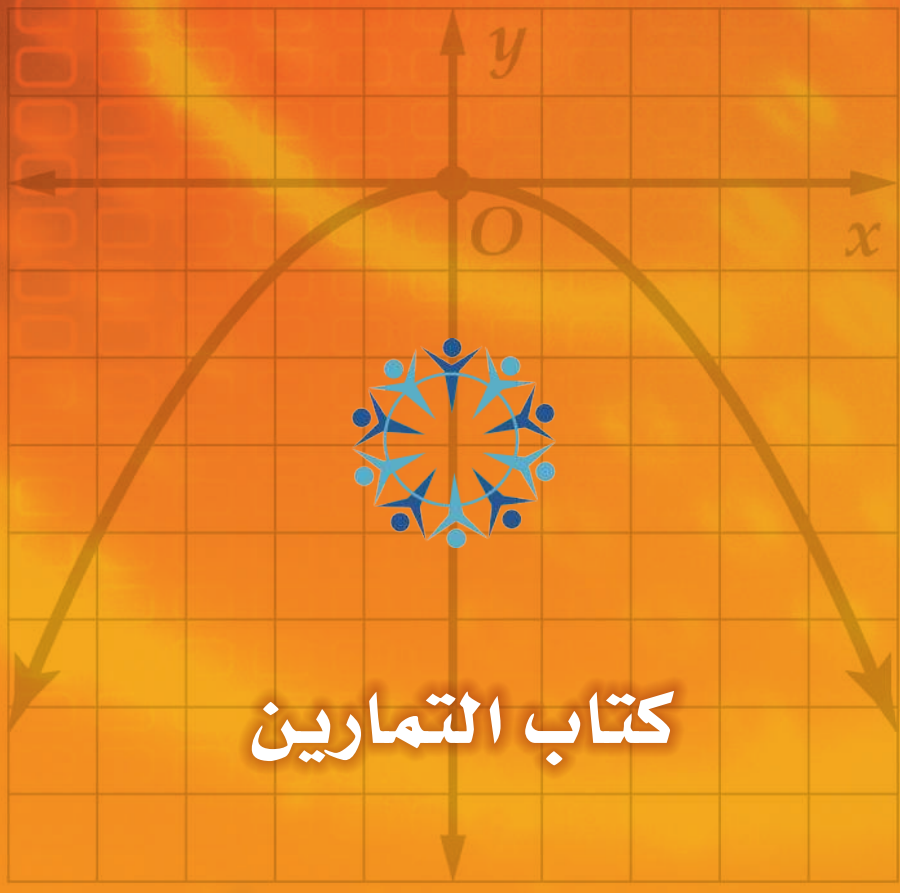
KINGDOM OF BAHRAIN
Ministry of Education

مَمْلَكَةُ البَحْرَيْن
وَزَارَةُ التَّرْبِيَةِ وَالتَّعْلِيم

ريض ١٥٢

الرياضيات ٢

للمرحلة الثانوية



كتاب التمارين

البحرين 2030
BAHRAIN

العبيكان
Obeikan

ريض ١٥٢

قررت وزارة التربية والتعليم بمملكة البحرين تدريس هذا الكتاب بمدارسها الثانوية

الرياضيات ٢

كتاب التمارين

للمرحلة الثانوية

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الطبعة الأولى
١٤٣٤هـ - ٢٠١٣م

العبيكان
Obeikan

Mc Graw Hill Education

Original Title:

Algebra 2 ©2010

By:
John A. Carter, Ph. D
Gilbert J. Cuevas, Ph. D
Roger Day, Ph. D
Carol E. Malloy, Ph. D
Berchie Holliday, Ed. D
Ruth M.Casey

Contributing Authors
Dinah Zike

CONSULTANTS

Mathematical Content
Prof. Viken Hovsepian
Prof. Bob McCollum

Gifted and talented
Shelbik.cole

Graphing Calculator
Ruth M. Casey
Jerry Cummins

Mathematical Fluency
Robert m . capraro

Pre-AP
Dixie Ross

Reading and Writing
Releah cassett lent
Lynn T. Havens

الرياضيات ٢
للمرحلة الثانوية

أعدَّ النسخة العربية : شركة العبيكان للتعليم

التحرير والمراجعة والمواءمة
د. ناصر بن حمد العويشق
محمد بن عبدالله البصيص
خلود عبدالحفيظ لوباني
عبدالحكيم عبدالله سليمان
عمر محمد أبو غليون

التعريب
د. عبدالله الهباهبة
د. معاذ الشياب
د. جعفر العمري
سعد الجبور
أمين المستريحي
فراس العمري

التحرير اللغوي
عمر الصاوي
محمد رمضان

المواءمة والمراجعة لنسخة مملكة البحرين
هند إبراهيم الجودر
نسيمة محمد غلوم
بهرام حسين حاجي
نور محمد حسان
إيمان ناصر المسيفر

www.glencoe.com

Mc Graw Hill Education

www.obeikaneducation.com

العبيكان Obeikan

English Edition Copyright © 2010 the McGraw-Hill Companies, Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل©، ٢٠١٠م.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

الفهـــرس

الفصل الأول:

الدوال والمتباينات

1-1 العلاقات والدوال ____ 4

1-2 كتابة المعادلات بصيغة ميل - مقطع ____ 5

1-3 كتابة المعادلات بصيغة نقطة - ميل ____ 6

1-4 شكل الانتشار وخط الانحدار ____ 7

1-5 دوال خاصة ____ 8

1-6 الدوال الأم والتحويلات الهندسية ____ 9

1-7 تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانيًا ____ 10

1-8 حَل أنظمة المتباينات الخطية بيانيًا ____ 11

1-9 البرمجة الخطية ____ 12

الفصل الثاني:

المصفوفات

2-1 مقدمة في المصفوفات ____ 13

2-2 العمليات على المصفوفات ____ 14

2-3 ضرب المصفوفات ____ 15

2-4 المحدّدات وقاعدة كرامر ____ 16

2-5 النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية ____ 17

الفصل الثالث:

الدوال التربيعية

3-1 تمثيل الدوال التربيعية بيانيًا ____ 18

3-2 حَلّ المعادلة التربيعية بيانيًا ____ 19

3-3 حَلّ المعادلات التربيعية بالتحليل ____ 20

3-4 الأعداد المركبة ____ 21

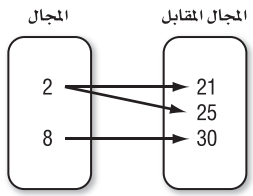
3-5 القانون العام لحل المعادلة التربيعية والمميز ____ 22

3-6 تحويلات التمثيلات البيانية للدوال التربيعية ____ 23

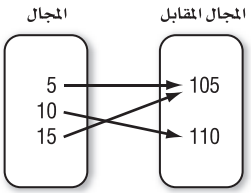
1-1 العلاقات والدوال

حدِّد مجال كل علاقة مما يأتي ومداها، وبيّن أيّها دالة، وإذا كانت كذلك فهل هي واحد لواحد، أم شاملة، أم تقابل، أم غير ذلك؟

1)



2)



3)

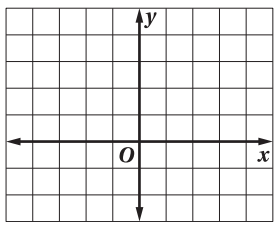
x	y
−3	0
−1	−1
0	0
2	−2
3	4

4)

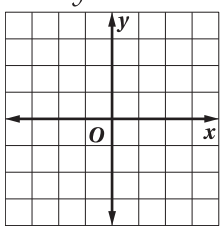
x	y
−2	−1
−2	1
−1	0
1	0
2	1

مثّل كل معادلة مما يأتي بيانيًّا، ثم حدّد مجالها ومداها، وحدّد ما إذا كانت تُمثّل دالةً أو لا، وإذا كانت كذلك فهل هي واحد لواحد، أم شاملة، أم تقابل، أم غير ذلك؟ ثم حدّد ما إذا كانت منفصلةً أو متصلةً.

