 'سابقًا'؛ تُعرَضُ بالمقابل فقرة أخرى تتعلَّق بالمعارف التي ستتم دراستها لاحقًا عنوانها 'لاحقًا'. وفيما يأتي مثالان على الفقرتين:

سابقًا

ستطبِّق العلاقات بين الزوايا في الخطوط المستقيمة المتوازية عندما يتضمَّن الشكل الرباعي أضلاعًا متوازية.

سابقًا

ستتعلم لاحقًا المزيد عن المجموعات في الوحدة التاسعة. والآن، فكِّر في المجموعة على أنها قائمة من الأعداد أو البنود الأخرى التي غالبًا ما توضع بين حاصرتَين.

إذا كان الجزء العددي في الصيغة العلمية عددًا كاملاً، فلا حاجة إلى إضافة فاصلة عشرية.

مُساعَدة

في المسائل اللفظية التي لا تتضمَّن رسمًا، قد يساعدك الرسم التقريبي على إيجاد الإجابات.

تتضمَّن الإرشادات المفيدة في هوامش الكتاب ما يأتي:

مفاتيح: تحتوي هذه المستطيلات ذات اللون الرمادي الفاتح على تعليقات عامَّة تذكِّرك بالمعلومات أو المفاتيح المهمة والمفيدة عند التعامل مع تمرين ما وأنت بمطلق الأحوال مُستفيدٌ من معرفتها. غالبًا ما تُقدم معلومات أو دعمًا إضافيًا في موضوعات يُحتمل أن تكون مُلتبِسة.

مساعدة: تحتوي هذه المستطيلات على نصائح تتعلَّق بالطريقة الرياضية الجيدة للإجابة عن الأسئلة. وهي تُغطّي الأخطاء الشائعة بناءً على تجارب المؤلفين مع طلّابهم، وتمنحك أشياء يجب أن تتذكَّرها أو أن تكون حذرًا منها لتكون ناجحًا في دراساتك.

تُعدّ القُدرة على ترجمة المسألة اللفظية إلى عبارة جبرية استراتيجية مُفيدة في حل المسائل. تذكّر أنك تستطيع استخدام أي حرف كمُتغيِّر شرط أن توضِّح معناه.

الوحدة التاسعة: المزيد من المعادلات

٩-١ الإكمال إلى مربع

- تُستخدم طريقة الإكمال إلى مربّع لحلّ المعادلات التربيعية التي يصعب حلّها باستخدام التحليل إلى عوامل.
- يمكن كتابة العبارة الجبرية س^{٢} + أس في صورة $\left(\text{س} + \frac{\text{أ}}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{\text{أ}}{٢}\right)^{٢}$.

تمارين ٩-١

١) اكتب كل عبارة من العبارات الجبرية الآتية في صورة (س + أ)^{٢} + ب:

أ) س^{٢} + ٦س + ٤

ب) س^{٢} − ٤س + ٧

ج) س^{٢} + ١٤س + ٤٤

د) س^{٢} − ١٢س + ٣٠

هـ) س^{٢} + ١٠س + ١٧

و) س^{٢} + ٢٢س + ١٤١

ز) س^{٢} + ٢٤س + ١٢١

ح) س^{٢} − ١٦س + ٥٧

ط) س^{٢} + ١٨س + ٩٣

ي $س^{٢} - ٢س + ١٠ = ٠$

ك $س^{٢} - ٨س - ٥ = ٠$

ل $س^{٢} + ٢٠س + ٨٣ = ٠$

٢) حلّ كل معادلة من المعادلات التربيعية الآتية بالإكمال إلى مربّع، ثم اكتب الناتج مُقرّبًا إلى أقرب منزلتَين عشريتَين:

أ $س^{٢} - ٥س - ٦ = ٠$

ب $س^{٢} - س - ٦ = ٠$

ج $س^{٢} - ٤س + ٣ = ٠$

د $س^{٢} - ٦س - ٧ = ٠$

هـ $س^{٢} - ١٦س + ٣ = ٠$

و $س^{٢} + ٧س + ١ = ٠$

ز $س^{٢} + ٩س - ١ = ٠$

ح $س^{٢} + ١١س + ٢٧ = ٠$

ط $س^{٢} - ٢س - ١٠٠ = ٠$

٣) حلّ كل معادلة من المعادلات الآتية بالإكمال إلى مربّع، ثم اكتب الناتج مُقرّبًا إلى أقرب منزلتَين عشريتَين:

أ $٢س^{٢} - ٣س - ٢ = ٠$

ب $س(س - ٤) = -٣$

ج $٣س^{٢} = ٢(٣س + ٢)$

مُساعَدة

إذا لم يكن مُعامل $س^{٢}$ مساويًا للعدد ١، فاجعله مساويًا لـ ١ عبر قسمة طرفَي المعادلة عليه.

د $٢س - ٥ = \frac{٣}{س}$

هـ $(س + ١)(س - ٧) = ٤$

و $س + ٢س^{٢} = ٨$

مُساعَدة

إذا لم تكن المعادلة في صورة $أ\ س^{٢} + ب\ س + جـ = ٠$، فاكتبها في هذه الصورة قبل البدء بحلّها.

٩-٢ الصيغة التربيعية

- الصورة العامّة للمعادلة التربيعية هي أس^{٢} + ب س + جـ = ٠
- الصيغة التربيعية هي س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$.
- تُستخدم الصيغة التربيعية عادةً عندما يصعب تحليل العبارة الجبرية إلى عوامل.

تمارين ٩-٢

مُساعَدة
يدلّ الرمز (±) في الصيغة على ضرورة إيجاد قيمتَين.

١) حلّ كل معادلة من المعادلات الآتية بالتحليل إلى عوامل، ثم باستخدام الصيغة التربيعية، لتبيّن الحصول على النواتج نفسها باستخدام الطريقتَين:

أ) س^{٢} − ١٤س + ٤٠ = ٠

ب) س^{٢} + ١٤س − ١٢٠ = ٠

ج) س^{٢} + ٥س − ٦ = ٠

د) س^{٢} − ٨س + ١٥ = ٠

هـ) س^{٢} − ٣س − ٤ = ٠

و) س^{٢} − ٤س + ٤ = ٠

ز) س^{٢} + ٤س − ١٢ = ٠

ح) س^{٢} + ١٠س + ٢٥ = ٠

ط) س^{٢} + ٢س − ٨ = ٠

٢) حلّ كل معادلة من المعادلات التربيعية الآتية باستخدام الصيغة التربيعية، واكتب الناتج مُقرّبًا إلى أقرب منزلتَين عشريتَين (انتبه إلى أن هذه المعادلات التربيعية يصعب تحليلها إلى عوامل):

أ) $س^{٢} + ٦س + ٤ = ٠$

ب) $س^{٢} + س - ٤ = ٠$

ج) $س^{٢} + ١٤س + ٤٤ = ٠$

د) $س^{٢} - ٦س - ٨ = ٠$

هـ) $س^{٢} + ١٠س + ١٧ = ٠$

و) $س^{٢} + ٧س + ١ = ٠$

ز) $س^{٢} + ٢٤س + ١٢١ = ٠$

ح) $س^{٢} + ١١س + ٢٧ = ٠$

ط) $س^{٢} + ١٨س - ٩٣ = ٠$

٣) حلّ كل معادلة من المعادلات التربيعية الآتية، واكتب الناتج مُقرّبًا إلى أقرب منزلتَين عشريتَين:

أ) $س^{٢} - ٤س - ٨ = ٠$

ب) $٦س^{٢} + ١١س - ٣٥ = ٠$

ج) $٢س^{٢} - ٣س + \frac{١}{٢} = ٠$

د) $٢س^{٢} - ٥س = ٢٥$

هـ) $٤س^{٢} - ١٣س + ٩ = ٠$

مُساعَدة

انتبه إلى مُعامِل $س^{٢}$، عندما لا يساوِي العدد ١.

و $٨س^{٢} - ٤س = ١٨$

ز $٩س^{٢} - ١ = ٦س$

ح $س(س - ١٦) + ٥٧ = ٠$

ط $٩(س + ١) = س^{٢}$

٤) عددان متتاليان ناتج ضربهما ٣٣٠٦. اكتب معادلة تربيعية تساعدك على إيجاد العددَين، ثم حلّها.

الفرق بين العددَين المتتاليَين يساوي وحدة واحدة.

٥) طابع بريدي عرضه يساوي ثلثَي طوله، وأردتَ تكبيره ليصبح لوحة فنية مساحتها ٢١٦ سم^{٢}، فكم سيكون بُعداها؟

٦) أوجد قيمة س فيما يأتي:

أ مستطيل طوله (س + ١) سم، وعرضه (س - ٤) سم، ومساحته ١٤ سم^{٢}.

ب مثلّث طول قاعدته (س + ٥) م، وارتفاعه (٤س) م، ومساحته ٤٨ م^{٢}.

٩-٣ حل المعادلات الآنيّة

- عند وجود معادلة تربيعية ومعادلة خطّية، يمكنك حلهما آنيًّا.
- جمّع المعادلتَين لتحذف ص، وأعد كتابة المعادلة الناتجة بحيث تصبح مساوية للصفر، ثم أوجد الحل.
- يمكنك حلّ المعادلة الناتجة باستخدام التحليل إلى عوامل، أو باستخدام الصيغة التربيعية.

تمارين ٩-٣

١) حلّ كل زوج من أزواج المعادلات الآتية آنيًّا:

أ ص = س^{٢} + ٥
ص = ٤س + ١٧

ب ص = س^{٢} − ٧س + ١٠
ص = ٢س − ١٠

ج ص = س^{٢} + ٥س − ٢٥
ص = ٢س + ١٥

د ص = س + ٩
ص = س^{٢} − س − ١

هـ ص = س^{٢} + ٤
ص − ٨س = ٩

و ص = ٣س + ٩٩
ص = س^{٢} + س − ١

ز ص = ٢س^{٢} + ٤س

ص = ٣ − س

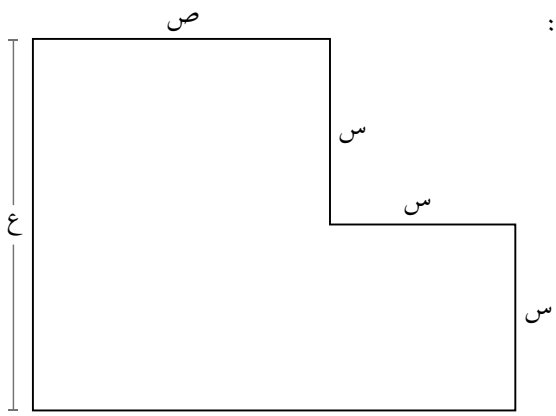
ح ص = ٧س + ٥

ص = ٦س^{٢} + ٢٠س + ١١

ط ص = ٤س^{٢}

ص = س + ٣

٢) مساحة الشكل المُجاور ١٠٥ سم^{٢}، فإذا علمت أنّ ص أكبر من س بـ ٣:



أ اكتب معادلة تمثِّل المساحة.

ب اكتب معادلة أخرى تربط بين س ، ص.

ج حلّ المعادلتَين آنيًّا.

د احسب (ع) ارتفاع الشكل.

٩-٤ رسم الدوال التربيعية

- يقسم محور التماثُل منحنى الدوال التربيعية إلى نصفَين متماثلَين.
- تُعتبَر نقطة رأس المنحنى النقطة التي يغيِّر فيها المنحنى اتِّجاهه.

- إذا كانت قيمة (أ) في الصورة العامّة للدالة التربيعية موجبة، فسوف يكون شكل المنحنى مُشابهًا 'لشكل الوادي' وتكون قيمة الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى هي القيمة الصغرى.
- إذا كانت قيمة (أ) في الصورة العامّة للدالة التربيعية سالبة، فسوف يكون شكل المنحنى مُشابهًا 'لشكل الجبل' وستكون قيمة الإحداثي الصادي لنقطة رأس المنحنى هي القيمة العظمى.
- يمكنك إيجاد إحداثيات نقطة رأس المنحنى جبريًّا بالإكمال إلى مربّع، وكتابة الدالة في صورة ص = (س + د)^{٢} + هـ. وفي هذه الصورة، يكون رأس المنحنى النقطة (−د، هـ).

تمارين ٩-٤

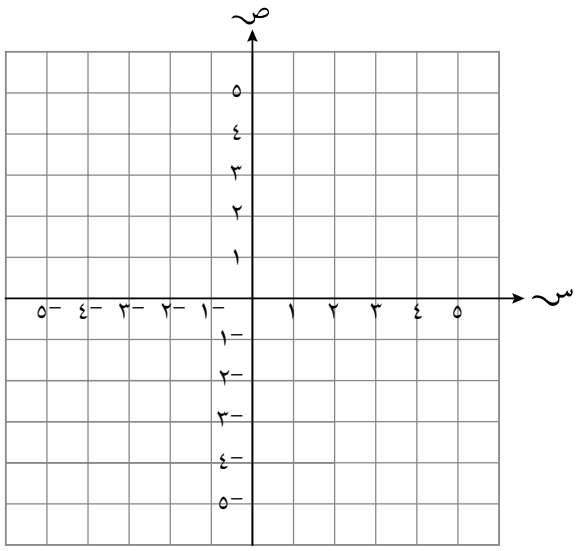
١) أ أعد كتابة ص = ٣س^{٢} + ٦س + ٣ في صورة ص = أ(س + د)^{٢} + هـ

ب أوجد إحداثيات نقطة تقاطع المنحنى مع المحور الصادي.

ج أوجد معادلة محور التماثُل وإحداثيات نقطة رأس المنحنى.

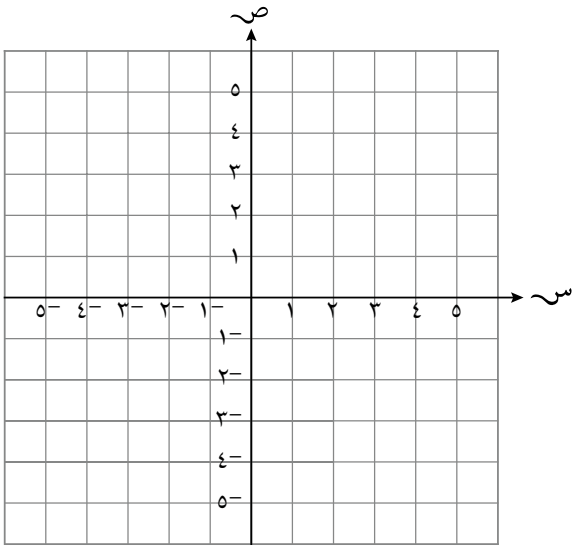
د أوجد إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى مع المحور السيني.

هـ ارسم التمثيل البياني للدالة، واذكر خصائصه الأساسية.

