

إجابات تدريبات الدرس

نظريات النهايات

تدريب ١

إذا كان $q = 2s$ ، $h = 3s$ ، فجد كلاً مما يأتي:

$$(1) \text{ نهايا } (q) \text{ (س)} + \text{ نهايا } (h) \text{ (س)} \times \text{ نهايا } (s) \text{ (س)}$$

$$(3) \text{ نهايا } \left(\sqrt{3 + (q) \text{ (س)}} + \sqrt{3 + (h) \text{ (س)}} \right) + 15$$

الحل:

$$(1) \text{ نهايا } (q) \text{ (س)} + \text{ نهايا } (h) \text{ (س)} \times \text{ نهايا } (s) \text{ (س)}$$

$$2^- \times (2^- + 2(2^-)) + 2^- \times 2 =$$

$$20 + 4^- = 2^- \times 10^- + 4^- =$$

$$16 =$$

$$(2) \text{ نهايا } (q) \text{ (س)} = \frac{2}{2} = \frac{1 \times 2}{1 + 2} = \frac{(q) \text{ (س)}}{(h) \text{ (س)}}$$

$$(3) \text{ نهايا } \left(\sqrt{3 + (q) \text{ (س)}} + \sqrt{3 + (h) \text{ (س)}} \right) + 15$$

$$15 + \sqrt{1 + 1} \sqrt{3 + 1 \times 2} +$$

$$15 + \sqrt{2} \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$15 + \sqrt{2} \sqrt{4}$$

تدريب ٢

جد كلاً مما يأتي:

$$(2) \text{ نهايا } |s - 16|$$

$$(1) \text{ نهايا } |s - 8|$$

$$(3) \text{ نهايا } |s^2 - 16|$$

الحل:

$$(1) \text{ نهيا } |8 - 0| = |8 - \text{س}|$$

$$|8 - 0| =$$

$$|8| =$$

تعويض مباشر؛ لأن الصفر ليس جذر (صفر) للاقتزان ما داخل المطلق.

$$(2) \text{ نهيا } |16 - \text{س}|$$

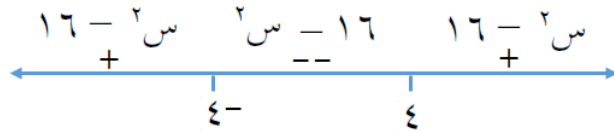
$$\text{س} = 16 \leftarrow \text{صفر} = 16 - \text{س}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} \leq 16, \text{س} - 16 \\ \text{س} > 16, 16 - \text{س} \end{array} \right\} = |16 - \text{س}|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } |16 - \text{س}| = \text{صفر} \\ \text{نهيا } |16 - \text{س}| = \text{صفر} \end{array} \right\} \iff \text{نهيا } |16 - \text{س}| = \text{صفر}$$

$$(3) \text{ نهيا } |16 - \text{س}^2|$$

$$\text{س}^2 = 16 - \text{س}^2 \leftarrow \text{صفر} = \text{س}^2 \pm 4$$



$$\text{نهيا } |16 - \text{س}^2| = \text{صفر}$$

$$\text{نهيا } |16 - \text{س}^2| = \text{صفر}$$

$$\text{نهيا } |16 - \text{س}^2| = \text{صفر}$$

تدريب 3

جد كلاً من النهايات الآتية:

$$(1) \text{ نهيا } [2 - \text{س}]$$

$$(2) \text{ نهيا } [4 - 2\text{س}]$$

$$(3) \text{ نهيا } [1 + \text{س}]$$

$$(4) \text{ نهيا } [0, 25, \text{س}]$$

الحل:

(١) نهيا [س - ٢] $\leftarrow_{١}$ نعيد التعريف حول النقطة س = ١

$$\leftarrow \begin{array}{c} | \\ \cdot \\ | \\ ١ \\ | \\ ٢ \\ | \\ \cdot \\ | \\ \cdot \end{array} \rightarrow \quad ١ = \frac{١}{|\text{معامل س}|} = \delta$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ > س \geq ١ , \quad ١ - \\ ١ > س \geq ٠ , \quad ٢ - \end{array} \right\} = [س - ٢]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} = ١ - \\ \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} = ٢ - \end{array} \right. \Leftrightarrow \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} \text{ غير موجودة}$$

$$\leftarrow \begin{array}{c} | \\ \cdot \\ | \\ ٠,٥ \\ | \\ ١ \\ | \\ ١,٥ \\ | \\ ٢ \\ | \\ \cdot \\ | \\ \cdot \end{array} \rightarrow \quad \frac{١}{٢} = \delta \quad \text{نهيا } [٢س - ٤] \leftarrow_{١,٥}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر} , \quad ٢ \geq س > ١,٥ \\ ١ , \quad ١,٥ \geq س \geq ١ \end{array} \right\} = [٢س - ٤]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } [٢س - ٤] \leftarrow_{١,٥} = \text{صفر} \\ \text{نهيا } [٢س - ٤] \leftarrow_{١,٥} = ١ \end{array} \right. \Leftrightarrow \text{نهيا } [٢س - ٤] \leftarrow_{١,٥} = ١ \text{ غير موجودة}$$