5) $x = -1$



6) $y = 2x - 1$



إذا كانت: $g(x) = -2x + 3$, $f(x) = \frac{5}{x+2}$ **، فأوجد قيمة كلٍّ مما يأتي:**

7) $f(3)$

8) $f(-4)$

9) $g\left(\frac{1}{2}\right)$

10) $f(-2)$

11) $g(-6)$

12) $f(m-2)$

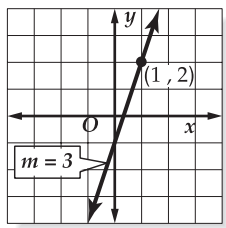
13) تخفيضات: تُمثّل الأزواج المرتبة: (5 , 60) , (4 , 52) , (3 , 42) , (2 , 30) , (1 , 16) أسعار بيع أعداد مختلفة من منتج في أحد المحال التجارية. حدِّد مجال هذه العلاقة ومداها، ثم حدِّد ما إذا كانت متصلة أو منفصلة؟ وهل تُمثّل دالة أم لا؟

14) حاسوب: يستطيع حاسوب تنفيذ عملية حسابية واحدة خلال 0.0000000015 sec، ويعطى زمن تنفيذه لِـ n عملية حسابية بالصيغة $T(n) = 0.0000000015n$. ما الزمن الذي يتطلبه ذلك الحاسوب؛ لتنفيذ 5 بلايين عملية حسابية؟

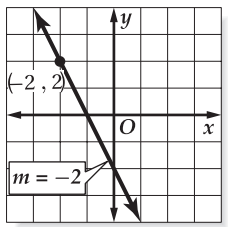
1-2 كتابة المعادلات بصيغة ميل - مقطع

اكتب معادلة بصيغة ميل– مقطع لكل مستقيم ممثَّلٍ بيانيًّا أدناه:

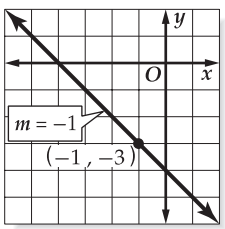
1)



2)



3)



اكتب معادلة بصيغة مقطع للمستقيم الذي يحقق الشروط في كلٍّ ممَّا يأتي:

4) (4 , 5–) ، الميل 3–

5) (3 , 4) ، الميل $\frac{1}{2}$

6) (5– , 1) ، الميل $-\frac{3}{2}$

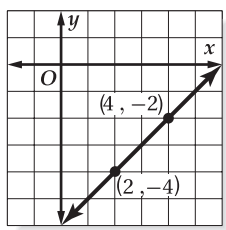
7) (3 , 7) ، الميل $\frac{2}{7}$

8) ($\frac{5}{2}$, 2–) ، الميل $-\frac{1}{2}$

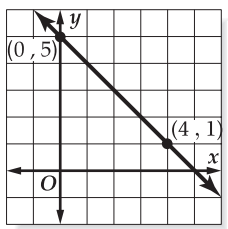
9) (5 , 0) ، الميل 0

اكتب معادلة بصيغة ميل– مقطع لكل مستقيم ممثَّلٍ بيانيًّا أدناه:

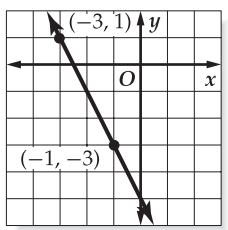
10)



11)



12)



اكتب معادلة بصيغة ميل– مقطع للمستقيم المار بالنقطتين في كلٍّ مما يأتي:

13) (0 , 4–) ، (5 , 4–)

14) (4 , 2–) ، (4 , 0)

15) (2– , 3–) ، (4 , 5)

16) (0 , 1) ، (5 , 3)

17) (3– , 0) ، (1 , 6–)

18) (1 , 0) ، (5 , 1–)

19) لياقة بدنية: تبلغ تكلفة (7) جلسات لياقة بدنية BD 82، وتكلفة (11) جلسة BD 122. اكتب معادلة خطية لإيجاد التكلفة الكلية (k) لـ x جلسة، ثم استعمل المعادلة لإيجاد تكلفة 4 جلسات.

1-3 كتابة المعادلات بصيغة نقطة - ميل

اكتب معادلة بصيغة نقطة– ميل للمستقيم الذي يحقق الشروط في كلٍّ مما يأتي:

1) $m=-3$، $(2، 2)$ **2)** $m=-1$، $(1، -6)$ **3)** $m=0$، $(-3، -4)$

4) $m=-\frac{3}{4}$، $(1، 3)$ **5)** $m=-\frac{2}{5}$، $(-8، 5)$ **6)** $m=\frac{1}{3}$، $(3، -3)$

اكتب كل معادلة مما يأتي بالصورة القياسية:

7) $y-11=3(x-2)$ **8)** $y-10=-(x-2)$ **9)** $y+7=2(x+5)$

10) $y-5=\frac{3}{2}(x+4)$ **11)** $y+2=-\frac{3}{4}(x+1)$ **12)** $y-6=\frac{4}{3}(x-3)$

13) $y+4=1.5(x+2)$ **14)** $y-3=-2.4(x-5)$ **15)** $y-4=2.5(x+3)$

اكتب معادلة بصيغة ميل – مقطع للمستقيم الذي يحقق الشروط في كلٍّ مما يأتي:

16) $y+2=4(x+2)$ **17)** $y+1=-7(x+1)$ **18)** $y-3=-5(x+12)$

19) $y-5=\frac{3}{2}(x+4)$ **20)** $y-\frac{1}{4}=-3(x+\frac{1}{4})$ **21)** $y-\frac{2}{3}=-2(x-\frac{1}{4})$

22) إنشاءات: تتقاضى شركة BD 8 عن كل ساعة عمل لإزالة الرّدم، مضافًا إليها رسوم تدفع مرةً واحدةً. إذا كان المبلغ الذي تقاضته الشركة مقابل 9 ساعات عمل هو BD 95، فأجب عما يأتي:

a) اكتب معادلة بصيغة نقطة – ميل؛ لإيجاد المبلغ الكلي (y) الذي تتقاضاه الشركة لعدد (x) من الساعات.

b) اكتب المعادلة بصيغة ميل – مقطع.

c) ما قيمة الرسوم الإضافية؟

1-4 شكل الانتشار وخط الأعداد

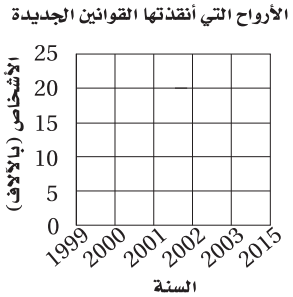
للتمرينين 1, 2، أجب عن الفروع a – c:

a) ارسم شكل الانتشار، والخط المطابق، ثم صِفْ نوع الارتباط.

b) استعمل زوجين مرتَّبين من البيانات؛ لكتابة معادلة التنبؤ.

c) استعمل معادلة التنبؤ الخاصة بك للتنبؤ بالقيم المفقودة.