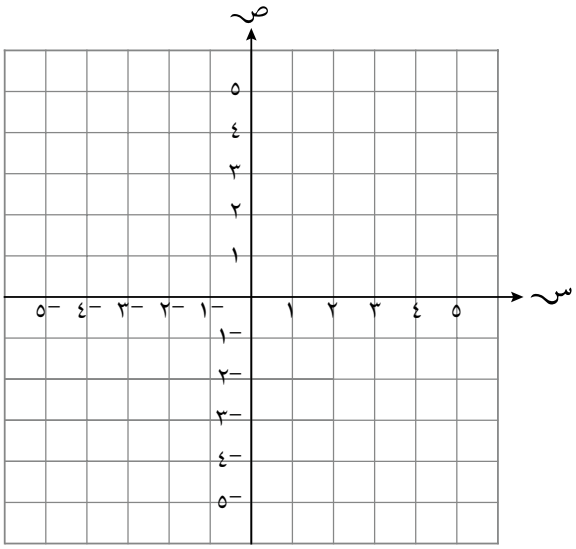


٢) ارسم التمثيل البياني لكل مما يأتي واذكر خصائصه الأساسية:

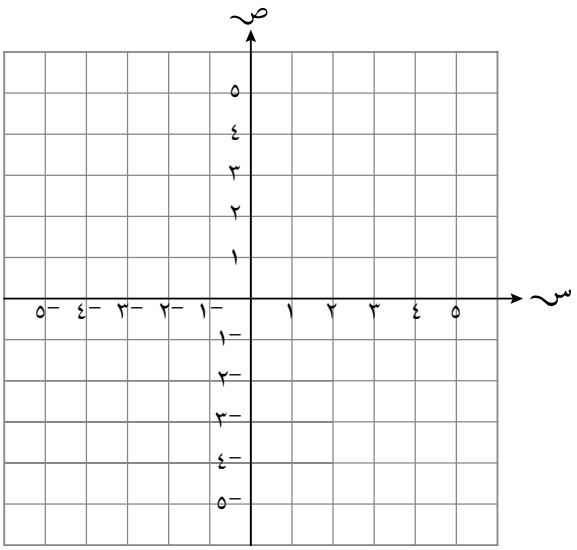
أ $ص = \frac{١}{٢}س^{٢} - \frac{١}{٢}$



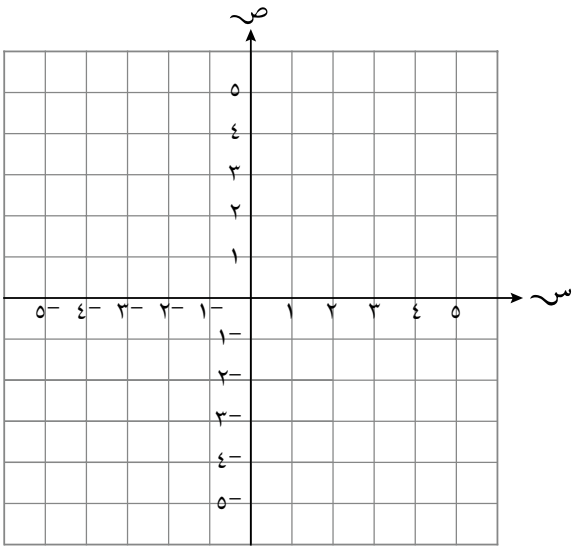
ب $ص = -٢س^{٢} + ٨$



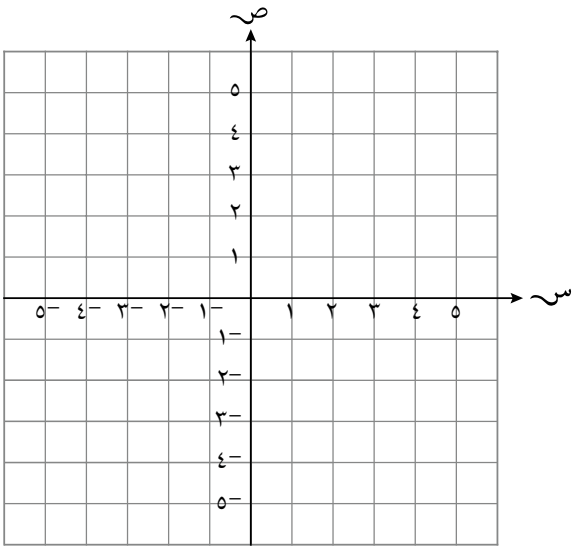
ج ص = ٢س^{٢} − ٣



د ص = $\frac{١}{٢}$س^{٢} + ٢



هـ ص = −س^{٢} + ٤س + ١



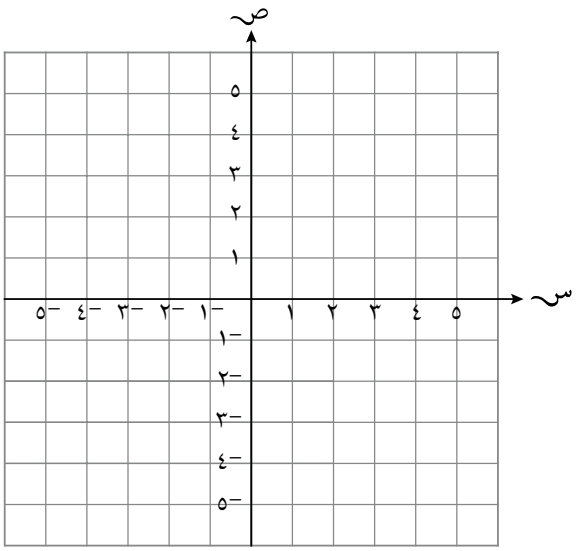
٩-٥ التمثيلات البيانية لدوال أخرى

- ينبغي أن تكون قادرًا على رسم التمثيلات البيانية للدوال التكعيبية، والدوال الأسّية، والدوال المقلوبة.
- يمتلك التمثيل البياني للدالة التي في صورة ص = $\frac{\text{أ}}{\text{س}}$، حيث (أ) عدد ثابت، خطَّيْ تقارُب: واحدًا أفقيًّا والآخر رأسيًّا، ويتكوّن هذا التمثيل البياني من جزأين منفصلَين.
- يمر التمثيل البياني للدالة الأسّية في صورة ص = أ$^{\text{س}}$ بالنقطة (٠، ١).

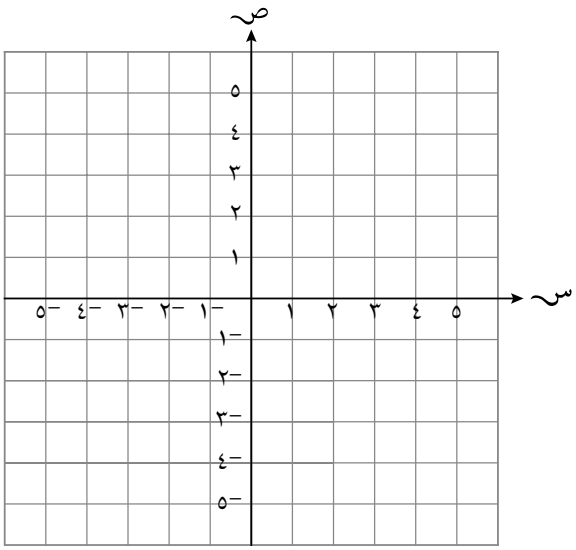
تمارين ٩-٥

١) ارسم التمثيل البياني لكل مما يأتي:

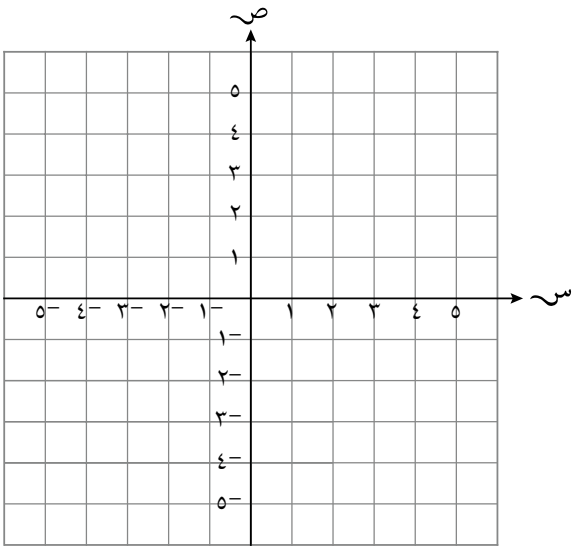
أ ص = −س + ٢



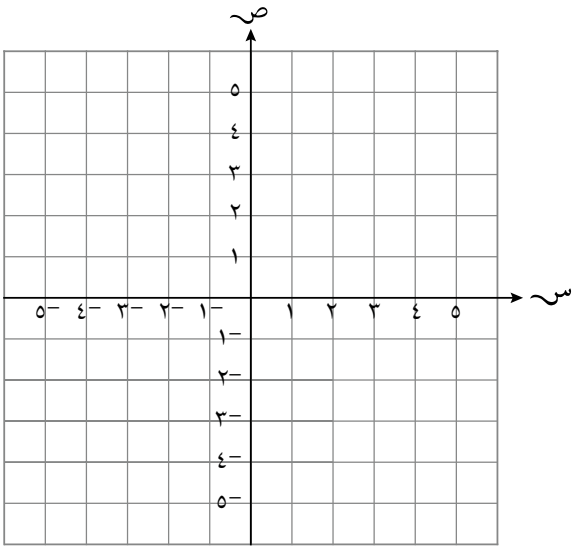
ب ص = $-\frac{٤}{\text{س}}$



ج ص = ٣^س

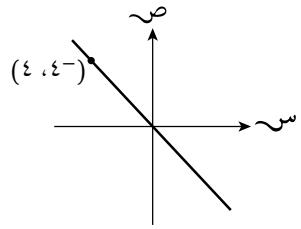


د ص = −س^٢ + ٣



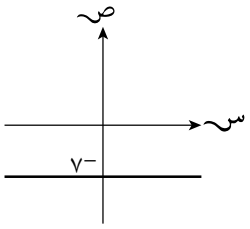
٢) اكتب الصورة العامّة لكل تمثيل من التمثيلات البيانية الآتية. استخدم أحرفًا لتمثيل القيَم الثابتة عند الضرورة.

أ



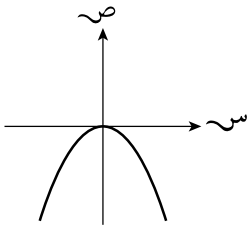
_____

ب



_____

ج



_____

تمارين مُتنوِّعة

١) حلّ كل معادلة من المعادلات الآتية:

أ) $٢د^{٢} + ٢د - ٦ = ٠$

ب) $٣س^{٢} - س - ٤ = ٠$

ج) $س^{٢} + ٢س - ١٥ = ٠$

د) $٣س^{٢} - ٥س + ٢ = ٠$

هـ) $٥س^{٢} - ٣س = -٣س^{٢} + ٥$

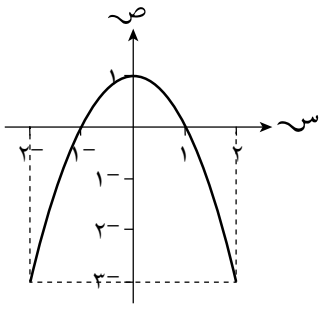
و) $٣س^{٢} + ٦س = ٦س^{٢} + ٣$

٢) استخدم الصيغة التربيعية لتجد قيَم س في كل معادلة من المعادلتَين الآتيتَين:

أ) $٥س^{٢} + ٨س - ٤ = ٠$

ب) $م س^{٢} - ن س + ر = ٠$

٣) اكتب دالة منحنى التمثيل البياني المُقابل:



الوحدة العاشرة: الاحتمال البسيط

١٠-١ مقدمة في الاحتمال

- الاحتمال هو قياس إمكانية وقوع حدث ما. يتم قياس الاحتمال بمقياس من صفر إلى ١:
  - النواتج التي احتمالها صفر هي نواتج مستحيلة.
  - النواتج التي احتمالها واحد هي نواتج مؤكدة.
  - النواتج التي احتمالها ٠,٥ أو $\frac{١}{٢}$ ، تكون إمكانية حدوثها مساويةً لإمكانية عدم حدوثها.
- يمكن إيجاد الاحتمالات بإجراء تجربة مثل رمي قطعة نقد معدنية. إذا أردت الحصول على صورة، فستكون الصورة هي الناتج الذي حصلت عليه.
- لحساب احتمال نواتج التجارب، استخدم القاعدة الآتية:

$$\text{الاحتمال التجريبي للناتج} = \frac{\text{عدد النواتج التي حصلت عليها}}{\text{عدد مرّات إجراء التجربة}}$$

- يسمّى الاحتمال التجريبي أيضًا التكرار النسبي.
- يمكنك حساب الاحتمال النظري لحدث ما دون إجراء التجارب إذا كانت كل النواتج متساوية الحدوث.

$$\text{استخدم القاعدة: ل(الحدث)} = \frac{\text{عدد النواتج التي حصلت عليها}}{\text{عدد النواتج الممكنة}}$$

عندما ترمي قطعة نقد معدنية، مثلًا، ستحصل على صورة أو كتابة (ناتجَين ممكنَين). احتمال أن يكون الناتج صورة هو ل(ص) = $\frac{١}{٢}$.

- عليك إيجاد كل النواتج قبل أن تحسب الاحتمال النظري.
- يمكن لحدث ما أن يحدث أو ألّا يحدث. حيث يمكن مثلًا الحصول على العدد ٦ عند رمي حجر نرد، أو عدم الحصول على هذا العدد.
- قد يختلف احتمال وقوع حدث ما عن عدم احتمال وقوعه، ولكن مجموع الاحتمالين يجب أن يكون العدد ١.
- إذا كان (أ) حدثًا ما، فإن (أ′) يمثل عدم وقوع الحدث أ، كما أن ل(أ′) = ١ − ل(أ).

تمارين ١٠-١

١) وضعت سلمى في علبة كرة حمراء وكرة بيضاء وكرة خضراء. ثم سحبت منها كرة عشوائيًّا، وأعادتها إلى العلبة قبل أن تسحب كرة مرة ثانية. كرّرت ذلك ٥٠ مرة. واستخدمت جدول الإشارات الآتي لتسجّل نواتج تجربتها:

حمراء	𝍸 𝍸 𝍸
بيضاء	𝍸 𝍸 𝍸 ///
خضراء	𝍸 𝍸 𝍸 //

أ احسب التكرار النسبي لسحب كل لون من الألوان الثلاثة.

_____ _____ _____

ب عبّر عن احتمال سحب كرة حمراء في صورة نسبة مئوية.

_____

ج ما مجموع التكرارات النسبية الثلاثة؟

_____

د كم يجب أن تكون احتمالاتك النظرية لسحب كل لون من الألوان الثلاثة؟

_____ _____ _____

٢) يتّصل فؤاد بكل زبون تمّت صيانة سيارته ليتأكد من أنه راضٍ عن الخدمة التي قدّمتها الشركة. يبيّن الجدول الآتي ما حدث في ٢٠٠ اتّصال أجراها فؤاد في الشهر الماضي:

النتيجة	التكرار
تكلّم مع الزبون	١٢٢
لم يُجب الزبون على الهاتف	٤٤
ترك رسالة على آلة التسجيل	٢٢
كان الهاتف مشغولًا أو خارج الخدمة	١٠
طلب الرقم الخاطئ	٢

أ احسب التكرار النسبي لكل حدث في صورة عدد عشري.

_____ _____ _____ _____ _____

ب اكتب: (مرجّح جدًّا، مرجّح، أو غير مرجّح، أو غير مرجّح جدًّا) لتصف وقوع كل ناتج من النواتج الآتية عندما يقوم فؤاد بالاتّصال:

(١) ردُّ الزبون على الاتّصال. _____

(٢) ردُّ آلة التسجيل على الاتّصال. _____

(٣) طلبُ الرقم الخاطئ. _____

٣) لدى زياد عشر بطاقات متماثلة، مرقّمة من الواحد إلى العشرة. سحب بطاقة واحدة عشوائيًّا وسجّل العدد المكتوب عليها:

أ اكتب كل النواتج الممكنة لهذا الحدث.

_____

مُساعَدة
من المفيد أن تكتب النواتج الممكنة في قائمة لكي تعرف العدد الذي ستعوّضه في القاعدة.

ب احسب احتمال أن يسحب زياد بطاقة مكتوبًا عليها:

(١) العدد خمسة _____ (٢) أي عدد من الأعداد العشرة _____

(٣) عدد من مضاعفات العدد ثلاثة _____ (٤) عدد < ٤ _____

(٥) عدد < ٥ _____ (٦) عدد < ٦ _____

(٧) مربّع كامل _____ (٨) عدد < ١٠ _____

(٩) عدد > ١٠ _____

٤) وُضع على إحدى الطاولات خمسة فناجين من القهوة. يحتوي فنجانان منها على سكَّر.

أ ما احتمال أن تختار فنجان قهوة يحتوي على سكّر؟

_____

ب أيّ اختيار هو الأكثر ترجيحًا؟ لماذا؟

_____

٥) لدى مالك أربع بطاقات مرقّمة من واحد إلى أربعة. سحب بطاقة واحدة وسجّل العدد المكتوب عليها. احسب احتمال أن يسحب بطاقة مكتوبًا عليها عدد:

أ من مضاعفات العدد ثلاثة _____

ب من مضاعفات العدد اثنَين _____

ج من عوامل العدد ثلاثة _____

٦) في مباراة لصيد السمك، وضع منظّم المباراة في سدّ صغير ٤٥ سمكة بياح، و٣٠ سمكة هامور، و١٥ سمكة عومة. ما احتمال أن يصيد الصيّاد سمكة:

أ هامور؟ _____

ب بياح؟ _____

ج عومة؟ _____

٧) قرص دوّار مقسّم إلى ٢٠ قسمًا متساويًا ومرقّمًا من ١ إلى ٢٠؛ تم رمي السهم مرة واحدة على القرص. إذا كانت احتمالات وقوع السهم في أي قسم من هذه الأقسام متساوية، فاحسب احتمال أن يصيب السهم:

أ ل(عدد < ٨) _____ ب ل(عدد فردي) _____ ج ل(عدد أوّلي) _____

د ل(مضاعف العدد ٣) _____ هـ ل(مضاعف العدد ٥) _____

٨) تحتوي إحدى المدارس على ٤٠ غرفة مرقّمة من ١ إلى ٤٠؛ ما احتمال اختيار غرفة يتضمّن ترقيمها الرقم ١؟

_____

٩) احتمال أن يكون السائق يقود سيارته بسرعة على طول الطريق يساوي ٠,٢٧؛ ما احتمال ألّا يقود السائق سيارته بسرعة؟

_____

١٠) احتمال سحب كرة خضراء في إحدى التجارب يساوي $\frac{٣}{٨}$؛ ما احتمال سحب كرة غير خضراء؟

_____

١١) وُضع في أحد الصناديق ٣٠٠ قطعة حلوى بخمس نكهات مختلفة. يبيّن الجدول الآتي احتمال اختيار بعض النكهات:

النكهة	كرز	فراولة	ليمون	توت	تفاح
ل(النكهة)	٠,٢١	٠,٢٢	٠,١٨	٠,٢٣	

أ احسب ل(تفّاح). _____

ب احسب ل(ليس التفّاح). _____

ج احسب ل(ليس الليمون وليس الفراولة). _____

د أوجد عدد قطع الحلوى من كل نكهة من النكهات الخمس.

