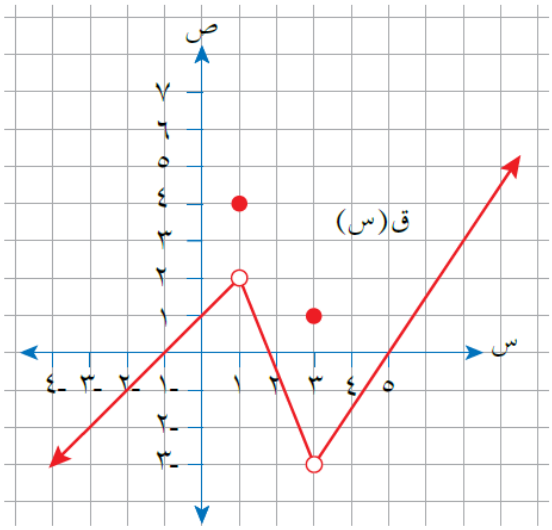
إجابات أسئلة الدرس

الاتصال عند نقطة

١) اعتمادًا على الشكل (١–١٥) الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية، حدد قيم س التي يكون الاقتران ق عندها غير متصل.



الشكل (١–١٥).

الحل:

قيم س التي يكون عندها الاقتران غير متصل هي س = ١ ، س = ٣

---

٢) إذا كان $\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س}^{٢} - ١ & \text{، س} < ١ \\ ٢\text{س} & \text{، س} \geq ١ \end{cases}$

فابحث اتصال الاقتران ق عندما س = ١

الحل:

١) ق(١) = ٢ × ١ = ٢

٢) $\lim_{\text{س} \to ١^{+}}$ ق(س) = ٢ × ١ = ٢

$\lim_{\text{س} \to ١^{-}}$ ق(س) = ١ − ١ = صفر

⇐ $\lim_{\text{س} \to ١}$ ق(س) غير موجودة ⇐ ق(س) غير متصل عند س = ١

٣) إذا كان هـ (س) = $\begin{cases} \dfrac{٥}{س + ١} &، س \neq ١ \\ ٣ &، س = ١ \end{cases}$

فابحث اتصال الاقتران هـ عندما س = ١

الحل:

١) هـ (١) = ٣

٢) $\lim_{س \leftarrow ١}$ هـ (س) = $\dfrac{٥}{١ + ١} = \dfrac{٥}{٢}$

٣) $\lim_{س \leftarrow ١}$ هـ (س) ≠ هـ (١)

∴ هـ غير متصل عند س = ١

٤) إذا علمت أن ق(س) = $\begin{cases} س^٢ + ٣ &، س < -١ \\ ٥ - س &، -١ \leq س < ١ \\ س^٣ + ٣ &، س \geq ١ \end{cases}$

فابحث اتصال الاقتران ق عندما:

أ) س = ١ ب) س = -١

الحل:

أ- عند س = ١

١) ق (١) = ١^٣ + ٣ = ٤

٢) نهـــا ق (س) = ٤ (س ← ١⁺)

نهـــا ق (س) = ٥ – ١ = ٤ (س ← ١⁻)

نهـــا ق (س) = ٤ (س ← ١)

٣) نهـــا ق (س) = ق (١) (س ← ١)

∴ ق (س) غير متصل عند س = ١

ب- عند س = -١

١) ق (-١) = ٥ - -١ = ٦

٢) نهـــا ق (س) = ٦ (س ← -١⁺)

نهـــا ق (س) = ١ + ٣ = ٤ (س ← -١⁻)

⇐ نهـــا ق (س) = غير موجودة (س ← -١)

∴ ق (س) غير متصل عند س = -١

---

٥) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \frac{٣ - س}{س - ٣} &، س \neq ٣ \\ م س + ٢ &، س = ٣ \end{cases}$

وكان الاقتران ق متصلًا عندما س = ٣، فجد قيمة الثابت م.

الحل:

هـ متصل عند س = ٣ ⟸ $\lim\limits_{\text{س} \to ٣}$ هـ(س) = هـ(٣)

$\lim\limits_{\text{س} \to ٣} \dfrac{\cancel{٣ - \text{س}}^{\,-١}}{\cancel{\text{س} - ٣}} = \text{م} \times ٣ + ٢$

$\lim\limits_{\text{س} \to ٣} -١ = ٣\text{م} + ٢$

$-١ = ٣\text{م} + ٢$
$-٢ \qquad\qquad -٢$

$\dfrac{٣\text{م}}{٣} = \dfrac{-٣}{٣}$

م = −١ .

---

٦) إذا كان هـ (س) = $\begin{cases} \text{س} + \text{أ} & \text{،} \quad \text{س} < ٢ \\ ٨ & \text{،} \quad \text{س} = ٢ \\ \text{ب س} + ٦ & \text{،} \quad \text{س} > ٢ \end{cases}$

وكان الاقتران هـ متصلًا عندما س = ٢، فجد قيمة كل من الثابتين: أ ، ب.

الحل:

هـ متصل عند س = ٢ ⇐

نهـا هـ(س) = نهـا هـ(س) = هـ(٢)
س ← ٢⁺   س ← ٢⁻

نهـا هـ(س) = هـ(٢)
س ← ٢⁺

نهـا ب س + ٦ = ٨
س ← ٢⁺

٢ب + ٦ = ٨ ⇐ $\frac{٢ب}{٢} = \frac{٢}{٢}$
−٦   −٦

⇐ $\boxed{ب = ١}$

نهـا هـ(س) = هـ(٢)
س ← ٢⁻

نهـا (س + أ) = ٨
س ← ٢⁻

٢ + أ = ٨ ⇐ $\boxed{أ = ٦}$

---

٧) إذا كان ل (س) = $\begin{cases} \text{أ س} - \text{ب} & ، \quad \text{س} < ١ \\ ٤ & ، \quad \text{س} = ١ \\ \text{أ س}^{٣} + \text{ب} + ٢ & ، \quad \text{س} > ١ \end{cases}$

وكان الاقتران ل متصلا عندما س = ١، فجد قيمة كل من الثابتين: أ، ب.

الحل:

ل متصل عندما س = ١

$\underset{\text{س}\to 1^{+}}{\text{نهـا}}$ ل(س) = $\underset{\text{س}\to 1^{-}}{\text{نهـا}}$ ل(س) = ل(١)

$\underset{\text{س}\to 1^{+}}{\text{نهـا}}$ ل(س) = ل(١) .

أ + ب + ٢ = ٤ ⟸ أ + ب = ٢ --- ①

$\underset{\text{س}\to 1^{-}}{\text{نهـا}}$ ل(س) = ل(١)

أ − ب = ٤ --- ②

بجمع المعادلتين ① + ② .

أ + ب = ٢

أ − ب = ٤ +

$\frac{\text{٢أ}}{٢} = \frac{٦}{٢}$ ⟸ $\boxed{\text{أ = ٣}}$

نعوض في معادلة ①

أ + ب = ٢

٣ + ب = ٢ ⟸ $\boxed{\text{ب = −١}}$

---

٨) إذا كان الاقتران ق متصلًا عندما س = ٢، وكانت $\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}}$ ٢ق(س) + س = ٦ ، فجد قيمة ق(٢).

الحل:

ق متصل عند س = ٢ $\Leftarrow$

$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ق(٢) .

$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ٢ق(س) + س = ٦

٢ $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س) + $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ س = ٦

٢ $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س) + ٢ = ٦

-٢   -٢

$\frac{٢}{٢}$ $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س) = $\frac{٤}{٢}$

$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٢

$\therefore$ ق(٢) = $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـا}}$ ق(س) = ٢