1) أمان: سُنّت قوانين صارمة في إحدى الدول العربية ضد مخالِفِي أنظمة المرور لتقليل عدد الحوادث المرورية، والجدول أدناه يمثل عدد الأرواح التي أنقذتها هذه القوانين في بعض السنوات:.



السنة	1999	2000	2001	2002	2003	2015
عدد الأشخاص (بالآلاف)	19.1	20.0	21.0	21.9	22.8	?

2) ارتفاعات: يقود سعيد سيارته على طريق جبلي، وكانت درجة الحرارة تنخفض كلما صعد أكثر على الجبل. وسجّل عداد درجات الحرارة (F°) القراءات على ارتفاعات مختلفة كما في الجدول أدناه.

الارتفاع (ft)	7500	8200	8600	9200	9700	10400	12000
الحرارة (F°)	61	58	56	53	50	46	?

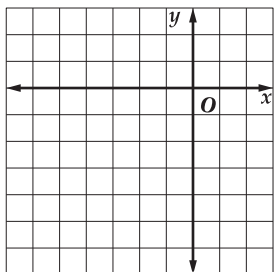
3) صحة: يراقب أحمد السعرات الحرارية التي يفقدها عند القيام بالتمارين الرياضية. ويعطي الجدول أدناه زمن التمرين بالدقائق، وعدد السعرات الحرارية التي تم فقدها خلال عدة مرات من أداء التمارين. أوجد معادلة خط الانحدار، ومثِّله بيانيًّا. ثم استعمل هذه المعادلة للتنبؤ بعدد السعرات الحرارية التي يفقدها في تمرينٍ رياضيٍّ زمنه 60 min .

الزمن (min)	18	24	30	40	42	48	52	60
السعرات الحرارية	260	280	320	380	400	440	475	?

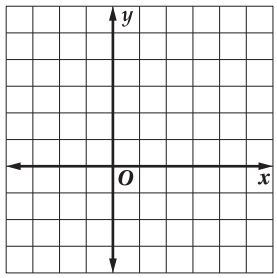
1-5 دوال خاصة

مثّل كل دالة مما يأتي بيانيًّا، ثمَّ حدِّد مجالها ومداها:

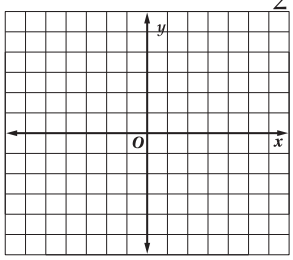
1) $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \le -2 \\ 3x, & x > -2 \end{cases}$



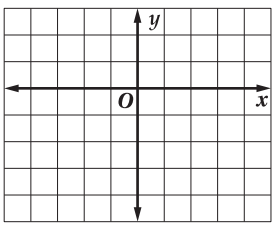
2) $h(x) = \begin{cases} 4-x, & x > 0 \\ -2x-2, & x < 0 \end{cases}$



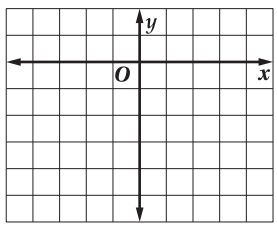
3) $f(x) = [\![x]\!] + \frac{1}{2}$



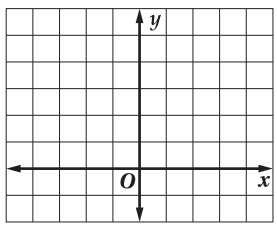
4) $f(x) = [\![x]\!] - 2$



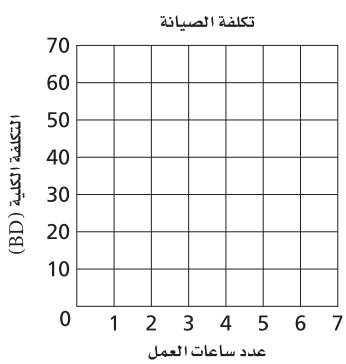
5) $g(x) = -2\,|x|$



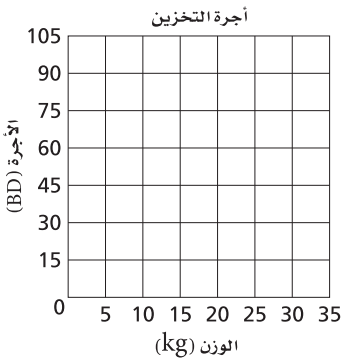
6) $f(x) = |x+1|$



7) أعمال: تتقاضى مؤسسة متخصصة في صيانة المصاعد BD 10 عن كل ساعة عمل، أو أي جزءٍ منه تتطلبه الصيانة. مثّل الدالة الدرجية التي تمثّل هذا الموقف بيانيًّا.



8) أعمال: أعلنت شركة شحنٍ أنها ستتقاضى BD 3 عن كل كيلو جرام في الطرود التي يقلُّ وزنها عن 20 kg، و BD 2.5 عن كل كيلو في الطرود التي تزن 20 kg فأكثر. مثّل بيانيًّا الدالة التي تعبر عن هذا العرض.



1-6 الدوال الأم والتحويلات الهندسية

صِفِ الإزاحة في التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي:

1) $y = x + 3$

2) $y = x^2 - 3$

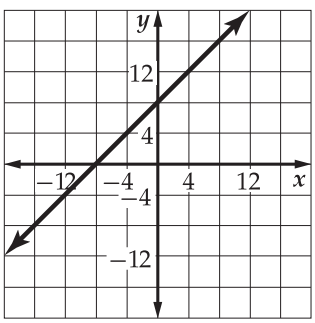
3) $y = |x| + 5$

صِفِ التمدد في التمثيل البياني لكل دالة ممَّا يأتي:

4) $y = 2|x|$

5) $4y = x^2$

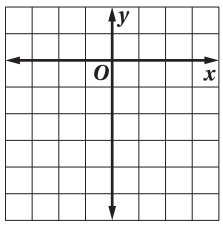
6) كيمياء: قام كيميائي بفحص سرعة التفاعل الكيميائي عند درجات حرارة مختلفة، فكوَّن التَّمثيل البياني المجاور. ما نوع الدالة التي تربط بين الحرارة، وسرعة التفاعل الكيميائي؟



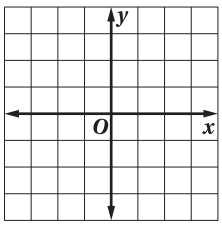
1-7 تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانيًّا

مثّل كلَّ متباينةٍ ممَّا يأتي بيانيًّا:

