إجابات تدريبات الكتاب

نظريات النهايات

تدريب ١

جد قيمة كل مما يأتي:

١) $\lim_{س \to -١} (س^{٦} - ٥س^{٢} + ٤س + ٩)$

٢) $\lim_{س \to -١} (٧س^{٢} + ٥س)(س^{٢} + س - ١٠)$

٣) $\lim_{س \to -١} (س^{٢} + ٥س)^{٣}$

الحل:

١) $\lim_{س \to -١} (س^{٦} - ٥س^{٢} + ٤س + ٩) = (-١)^{٦} - ٥(-١)^{٢} + ٤(-١) + ٩$

$= ١ - ٥ + ٤ + ٩ = ١٠ - ٩ = ١$

٢) $\lim_{س \to -١} (٧س^{٢} + ٥س)(س^{٢} + س - ١٠) = (٧(-١)^{٢} + ٥(-١))((-١)^{٢} - ١ - ١٠)$

$= (٧ - ٥)(١ - ١ - ١٠)$

$= ٢ \times -١٠ = -٢٠$

٣) $\lim_{س \to -١} (س^{٢} + ٥س)^{٣} = ((-١)^{٢} + ٥(-١))^{٣} = (١ - ٥)^{٣}$

$= (-٤)^{٣} = -٦٤$

تدريب ٢

إذا كانت $\lim_{س \to -١} (ق(س) + س^{٣} - ٣) = ٥$ ، فجد قيمة $\lim_{س \to -١} ٣(ق(س))^{٢}$

الحل:

نجد أولًا $\lim_{س \to -١} ق(س)$

$\lim_{س \to -١} (ق(س) + س^{٣} - ٣) = ٥$

$\lim_{س \to -١} ق(س) + (-١)^{٣} - ٣ = ٥$

$\lim_{س \to -١} ق(س) + (-٤) = ٥$

$+٤ \quad +٤$

$\lim_{س \to -١} ق(س) = ٩ \Leftarrow \lim_{س \to -١} ٣(ق(س))^{٢}$

$= ٣(\lim_{س \to -١} ق(س))^{٢} = ٣ \times (٩)^{٢} = ٣ \times ٨١ = ٢٤٣$

تدريب ٣

١) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ & ، س \geq ٣ \\ ٤س - ٢ & ، س < ٣ \end{cases}$

فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

أ) $ق(٢)$

ب) $\lim_{س \to ١} ق(س)$

جـ) $\lim_{س \to ٤} ق(س)$

د) $\lim_{س \to ٣} ق(س)$

٢) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س + ٦ & ، س \in ص \\ ٤س + ١ & ، س \notin ص \end{cases}$

حيث ص = مجموعة الأعداد الصحيحة،

فجد $\lim_{س \to ٣} ق(س)$ (إن وجدت).

الحل:

١) أ) ق(٢) = (٢)^{٢} + ١ = ٥

ب) نهـــا ق(س) = (١)^{٢} + ١ = ٢
س←١

جـ) نهـــا ق(س) = ٤ × ٤ − ٢ = ١٦ − ٢ = ١٤
س←٤

د) نهـــا ق(س)
س←٣

نهـــا ق(س) = ٤ × ٣ − ٢ = ١٠
س←٣+

نهـــا ق(س) = (٣)^{٢} + ١ = ١٠
س←٣−

نهـــا ق(س) = ١٠
س←٣

٢) نهـــا ق(س) = ٤ × ٣ + ١
س←٣

= ١٣

تدريب ٤

١) إذا كان ق(س) = { ٥س − أ ، س < ١ ; ب س^{٢} + ٧ ، س ≤ ١ }

وكانت نهـــا ق(س) = ١٦ ، نهـــا ق(س) موجودة، فما قيمة كل من الثابتين: أ، ب؟
س←٣ س←١

٢) إذا كان ق(س) = { ٥س^{٣} ، س < أ ; ٤٠ ، س ≤ أ }

وكانت نهـــا ق(س) موجودة، فما قيمة الثابت أ ؟
س←أ

الحل:

١) $\lim_{س \to ٣} ق(س) = ١٦$

$\lim_{س \to ٣} (ب س^{٢} + ٧) = ١٦$

$٩ب + ٧ = ١٦$

$-٧ \quad -٧$

$\frac{٩ب}{٩} = \frac{٩}{٩}$ ⟸ $ب = ١$

$\lim_{س \to ١} ق(س)$ موجودة ⟸

$\lim_{س \to ١^{+}} ق(س) = \lim_{س \to ١^{-}} ق(س)$

$\lim_{س \to ١^{+}} (ب س^{٢} + ٧) = \lim_{س \to ١^{-}} (٥س - أ)$

$ب + ٧ = ٥ - أ$

$١ + ٧ = ٥ - أ$

$٨ = ٥ - أ$ ⟸ $أ = -٣$

٢) $\lim_{س \to أ}$ ق(س) موجودة، ⟸

$\lim_{س \to أ^{+}} ق(س) = \lim_{س \to أ^{-}} ق(س)$

$\lim_{س \to أ^{+}} ٤٠ = \lim_{س \to أ^{-}} ٥س^{٣}$

$\frac{٤٠}{٥} = \frac{٥}{٥}(أ)^{٣}$

$٨ = (أ)^{٣}$ نأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$\sqrt[٣]{٨} = \sqrt[٣]{أ^{٣}}$

$أ = ٢$