_____ _____ _____ _____ _____ _____

١٢) يتضمّن أحد المُنتجعات الصيفيّة خمسة أندية للتسلية. يبيّن الجدول الآتي احتمال اختيار الطلاب لكلّ نادٍ:

النادي	الحاسوب	الحدادة	النجارة	الموسيقى	الشطرنج
ل(النادي)	٠,٥٧	٠,٢	٠,٢	٠,٠٢	٠,٠١

أ احسب ل(غير الحدادة وغير النجارة). _____

ب احسب ل(غير الشطرنج وغير الموسيقى). _____

ج إذا أراد ٥٥ طالبًا الانتساب إلى النوادي، فكم طالبًا تتوقّع أن يختاروا الحدادة؟ _____

د إذا اختار أربعة طلاب نادي الموسيقى، فكم يكون عدد الطلاب الذين اختاروا نادي الحاسوب؟

_____

_____

١٠-٢ مخطّط الفضاء الاحتمالي

- تُسمّى مجموعة جميع النواتج الممكنة الفضاء الاحتمالي للحدث.
- يمكن استخدام مخطّطات الفضاء الاحتمالي لعرض كل النواتج بوضوح.
- عند التعامُل مع الأحداث المركّبة، من الأسهل إيجاد الاحتمال بعد تمثيل فضاء العيّنة في مخطّط، حيث مخطّطات الفضاء الاحتمالي تمثل إحداها.

تمارين ١٠-٢

١) أ ارسم مخطّط الفضاء الاحتمالي الذي يعرض كل النواتج الممكنة عند رمي قطعتَي نقود معدنيتَين بنفس الوقت.

مُساعَدة
فكّر في مخطّط فضاء العيّنة على أنه خريطة كل النواتج الممكنة في تجربة ما.

ب استخدم مخطّط الفضاء الاحتمالي أعلاه للإجابة عن الأسئلة الآتية:

(١) أوجد ل(على الأقلّ الحصول على كتابة واحدة). _____

(٢) احسب ل(عدم الحصول على أيّ كتابة). _____

٢) لدى جمال ثلاث بطاقات خضراء مرقّمة من واحد إلى ثلاثة، وثلاث بطاقات صفراء مرقّمة أيضًا من واحد إلى ثلاثة:

أ ارسم مخطّط الفضاء الاحتمالي الذي يعرض كل النواتج الممكنة عند اختيار بطاقة واحدة خضراء وبطاقة واحدة صفراء عشوائيًّا.

سابقًا
مخطّطات الشجرة هي أيضًا مخطّطات لفضاء العيّنة. سيتم التعامُل مع مخططات الشجرة في الوحدة ١٢

ب ما عدد النواتج الممكنة؟ _____

ج ما احتمال الحصول على بطاقتَين تحملان نفس العدد؟ _____

د ما احتمال الحصول على ناتج أصغر من ٤ إذا تم جمع العددَين المكتوبَين على البطاقتَين؟ _____

٣) خلال النزهة المدرسية، يمكن للطلاب اختيار نوع واحد من المشروبات، ونوع واحد من الوجبات الخفيفة من القائمة الآتية:

المشروبات: مشروب غازي، عصير فواكه، ماء

الوجبات الخفيفة: بسكويت، كعك، فطائر

أ ارسم مخطّط الفضاء الاحتمالي الذي يعرض كل الاختيارات التي يمكن لأحد الطلاب أن يختارها.

ب ما احتمال أن يختار الطالب مشروبًا غازيًّا وبسكويتًا؟ _____

ج ما احتمال أن يكون المشروب الذي اختاره الطالب غير الماء؟ _____

١٠-٣ تجميع الأحداث المستقلّة والمتنافية

- عندما لا يؤثّر الناتج في تجربة ما على الناتج الآتي، نقول: إنّ الحدثَين مستقلاّن.
  - يُعدّ سحب بطاقة من علبة عشوائيًّا وإعادتها إلى العلبة، ثم سحب بطاقة أخرى من العلبة، مثالًا على على الأحداث المستقلة. وسبب ذلك أنّ إعادة البطاقة إلى العلبة جعل التجربة الأولى لا تؤثّر على التجربة الثانية.
- إذا كان الحدثان أ، ب مستقلَّين، فإن: ل(وقوع أ، ثم وقوع ب) = ل(أ) × ل(ب) أو ل(أ و ب) = ل(أ) × ل(ب).
- لا يمكن للحدثَين المتنافيَين أن يقعا في نفس الوقت.
  - مثلًا: عند رمي حجر نرد، لا يمكن الحصول على عدد فردي وعدد زوجي في نفس الوقت.
- إذا كان الحدثان أ، ب متنافيَين، فإن: ل(أ أو ب) = ل(أ) + ل(ب).
- عندما يؤثّر ناتج الحدث الأول على ناتج الحدث الآتي، نقول: إنّ الحدثَين غير مستقلّين.
  - مثلًا: إذا كانت لديك علبة تحتوي على بطاقتَين بلون أحمر وثلاث بطاقات بيضاء، وسحبت بطاقة دون إعادتها إلى العلبة ثم سحبت بطاقة ثانية، فإن احتمال سحب بطاقة حمراء أو بيضاء في التجربة الثانية سوف يعتمد على ما سحبته في التجربة الأولى. يمكنك إيجاد ل(أ، ثم ب) بحساب ل(أ) × ل(ب بمعلومية أن أ وقع سابقًا).

تمارين ١٠-٣

١) يريد نبيل أن يختار عشوائيًّا حرف علّة وحرفًا صحيحًا من اسم 'ولاية الجازر':

أ ارسم مخطّط الفضاء الاحتمالي الذي يعرض كل الاختيارات المتاحة أمام نبيل.

ب احسب ل('ي' و 'ز'). _____

ج احسب ل("'ر' أو 'ج'" و 'أ'). _____

د احسب ل('ليس ج' و 'أ'). _____

٢) تحتوي علبة على ثلاث بطاقات حمراء وأربع بطاقات خضراء وبطاقتين صفراوَين وبطاقة بيضاء. تم سحب بطاقتين من العلبة عشوائيًّا، بطاقة تلو الأخرى، دون إعادة البطاقة الأولى إلى الصندوق.

احسب:

أ ل(بطاقتان حمراوان). _____

ب ل(بطاقتان خضراوان). _____

ج ل(بطاقتان صفراوان). _____

د ل(بطاقة بيضاء، ثم بطاقة حمراء). _____

هـ ل(بطاقة بيضاء أو بطاقة صفراء، بأي ترتيب ومن لونين مختلفين). _____

و ل(بطاقة بيضاء أو بطاقة حمراء، بأي ترتيب ومن لونين مختلفين). _____

ز ما احتمال سحب بطاقة بيضاء أو صفراء أوّلًا، ثم بطاقة من أي لون ثانيًا؟ _____

٣) لدى مريم حقيبة تحتوي على ١٨ قطعة حلوى: ١٠ قطع بنكهة التفّاح، و٨ قطع بنكهة التوت. اختارت مريم قطعة حلوى عشوائيًّا وأكلتها، ثم اختارت قطعة حلوى أخرى عشوائيًّا. احسب احتمال أن تكون:

أ قطعتا الحلوى بنكهة التفّاح. _____

ب قطعتا الحلوى بنكهة التوت. _____

ج القطعة الأولى بنكهة التفّاح والقطعة الثانية بنكهة التوت. _____

د القطعة الأولى بنكهة التوت والقطعة الثانية بنكهة التفّاح. _____

هـ يجب أن يكون مجموع النواتج في الجزئيات (أ)، (ب)، (ج)، (د) مساويًا للعدد ١. وضّح سبب ذلك.

_____

_____

تمارين مُتنوِّعة

١) رُميت قطعة نقد معدنية عدّة مرات فأعطت النواتج الآتية:

صورة: ٤٠٨٣ كتابة: ٥٩١٧

أ) كم مرّة رُميت قطعة النقد؟ _____

ب) احسب التكرار النسبي لكل ناتج.

_____

ج) ما احتمال الحصول على صورة في الرمية الآتية؟ _____

د) تعتقد سارة أن النواتج تبيّن أن قطعة النقد غير منتظمة. هل ما تعتقده سارة صحيح؟ فسّر إجابتك.

_____

_____

٢) يحتوي صندوق على ١٠ كرات حمراء، و٨ كرات خضرا، وكرتَين بلون أبيض. فرض سحب الكرات متساوية. احسب احتمال:

أ) اختيار كرة حمراء. _____

ب) اختيار كرة خضراء. _____

ج) اختيار كرة بيضاء. _____

د) اختيار كرة زرقاء. _____

هـ) اختيار كرة حمراء أو كرة خضراء. _____

و) عدم اختيار كرة بيضاء. _____

ز) اختيار كرة غير حمراء. _____

٣) رُمي حجرا نرد منتظمان لكل منهما ٦ أوجه، وسُجِّل مجموع الرقمَين الظاهرَين على الحجرَين:

أ) احسب ل(١٢). _____

ب) أي مجموع له أكبر احتمال؟ ما هو هذا الاحتمال؟

_____

ج) احسب ل(عدد غير زوجي). _____

د) احسب ل(المجموع < ٥). _____

٤) سحب كل من سلمان وأحمد ورقة نقدية من جيبه عشوائيًّا، وجمعا المبلغَين. إذا علمت أن في جيب سلمان ثلاث أوراق نقدية من فئة ١ ريال عماني، وورقتَين من فئة ٥٠٠ بيسة، وورقة واحدة من فئة ٥ ريالات عمانية، وورقتَين من فئة ١٠٠ بيسة. وأن في جيب أحمد أربع أوراق نقدية من فئة ٥ ريالات عمانية، وورقة واحدة من فئة ١ ريال عماني، وورقتَين من فئة ٥٠٠ بيسة:

أ ارسم مخطّط الفضاء الاحتمالي الذي يعرض كل النواتج الممكنة الناتجة من جمع المبلغَين.

ب ما احتمال أن يكون مجموع المبلغَين ٦ ريالات عمانية؟ _____

ج ما احتمال أن يكون مجموع المبلغَين أقل من ٢ ريال عماني؟ _____

د ما احتمال أن يكون مجموع المبلغَين ٥ ريالات عمانية أو أكثر؟ _____

٥) رُمي حجر نرد منتظم له ٦ أوجه ثلاث مرات، وكُتبت الأرقام الثلاثة الظاهرة. ما احتمال أن تكون الأرقام الثلاثة كلها أوّلية؟

_____

٦) يضع باسم جواربه في الدرج بطريقة عشوائية. لديه ستة أزواج سوداء، وأربعة أزواج بيضاء، وزوجان رماديّان. سحب باسم زوجين من الجوارب من درجه عشوائيًّا. ما احتمال أن يسحب باسم زوجَين من الجوارب من نفس اللون؟

_____

الوحدة الحادية عشرة: المثلّث القائم الزاوية

١١-١ نظرية فيثاغورث

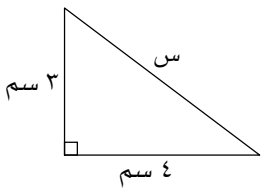
- في المثلّث قائم الزاوية، يكون مربّع طول الوتر (الضلع الأطول) مساويًا لمجموع مربّعَي طولي الضلعَين الآخرَين. يمكن التعبير عن ذلك في صورة جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}؛ حيث جـ طول الوتر، و أ، ب طولا الضلعَين الآخرَين.
- إذا كان جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}، فإن المثلّث يكون قائم الزاوية.
- لإيجاد طول الضلع المجهول في المثلّث قائم الزاوية، عليك معرفة طولَي الضلعَين الآخرَين، ثم التعويض بقيمتي الطولين في نظرية فيثاغورث لإيجاد الطول المجهول.
- يمكنك استخدام نظرية فيثاغورث لإيجاد المسافة بين نقطتَين.
- لاحظ الأمر الآتي: عندما يكون السؤال عن المسافة بين النقطة والمستقيم، يكون المقصود المسافة الأقصر بينهما؛ أي طول العمود من النقطة على المستقيم.

تمارين ١١-١

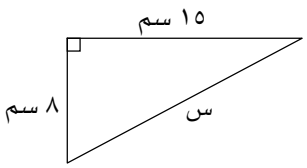
١) احسب طول الضلع المجهول في كل مثلّث من المثلّثات الآتية:

مُساعَدة
الوتر هو الضلع الأطول، وهو الضلع المُقابل للزاوية القائمة.

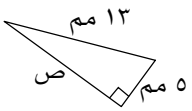
أ



ب



ج

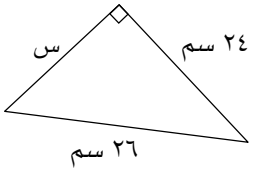


_____ _____ _____

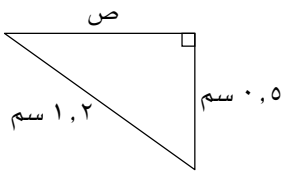
_____ _____ _____

_____ _____ _____

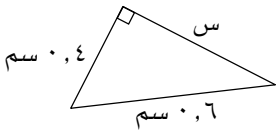
د



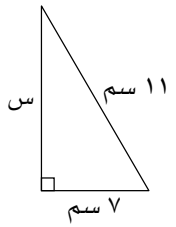
هـ



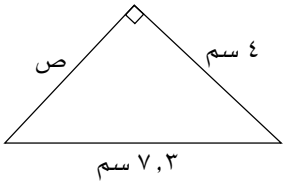
و



ز

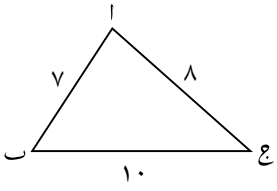


ح

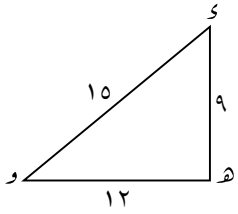


٢) حدّد ما إذا كان كل مثلّث من المثلّثات الآتية قائم الزاوية أم لا. كلّ الأطوال مُعطاة بالسنتيمتر:

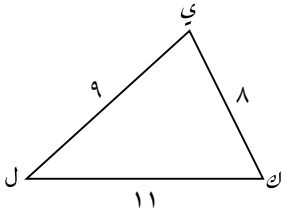
أ



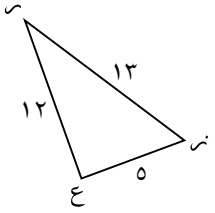
ب



ج



د



١١-٢ تطبيقات على نظرية فيثاغورث

تمارين ١١-٢

١) مستطيل طوله ١٦ مم، وعرضه ١٢ مم. احسب طول أحد قطرَيه.

مُساعَدة
في المسائلِ اللفظية، ارسم تمثيلًا للموقف، واكتب على الرسم أطوال الأضلاع المعلومة وعوّض عن الأطوال المجهولة بأحرف.

٢) تُقاس شاشة الحاسوب بطول قطرها. اشترى نبيل شاشة حاسوب قياسها (طول قطرها) ٥٥ سم، وارتفاعها ٣٣ سم. ما طول قاعدتها؟

٣) مثلّث متطابق الأضلاع، طول ضلعه ١٠٠ مم. احسب ارتفاعه، ثم أوجد مساحته.

٤) سارية علم رأسية ارتفاعها ١٢ م. ثُبّتت في الأرض باستخدام حبلَين، رُبطا بالقسم الأعلى من السارية وثُبِّتا بالأرض. ثُبّت الحبل الأوّل على بُعد ٥ م من قاعدتها، وثُبّت الحبل الثاني على بُعد ٩ م من قاعدتها. احسب طول كل من الحبلَين.

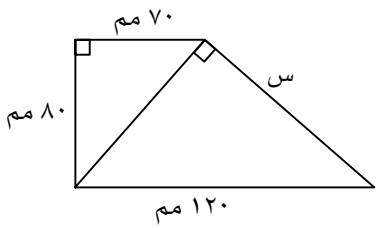
٥) لدى سيف سلّم ارتفاعه ٢,٥ م يستخدمه لكي يصل إلى رفوف مثبتة بجدران مركزه التجاري. يريد سيف الوصول إلى رف يرتفع ٢,٤ م عن سطح الأرض. أين سيضع أسفل السلم بحيث يبعد أبعد مسافة عن أسفل الجدار؟

٦) أوجد طول الضلع المشار إليه بحرف في كل شكل من الأشكال الآتية:

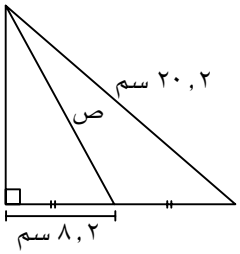
مُساعَدة

إذا حصلت على عدد غير نسبي في الناتج، فقرّبه إلى عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية، إلا إذا طُلب منك شيء آخر.