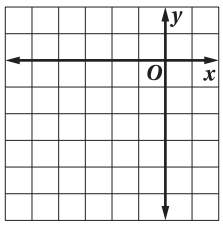
1) $y \leq -3$



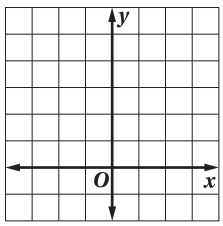
2) $x > 2$



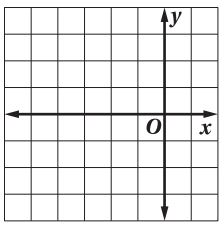
3) $x + y \leq -4$



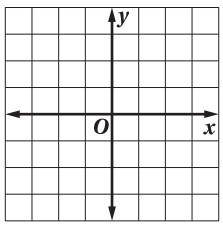
4) $y < -3x + 5$



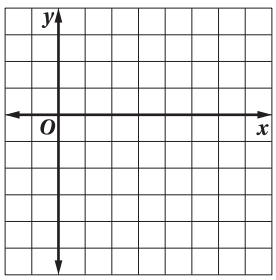
5) $y < \frac{1}{2}x + 3$



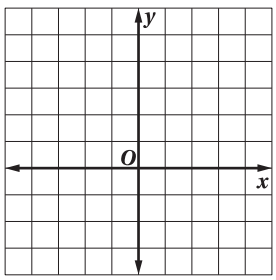
6) $y - 1 \geq -x$



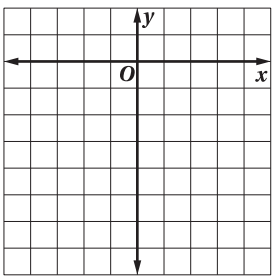
7) $x - 3y \leq 6$



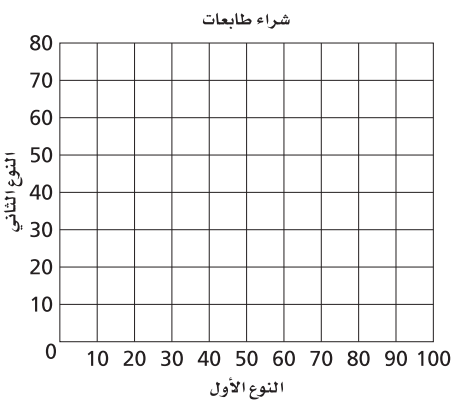
8) $y > |x| - 1$



9) $y > -3|x + 1| - 2$



10) طابعات: أرادت مؤسسة شراء نوعين من الطابعات. إذا كان سعر الطابعة من النوع الأول BD 100 ، ومن النوع الثاني BD 120 ، وكان المبلغ المخصص لشراء تلك الطابعات لا يزيد على BD 8000، فأجب عن الفروع a–c:



a) اكتب متباينةً تُمثّل ذلك الموقف.

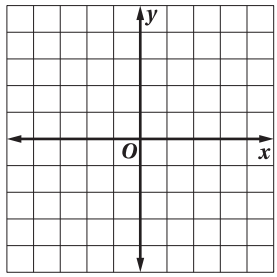
b) مثّل المتباينة بيانيًّا.

c) إذا أرادت المؤسسة شراء 50 طابعةً من النوع الأول، و25 طابعةً من النوع الثاني، فهل يكفي المبلغ المخصص لشرائها؟

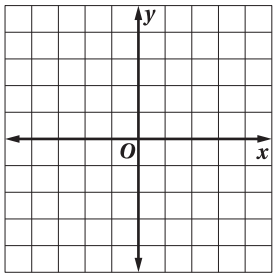
1-8 حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيًّا

حُلّ كلًّا من أنظمة المتباينات الآتية بيانيًّا :

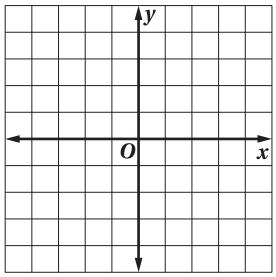
1) $y + 1 < -x$
$y \geq 1$



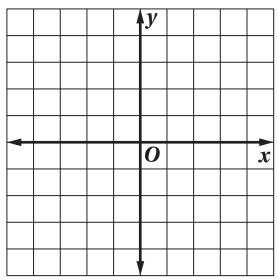
2) $x > -2$
$2y \geq 3x + 6$



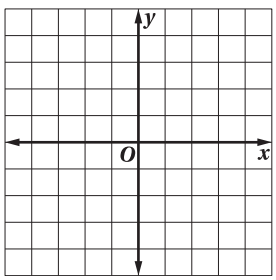
3) $y \leq 2x - 3$
$y \leq -\frac{1}{2}x + 2$



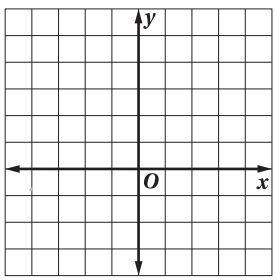
4) $x + y > -2$
$3x - y \geq -2$



5) $|y| \leq 1$
$y < x - 1$



6) $3y > 4x$
$2x - 3y > -6$



أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن تمثيل كل نظام متباينات ممَّا يأتي بيانيًّا :

7) $y \geq 1 - x$
$y \leq x - 1$
$x \leq 3$

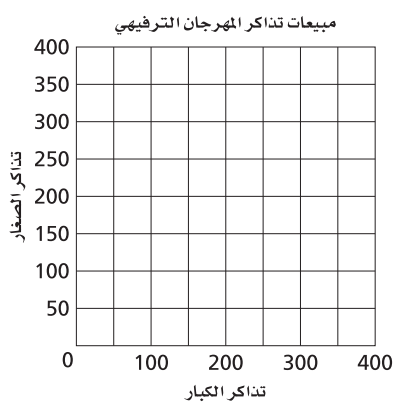
8) $x - y \leq 2$
$x + y \leq 2$
$x \geq -2$

9) $y \geq 2x - 2$
$2x + 3y \geq 6$
$y < 4$

10) مهرجان ترفيهي: نظَّمت مدرسة مهرجانًا ترفيهيًّا خُصِّص ريعُهُ لدعم المحتاجين، وحدَّدت المدرسة أن سعر التذكرة للكبار ستكون بـ BD 1.5، وللصغار بـِ BD 1.1. إذا كان المكان يسع 300 شخصٍ، وخطَّط المنظمون لجمع ما لا يقل عن BD 363 من بيع التذاكر، فأجب عن الفرعين a , b .

a) اكتب نظامًا من أربع متباينات يصِفُ عدد التذاكر الذي يجب بيعها من كل نوع؛ للحصول على المبلغ المطلوب، ثم مثّله بيانيًّا.

b) اكتب ثلاثة خيارات ممكنة لعدد التذاكر المبيعة التي تحقق نظام المتباينات.



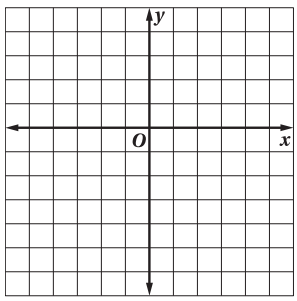
1-9 البرمجة الخطية

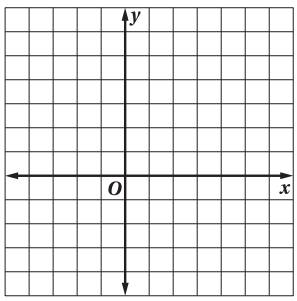
مثّل كلًّا من أنظمة المتباينات الآتية بيانيًّا، ثم عيّن إحداثيات رؤوس منطقة الحلّ، وأوجد القيمتين (العظمى والصغرى) للدالة المعطاة في منطقة الحلّ (إن وجدت):

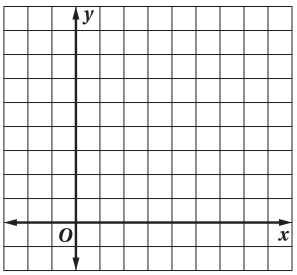
1)
$$2x - 4 \le y$$
$$-2x - 4 \le y$$
$$y \le 2$$
$$f(x, y) = -2x + y$$