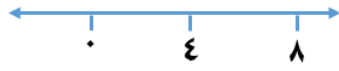
(٣) نهيا [س + ١] $\leftarrow_{٠,١}$

$$\leftarrow \begin{array}{c} | \\ \cdot \\ | \\ ١ \\ | \\ \cdot \\ | \\ \cdot \end{array} \rightarrow \quad ١ = \delta$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{صفر} , \quad ١ > س \geq ٠ \\ ١ \end{array} \right\} = [س + ١]$$

$$\text{نهيا } [س + ١] \leftarrow_{٠,١} = ١$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$



$$\varepsilon = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq s < 4 \\ 4 \leq s < 8 \end{array} \right\} = [0, 25]$$

$$\text{نهايا } [0, 25] \text{ من } \varepsilon = 4 = 1$$

$$\text{نهايا } [0, 25] \text{ من } \varepsilon = 4 = \text{صفر}$$

$$\text{نهايا } [0, 25] \text{ من } \varepsilon = 4 = \text{غير موجودة}$$

تدريب ٤

إذا كان $q(s) = [2 - s]$ ، فأجب عن كل مما يأتي:

(١) جد قيم a التي تجعل نهايا $q(s)$ غير موجودة

(٢) جد قيم a التي تجعل نهايا $q(s) = 1 - a$

الحل:

(١) قيم a هي جميع قيم a حيث:

$$a \in \mathbb{R}$$

(٢) قيم a هي $(2, 3)$

تدريب ٥

جد كلاً من النهايات الآتية:


$$(٢) \text{ نهايا } \sqrt{s-7} \text{ من } \varepsilon = 7$$

$$(١) \text{ نهايا } \sqrt{s-7} \text{ من } \varepsilon = 7$$

$$(٤) \text{ نهايا } \sqrt{s^2-25} \text{ من } \varepsilon = 7$$

$$(٣) \text{ نهايا } \sqrt{s^2-25} \text{ من } \varepsilon = 7$$

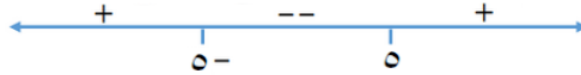
الحل:

(1) نهايا $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ صفر $\leftarrow s=7$ 

نهايا $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ صفر =
 نهايا $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ غير موجودة =

(2) نهايا $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ غير موجودة =

(3) نهايا $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=5$ صفر = $\leftarrow s=5$ $\leftarrow s=5$ $\leftarrow s=5$



نهايا $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=5$ صفر =
 نهايا $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=5$ غير موجودة =

(4) نهايا $\sqrt{s^2-49}$ $\leftarrow s=7$ = $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=7$

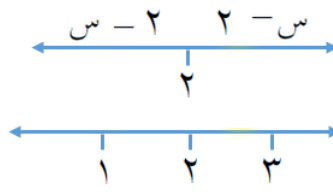
تدريب 6

إذا كان ق(س) = $\left. \begin{array}{l} |s-2| \\ [s-6] \end{array} \right\}$ ، $s \leq 2$ ، $s > 2$

فجد نهايا ق(س) $\leftarrow s=2$

الحل:

$$س - ٢ = \text{صفر} \leftarrow س = ٢$$



$$\left. \begin{array}{l} ٣ \geq س > ٢ , ٣ \\ ٢ \geq س > ١ , ٤ \end{array} \right\} = [س - ٦]$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ < س , ٢ - س \\ ٢ \geq س > ١ , ٤ \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهاق(س)} = \text{صفر} \\ \text{نهاق(س)} = ٤ \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} \text{نهاق(س)} = \text{غير موجودة} \\ \text{نهاق(س)} = ٤ \end{array} \right.$$

تدريب ٧

إذا كان ق(س) = [س + ٥] ، ل(س) = [س - ٤] ، فجد كلاً مما يأتي:

(١) نهاق(س) \leftarrow نهاق(س) = ١

(٢) نهاق(س) \leftarrow نهاق(س) = ٢

(٣) نهاق(س) \leftarrow نهاق(س) = (س) + ل(س)

ماذا تلاحظ؟

الحل:

(١) نهايات (س) $1 = 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 > s \geq 1, \quad 6 \\ 1 > s \geq 0, \quad 5 \end{array} \right\} = [5 + s]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6 = \text{نهايات (س)}_{+1} \\ 5 = \text{نهايات (س)}_{-1} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{نهايات (س)}_{\pm 1} = \text{غير موجودة}$$

(٢) نهايات (س)

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \geq s > 1, \quad 2 \\ 1 \geq s > 0, \quad 3 \end{array} \right\} = [s - 4]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 = \text{نهايات (س)}_{+1} \\ 3 = \text{نهايات (س)}_{-1} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{نهايات (س)}_{\pm 1} = \text{غير موجودة}$$

(٣) نهايات (س) + (س) ل

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 > s > 1, \quad 8 \\ 1 > s > 0, \quad 8 \\ 1 = s, \quad 9 \end{array} \right\} = (س) ل + (س) ق$$

$$8 = \left((س) ل + (س) ق \right)_{\pm 1} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 8 = \text{نهايات (س) ل + (س) ق}_{+1} \\ 8 = \text{نهايات (س) ل + (س) ق}_{-1} \end{array} \right.$$

لاحظ أنه قد تكون نهاية أحد الاقترانين أو كلاهما غير موجودة، ولكن قد تصبح النهاية موجودة بعد تطبيق عملية حسابية عليها.