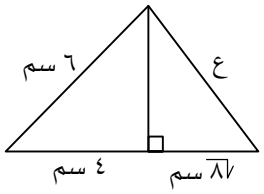
أ



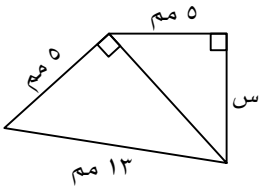
ب



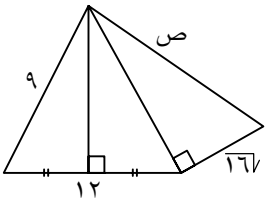
ج



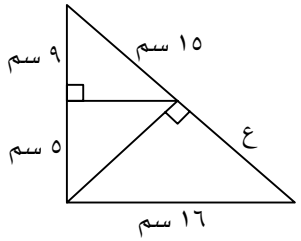
د



هـ



و



٧) أوجد طول القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتَين في كل زوج من أزواج النقاط الآتية:

أ (−٢، −٢) ، (٢، ٢)

ب (−٣، −١)، (٠، ٢)

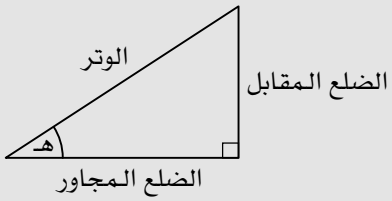
ج (−٤، ٥)، (٠، ١)

د (٢، ٤)، (٨، ١٦)

هـ (−١، −٣) ، (٢، −٣)

و (−٢، ٠)، (٤، ٣)

١١-٣ النسب المثلثية



- الوتر هو الضلع الأطول في المثلّث قائم الزاوية.
- الضلع المقابل هو الضلع الذي يقابل زاوية ما.
- الضلع المجاور هو أحد ضلعي الزاوية غير الوتر.
- نسبة ظل الزاوية هي $\frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الضلع المجاور}}$ لزاوية معيّنة.

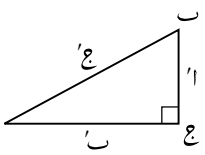
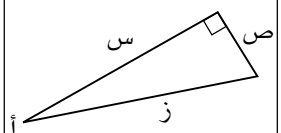
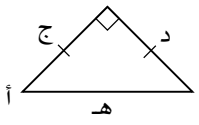
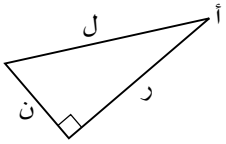
$$\text{ظا (هـ)} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية (هـ)}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية (هـ)}}$$

طول الضلع المقابل للزاوية (هـ) = طول الضلع المجاور للزاوية (هـ) × ظا (هـ)

$$\text{طول الضلع المجاور للزاوية (هـ)} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية (هـ)}}{\text{ظا (هـ)}}$$

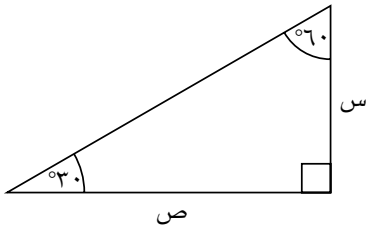
تمارين ١١-٣-أ

١) أكمل الجدول الآتي:

	أ	ب	ج	د
				
الوتر				
طول الضلع المقابل للزاوية (ا)				
طول الضلع المجاور للزاوية (ا)				

٢) أكمل الجمل الواردة إلى جانب كل مثلث:

أ



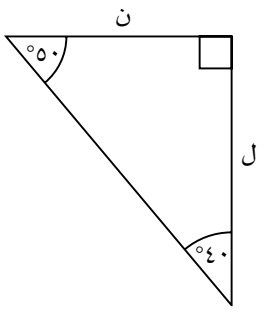
طول الضلع المقابل للزاوية (٣٠°) = _____

طول الضلع المجاور للزاوية (٦٠°) = _____

_____ = ص

تذكّر أنّك عند التعامُل مع المثلّث قائم الزاوية، قد تحتاج إلى استخدام نظرية فيثاغورث.

ب



ل = (٤٠°) _____

ل = (٥٠°) _____

ن = (٤٠°) _____

تمارين ١١-٣-ب

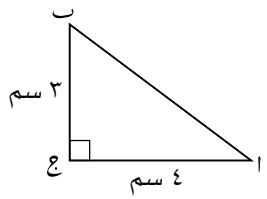
١) احسب قيمة كلٍّ مما يأتي باستخدام الآلة الحاسبة، مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين:

أ ظا (٣٣°) _____ ب ظا (٥٥°) _____ ج ظا (٧٩°) _____

د ظا (٢٢,٥°) _____ هـ ظا (٠°) _____

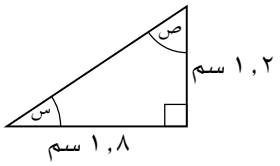
٢) في كل مثلّث من المثلّثات الآتية، أكمل كل جملة واكتب الناتج على صورة كسر في أبسط صورة:

أ



ظا (ا) = _____

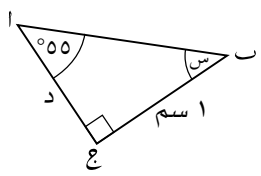
ب



ظا (س) = _____

ظا (ص) = _____

ج

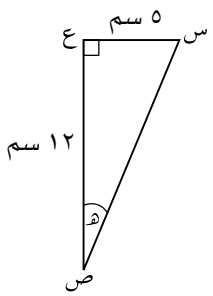


ظا (٥٥°) _____

س = _____

ظا (س) = _____

د

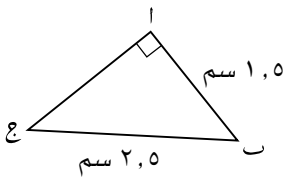


ظا (هـ) = _____

قياس الزاوية (س) = _____

ظا (س) = _____

هـ



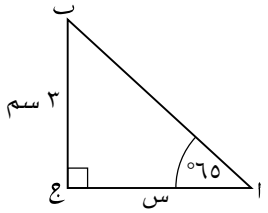
ا ع = _____

ظا (ب) = _____

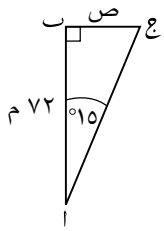
ظا (ع) = _____

٣) احسب الطول المجهول في كل مثلث من المثلثات الآتية، مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين:

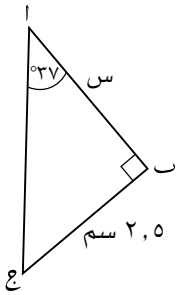
أ



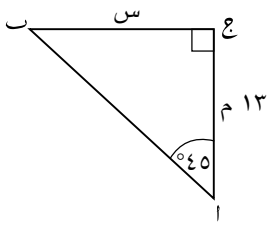
ب



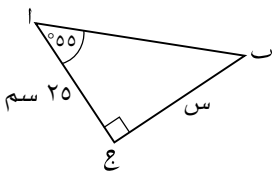
ج



د



هـ



تمارين ١١-٣-ج

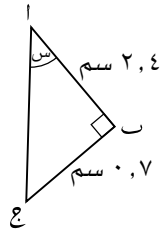
١) في كل حالة من الحالات الآتية، أوجد قياس الزاوية الحادة (مُقرّبًا إلى أقرب منزلة عشرية) التي نسبة ظلّها تساوي:

أ ٠,٥ _____ **ب** ٠,٨٦٦ _____ **ج** ١,٢٥ _____ **د** ١٢ _____

هـ $\frac{١}{٤}$ _____ **و** $\frac{١٣}{١٥}$ _____ **ز** $٥\frac{١}{٢}$ _____ **ح** $\frac{٦١}{٦٣}$ _____

٢) أوجد قياس الزاوية المشار إليها بحرف في كل مثلّث من المثلّثات الآتية مُقرّبًا الناتج إلى أقرب درجة:

أ

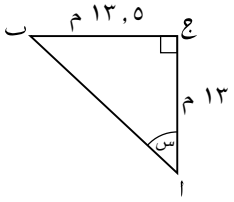


_____

_____

_____

ب

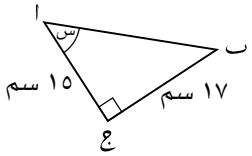


_____

_____

_____

ج

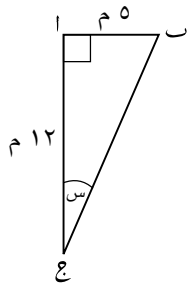


_____

_____

_____

د

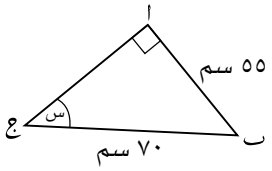


_____

_____

_____

هـ

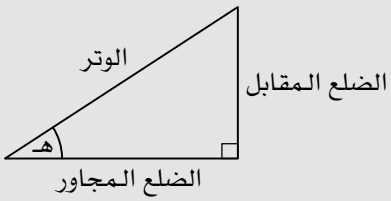


_____

_____

_____

١١-٣-د فهم نسبة جيب الزاوية وجيب تمام الزاوية



- نسبة الجيب = $\frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{الوتر}}$ لزاوية معيّنة.

جا (هـ) = $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية (هـ)}}{\text{الوتر}}$ ، طول الضلع المقابل للزاوية (هـ) = الوتر × جا (هـ)،

الوتر = $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية (هـ)}}{\text{جا (هـ)}}$

- نسبة جيب التمام = $\frac{\text{طول الضلع المجاور}}{\text{الوتر}}$ لزاوية معيّنة.

جتا (هـ) = $\frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية (هـ)}}{\text{الوتر}}$ ، طول الضلع المجاور للزاوية (هـ) = الوتر × جتا (هـ)،

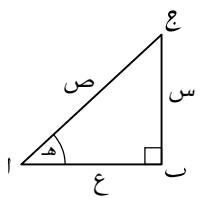
الوتر = $\frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية (هـ)}}{\text{جتا (هـ)}}$

تمارين ١١-٣-د

١) لكل مثلّث من المثلّثات الآتية، أوجد:

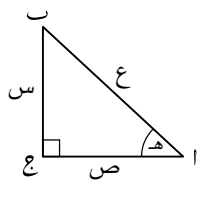
(١) الوتر (٢) طول الضلع المقابل للزاوية (هـ) (٣) جتا (هـ)

أ



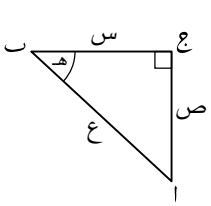
_____ _____ _____

ب



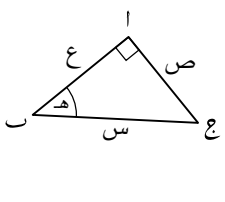
_____ _____ _____

ج



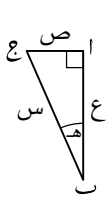
_____ _____ _____

د



_____ _____ _____

هـ

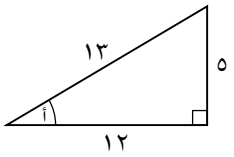


_____ _____ _____

٢) لكل مثلّث من المثلّثات الآتية، اكتب قيمة كل من:

(١) جيب الزاوية المشار إليها بحرف (٢) جيب تمام الزاوية المشار إليها بحرف (٣) ظل الزاوية المشار إليها بحرف

أ

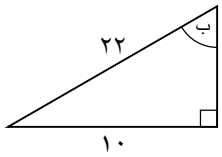


_____

_____

_____

ب

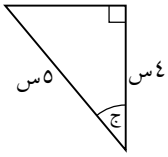


_____

_____

_____

ج

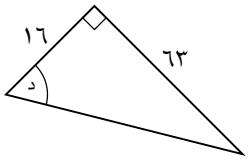


_____

_____

_____

د

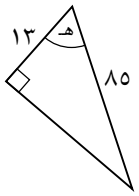


_____

_____

_____

هـ



_____

_____

_____

٣) استخدم الآلة الحاسبة لتجد ناتج كلٍّ مما يأتي مقرّبًا إلى أقرب درجة:

أ زاوية حادّة جيبها ٠,٧٠٧ _____

ب زاوية حادّة جيب تمامها ٠,٤٣٨ _____

ج زاوية حادّة جيب تمامها ٠,٥٥ _____

د زاوية حادّة جيبها $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ _____

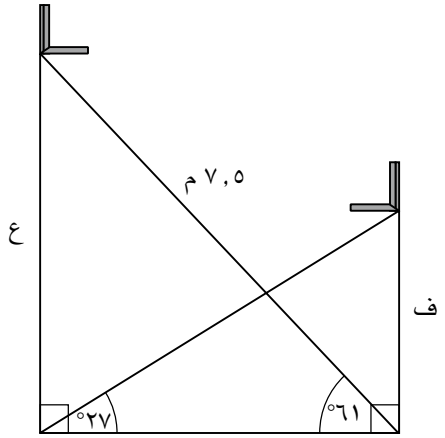
هـ زاوية حادّة جيبها $\frac{١}{٢}$ _____

و زاوية حادّة ظلّها ٠,٥ _____

١١-٤ حل مسائل باستخدام حساب المثلّثات

تمارين ١١-٤

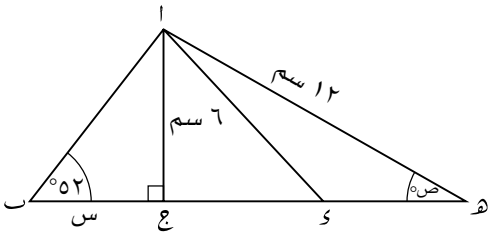
١) يبيّن المخطّط أدناه سلّمين موضوعَين على حائطَين، كل منهما يصل إلى حافة نافذة عند ضلعَيهما المتقابلَين: طول السلّم الأول يساوي ضعف طول السلّم الثاني، ويصل إلى الارتفاع (ع)، في حين أن السلّم القصير يصل إلى الارتفاع (ف). إذا كان طول السلّم الطويل ٧,٥ م، وكانت زاويتا انحدار السلّمَين مُبيّنتَين في المخطّط، فكم يزيد ارتفاع حافة إحدى النافذتَين عن حافة النافذة الثانية؟



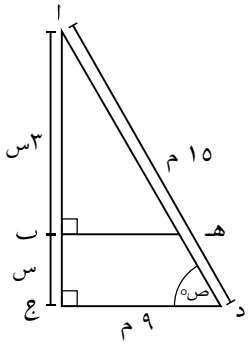
٢) في كل رسم من الرسومات الآتية، أوجد طول الضلع المجهول المشار إليه بالحرف س (مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين) وقياس الزاوية المشار إليها بالحرف ص (مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية):

مُساعَدة
تذكّر أن تقرِّب الناتج فقط في الخطوة الأخيرة.

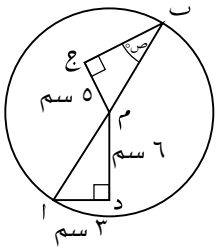
أ



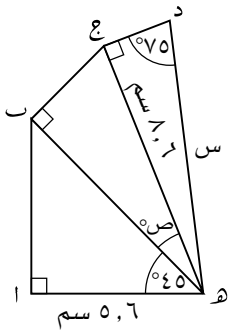
ب



ج



د



١١-٥ زاوية الاتّجاه من الشمال

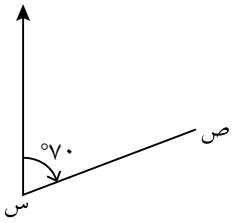
- زاوية الاتّجاه من الشمال هي طريقة لوصف الاتّجاه.
- تُقاس زاوية الاتّجاه مع اتّجاه عقارب الساعة شمالًا.
- دائمًا يتم التعبير عن قياس زاوية الاتّجاه من الشمال باستخدام ثلاثة أرقام.

تمارين ١١-٥

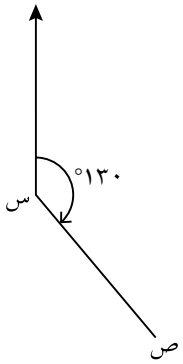
١) أوجد زاوية الاتّجاه من الشمال المناظرة لِـ:

أ الشرق _____ ب جنوب غرب _____ ج شمال غرب _____

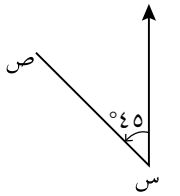
٢) في كل حالة من الحالات الآتية، اكتب قياس زاوية الاتّجاه لِـ س من ص:

أ


_____

ب


_____

ج


_____

٣) تقع المدينة (أ) على مسافة ٧,٥ كم إلى الشرق من المدينة (ب)، وعلى مسافة ٨ كم إلى الشمال من المدينة (ب). أوجد:

أ زاوية اتّجاه المدينة (ب) من المدينة (أ).

_____

_____

_____

ب المسافة المباشرة بين المدينة (ب) والمدينة (أ).

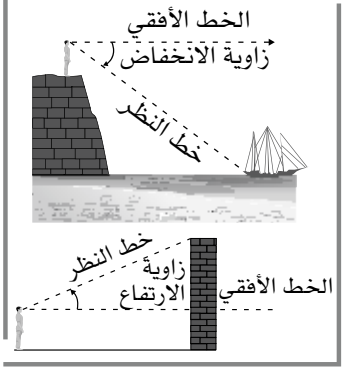
٦-١١ زاوية الارتفاع وزاوية الانخفاض

تمارين ٦-١١

١) خلال وقت محدّد من النهار، يبلغ طول ظل إسماعيل ٠,٧٥ م. فإذا كان قياس زاوية الارتفاع من نهاية ظلّه إلى أعلى رأسه يساوي ٦٦°، فما طول إسماعيل؟

مُساعَدة

تأكد من معرفة الآتي:



٢) يرتفع خط النظر لدى سارة مسافة ١,٥ م عن سطح الأرض. تنظر سارة إلى أعلى شجرة تبعد مسافة ٢٣,٥ م عنها.