2)
$$3x - y \le 7$$
$$2x - y \ge 3$$
$$y \ge x - 3$$
$$f(x, y) = x - 4y$$

3)
$$x \ge 0$$
$$y \ge 0$$
$$y \le 6$$
$$y \le -3x + 15$$
$$f(x, y) = 3x + y$$



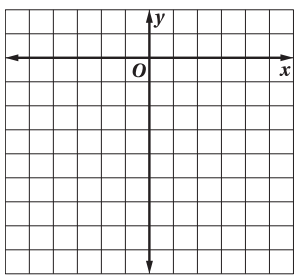


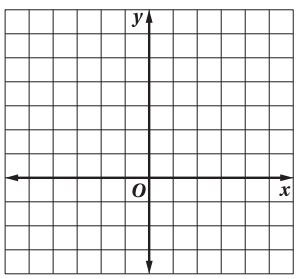


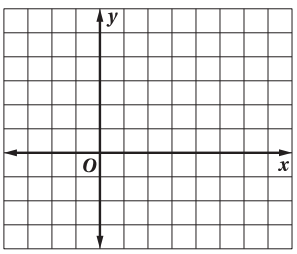
4)
$$x \le 0$$
$$y \le 0$$
$$4x + y \ge -7$$
$$f(x, y) = -x - 4y$$

5)
$$y \le 3x + 6$$
$$4y + 3x \le 3$$
$$x \ge -2$$
$$f(x, y) = -x + 3y$$

6)
$$2x + 3y \ge 6$$
$$2x - y \le 2$$
$$x \ge 0$$
$$y \ge 0$$
$$f(x, y) = x + 4y + 3$$







7) زخرفة: تستطيع نجلاء زخرفة نوعين من الزهريات الخزفية، حيث يمكنها زخرفة 8 زهريات من النوع الأول، أو زهريتين من النوع الثاني في الساعة الواحدة. وقد طُلب إليها زخرفة 40 زهرية على الأقل في زمن لا يزيد على 8 h.

a) إذا كانت s تُمثّل عدد ساعات زخرفة زهريات النوع الأول، و e تُمثّل عدد ساعات زخرفة زهريات النوع الثاني، فاكتب نظام متباينات يُمثّل الموقف، ويتضمن الزمن اللازم لزخرفة كل نوع من الزهريات.

b) إذا كانت أجرة نجلاء 3 BD عن ساعة العمل في زخرفة النوع الأول، و 3.5 BD عن ساعة العمل في زخرفة النوع الثاني، فاكتب دالة تُبيّن الأجرة الكلية التي تحصل عليها إذا قامت بزخرفة الزهريات جميعها.

c) أوجد عدد ساعات العمل في كل نوع؛ لتحصل نجلاء على أكبر أجر ممكن، ثم أوجد مقدار هذا الأجر.

2-1 مقدمة في المصفوفات

حدّد رتبة كل مصفوفة مما يأتي:

1) $\begin{bmatrix} -3 & -3 & 7 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 5 & 8 & -1 \\ -2 & -3 & 8 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} -2 & 2 & -2 & 3 \\ 5 & 16 & 0 & 0 \\ 4 & 7 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 0 \\ 9 & 8 & -4 \\ 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -1 & 0 \\ 9 & 5 & 7 & 2 \end{bmatrix}$ ، فحدّد قيمة كل عنصر مما يأتي :

4) b_{23}

5) a_{42}

6) b_{11}

7) a_{32}

8) b_{14}

9) a_{23}

10) **إحصاءات:** يُبيّن الجدول المجاور عدد الأسر في مدينتين A , B ، ومصدر الطاقة المستعمل في الطهو لدى كلٍّ منها. نظّم البيانات في مصفوفة من الرتبة 3 × 2.

مصدر الطاقة

	غاز	كهرباء	أخرى
مدينة A	90966	5545	178
مدينة B	241909	3754	0

11) **كرة قدم:** يُبيّن الجدول المجاور عدد مرات الفوز، والخسارة، والتعادل لفريق كرة قدم في 3 بطولات مختلفة.

	البطولة الأولى	البطولة الثانية	البطولة الثالثة
فوز	2	4	3
تعادل	3	1	0
خسارة	2	3	3

a) نظِّم نتائج مباريات الفريق في مصفوفة.

b) ما رتبة المصفوفة؟

2-2 العمليات على المصفوفات

أوجد الناتج في كلٍّ ممَّا يأتي إذا كان ذلك ممكنًا :

1) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 7 \\ 14 & -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 9 \\ 7 & -11 \\ -8 & 17 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 4 \\ -71 \\ 18 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -67 \\ 45 \\ -24 \end{bmatrix}$

3) $-3\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 17 & -11 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} -3 & 16 \\ -21 & 12 \end{bmatrix}$

4) $7\begin{bmatrix} 2 & -1 & 8 \\ 4 & 7 & 9 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 7 & 2 & -6 \end{bmatrix}$

5) $-2\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 \\ 18 \end{bmatrix}$

6) $\frac{3}{4}\begin{bmatrix} 8 & 12 \\ -16 & 20 \end{bmatrix} + \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 27 & -9 \\ 54 & -18 \end{bmatrix}$

استعمل المصفوفات: $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -3 & 6 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 9 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 10 & -8 & 6 \\ -6 & -4 & 20 \end{bmatrix}$ **؛ لإيجاد ناتج كلٍّ ممَّا يأتي :**

7) $A - B$

8) $A - C$

9) $-3B$

10) $4B - A$

11) $-2B - 3C$

12) $A + 0.5C$

اقتصاد: الجدول أدناه يبيّن القروض التي أعطتها مؤسسة للتنمية الاقتصادية لعدد من المستثمرين للبدء في مشروعات جديدة. استعمل الجدول لحل التمرينين 13, 14.

	المشروعات الصغرى		المشروعات الكبرى	
	العدد	قيمة القرض	العدد	قيمة القرض
2003	27	BD 56700	36	BD 864000
2004	41	BD 90200	32	BD 672000
2005	35	BD 77700	28	BD 562000

13) اكتب مصفوفتين تمثلان عدد المشروعات، وقيمة القروض الممنوحة، الأولى للمشروعات الصغرى، والأخرى للمشروعات الكبرى.

14) أوجد مجموع المشروعات، ومجموع قيم القروض، لكلٍّ من المشروعات الكبرى والصغرى لكل سنة خلال السنوات الثلاث في صورة مصفوفة.

15) تغذية: استعمل الجدول المجاور الذي يُبيّن نسب المواد الغذائية في نوعين من أعلاف الماشية؛ لإيجاد (B−A) ولتحديد نسب المواد الغذائية الثلاث في نوعَي الأعلاف، واكتبها في صورة مصفوفة.

