

مجموع مكعبين وتحليله

يُحلل مجموع المكعبين $s^3 + v^3$ على الصورة :

$$s^3 + v^3 = (s + v)(s^2 - sv + v^2)$$

أي أن : مجموع مكعبي مقدارين =

$$(الأول + الثاني) \times (مربع الأول - الأول \times الثاني + مربع الثاني).$$

السؤال الأول :

اكتب كلا مما يأتي على صورة مجموع مكعبين :

(أ) $1 + 8s^3$ ، (ب) $\frac{1}{125s^3} + 27$ ، $s \neq 0$ صفرا

الحل :

$$(أ) 1 + 8s^3 = 1^3 + (2s)^3$$

$$(ب) \frac{1}{125s^3} + 27 = \left(\frac{1}{5s}\right)^3 + 27 = \left(\frac{1}{5s}\right)^3 + 3^3$$

السؤال الثاني :

حل المقادير الجبرية الآتية إلى عواملها :

$$\begin{array}{ll}
 \text{أ) } ٢١٦ م^٢ + ٢ ع^٢ & \text{ب) } \frac{٨ ص^٢}{٢٧} + \frac{س^٢}{١٢٥} \\
 \text{د) } ١٦ ص^٢ + ٢ س^٢ & \text{هـ) } (١ - ص) + (١ - س) \\
 \text{ز) } ١ + م^٩ & \text{ح) } ٦ أ^٢ س + ٤٨ س^٢ \\
 \text{ط) } (١ - س) + (١ - س) &
 \end{array}$$

الحل :

$$\text{أ) } (٢١٦ م^٢ + ٢ ع^٢) = (٦ م + ع)^٢ = (٦ م + ع)(٦ م + ع)$$

$$\text{ب) } \frac{٨ ص^٢}{٢٧} + \frac{س^٢}{١٢٥} = \left(\frac{٢ ص}{٣}\right)^٢ + \left(\frac{س}{٥}\right)^٢$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{٢ ص}{٣} + \frac{س}{٥}\right) \left(\frac{٢ ص}{٣} + \frac{س}{٥}\right) = \left(\frac{٤ ص^٢}{٩} + \frac{٢ ص س}{١٥} + \frac{س^٢}{٢٥}\right) \\
 & \left(\frac{٤ ص^٢}{٩} + \frac{٢ ص س}{١٥} + \frac{س^٢}{٢٥}\right) = \left(\frac{٢ ص}{٣} + \frac{س}{٥}\right) \left(\frac{٢ ص}{٣} + \frac{س}{٥}\right)
 \end{aligned}$$

لفهم الإجابات والتمكن من طريقة تحليل مجموع مكعبين ، شاهد الفيديو التالي:

جـ) هنا خذ الرقم (٢) عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$٢٥٠ أ^٣ + ٥٤ ب^٣ = ٢ (١٢٥ أ^٣ + ٢٧ ب^٣) = ٢ (١٥ + ٣ ب) (٢٥ أ^٢ - ١٥ أ ب + ٩ ب^٢)$$

د) هنا خذ الرقم (٢) عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$١٦ ص^٣ + ٢ س^٣ = ٢ (٨ ص^٣ + ٢ س^٣) = ٢ (٢ ص + س) (٤ ص^٢ - ٢ ص س + س^٢)$$

هـ) (س - ١) + (ص + ١) هذه صيغة مجموع مكعبين ، إذن التحليل يساوي

$$((س - ١) + (١ + ص)) ((س - ١) - (١ + ص)) - ((س - ١) - (١ + ص)) ((س - ١) + (١ + ص))$$

الأول الثاني الأول تربيع الأول × الثاني الثاني تربيع

متعة التعليم الهادف

يُمكنك الإكتفاء بالإجابة لهذا ...