أ إذا كان ارتفاع الشجرة ١٥ م، فما قياس زاوية الارتفاع التي تنظر سارة من خلالها (مُقرّبًا إلى أقرب درجة)؟

ب يقف عصفور أعلى الشجرة. احسب قياس زاوية الانخفاض بين العصفور وقدَمَيْ سارة (مُقرّبًا إلى أقرب درجة).

تمارين مُتنوِّعة

١) يريد أحمد تحديد ملعب رياضي عرضه ٥٠ م وطوله ١٢٠ م. للتحقّق من أن الملعب مستطيل، يحتاج إلى معرفة طول كل قطر من قطرَي الملعب.

أ ارسم رسمًا يمثّل الملعب.

ب احسب الطولَين المطلوبَين.

٢) في المثلّث اب ع، $\overline{\text{اب}}$ = ١٠ سم، $\overline{\text{ب ع}}$ = ٨ سم، $\overline{\text{ا ع}}$ = ٦ سم. حدّد ما إذا كان المثلّث قائم الزاوية أم لا، وفسّر إجابتك.

٣) أوجد طول القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتَين في كل زوج من أزواج النقاط الآتية:

أ (−١، ٥) ، (٢، ٨)

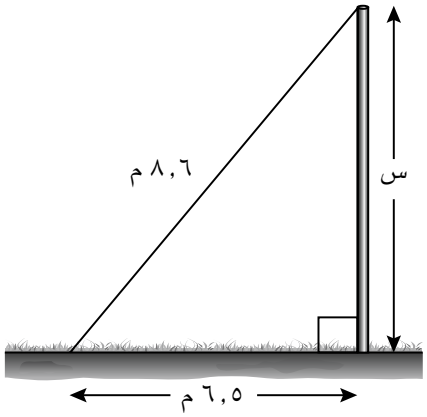
ب (−١، ٣) ، (١، ٧)

ج (٠، ٤) ، (٢، ٢)

د (−٢، ٥) ، (١، ١)

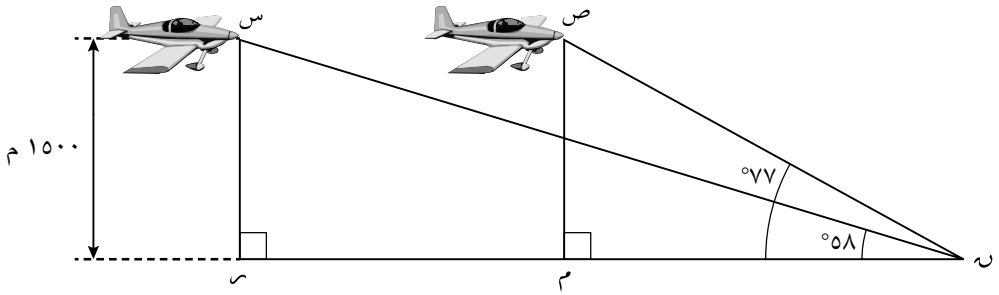
هـ (−١,٥، −١,٥) ، (−١,٥، ٢)

٤) يُستخدم سلك معدني طوله ٨,٦ م لتأمين سارية ارتفاعها س م. تم توصيل السلك بأعلى السارية وثُبّت في الأرض على بُعد ٦,٥ م من قاعدة السارية. ما ارتفاع السارية؟ قرِّب الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين.



٥) يقف رجل عند نقطة مراقبة ترتفع مسافة ٢٥ م عن سطح البحر. رأى سمكة قرش في الماء بزاوية انخفاض قياسها ٥٠°. إذا كان أحد السبّاحين يسبح في الماء على مسافة ٥ م من أسفل نقطة المراقبة، فما المسافة بين السبّاح وسمكة القرش؟

٦) يبيّن المخطّط أدناه طائرتَين: س ، ص تُحلّقان متلاحقتَين، على ارتفاع ١٥٠٠ م فوق سطح الأرض. فإذا كانت ر، م، ن نقاطًا على الأرض، وكان قياس زاوية ارتفاع الطائرة س من النقطة ن يساوي ٥٨° وقياس زاوية ارتفاع الطائرة ص من النقطة ن يساوي ٧٧°، فما المسافة بين الطائرتَين (س ، ص)؟ اعرض عملك، وقرّب الناتج إلى أقرب متر.



الوحدة الثانية عشرة: الاحتمالات ومخطّط الشجرة ومخطّط ڤن

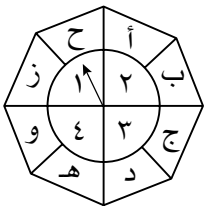
١-١٢ مخطط الشجرة لتمثيل النواتج الممكنة للحدث

- يعرض مخطّط الشجرة كل النواتج الممكنة للأحداث المُركّبة.
- تمثّل كل قطعة مستقيمة، أو فرع في الشجرة ناتجًا من نواتج الحدث. تُسمَّى نهاية كل فرع باسم الناتج، ويُكتَب احتمال كل ناتج على الفرع.

تمارين ١٢-١

١) وضعت آمنة أربع بطاقات ملوّنة: صفراء، وحمراء، وخضراء، وزرقاء في علبة. سحبت من العلبة بطاقة واحدة عشوائيًّا، ثم رمت قطعة نقد معدنية. ارسم مخطّط الشجرة لعرض النواتج الممكنة.

٢) يبيّن القرص الدوّار المقابل أربعة أعداد في وسط الدائرة، وثمانية أحرف على محيطها. ينتج عن توقّف القرص بعد تدويره ناتج مؤلّف من عدد واحد وحرف واحد. ارسم مخطّط الشجرة لعرض النواتج الممكنة عند توقّف القرص الدوّار بعد تدويره.



٣) علبة تحتوي على ثماني بطاقات خضراء، وأربع بطاقات صفراء. سحب سعيد بطاقة واحدة من العلبة، ولم يُعدّها إلى العلبة، ثم سحب بطاقة أخرى.

أ ارسم مخطّط الشجرة لعرض النواتج الممكنة لسحب البطاقتَين.

ب سمِّ فروع المخطّط لتعرض احتمال كل حدث.

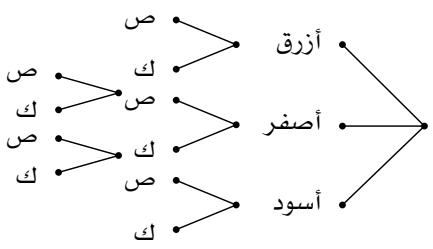
٢-١٢ حساب الاحتمال في مخطّط الشجرة

- لتجد احتمال مجموعة من النواتج، اضرب الاحتمالات الموجودة على الفروع المتتالية (إذا كان هناك عدد من الأحداث الممكنة التي تحقّق شروط نفس الناتج) ثم اجمع احتمالات فروع الشجرة المختلفة.
- يجب أن يكون مجموع كل الاحتمالات في كل مجموعة من الفروع مساويًا للواحد.

تمارين ٢-١٢

مُساعَدة
تذكّر: في الحدثَين المستقلَّين، ل(أ و ب) = ل(أ) × ل(ب)؛ وفي الحدثَين المتنافيَين، ل(أ أو ب) = ل(أ) + ل(ب).

١) يحتوي صندوق على ثلاث كرات زرقاء، وكرتَين صفراوَين، وكرة واحدة سوداء. سحب أحمد كرة واحدة من الصندوق، ثم رمى قطعة نقد معدنية مرّة واحدة أو مرّتَين، يعرض مخطّط الشجرة الآتي كل النواتج الممكنة:



أ) أكمل مخطّط الشجرة بكتابة احتمال كل حدث. افترض أن سحب الكرات عشوائيّ، وأن قطعة النقد المعدنية منتظمة.

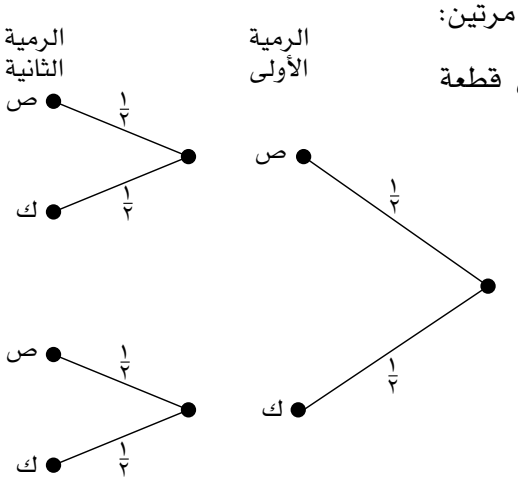
ب) ما احتمال الحصول على كرة زرقاء وصورة؟ _____

ج) ما احتمال الحصول على كرة صفراء وصورتَين؟ _____

د) ما احتمال عدم الحصول على أيّ صورة؟ _____

٢) يعرض مخطّط الشجرة المقابل النواتج الممكنة لرمي قطعة نقد معدنية مرتين:

أ انسخ مخطّط الشجرة وأكمله لتعرض النواتج الممكنة عند رمي قطعة النقد المعدنية مرّة ثالثة.



ب ما احتمال الحصول على ثلاث صوَر؟ _____

ج ما احتمال الحصول على كتابتَين على الأقل؟ _____

د ما احتمال الحصول على صور أقلّ من الكتابة؟ _____

هـ ما احتمال الحصول على عدد متساوٍ من الصور والكتابات؟ _____

١٢-٣ حساب الاحتمال من مخطّط ڤن

- يفيد مخطّط ڤن عند التعامل مع مسائل الاحتمال، وبخاصّة عندما تتضمّن المعلومات تقاطع الأحداث أو اتّحادها.
- حدّد ما إذا كان الاحتمال موجودًا في تقاطع الأحداث، أو اتّحادها، أو مُتمّمها.
- يُكتب احتمال وقوع الحدثين أ ، ب معًا في صورة ل(أ و ب)، وهو نفسه ل(أ ∩ ب)، أي احتمال أن يكون العنصر في المجموعة أ وفي المجموعة ب في الوقت نفسه. يعتبر الحرف "و" مفتاحًا يدلّ على أن الاحتمال موجود في تقاطع المجموعتَين.
- يُكتب احتمال وقوع الحدث أ، أو وقوع الحدث ب في صورة ل(أ أو ب)، وهو نفسه ل(أ ∪ ب)، أي احتمال أن يكون العنصر في المجموعة أ، أو في المجموعة ب. يعتبر الحرف "أو" مفتاحًا يدلّ على أن الاحتمال موجود في اتّحاد المجموعتَين.
- عندما يتضمّن التمرين عبارات مثل 'لا يوجد' أو 'ليس' أو 'لا هذا ولا ذاك'، فإن ذلك يعتبر مفتاحًا يدلّ على أنك تبحث عن مُتمّم المجموعة.

تمارين ١٢-٣

١) لدى سلمان ١٢ بطاقة مُتماثلة مُرقّمة من ١ إلى ١٢، خلط البطاقات وسحب بطاقة واحدة منها عشوائيًّا. ارسم مخطّط ڤن لتجد احتمال أن يكون العدد الموجود على البطاقة:

أ عددًا زوجيًّا. _____

ب عددًا زوجيًّا أو من مضاعفات العدد ٣ _____

ج عددًا زوجيًّا من مضاعفات العدد ٣ _____

د ليس عددًا زوجيًّا ولا من مضاعفات العدد ٣ _____

٢) تحتوي محفظة زاهر على ٢٠ قلمًا؛ ٦ أقلام منها تُستخدم على اللوح الأبيض، و٤ أقلام خضراء اللون. وهناك قلم واحد يُستخدم على اللوح الأبيض لونه أخضر.

أ ارسم مخطّط ڤن لتعرض المعلومات أعلاه.

ب سُحِب قلم واحد من محفظة زاهر عشوائيًّا. أوجد احتمال أن يكون القلم:

(١) ليس أخضر اللون. _____

(٢) يُستخدم على اللوح الأبيض ولونه ليس أخضر. _____

(٣) ليس أخضر اللون، ولا يُستخدم على اللوح الأبيض. _____

٣) زارت مجموعة من ٢٤٠ شخصًا سلطنة عمان، واستُطلِعت آراؤهم عمّا إذا زاروا أيًّا من الأماكن السياحية الآتية: الجبل الأخضر، ورمال الشرقية، ورأس الجنز. وقد كانت النتيجة على النحو الآتي:

١٠ أشخاص منهم زاروا الأماكن السياحية الثلاثة.

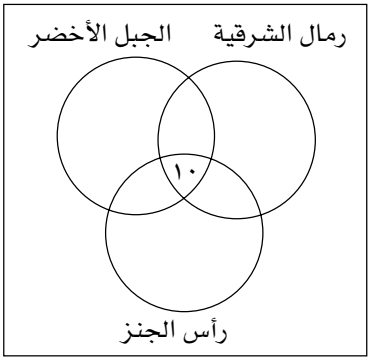
٣٠ شخصًا منهم زاروا رمال الشرقية ورأس الجنز، لكنهم لم يزوروا الجبل الأخضر.

٢٠ شخصًا منهم زاروا الجبل الأخضر ورأس الجنز، لكنهم لم يزوروا رمال الشرقية.

٤٠ شخصًا بالإجمال زاروا رمال الشرقية، و١٦٠ شخصًا زاروا الجبل الأخضر.

٣٠ شخصًا منهم لم يزوروا أيًّا من الأماكن السياحية الثلاثة.

أ أكمل مخطّط فن، لتعرض النواتج الممكنة:



ب كم شخصًا زار الجبل الأخضر، ولم يزر رمال الشرقية ورأس الجنز؟ _____

ج كم شخصًا زار رمال الشرقية؟ _____

د كم شخصًا لم يزر رأس الجنز؟ _____

هـ ثُمن الأشخاص الذين تم استطلاع رأيهم لم يزوروا أيًّا من الأماكن السياحية الثلاثة، هل هذا القول صحيح؟ فسّر إجابتك.

_____

_____

_____

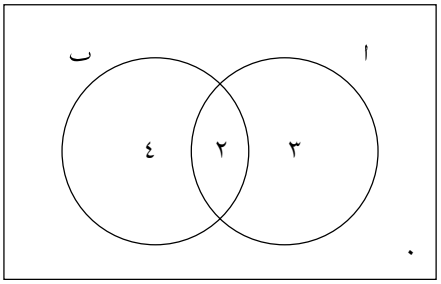
١٢-٤ الاحتمال الشرطي

- الاحتمال الشرطي هو احتمال حدث يعتمد على احتمال حدث سابق له.
- تتقلّص مجموعة النواتج الممكنة بالاعتماد على الشروط التي يفرضها الحدث السابق. مثلًا، إذا سحبت بطاقة واحدة من مجموعة تحتوي على ١٠ بطاقات ولم تُعدها إلى المجموعة، فسيتقلّص اختيار بطاقة أخرى من المجموعة إلى واحد من البطاقات التسع المتبقّية.
- يتمّ إيجاد احتمال الحدث أ بشرط أن الحدث ب قد وقع باستخدام القاعدة:

  ل(أ بشرط أن الحدث ب قد وقع) = $\frac{\text{ل(أ} \cap \text{ب)}}{\text{ل(ب)}}$، حيث ل(ب) ≠ ٠
- يمكنك استخدام مخطّطات الشجرة، ومخطّطات ڤن لتساعدك على التعامل مع الاحتمال الشرطي لحدثَين أو ثلاثة أحداث.

تمارين ١٢-٤

١) استخدم مخطّط ڤن المقابل لتجد:



أ ل(أ) _____

ب ل(أ و ب) _____

ج ل(ب بشرط أن الحدث أ قد وقع) _____

د ل(أ بشرط أن الحدث ب قد وقع) _____

٢) يعلم سيف أنّ احتمال أن يكون الطقس غائمًا خلال رحلته إلى إحدى الدول يساوي ٠,٥، واحتمال أن يكون ماطرًا يساوي ٠,٧، واحتمال أن يكون الطقس غائمًا وماطرًا يساوي ٠,٣

أوجد احتمال أن يكون الطّقس:

أ غائمًا بشرط أن الطقس ماطر. _____

ب ماطرًا بشرط أن الطقس غائم. _____

٣) تملك شركة مصنعَين ينتجان الأدوات التكنولوجية. ينتج المصنع (أ) ٨٠٪ من الأدوات، ١٠٪ منها فيها خلل. وينتج المصنع (ب) الكمّية المتبقّية من الأدوات، ١٥٪ منها فيها خلل. ارسم مخطّط الشجرة لتجد احتمال أن تكون إحدى الأدوات التي فيها خلل قد تم إنتاجها من المصنع (ب).

٤) أظهرت الدراسات الإحصائية، في إحدى الدول، أن للبالغين فرصة ٨٠٪ لأن يعمّروا ٧٠ عامًا على الأقلّ، وفرصة ٥٠٪ لأن يعمّروا ٨٠ عامًا على الأقلّ. ما احتمال أن يصل بالغ عمره ٧٠ عامًا إلى عمر الثمانين؟

٥) أظهرت دراسة مسحية أن ٥٥٪ من المُستطلَعين يستخدمون سياراتهم الخاصة، وأن ٢٥٪ منهم يستخدمون النقل العام، وأن ٣٠ ٪ من المُستطلَعين أنفسهم لا يستخدمون أيًّا من وسائل النقل.