	% ألياف	% دهون	% بروتين
النوع A	5	12	22
النوع B	8	8	24

2-3 ضرب المصفوفات

حدِّد ما إذا كانت عملية الضرب معرّفة في كلٍّ مما يأتي أو لا، وإذا كانت كذلك، فاكتب رتبة مصفوفة حاصل الضرب:

1) $A_{7\times 4}\cdot B_{4\times 3}$ **2)** $A_{3\times 5}\cdot M_{5\times 8}$ **3)** $M_{2\times 1}\cdot A_{1\times 6}$

4) $M_{3\times 2}\cdot A_{3\times 2}$ **5)** $P_{1\times 9}\cdot Q_{9\times 1}$ **6)** $P_{9\times 1}\cdot Q_{1\times 9}$

أوجد حاصل الضرب في كلٍّ ممَّا يأتي إن أمكن:

7) $\begin{bmatrix}2 & 4\\ 3 & -1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3 & -2 & 7\\ 6 & 0 & -5\end{bmatrix}$ **8)** $\begin{bmatrix}2 & 4\\ 7 & -1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-3 & 0\\ 2 & 5\end{bmatrix}$

9) $\begin{bmatrix}-3 & 0\\ 2 & 5\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2 & 4\\ 7 & -1\end{bmatrix}$ **10)** $\begin{bmatrix}3 & -2 & 7\\ 6 & 0 & -5\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3 & -2 & 7\\ 6 & 0 & -5\end{bmatrix}$

11) $[4\ 0\ 2]\cdot\begin{bmatrix}1\\ 3\\ -1\end{bmatrix}$ **12)** $\begin{bmatrix}1\\ 3\\ -1\end{bmatrix}\cdot[4\ 0\ 2]$

13) $\begin{bmatrix}-6 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{bmatrix}$ **14)** $[-15\ \ -9]\cdot\begin{bmatrix}6 & 11\\ 23 & -10\end{bmatrix}$

استعمل المصفوفات: $A=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 3 & 1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}4 & 0\\ -2 & -1\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$ **، والعدد الثابت** $k=3$ **؛ لتحدِّد ما إذا كانت المعادلات الآتية صحيحة للمصفوفات المعطاة أو لا:**

15) $AC=CA$ **16)** $A(B+C)=BA+CA$

17) $(AB)k=k(AB)$ **18)** $(A+C)B=B(A+C)$

19) عقارات: لدى مؤسسة 3 مجمَّعات سكنية، والجدول المجاور يُبيّن عدد شقق تلك المجمَّعات وفقًا لعدد الغرف فيها، وكانت الأجرة السنوية لشقق المجمعات الثلاثة على النحو الآتي :
شقة بغرفة نومٍ BD 1796، شقة بغرفتَي نومٍ BD 2165، شقة بثلاث غرف نومٍ BD 2538.

	شقة بغرفة نوم	شقة بغرفتين نوم	شقة بثلاث غرف نوم
المجمع 1	36	24	22
المجمع 2	29	32	42
المجمع 3	18	22	18

a) اكتب مصفوفةً تُبيّن عدد شقق كل نوع في كل مجمع، ومصفوفة أخرى تُبيّن الأجرة السنوية لكل نوع من الشقق.

b) إذا تم تأجير شقق المجمعات الثلاثة جميعها مدة سنة بحسب السعر أعلاه. فعبِّر عن دخل كل مجمع في صورة مصفوفة.

c) ما مجموع الدخل السنوي للمجمعات الثلاثة في تلك السنة؟

2-4 المحدّدات وقاعدة كرامر

أوجد قيمة كل محدّد مما يأتي :

1) $\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$

2) $\begin{vmatrix} 9 & 6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$

3) $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}$

4) $\begin{vmatrix} -14 & -3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$

5) $\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -12 & 4 \end{vmatrix}$

6) $\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 5 & -11 \end{vmatrix}$

7) $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 3.75 & 5 \end{vmatrix}$

8) $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -9.5 \end{vmatrix}$

9) $\begin{vmatrix} 0.5 & -0.7 \\ 0.4 & -0.3 \end{vmatrix}$

أوجد قيمة كل محدّد مما يأتي:

10) $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -3 \\ 2 & 5 & -1 \end{vmatrix}$

11) $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 3 & 0 & 9 \\ -1 & 5 & 7 \end{vmatrix}$

12) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

13) $\begin{vmatrix} 0 & -4 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 5 \end{vmatrix}$

14) $\begin{vmatrix} 2 & 7 & -6 \\ 8 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

15) $\begin{vmatrix} -12 & 0 & 3 \\ 7 & 5 & -1 \\ 4 & 2 & -6 \end{vmatrix}$

استعمل قاعدة كرامر لحل كل نظام من المعادلات الآتية :

16) $4x - 2y = -6$
$3x + y = 18$

17) $5x + 4y = 10$
$-3x - 2y = -8$

18) $-2x - 3y = -14$
$4x - y = 0$

19) $6x + 6y = 9$
$4x - 4y = -42$

20) $5x - 6 = 3y$
$5y = 54 + 3x$

21) $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2$
$\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = -6$

22) **هندسة:** أوجد مساحة سطح المثلث الذي إحداثيات رؤوسه $(3, 5)$، $(-5, 6)$، $(-4, 10)$.

23) **بيئة:** يستعمل عالم أحياءٍ بحرية جهاز رصد وتحليل البيانات الجغرافية (GIS)؛ لتحديد المنطقة البحرية التي يعيش فيها نوع من الأسماك النادرة، فأظهرت بيانات الجهاز أن إحداثيات رؤوس تلك المنطقة في مستوى إحداثي تمثل وحدة الطول فيه كيلومترًا هي: $(-4, 2)$، $(6, 17)$، $(-8, 10)$. فما مساحة تلك المنطقة؟

2-5 النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

حدِّد ما إذا كان كل زوج من المصفوفات الآتية يمثل مصفوفةً ونظيرها الضربي أو لا:

1) $M = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

2) $X = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

3) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{1}{10} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{10} \end{bmatrix}$

4) $P = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} \frac{3}{14} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix}$

5) حدِّد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة أو خاطئة :

a) كل مصفوفة مربعة لها نظير ضربي.

b) لكل مجموعة مصفوفات مربعة من الرتبة نفسها، مصفوفة محايدة لعملية الضرب.

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة مما يأتي، إن وجد :

6) $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$

7) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

8) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$

9) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

10) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

11) $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$

استعمل معادلةً مصفوفيةً لحل كل نظام مما يأتي :

12) $p + 3q = 6$
$2p - 3q = -6$

13) $-x - 3y = 2$
$-4x - 5y = 1$

14) $2m + 2n = -8$
$6m + 4n = -18$

15) $-3a + b = -9$
$5a - 2b = 14$

3-1 تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

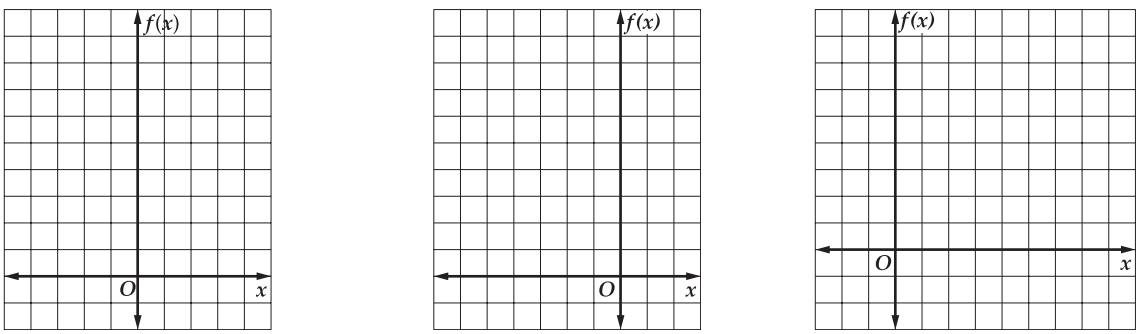
أجب عن الفروع a , b, c لكل دالة تربيعية مما يأتي:

a) أوجد كلًّا من مقطع المحور y، ومعادلة محور التماثل، والإحداثي x لرأس القطع المكافئ.

b) كوّن جدولًا لبعض قيم x ، على أن يتوسط فيه الإحداثي x رأس القطع لهذه القيم.

c) استعمل المعلومات التي حصلت عليها لتمثيل الدالة التربيعية.

