

إجابات تدريبات الدرس

نظريات النهايات

تدريب ١

إذا كان $q = 2s$ ، $h = 3s$ ، فجد كلاً مما يأتي:

$$(1) \text{ نهايا } \left(\frac{q}{s} + h \right) \text{ نهايا } \left(\frac{q}{s} \right) \text{ نهايا } \left(\frac{q}{s} \right) \text{ نهايا } \left(\frac{q}{s} \right)$$

$$(3) \text{ نهايا } \left(\sqrt{3 + \frac{q}{s}} + \sqrt{3 + \frac{h}{s}} \right) + 15$$

الحل:

$$(1) \text{ نهايا } \left(\frac{q}{s} + h \right) + \text{نهايا } \left(\frac{q}{s} \right) + \text{نهايا } \left(\frac{q}{s} \right) + \text{نهايا } \left(\frac{q}{s} \right)$$

$$2^{-} \times (2^{-} + 2(2^{-})) + 2^{-} \times 2 =$$

$$20 + 4^{-} = 2^{-} \times 10^{-} + 4^{-} =$$

$$16 =$$

$$(2) \text{ نهايا } \left(\frac{q}{s} \right) = \frac{1 \times 2}{1 + 2} = \frac{2}{3}$$

$$(3) \text{ نهايا } \left(\sqrt{3 + \frac{q}{s}} + \sqrt{3 + \frac{h}{s}} \right) + 15$$

$$15 + \sqrt{1 + 1} \sqrt{3 + 1} + \sqrt{1 \times 2} \sqrt{3 + 2}$$

$$15 + \sqrt{2} \sqrt{3} + \sqrt{2} \sqrt{3}$$

$$15 + 2\sqrt{6}$$

تدريب ٢

جد كلاً مما يأتي:

$$(2) \text{ نهايا } |s - 16|$$

$$(1) \text{ نهايا } |s - 8|$$

$$(3) \text{ نهايا } |s^2 - 16|$$

الحل:

$$(1) \text{ نهيا } |8 - 0| = |8 - 0|$$

$$|8 - 0| =$$

$$|8| =$$

تعويض مباشر؛ لأن الصفر ليس جذر (صفر) للاقتزان ما داخل المطلق.

$$(2) \text{ نهيا } |16 - 0| = |16 - 0|$$

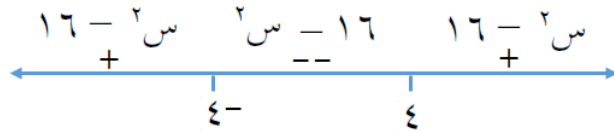
$$16 - 0 = 16 = 16$$

$$\left. \begin{array}{l} 16 \leq 0, 16 - 0 \\ 16 > 0, 0 - 16 \end{array} \right\} = |16 - 0|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } |16 - 0| = 16 \\ \text{نهيا } |16 - 0| = 0 \end{array} \right\} \iff \text{نهيا } |16 - 0| = 16$$

$$(3) \text{ نهيا } |16 - 4| = |16 - 4|$$

$$16 - 4 = 12 = 12$$



$$\text{نهيا } |16 - 4| = 12$$

$$\text{نهيا } |16 - 4| = 0$$

$$\text{نهيا } |16 - 4| = 12$$

تدريب 3

جد كلاً من النهايات الآتية:

$$(1) \text{ نهيا } [2 - 4]$$

$$(2) \text{ نهيا } [2 - 1]$$

$$(3) \text{ نهيا } [0, 25]$$

$$(4) \text{ نهيا } [1 + 1]$$

الحل:

(١) نهيا [س - ٢] $\leftarrow_{١}$ نعيد التعريف حول النقطة س = ١

$$\leftarrow \begin{array}{c} | \\ \cdot \\ | \\ ١ \\ | \\ ٢ \\ | \\ \cdot \\ | \\ \cdot \end{array} \rightarrow \quad ١ = \frac{١}{|\text{معامل س}|} = \delta$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ > س \geq ١ , \quad ١ - \\ ١ > س \geq ٠ , \quad ٢ - \end{array} \right\} = [س - ٢]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} = ١ - \\ \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} = ٢ - \end{array} \right. \Leftrightarrow \text{نهيا } [س - ٢] \leftarrow_{١} \text{ غير موجودة}$$

$$\leftarrow \begin{array}{c} | \\ \cdot \\ | \\ ٠,٥ \\ | \\ ١ \\ | \\ ١,٥ \\ | \\ ٢ \\ | \\ \cdot \\ | \\ \cdot \end{array} \rightarrow \quad \frac{١}{٢} = \delta \quad \text{نهيا } [٢س - ٤] \leftarrow_{١,٥}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر} , \quad ٢ \geq س > ١,٥ \\ ١ , \quad ١,٥ \geq س \geq ١ \end{array} \right\} = [٢س - ٤]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهيا } [٢س - ٤] \leftarrow_{١,٥} = \text{صفر} \\ \text{نهيا } [٢س - ٤] \leftarrow_{١,٥} = ١ \end{array} \right. \Leftrightarrow \text{نهيا } [٢س - ٤] \leftarrow_{١,٥} = ١ \text{ غير موجودة}$$