أ ارسم مخطط ڤن لتعرض المعلومات أعلاه.

ب ما احتمال اختيار شخص يستخدم النقل العام بشرط أنه يستخدم سيارته؟ _____

ج ما احتمال اختيار شخص يستخدم سيارته الخاصة بشرط أنه يستخدم النقل العام؟ _____

٦) أظهرت دراسة مسحية، في إحدى الدول، أن ٣٠٪ من المُستطلَعين لا يملكون سيارة، وأن نصفهم يملكون سيارة واحدة، وأن ١٥٪ منهم يملكون سيارتَين، وأن ٥٪ منهم يملكون أكثر من سيارتَين.

أ ما احتمال اختيار شخص من هذه الدولة عشوائيًّا يملك سيارتَين أو أكثر؟ _____

ب تم اختيار أحد المُستطلَعين الذين يملكون سيارة واحدة على الأقل عشوائيًّا. ما احتمال أن يكون هذا الشخص من الذين يملكون سيارتَين؟ _____

تمارين مُتنوِّعة

١) يرمي راشد حجر نرد منتظمًا له ستة أوجه، وقطعة نقد معدنية منتظمة. فإذا كان العدد الظاهر على حجر النرد زوجيًّا، يرمي قطعة النقد المعدنية مرّة واحدة، وإذا كان العدد الظاهر على حجر النرد فرديًّا، يرمي قطعة النقد المعدنية مرّتَين.

أ ارسم مخطّط الشجرة لعرض النواتج الممكنة.

ب أكمل فروع مخطّط الشجرة بكتابة الاحتمال الصحيح على كل فرع، علمًا أن احتمالات كل النواتج متساوية.

ج ما احتمال الحصول على كتابتَين؟ _____

د ما احتمال الحصول على العدد ٥، وصورة واحدة، وكتابة واحدة (بأي ترتيب)؟ _____

٢) تحتوي محفظة على بطاقتين مكتوب على كل منهما العدد ٥، وخمس بطاقات مكتوب على كل منها العدد ١٠، يريد محمود سحب عدد من البطاقات من المحفظة دون إعادتها حتى يصل إلى المجموع ١٠

أ ارسم مخطّط الشجرة لعرض النواتج الممكنة.

مُساعَدة

هذا مثال على الاحتمال الشرطي. سُحبت البطاقة الأولى دون إعادتها، مما تسبّب بوجود نواتج أقلّ للبطاقة الثانية في كل حالة.

ب أكمل مُخطّط الشجرة بكتابة الاحتمالات على فروعه.

ج ما احتمال الحصول على بطاقة الـ ١٠ من السحب الأوّل؟ _____

د ما احتمال سحب بطاقتي الـ ٥ قبل سحب بطاقة الـ ١٠؟ _____

هـ إذا سحب محمود بطاقتي الـ ٥ في أول سحبَين، فما احتمال الحصول على بطاقة الـ ١٠ في السحب الثالث؟ لماذا؟

_____

_____

_____

٣) في استطلاع للرأي، سُئل ٣٠ شخصًا عن الرياضة التي يفضلها كلّ منهم. تبيّن أن ١٦ منهم يفضلون كرة القدم، و١٠ منهم يفضلون كرة السلة، و٨ منهم يفضلون السباحة، و٣ منهم يفضلون الرياضات الثلاث. كما تبيّن أن ٤ منهم يفضلون كرة القدم وكرة السلة، و٣ منهم يفضلون السباحة، وكرة السلة، و٤ منهم يفضلون السباحة وكرة القدم.

أ ارسم مخطّط ڤن لتعرض المعلومات أعلاه.

ب إذا تم اختيار شخص عشوائيًّا، ما احتمال أن يكون ممن:

(١) يفضلون كرة القدم وكرة السلة؟ _____

(٢) يفضلون كرة القدم؟ _____

(٣) لا يفضلون أيًّا من الرياضات الثلاث؟ _____

٤) رُمي حجرا نرد منتظمان الواحد تلو الآخر. احسب احتمال:

أ أن يكون العدد الظاهر على الحجر الأوّل ٣ بشرط أن يكون مجموع العددَين الظاهرَين على الحجرَين يساوي ٧

ب أن يكون العدد الظاهر على الحجر الأوّل ٣ بشرط أن يكون مجموع العددَين الظاهرَين على الحجرَين يساوي ٥

الوحدة الثالثة عشرة: النسب المثلّثية لزوايا قياسها أكبر من ٩٠°

١٣-١ الجيب وجيب التمام والظل لزوايا قياسها أكبر من ٩٠°

- تكون الزاويتان متكاملتين إذا كان مجموع قياسيهما يساوي ١٨٠°.
- للزاوية، والزاوية المتكاملة معها نفس قيمة الجيب (جا(هـ) = جا(١٨٠° − هـ)).
- للزاوية، والزاوية المتكاملة معها نفس قيمة جيب التمام، ولكن بإشارتين مختلفتين (جتا(هـ) = −جتا(١٨٠° − هـ)).
- للزاوية، والزاوية المتكاملة معها نفس قيمة الظل، ولكن بإشارتين مختلفتين (ظا(هـ) = − ظا(١٨٠° − هـ)).
- يمكن إيجاد الجيب وجيب التمام لأي زاوية، في حين يمكن إيجاد ظل أي زاوية إلا الزوايا ذات القياس ٩٠° أو مضاعفاتها الفردية؛ لأن ظل تلك الزوايا غير موجود.
- تعني خصائص الدوال المثلّثية أن للمعادلات المثلّثية كثيرًا من الحلول.
- لحل معادلة مثلّثية في مجال معيّن، من المفيد رسم تمثيلها البياني لإيجاد كل الحلول المطلوبة.

تمارين ١٣-١

١) عبّر عن كل نسبة من النسب المثلّثية الآتية بدلالة زاوية قياسها يقع بين ٠° و ١٨٠°:

أ) جتا(١١٢°)

ب) جا(١٥٦°)

ج) −جتا(٧٥°)

د) جا(١٢٥°)

هـ) −جتا(٤٥°)

و) جا(١٤٥°)

ز) جتا(١٢٠°)

ح) جا(٩٨°)

ط) جتا(٥٥°)

ي) جتا(١٣٠°)

مُساعَدة

جا(هـ) = جا(١٨٠° − هـ)

جتا(هـ) = −جتا(١٨٠° − هـ)

٢) أوجد كل القيَم الممكنة لقياس الزاوية $\widehat{هـ}$ الواقعة بين ٠° و ١٨٠° (مُقرّبًا إلى أقرب درجة) في كل حالة من الحالات الآتية:

أ) جا(هـ) = ٠,٢٥٥

ب) جتا(هـ) = −٠,٥٦٦

ج) جا(هـ) = ٠,٧٨٩

د) جتا(هـ) = ٠,٣٤٥

هـ) جا(هـ) = ٠,٣٤٣

و) جتا(هـ) = ٠,٦٦٩

ز) جتا(هـ) = ٠,٧٨٢

ح) جتا(هـ) = −٠,٣٤٤

ط) جا(هـ) = ٠,١٢٥

ي) جا(هـ) = ٠,٩٩٥

٣) حلّ كل معادلة من المعادلات المثلّثية الآتية حيث ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°. مُقرّبًا الناتج إلى أقرب درجة:

أ) ظا(س) = −٣

ب) جا(س) = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ج) جتا(س) = $-\frac{١}{\sqrt{٢}}$

د) ظا(س) = $-\sqrt{٣}$

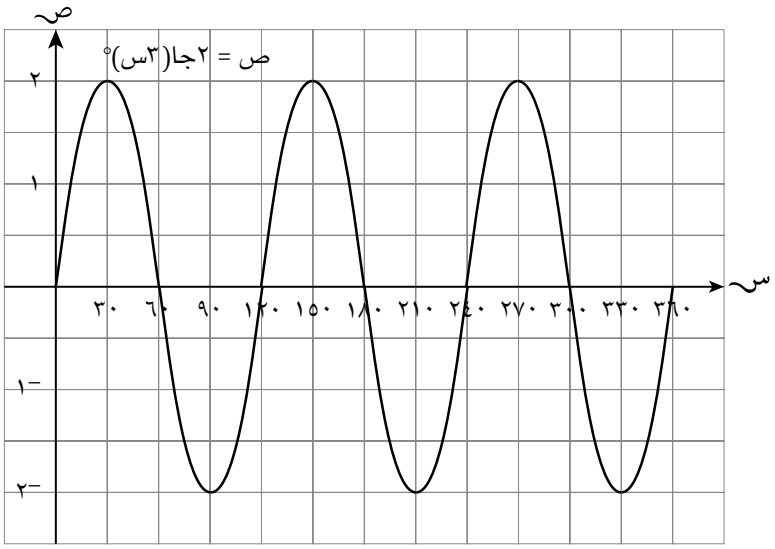
هـ) جتا(س) = −١

و) جتا(س) = ٠

ز) ظا(س) = −٧

ح) جتا(س) = $-\frac{١}{٢}$

٤) يبيّن الرسم أدناه التمثيل البياني للدالة ص = ٢جا(٣س)، حيث ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°.



استخدم التمثيل البياني لتحل كل معادلة من المعادلتَين الآتيتَين في الفترة ٠° ≤ س ≤ ٣٦٠°.

أ ٢جا(٣س) = ١

ب ٢جا(٣س) = −٢

١٣-٢ قانون الجيب

- استخدام قانون الجيب في المثلّثات غير القائمة.
- ينصّ قانون الجيب على أن: $\frac{\text{جا}(ا)}{ا'} = \frac{\text{جا}(ب)}{ب'} = \frac{\text{جا}(ع)}{ع'}$ أو $\frac{ا'}{\text{جا}(ا)} = \frac{ب'}{\text{جا}(ب)} = \frac{ع'}{\text{جا}(ع)}$.

تمارين ١٣-٢

١) أوجد قيمة س في كل معادلة من المعادلات الآتية مقرِّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية:

أ $\frac{\text{جا}(س)}{١١} = \frac{\text{جا}(٤٥°)}{١٢}$

ب $\frac{س}{\text{جا}(٥٠°)} = \frac{٢٣}{\text{جا}(٧٢°)}$

ج $\frac{\text{جا}(س)}{٧,٤} = \frac{\text{جا}(٣٨°)}{٥,٢}$

د $\frac{س}{\text{جا}(٣٥°)} = \frac{٣٠}{\text{جا}(٧١°)}$

هـ $\frac{س}{\text{جا}(٥٥°)} = \frac{٨}{\text{جا}(٦٨°)}$

و $\frac{\text{جا}(س)}{٤} = \frac{\text{جا}(٤٥°)}{٦}$

مُساعَدة

تذكَّر أن الطريقة المعيارية لتسمية رؤوس المثلَّث هي استخدام الحروف الأبجدية، وطريقة تسمية الأضلاع المقابلة للزوايا هي استخدام نفس الحروف مع إضافة شرطة مائلة لكل منها.

مُساعَدة

يُستخدم قانون الجيب عند التعامُل مع أزواج من الأضلاع والزوايا المُتقابلة.

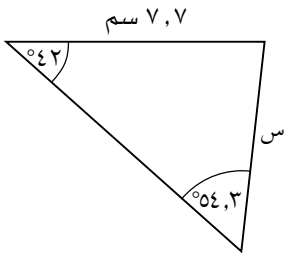
ز $\frac{\text{جا}(س)}{٢٤} = \frac{\text{جا}(٣٥°)}{٣٦}$

ح $\frac{س}{\text{جا}(٥٩°)} = \frac{٨,٥}{\text{جا}(٦٢°)}$

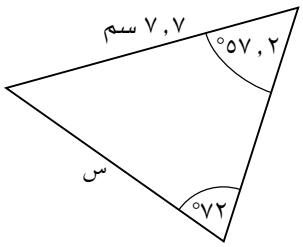
ط $\frac{\text{جا}(س)}{٤} = \frac{\text{جا}(١٠٥°)}{١٦}$

٢) أوجد قيمة س في كل مثلّث من المثلّثات الآتية:

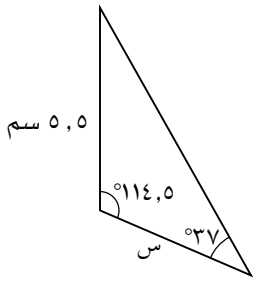
أ



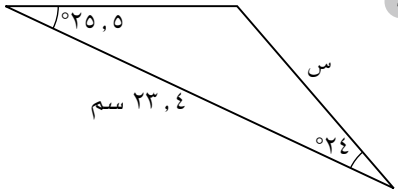
ب



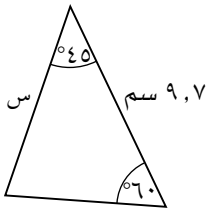
ج



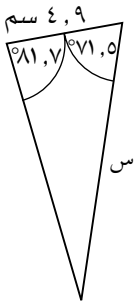
د



هـ

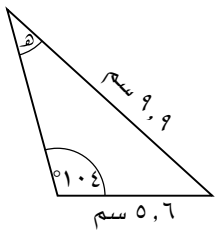


و

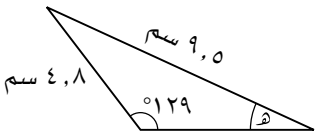


٣) أوجد قياس الزاوية الحادّة هـ في كل مثلّث من المثلّثات الآتية:

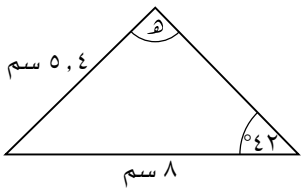
أ



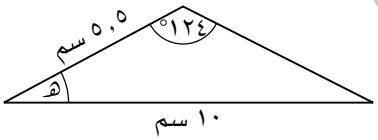
ب



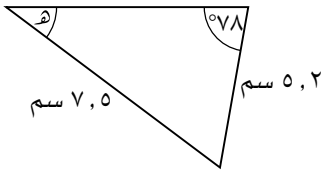
ج



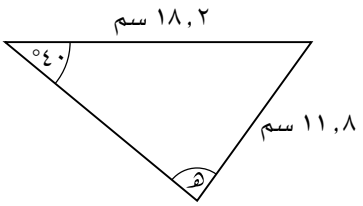
د



هـ



و



١٣-٣ قانون جيب التمام

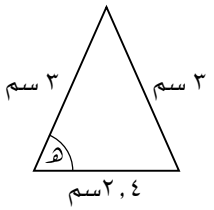
- استخدام قانون جيب التمام في المثلّثات غير القائمة.
- ينصّ قانون جيب التمام على أن: (ا′)^{٢} = (ب′)^{٢} + (ع′)^{٢} − ٢(ب′) (ع′) (جتا(ا)).

تمارين ١٣-٣

١) إذا علمت أن (ب′)^{٢} = (ا′)^{٢} + (ع′)^{٢} − ٢(ا′) (ع′) (جتا(ب)).
فأكمل المعادلة الآتية: جتا(ب) = _____

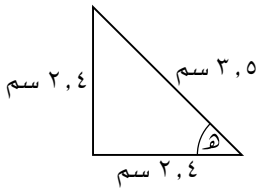
٢) أوجد قياس الزاوية هـ في كل مثلّث من المثلّثات الآتية مُقرِّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية:

أ



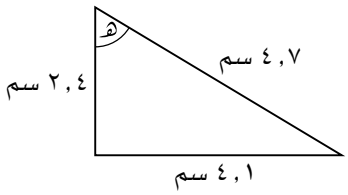
_____
_____
_____
_____
_____

ب

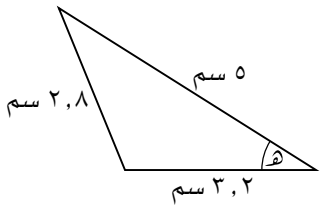


_____
_____
_____
_____
_____

ج



د

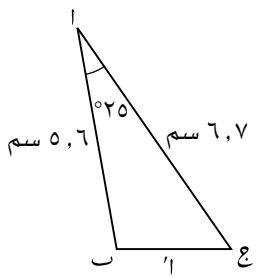


٣) أوجد طول الضلع المجهول في كل مثلّث من المثلّثات الآتية مُقرِّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية:

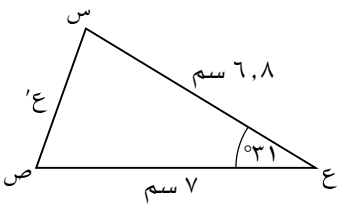
مُساعَدة

يُستخدم قانون جيب التمام عند معرفة أطوال الأضلاع الثلاثة في المثلّث، أو معرفة طولَي ضلعَين، وقياس الزاوية المحصورة بينهما.