1) $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$ **2)** $f(x) = -x^2 - 4x + 12$ **3)** $f(x) = x^2 - 8x + 15$



حدِّد ما إذا كان لكل دالة تربيعية ممَّا يأتي قيمة عظمى أو قيمة صغرى، وأوجد تلك القيمة. ثم حدد المجال والمدى لكل دالة:

4) $f(x) = x^2 + 2x - 8$ **5)** $f(x) = x^2 - 6x + 14$ **6)** $f(x) = -x^2 + 14x - 57$

7) $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$ **8)** $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ **9)** $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + 8x - 24$

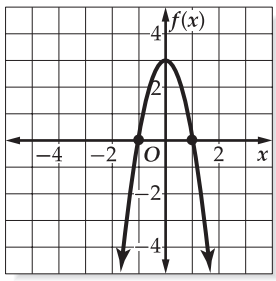
10) جاذبية أرضية: قذفت سعاد كرة إلى أعلى من ارتفاع 4 ft عن سطح الأرض بسرعة مقدارها 32 ft/sec . إذا كان ارتفاع الكرة $h(t)$ بعد زمن مقداره t ثانية يُعطى بالعلاقة $h(t) = -16t^2 + 32t + 4$ ، حيث $t \geq 0$ ، فأوجد أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة، والزمن اللازم لذلك.

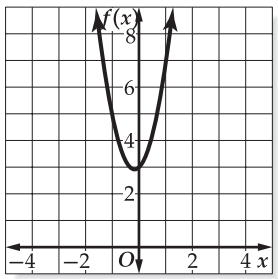
11) نوادٍ صحية: بلغ عدد المشتركين في نادٍ صحي الشهر الماضي 70 مشتركًا، حيث كان رسم الاشتراك BD 20، وقد قدر المشرف على النادي أن عدد المشتركين سيقل شخصًا واحدًا لكل زيادة مقدارها BD 1 في رسوم الاشتراك. ما رسم الاشتراك الذي يجب أن يحدِّده المشرف، إذا أردنا الحصول على أكبر دخلٍ ممكنٍ؟ وما مقدار الدخل المتوقّع من ذلك؟

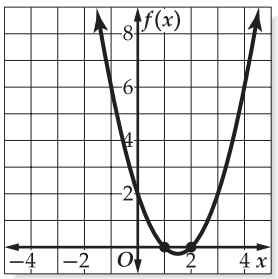
3-2 حل المعادلة التربيعية بيانيًّا

استعمل التمثيل البياني المرافق أدناه لكل معادلة مما يأتي ؛ لتحديد حلولها:

1) $-3x^2 + 3 = 0$ **2)** $3x^2 + x + 3 = 0$ **3)** $x^2 - 3x + 2 = 0$

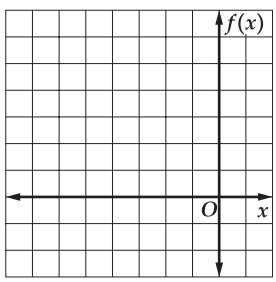


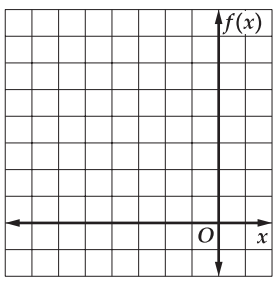


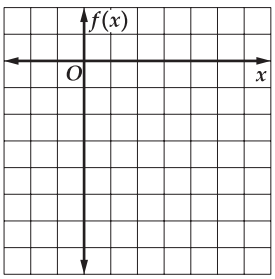


حل كلًّا من المعادلات الآتية بيانيًّا. وإذا لم تتمكن من إيجاد القيم الفعلية للجذور فحدّد العددين الصحيحين المتتاليين اللذين يقع بينهما كل جذر:

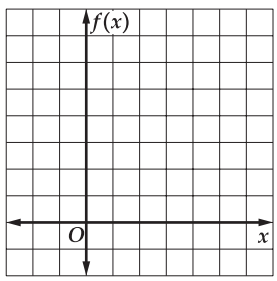
4) $-2x^2 - 6x + 5 = 0$ **5)** $x^2 + 10x + 24 = 0$ **6)** $2x^2 - x - 6 = 0$

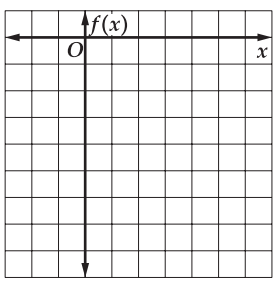






7) $-x^2 + x + 6 = 0$ **8)** $-x^2 + 5x - 8 = 0$





استعمل الصيغة $h(t) = v_0 t - 16t^2$، لحل التمرينين 9, 10 ، حيث $h(t)$ هو ارتفاع جسمٍ ما بالأقدام، وَ v_0 هي السرعة الابتدائية للجسم بالقدم لكل ثانية، و t هو الزمن بالثواني.

9) ركل أحمد كرة القدم إلى أعلى بسرعةٍ ابتدائيةٍ مقدارها 30 ft /sec . ما الزمن الذي استغرقته الكرة حتى تعود وتصطدم بسطح الأرض؟

10) إذا ألقى بركان حممًا نارية بسرعة ابتدائية مقدارها 240 ft /sec إلى أعلى، فما الزمن الذي استغرقته الحمم حتى تعود إلى سطح الأرض؟

3-3 حل المعادلات التربيعية بالتحليل

اكتب معادلة تربيعية بالصورة القياسية لكل زوجٍ من الجذور الآتية:

1) $7, 2$ **2)** $0, 3$ **3)** $-5, 8$

4) $-7, -8$ **5)** $-6, -3$ **6)** $3, -4$

7) $1, \frac{1}{2}$ **8)** $\frac{1}{3}, 2$ **9)** $0, -\frac{7}{2}$

حلّل كلًّا من التعابير الآتية تحليلًا تامًّا:

10) $r^3 + 3r^2 - 54r$ **11)** $8a^2 + 2a - 6$ **12)** $c^2 - 49$

13) $2x^2 - 8$ **14)** $16r^2 - 169$ **15)** $b^4 - 81$

حُلّ كل معادلة مما يأتي باستعمال التحليل:

16) $x^2 - 4x - 12 = 0$ **17)** $x^2 - 16x + 64 = 0$

18) $x^2 - 6x + 8 = 0$ **19)** $x^2 + 3x + 2 = 0$

20) $x^2 - 4x = 0$ **21)** $7x^2 = 4x$

22) $10x^2 = 9x$ **23)** $x^2 = 2x + 99$

24) $x^2 + 12x = -36$ **25)** $5x^2 - 35x + 60 = 0$

26) $36x^2 = 25$ **27)** $2x^2 - 8x - 90 = 0$

28) نظرية الأعداد: أوجد عددين صحيحين زوجيين موجبين متتاليين حاصل ضربهما 624.

29) نظرية الأعداد: أوجد عددين صحيحين فرديين موجبين متتاليين حاصل ضربهما 323.

30) هندسة: يزيد طول مستطيل 2 cm عن عرضه. أوجد أبعاد المستطيل، إذا كانت مساحة سطحه $63\ \text{cm}^2$.