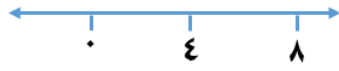
(٣) نهيا [س + ١] $\leftarrow_{٠,١}$

$$\leftarrow \begin{array}{c} | \\ \cdot \\ | \\ ١ \\ | \\ \cdot \\ | \\ \cdot \end{array} \rightarrow \quad ١ = \delta$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{صفر} , \quad ١ > س \geq ٠ \\ ١ \end{array} \right\} = [س + ١]$$

$$\text{نهيا } [س + ١] \leftarrow_{٠,١} = ١$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$



$$\varepsilon = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq s < 4 \\ 4 \leq s < 8 \end{array} \right\} = [0, 25]$$

$$1 = [0, 25]_{\varepsilon}$$

$$0 = [0, 25]_{\varepsilon}$$

$$[0, 25]_{\varepsilon} = \text{غير موجودة}$$

تدريب ٤

إذا كان $q(s) = [2 - s]$ ، فأجب عن كل مما يأتي:

(١) جد قيم a التي تجعل نهاية $q(s)$ غير موجودة

(٢) جد قيم a التي تجعل نهاية $q(s) = 1$

الحل:

(١) قيم a هي جميع قيم a حيث:

$$a \in \mathbb{R}$$

(٢) قيم a هي $(2, 3)$

تدريب ٥

جد كلاً من النهايات الآتية:


$$(٢) \lim_{s \rightarrow 7} \sqrt{s-7}$$

$$(١) \lim_{s \rightarrow 7} \sqrt{s-7}$$

$$(٤) \lim_{s \rightarrow 25} \sqrt{s-25}$$

$$(٣) \lim_{s \rightarrow 25} \sqrt{s-25}$$

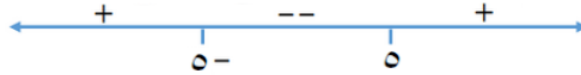
الحل:

(1) نهايا $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ صفر $\leftarrow s=7$ 

نهايا $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ صفر =
 نهايا $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ غير موجودة =

(2) نهايا $\sqrt{s-7}$ $\leftarrow s=7$ غير موجودة =

(3) نهايا $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=5$ صفر = $\leftarrow s=5$ $\leftarrow s=5$ $\leftarrow s=5$



نهايا $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=5$ صفر =
 نهايا $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=5$ غير موجودة =

(4) نهايا $\sqrt{s^2-49}$ $\leftarrow s=7$ = $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=7$ = $\sqrt{s^2-25}$ $\leftarrow s=7$

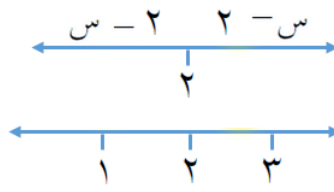
تدريب 6

إذا كان ق(س) = $\left. \begin{array}{l} |s-2| \\ [s-6] \end{array} \right\}$ ، $s \leq 2$ ، $s > 2$

فجد نهايا ق(س) $\leftarrow s=2$

الحل:

$$س - ٢ = \text{صفر} \leftarrow س = ٢$$



$$\left. \begin{array}{l} ٣ \geq س > ٢ , ٣ \\ ٢ \geq س > ١ , ٤ \end{array} \right\} = [س - ٦]$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ < س , ٢ - س \\ ٢ \geq س > ١ , ٤ \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نهاق(س)} = \text{صفر} \\ \text{نهاق(س)} = ٤ \end{array} \right. \iff \text{نهاق(س)} = \text{غير موجودة}$$

تدريب ٧

إذا كان ق(س) = [س + ٥] ، ل(س) = [س - ٤] ، فجد كلاً مما يأتي:

(١) نهاق(س) (٢) نهاق(س)

(٣) نهاق(س) + ل(س)

ماذا تلاحظ؟

الحل:

(١) نهيا ق (س) \leftarrow_{1} $1 = 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 > س \geq 1 , 6 \\ 1 > س \geq 0 , 5 \end{array} \right\} = [5 + س]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6 = \text{نهيا ق (س)} \leftarrow_{1} \\ 5 = \text{نهيا ق (س)} \leftarrow_{1} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{نهيا ق (س)} \leftarrow_{1} = \text{غير موجودة}$$

(٢) نهيا ل (س) \leftarrow_{1}

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \geq س > 1 , 2 \\ 1 \geq س > 0 , 3 \end{array} \right\} = [س - 4]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 = \text{نهيا ل (س)} \leftarrow_{1} \\ 3 = \text{نهيا ل (س)} \leftarrow_{1} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{نهيا ل (س)} \leftarrow_{1} = \text{غير موجودة}$$

(٣) نهيا (ق) ل (س) \leftarrow_{1}

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 > س > 1 , 8 \\ 1 > س > 0 , 8 \\ 1 = س , 9 \end{array} \right\} = \text{ق (س) ل (س)}$$

$$8 = \left(\text{ق (س) ل (س)} \right) \leftarrow_{1} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 8 = \text{نهيا (ق) ل (س)} \leftarrow_{1} \\ 8 = \text{نهيا (ق) ل (س)} \leftarrow_{1} \end{array} \right.$$

لاحظ أنه قد تكون نهاية أحد الاقترانين أو كلاهما غير موجودة، ولكن قد تصبح النهاية موجودة بعد

تطبيق عملية حسابية عليها.