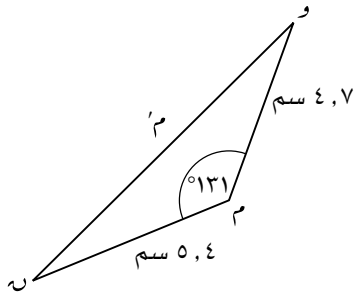
أ



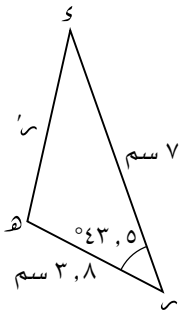
ب



ج



د



١٣-٤ مساحة المثلث

- يمكنك إيجاد مساحة المثلّث حتى وإن لم تكن تعرف طول الارتفاع، بشرط معرفة طول ضلعَين فيه، وقياس الزاوية المحصورة بينهما.
- مساحة المثلّث ا ب ع: المساحة = $\frac{١}{٢}$ ا′ × ب′ جا(ع) أو المساحة = $\frac{١}{٢}$ ا′ × ع′ جا(ب) أو المساحة = $\frac{١}{٢}$ ب′ × ع′ جا(ا).

تمارين ١٣-٤

١) ارسم رسمًا تشبيهيًّا لكل مثلّث من المثلّثات الآتية قبل حساب المساحة:

أ المثلّث ا ب ع، حيث $\overline{ب ع}$ = ٨ سم، $\overline{ا ع}$ = ٥ سم، ق(∠ع) = ٣٤°

ب المثلّث ا ب ع، حيث ا′ = ٤,٥ سم، ب′ = ١٢ سم، ق(∠ع) = ١١٠°

ج المثلّث ا ب ع، حيث $\overline{ا ع}$ = ٦ سم، $\overline{ا ب}$ = ٧ سم، ق(∠ا) = ٥٤°

مُساعَدة

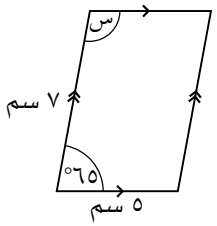
لتجد مساحة المثلّث، تحتاج إلى معرفة طولَي ضلعَين فيه، وقياس الزاوية المحصورة بينهما.

إذا كان المُعطى قياس زاويتَين وطول ضلع واحد، فاستخدم قانون الجيب لتجد طول ضلع آخر أوّلًا.

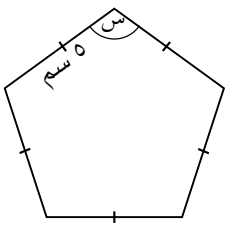
٢) أوجد مساحة مثلث أطوال أضلاعه ١٣ سم، ١٠ سم، ٩ سم.

٣) أوجد قيمة س في كل مُضلّع من المُضلّعات الآتية، ثم أوجد مساحة المُضلّع:

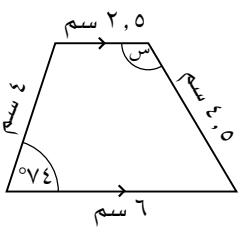
أ



ب



ج



مُساعَدة

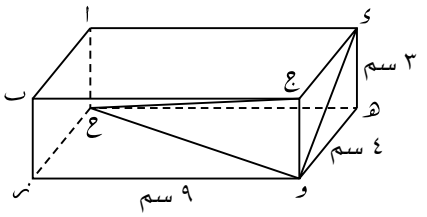
لتجد مساحة المُضلّعات الأخرى، قسّم المضلع إلى مثلّثات. وأوجد مساحة كلّ منها، ثم أوجد مجموعها.

١٣-٥ النسب المثلّثية في المجسمات

- تُستخدم نظرية فيثاغورث، والنسب المثلّثية، وقانون الجيب، وقانون جيب التمام، وقانون مساحة المثلّث، في حل المسائل في المجسمات.
- يمكنك إيجاد قياس الزوايا بين المستقيمات والمستويات.

تمارين ١٣-٥

١) يبيّن المجسّم أدناه متوازي مستطيلات. استخدم نظرية فيثاغورث والنسب المثلثية لتجد كلّ طول من الأطوال الآتية (مقربًّا الناتج إلى عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية) وقياس كلّ زاوية من الزوايا الآتية:



مُساعَدة
من المفيد رسم المثلّثات قائمة الزاوية الموجودة في المجسمات بطريقة منفصلة.

أ ق(ء هَ و)

ب طول و ء

ج ق(ء وَ هـ)

د طول نـ ع

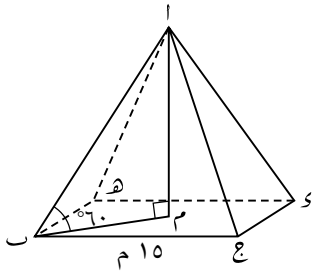
هـ طول ع و

و ق(و عَ نـ)

ز طول ع ع

ح ق(ع $\hat{ع}$ و)

٢) في الشكل المُقابل هرم مربّع القاعدة. استخدم نظرية فيثاغورث، والنسب المثلّثية لتجد كلّ طول من الأطوال الآتية مقرِّبًا الناتج إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية:



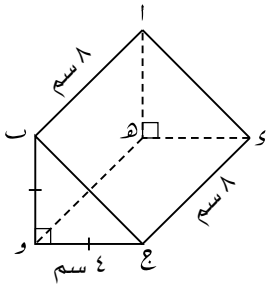
أ طول ب و

ب طول ب م

ج طول ا ب

د طول ا م

٣) انظر إلى المنشورالثلاثي أدناه.



مُساعَدة
تحقّق دائمًا من معقولية الحل الذي وجدته.

أ احسب طول ب ء، مقرِّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين.

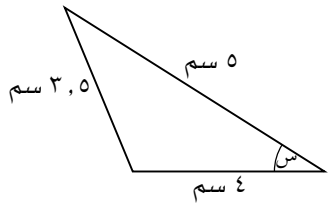
ب احسب قياس $\angle$ ب ء و، أي الزاوية التي يشكّلها المستقيم ب ء مع القاعدة ع ء هـ و، مقرِّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية.

تمارين مُتنوِّعة

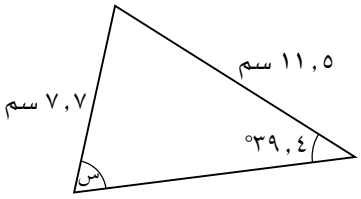
١) أوجد قيمة س في كلّ حالة من الحالات الآتية:

أ $\frac{\text{جا}(س)}{٥,٢} = \frac{\text{جا}(١٢١^\circ)}{٧,٣}$

ب



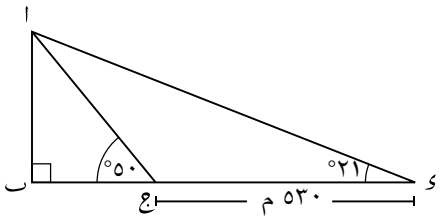
ج



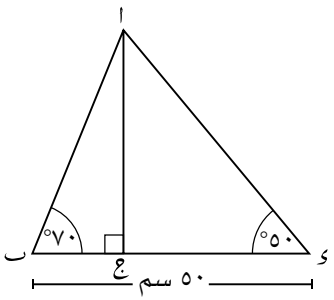
٢) مثلّث أطوال أضلاعه: ٥,٧ سم، ٧,١ سم، ٤,١ سم. استخدم قانون جيب التمام لتجد قياس الزاوية الصغرى، (مُقرِّبًا الناتج إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية).

مُساعَدة
في المثلّث، تقابل الزاوية الصغرى الضلع الأقصر.

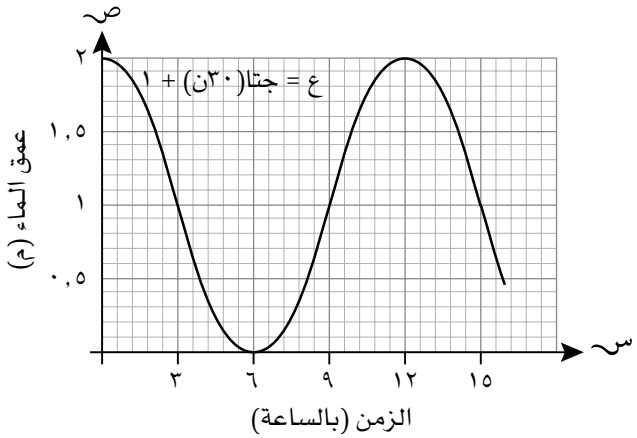
٣) في الشكل المجاور، طول ع ك = ٥٣٠ م. أوجد طول ا ب



٤) في الشكل المجاور، طول ب ك = ٥٠ سم. أوجد طول ا ع



٥) يتغير عمق الماء (ع (متر)) في بحيرة ما تبعًا للزمن (ن (ساعة)) بعد وقت الظهيرة، بسبب تأثير المد والجزر. يمكن التعبير عن هذا التغير باستخدام الدالة: ع = جتا(٣٠ن) + ١ الممثّلة في التمثيل البياني الآتي:



أ أوجد عمق الماء عند الساعة ١٢:٠٠ ظهرًا.

ب في أي وقت من الأوقات بين الساعة ١٢:٠٠ ظهرًا والساعة ٣:٠٠ صباحًا من صباح اليوم الآتي يكون عمق الماء في البحيرة هو الأعلى؟ ومتى تكون فارغة؟

ج في أي وقت من الأوقات يكون عمق الماء في البحيرة أكثر من ١,٥ م؟

الوحدة الرابعة عشرة: هندسة المُتّجهات

١٤-١ المُتّجهات

- المتّجه كمّية لها مقدار واتّجاه.
- تُمثّل المتّجهات بقطع مستقيمة. يمثّل طول القطعة المستقيمة مقدار المتّجه ويمثّل السهم اتّجاهه. المتّجه المتمثّل بالقطعة المستقيمة اب يبدأ عند النقطة ا، ويمتد في اتّجاه النقطة ب.
- تُستخدم الصيغ ا، ب، ع أو $\overrightarrow{اب}$ لتمثيل المتّجهات.
- تُكتب المتّجهات في الصورة الرأسية $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$ أيضًا.

يمثّل المتّجه الرأسي سحبًا (كيفية تحريك نقطة بداية المتّجه للوصول إلى نقطة نهايته).

يمثّل المتّجه $\begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \end{pmatrix}$ سحب وحدة واحدة في الاتّجاه السيني، ووحدتَين في الاتّجاه الصادي.

تمارين ١٤-١

١) مثّل كل متّجه من المتّجهات الآتية على ورقة المربّعات:

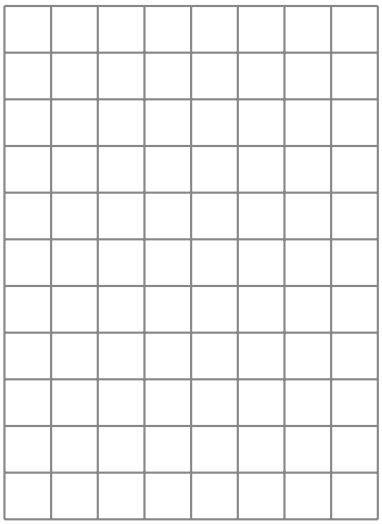
أ $\overrightarrow{اب} = \begin{pmatrix} ٢ \\ ٣ \end{pmatrix}$

ب $\overrightarrow{ع ك} = \begin{pmatrix} -١ \\ ٤ \end{pmatrix}$

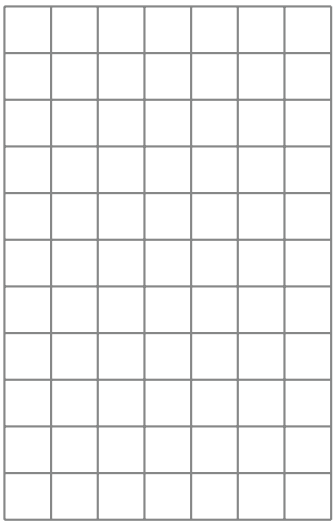
مُساعَدة

عندما ترسم المتّجه على ورقة مربّعات، يمكنك اختيار أي نقطة على الورقة كنقطة بداية.

ج $\overrightarrow{هـ و} = \begin{pmatrix} ٤ \\ ٥ \end{pmatrix}$



د $\overrightarrow{ن ع} = \begin{pmatrix} ٣ \\ -٤ \end{pmatrix}$



١٤-٢ المتّجهات المتوازية

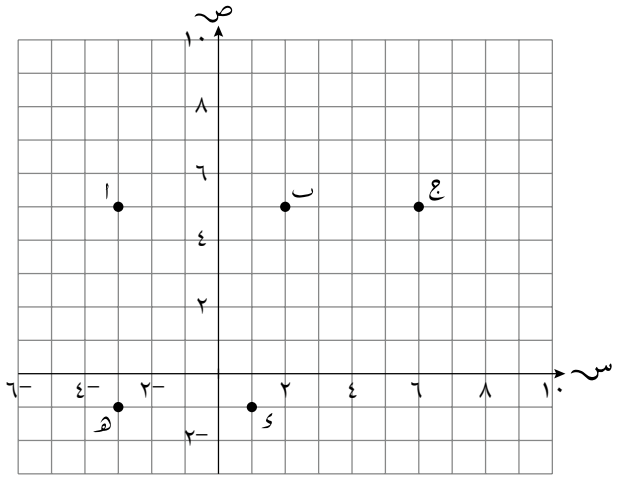
- المتّجهان المتساويان هما متّجهان لهما المقدار نفسه، والاتجاه نفسه.
- سالب المتّجه هو متّجه له مقدار المتّجه نفسه، ولكن يتعاكسان في الاتّجاه. إذًا، سالب المتّجه $\overrightarrow{أ}$ هو المتّجه $-\overrightarrow{أ}$ وسالب المتّجه $\overrightarrow{اب}$ هو المتّجه $\overrightarrow{با}$

تمارين ١٤-٢

١) استخدم النقاط المبيّنة على الرسم، لتكتب كل متّجه من المتّجهات الآتية في الصورة الرأسية:

تذكّر أن الكمية العددية هي كمّية من دون اتّجاه؛ أي عدد أو قياس فقط.

تذكر أن للمتجهين المتساويين المقدار نفسه والاتجاه نفسه؛ وأن للمتجهين ا ، $-$ا المقدار نفسه واتّجاهين متعاكسين.



أ $\overrightarrow{اب}$ _____ ب $\overrightarrow{بج}$ _____ ج $\overrightarrow{اهـ}$ _____

د $\overrightarrow{بء}$ _____ هـ $\overrightarrow{ءب}$ _____ و $\overrightarrow{هـج}$ _____

ز $\overrightarrow{جء}$ _____ ح $\overrightarrow{بهـ}$ _____

ط ما العلاقة بين $\overrightarrow{بهـ}$ ، $\overrightarrow{جء}$؟ _____

ي هل $\overrightarrow{بج} = \overrightarrow{هـء}$؟ _____

١٤-٣ حساب المتّجهات

- لا يمكن ضرب المتّجهات بعضها في بعض، ولكن يمكن ضرب المتّجه في مقدار عددي (عدد).
  ينتج عن ضرب المتّجه $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$ في المقدار العددي ث المتّجه $\begin{pmatrix} ث\ س \\ ث\ ص \end{pmatrix}$.
- تُجمع المتّجهات وتُطرح باستخدام طريقة 'القمّة-القاع' أو قانون المثلّث. إذًا:

$$\begin{pmatrix} س_١ \\ ص_١ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} س_٢ \\ ص_٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} س_١ + س_٢ \\ ص_١ + ص_٢ \end{pmatrix}$$

لطرح المتّجهات، عليك أن تتذكّر أن ضرب المتجه في العدد (-١) يعني تغيير اتجاهه بالاتجاه المعاكس.
إذًا:

$$\overrightarrow{اب} - \overrightarrow{ع ا} = \overrightarrow{اب} + \overrightarrow{اع}$$

تمارين ١٤-٣

١) إذا علمت أن $\vec{ا} = \begin{pmatrix} ١ \\ ٣ \end{pmatrix}$، $\vec{ب} = \begin{pmatrix} -٢ \\ ٤ \end{pmatrix}$، $\vec{ع} = \begin{pmatrix} ٠ \\ -٣ \end{pmatrix}$. فأوجد:

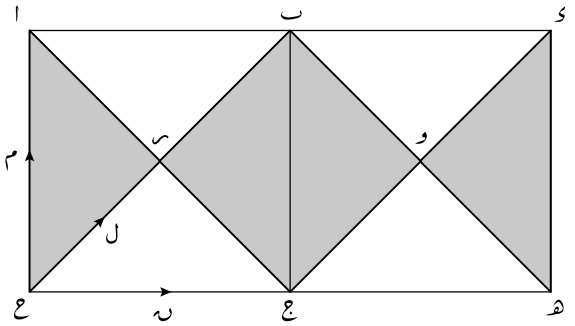
أ $٤\vec{ب}$ _____ ب $٢\vec{ا}$ _____ ج $-٤\vec{ع}$ _____

د $\vec{ا} + \vec{ب}$ _____ هـ $\vec{ب} + \vec{ع}$ _____ و $\vec{ا} + \vec{ب} + \vec{ع}$ _____

ز $٢\vec{ا} + ٣\vec{ب}$ _____ ح $٤\vec{ب} - ٢\vec{ع}$ _____ ط $-٤\vec{ا} - ٢\vec{ب}$ _____

ي $٢\vec{ا} - ٤\vec{ب} + ٢\vec{ع}$ _____

٢) يبيّن الشكل أدناه نمطًا في بلاط أحد السطوح؛ حيث البلاطات مربّعة، ومقسّمة إلى أربعة مثلّثات متطابقة بعد تقاطُع الأقطار في كل مربّع.