31) تصوير: أبعاد صورةٍ مستطيلة الشكل $6\ \text{cm} \times 18\ \text{cm}$. إذا أردنا تقليص البُعدين المقدار نفسه؛ لجعل مساحة سطح الصورة الجديدة تساوي نصف مساحة سطح الصورة الأصلية، فكم سنتمترًا يُقلّص كلُّ بُعد؟

3-4 الأعداد المركبة

بسّط كلًّا مما يأتي:

1) $\sqrt{-36}$

2) $\sqrt{-8} \cdot \sqrt{-32}$

3) $\sqrt{-15} \cdot \sqrt{-25}$

4) $(-3i)(4i)(-5i)$

5) $(7i)^2(6i)$

6) $(5 - 2i) + (-13 - 8i)$

7) $(7 - 6i) + (9 + 11i)$

8) $(-12 + 48i) + (15 + 21i)$

9) $(10 + 15i) - (48 - 30i)$

10) $(28 - 4i) - (10 - 30i)$

11) $(6 - 4i)(6 + 4i)$

12) $(8 - 11i)(8 - 11i)$

13) $(4 + 3i)(2 - 5i)$

14) $(7 + 2i)(9 - 6i)$

15) $\dfrac{6 + 5i}{-2i}$

16) $\dfrac{2}{7 - 8i}$

17) $\dfrac{3 - i}{2 - i}$

18) $\dfrac{2 - 4i}{1 + 3i}$

حُلّ كل معادلة مما يأتي:

19) $5n^2 + 35 = 0$

20) $2m^2 + 10 = 0$

21) $4m^2 + 76 = 0$

22) $-2m^2 - 6 = 0$

23) $-5m^2 - 65 = 0$

24) $\frac{3}{4}x^2 + 12 = 0$

أوجد قيمتَي ℓ ، m الحقيقيتين اللتين تجعلان كل معادلة مما يأتي صحيحة:

25) $15 - 28i = 3\ell + (4m)i$

26) $(6 - \ell) + (3m)i = -12 + 27i$

27) $(3\ell + 4) + (3 - m)i = 16 - 3i$

28) $(7 + m) + (4\ell - 10)i = 3 - 6i$

29) كهرباء: تبلغ المقاومة في أحد طرفَي دائرة كهربائية موصولة على التوالي $\Omega\,(3i + 1)$، وفي الطرف الآخر $\Omega\,(7 - 5i)$. اجمع هذين العددين المركبين ؛ لإيجاد المقاومة الكلية في تلك الدائرة الكهربائية.

30) كهرباء: استعمل القانون $E = IZ$؛ لإيجاد فرق الجهد E في دائرة كهربائية فيها شدة التيار I تساوي $(3 - i)$ Amp، والمقاومة Z تساوي $\Omega\,(3 + 2i)$.

3-5 القانون العام لحل المعادلة التربيعية والمميّز

حل كل معادلة مما يأتي باستعمال القانون العام:

1) $7x^2 - 5x = 0$

2) $4x^2 - 9 = 0$

3) $3x^2 + 8x = 3$

4) $x^2 - 21 = 4x$

5) $3x^2 - 13x + 4 = 0$

6) $15x^2 + 22x = -8$

7) $x^2 - 6x + 3 = 0$

8) $x^2 - 14x + 53 = 0$

9) $3x^2 = -54$

10) $25x^2 - 20x - 6 = 0$

11) $4x^2 - 4x + 17 = 0$

12) $8x - 1 = 4x^2$

13) $x^2 = 4x - 15$

14) $4x^2 - 12x + 7 = 0$

أجب عن الفروع a-c لكل معادلة تربيعية في التمارين 29-15:

a) أوجد قيمة المميّز.

b) أوجد عدد الجذور المختلفة، وحدِّد أنواعها.

c) حُلّ المعادلة باستعمال القانون العام.

15) $x^2 - 16x + 64 = 0$

16) $x^2 = 3x$

17) $9x^2 - 24x + 16 = 0$

18) $x^2 - 3x = 40$

19) $3x^2 + 9x - 2 = 0$

20) $2x^2 + 7x = 0$

21) $5x^2 - 2x + 4 = 0$

22) $12x^2 - x - 6 = 0$

23) $7x^2 + 6x + 2 = 0$

24) $12x^2 + 2x - 4 = 0$

25) $6x^2 - 2x - 1 = 0$

26) $x^2 + 3x + 6 = 0$

27) $4x^2 - 3x - 6 = 0$

28) $16x^2 - 8x + 1 = 0$

29) $2x^2 - 5x - 6 = 0$

30) فيزياء: إذا كانت $h(t) = -16t^2 + 60t$ تعبّر عن الارتفاع $h(t)$ بالأقدام لجُسيم بعد t ثانية من قذفه رأسيًّا إلى أعلى من سطح الأرض بسرعة ابتدائية مقدارها 60 m/s، فما قيمتا t اللتان يكون عندهما الجسيم على ارتفاع 56 m ؟

3-6 تحويلات التمثيلات البيانية للدوال التربيعية

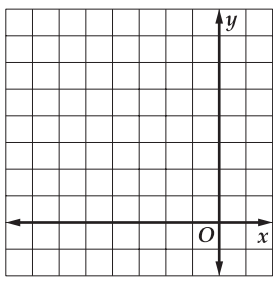
اكتب كل معادلة مما يأتي بصيغة الرأس. ثم حدِّد رأس القطع، ومعادلة محور التماثل، واتجاه فتحة القطع:

1) $y = -6x^2 - 24x - 25$ **2)** $y = 2x^2 + 2$ **3)** $y = -4x^2 + 8x$

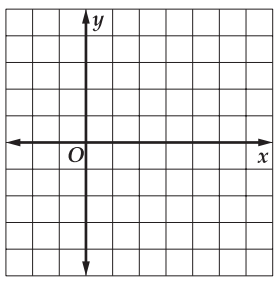
4) $y = x^2 + 10x + 20$ **5)** $y = 2x^2 + 12x + 18$ **6)** $y = 3x^2 - 6x + 5$

مثِّل كل دالة ممَّا يأتي بيانيًّا:

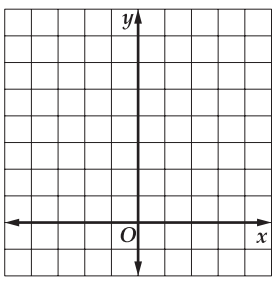
7) $y = (x + 3)^2 - 1$



8) $y = -x^2 + 6x - 5$



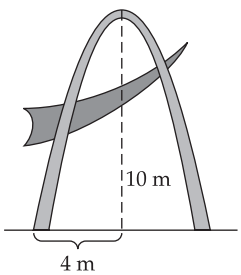
9) $y = 2x^2 - 2x + 1$



10) اكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (1, 3)، ويمُرُّ بالنقطة (−2, −15).

11) كرة قدم: يُعطى ارتفاع كرة القدم h بعد t ثانيةً من ركلها بالعلاقةِ: $h(t) = -16t^2 + 80t + 3$، ما أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة؟ ومتى تصل إلى هذا الارتفاع؟

12) عمارة: مدخل إحدى الجامعات على شكل قطع مكافئ ارتفاعه 10 m، وكلٌّ من طرفي القوس يبعُد 4 m عن محور التماثل كما في الشكل المجاور. اكتب الدالة التربيعية التي تصف شكل القوس الخارجي بصيغة الرأس، حيث y هو ارتفاع أي نقطة عن المدخل، وx مسقطها على سطح الأرض.



الرياضيات ٢

للمرحلة الثانوية

Mc Graw Hill Education

www.obeikaneducation.com

طبعت بمطبعة أوال لصالح وزارة التربية والتعليم بمملكة البحرين

التعليم مستقبل البحرين