لفك هذه الأقواس نقوم بما يلي :

$$\begin{aligned} &= ((س - ١) + (١ + ص)) ((س - ١) - (١ + ص)) - ((س - ١) - (١ + ص)) ((س - ١) + (١ + ص)) \\ &= ((س - ١) + (١ + ص)) (س - ١ - ١ - ص) - ((س - ١) - (١ + ص)) (س - ١ + ١ + ص) \\ &= (س + ١) (س - ٢ - ص) - (س - ٢ - ١ - ص) (س - ١ + ١ + ص) \\ &= (س + ١) (س - ٢ - ص) - (س - ٣ - ص) (س - ١ + ١ + ص) \\ &= (س + ١) (س - ٢ - ص) - (س - ٣ - ص) (س - ١ + ١ + ص) \end{aligned}$$

(و) تذكر أن : $(س^ن)^م = س^{ن \times م}$ إذن ؛ $س^6 = (س^2)^3$

هنا أخذنا الربع عامل مشترك

$$\left(\frac{27ص^2}{125} + (س^2)^3 \right) \frac{1}{4} = \frac{27ص^2}{500} + \frac{(س^2)^3}{4} = \frac{27ص^2}{500} + \frac{س^6}{4}$$

$$\left(\frac{9ص^2}{25} + \frac{ص^3}{5} \times س^2 - س^4 \right) \left(\frac{ص^3}{5} + س^2 \right) \frac{1}{4} = \left(\frac{ص^3}{5} + س^2 \right) \frac{1}{4} + (س^2)^3 \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{9ص^2}{25} + \frac{ص^3}{5} \times س^2 - س^4 \right) \left(\frac{ص^3}{5} + س^2 \right) \frac{1}{4} =$$

$$(1 + م^2 - م^6) (1 + م^2) = 1 + (م^2)^3 = 1 + م^6$$

مجموع مكعبين

$$(1 + م^2 - م^6) (1 + م - م^2) (1 + م) =$$

(ح) هنا خذ $(س^6)$ عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$س^6 (س^2 + س^4 + س^8) = س^6 (س^2 + س^4 + س^8) = س^6 (س^2 + س^4 + س^8)$$

(ط) خذ $(س - 1)$ عامل مشترك للحصول على صيغة مجموع مكعبين ؛ إذن :

$$(س - 1) + (س - 1)^2 + (س - 1)^3 = (س - 1) (1 + (س - 1) + (س - 1)^2)$$

مجموع مكعبين

$$(س - 1) (1 + (س - 1) + (س - 1)^2) =$$

$$(س - 1) (1 + س - 1 + س^2 - 2س + 1) = (س - 1) (س^2 - س + 1)$$

$$(س - 1) (س^2 - س + 1) = (س - 1) (س^2 - س + 1)$$

$$(س - 1) (س^2 - س + 1) = (س - 1) (س^2 - س + 1)$$

السؤال الثالث :

كرتان من البلاستيك طول نصف قطر الأولى (س) سم ، وطول نصف قطر الثانية

(أ) سم، صهرتا معا وشكلتا على شكل متوازي مستطيلات ارتفاعه $\left(\frac{\pi 4}{3} \right)$ سم،

وأحد بُعدي قاعدته (س + أ) سم ، جد البعد الآخر للقاعدة.

الحل :

بما أن الكرتان صُهرتا معاً وبعد الصهر أصبحتا متوازي مستطيلات ، إذن ؛

حجم الكرتين يساوي حجم متوازي المستطيلات

$$* \text{ حجم الكرة} = \frac{\pi \epsilon}{3} \text{ نق}^2$$

$$* \text{ حجم متوازي المستطيلات} = \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{حجم الكرة الأولى} = \frac{\pi \epsilon}{3} (س)^2 , \quad \text{حجم الكرة الثانية} = \frac{\pi \epsilon}{3} (أ)^2$$

$$\text{حجم متوازي المستطيلات} = (س + أ) \times \text{البعد الآخر} \times \frac{\pi \epsilon}{3}$$

بما أن حجم الكرتين يساوي حجم متوازي المستطيلات ، إذن

حجم الكرة الأولى + حجم الكرة الثانية = حجم متوازي المستطيلات

$$\frac{\pi \epsilon}{3} س^2 + \frac{\pi \epsilon}{3} أ^2 = \frac{\pi \epsilon}{3} (س + أ) \times \text{البعد الآخر}$$

$$\cancel{\frac{\pi \epsilon}{3}} \times (س + أ) \times \text{البعد الآخر} = (س^2 + أ^2) \cancel{\frac{\pi \epsilon}{3}}$$

$$\text{البعد الآخر} \times (س + أ) = (س^2 + أ^2)$$

$$(س + أ) \times (س - أ) = (س^2 + أ^2)$$

إذن ، البعد الآخر يساوي : $(س - أ)$ سم .