المتّجهات $\overrightarrow{اع} = م$، $\overrightarrow{ع ع} = ه$، $\overrightarrow{ن ع} = ل$ مبيّنة في الشكل. استخدم هذه المعلومات لتكتب كل متّجه من المتّجهات الآتية بدلالة المتّجهات م، ه، ل:

أ $\overrightarrow{كهـ}$

ب $\overrightarrow{اك}$

ج $\overrightarrow{اس}$

د $\overrightarrow{عب}$

هـ $\overrightarrow{عهـ}$

و $\overrightarrow{عك}$

ز $\overrightarrow{بو} + \overrightarrow{وك}$

ح $\overrightarrow{كهـ} + \overrightarrow{هـو}$

ط $٤\overrightarrow{بو} - ٣\overrightarrow{هـو}$

ي $\frac{١}{٢}\overrightarrow{عج} + ٣\overrightarrow{سب}$

١٤-٤ حسابات أكثر تعقيدًا في المتّجهات

- يمكنك استخدام نظرية فيثاغورث لتجد طول المتّجه. إذا كان المتّجه الرأسي $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$، فإن طوله يساوي $\sqrt{س^٢ + ص^٢}$. تُستخدم الصيغة $|ا|$ أو $|\overrightarrow{اب}|$ لتمثيل طول المتّجه.
- يسمّى المتّجه الذي يبدأ من نقطة الأصل (و) المتّجه الموضعي. إذا كان $\overrightarrow{وا}$ متّجهًا موضعيًّا، فإن إحداثيات النقطة و (٠، ٠)، وإحداثيات النقطة ا يجب أن تكون مساويةً لإحداثيات المتّجه الرأسي $\overrightarrow{وا}$.
- يمكنك استخدام المتّجه الموضعي لتجد طول أي متّجه يتعلّق به، لأنك تعرف إحداثيات النقاط. بعد ذلك، استخدم نظرية فيثاغورث لتجد أطوال أضلاع المثلّث قائم الزاوية المرتبطة به.

تمارين ١٤-٤

١) رُسم كل متّجه من هذه المتّجهات على ورقة مربّعة، طول ضلع كل مربّع فيها ١ سم. احسب طول كل متّجه بالسنتيمترات، مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلتَين عشريتَين:

مُساعَدة

إذا نسيت قانون إيجاد طول المتّجه، فارسم المتّجه على شبكة مربّعات على أنه وتر مثلّث قائم الزاوية. سوف ترى بسرعة كيفية إيجاد الطول باستخدام نظرية فيثاغورث.

أ $\overrightarrow{مد} = \begin{pmatrix} ٤ \\ ٥ \end{pmatrix}$

ب $\overrightarrow{لـه} = \begin{pmatrix} -٢ \\ ٧ \end{pmatrix}$

ج $\overrightarrow{س ص} = \begin{pmatrix} ٩ \\ -١٢ \end{pmatrix}$

د $\overrightarrow{اب} = \begin{pmatrix} -١٣ \\ -١٢ \end{pmatrix}$

٢) إذا علمت أنّ و نقطة الأصل، وأن إحداثيات النقاط. س(١، ٥)، ص(٣، −٤)، ع(−٧، −٤). فأوجد كل قيمة من القيَم الآتية:

أ $|\overrightarrow{وس}|$

ب $|\overrightarrow{وص}|$

ج $|\overrightarrow{وع}|$

د $|\overrightarrow{سص}|$

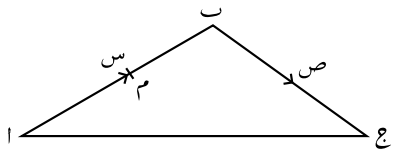
٣) إذا علمت أن المتجهات الآتية موضعية: $\overrightarrow{وا} = \begin{pmatrix} -٦ \\ ٢ \end{pmatrix}$، $\overrightarrow{وب} = \begin{pmatrix} -٢ \\ -٤ \end{pmatrix}$، $\overrightarrow{وج} = \begin{pmatrix} ٥ \\ ١ \end{pmatrix}$.

أ أوجد إحداثيات كل نقطة من النقاط ا، ب، ج.

ب اكتب كل متّجه من المتّجهات الآتية في الصورة الرأسية:

$\overrightarrow{اب}$ $\overrightarrow{بج}$ $\overrightarrow{جا}$

٤) في المثلّث اب ع المجاور، $\overrightarrow{اب}$ = س، $\overrightarrow{ب ع}$ = ص. م تنصّف $\overrightarrow{اب}$. اكتب كل متّجه من المتّجهات الآتية بدلالة س، ص:



$\overrightarrow{اع}$ _____

$\overrightarrow{عا}$ _____

$\overrightarrow{مع}$ _____

٥) إذا كان $\overrightarrow{أ} = \begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{ب} = \begin{pmatrix} ٣ \\ ٠ \end{pmatrix}$، $\overrightarrow{ع} = \begin{pmatrix} -٢ \\ ٥ \end{pmatrix}$.

مُساعَدة
للمُتّجهَين المتساويَين الطول نفسه والاتّجاه نفسه، ما يعني أن القطعتَين المستقيمتَين اللتَين تشكّلان هذَين المتّجهَين متوازيتان ومتساويتان في الطول. تكون كل المتّجهات التي لديها الاتّجاه نفسه متوازية، حتى لو لم يكن لديها الطول نفسه.

أ اكتب كل متّجه من المتّجهات $\overrightarrow{س}$، $\overrightarrow{ص}$، $\overrightarrow{ع}$ في الصورة الرأسية:

(١) $\overrightarrow{س} = \overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} + \overrightarrow{ع}$

_____

(٢) $\overrightarrow{ص} = \overrightarrow{أ} - ٢\overrightarrow{ب} - \overrightarrow{ع}$

_____

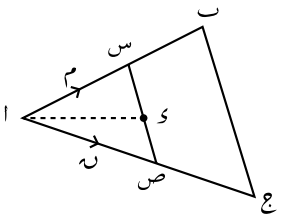
(٣) $\overrightarrow{ع} = ٣\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} - ٢\overrightarrow{ع}$

_____

ب احسب طول كل متجه من المتجهات الآتية مقرّبًا، الناتج إلى عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية:

(١) $|\overrightarrow{س}|$ (٢) $|\overrightarrow{ص}|$ (٣) $|\overrightarrow{ع}|$

٦) في المثلّث المجاور، س تنصّف اب، ص تنصّف اع، ك تنصّف س ص، $\overrightarrow{اس}$ = م، $\overrightarrow{اص}$ = ن.



أ اكتب كل متّجه من المتّجهات الآتية بدلالة م، ن. اكتب إجابتك في أبسط صورة:

(١) $\overrightarrow{س ص}$ _____

(٢) $\overrightarrow{اك}$ _____

(٣) $\overrightarrow{ب ع}$ _____

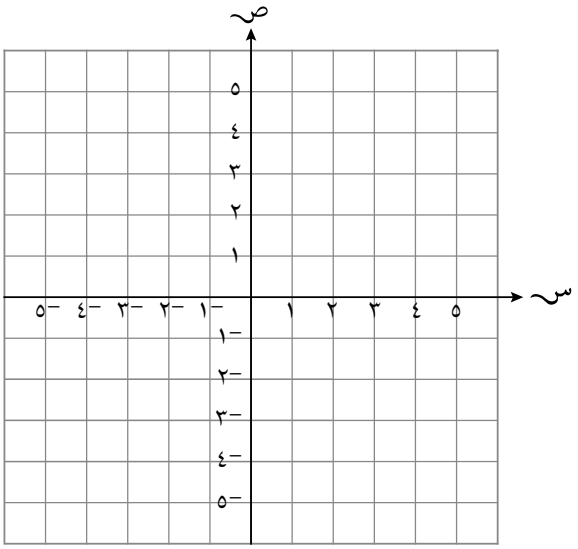
ب أثبت أن المستقيمين س ص ، ب ع متوازيان، وأن طول س ص يساوي نصف طول ب ع

_____

_____

_____

٧) في المستوى الإحداثي، ارسم متّجهًا موضعيًّا وسمّه $\overrightarrow{وأ} = ك$، ثم حدّد:



أ) -١ ب) ١٤ ج) $١\frac{١}{٢}$ د) -١٢ هـ) $-١\frac{١}{٢}$

٨) ركض سعيد مدّة ٤٠ دقيقة بسرعة ثابتة مقدارها ٩ كم/ساعة في اتّجاه الشمال الشرقي. ثم سار غربًا حتى وصل شمال نقطة البداية، حيث توقّف لتناول الغداء. إذا ركض سعيد قاصدًا منزله في طريقه إلى الجنوب بالسرعة نفسها التي انطلق بها، فكم دقيقة استغرقتها المحطّة الأخيرة في رحلته؟ (اكتب إجابتك مقرّبة إلى أقرب منزلة عشرية).

مُساعَدة
ارسم رسمًا لتمثيل الموقف، ثم طبّق حسابات المتّجهات.

تمارين مُتنوِّعة

١) إذا علمت أن $\overrightarrow{أ} = \begin{pmatrix} ٣ \\ ٦ \end{pmatrix}$، $\overrightarrow{ب} = \begin{pmatrix} ٢ \\ -٤ \end{pmatrix}$، $\overrightarrow{ج} = \begin{pmatrix} -٢ \\ -٤ \end{pmatrix}$.

أ أوجد:

(١) $٢\overrightarrow{أ}$ _____

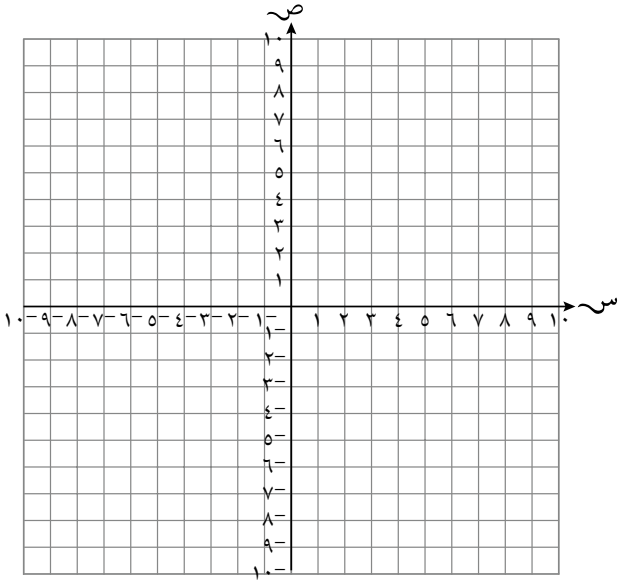
(٢) $\overrightarrow{ب} + \overrightarrow{ج}$ _____

(٣) $\overrightarrow{أ} - \overrightarrow{ب}$ _____

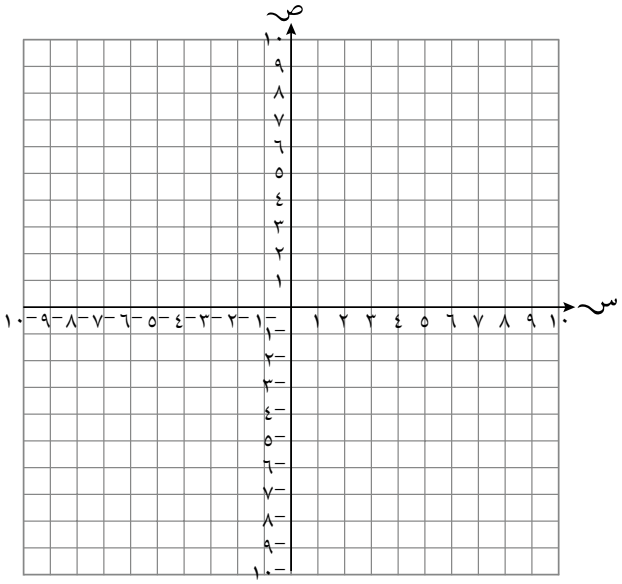
(٤) $٢\overrightarrow{أ} + ٣\overrightarrow{ب}$ _____

ب ارسم كل شكل من الأشكال الآتية من المتّجهات الآتية في المستوى الإحداثي:

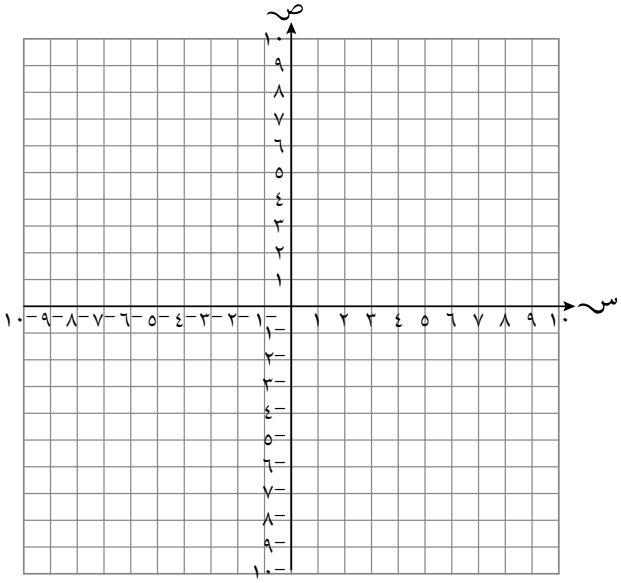
(١) $\overrightarrow{أ}$ ، $٢\overrightarrow{أ}$



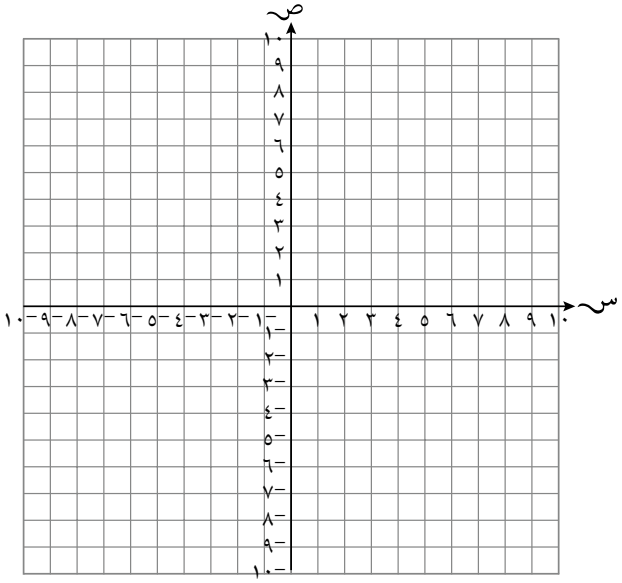
(٢) $\overrightarrow{ب}$ ، $\overrightarrow{ج}$ ، $\overrightarrow{ب} + \overrightarrow{ج}$



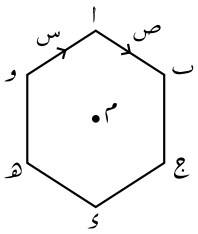
(٣) $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ ، $\overrightarrow{أ} - \overrightarrow{ب}$



(٤) $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ ، $٢\overrightarrow{أ} + ٣\overrightarrow{ب}$



٢) السداسي المنتظم المجاور ا ب ع ء هـ و مركزه م. $\overrightarrow{وا}$ = س، $\overrightarrow{اب}$ = ص.



أ اكتب كل متّجه من المتّجهات الآتية بدلالة س، ص:

(١) $\overrightarrow{هـء}$ _____

(٢) $\overrightarrow{ءهـ}$ _____

(٣) $\overrightarrow{وب}$ _____

(٤) $\overrightarrow{هـو}$ _____

(٥) $\overrightarrow{وء}$ _____

ب إذا علمت أن إحداثيّي النقطة هـ (٠، ٠) وإحداثيّي النقطة ب(٤، ٢)، فاحسب $|\overrightarrow{هـب}|$ مقرِّبًا الناتج إلى أقرب عدد مكوّن من ٣ أرقام معنوية.

_____

_____

_____

رقم الإيداع : ٤٦٣٨ / ٢٠٢٢

مزون للطباعة والنشر والتغليف (ش.م.م) - ٢٤٨١٥٦٩٣

الرياضيات

كتاب النشاط ١٠

يتميَّز كتاب النشاط بمحتوى سهل وممتع يمكن استخدامه، إلى جانب كتاب الطالب، ضمن منهج الرياضيات للصفّ العاشر .

يتضمن كتاب النشاط:

- تمارين شاملة وهادفة لتنمية المهارات الرياضية وممارستها، واستخدام التقنيات الرياضية لحلّ المسائل.
- مُلخَّصات للنقاط الرئيسية التي تحتاج إلى معرفتها في بداية كل موضوع للوصول إلى التمارين.
- فقرات مساعدة تُزوِّدك بالنصائح والدعم في حلّ التمارين.

ترد الإجابات الخاصَّة بالتمارين في دليل المُعلِّم.

يشمل منهج الرياضيات للصف العاشر من هذه السلسلة أيضًا:

- كتاب الطالب
- دليل المُعلِّم

ISBN 978-99969-3-928-0

www.moe.gov.om