إجابات تدريبات الدرس

المشتقة الأولى

تدريب ١

إذا كان ق(س) = ٣ + ٤س ، فجد قَ(٢) باستخدام التعريف.

الحل:

$$\text{ق}(\text{س}) = ٣ + ٤\text{س}$$

$$\text{قَ}(٢) = \lim_{\text{ع} \to ٢} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(٢)}{\text{ع} - ٢}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to ٢} \frac{٣ + ٤\text{ع} - (٣ + ٤ \times ٢)}{\text{ع} - ٢}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to ٢} \frac{\cancel{٣} + ٤\text{ع} - \cancel{٣} - ٨}{\text{ع} - ٢}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to ٢} \frac{٤\text{ع} - ٨}{\text{ع} - ٢}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to ٢} \frac{٤\cancel{(\text{ع} - ٢)}}{\cancel{\text{ع} - ٢}} = \lim_{\text{ع} \to ٢} ٤ = ٤$$

تدريب ٢

إذا كان ق(س) = ٤س^{٢} − ٣، فجد قَ(٣) باستخدام التعريف.

الحل:

$$\text{ق}(\text{س}) = ٤\text{س}^{٢} - ٣$$

$$\text{قَ}(٣) = \lim_{\text{ع} \to ٣} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(٣)}{\text{ع} - ٣}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to ٣} \frac{٤\text{ع}^{٢} - ٣ - (٤ \times ٩ - ٣)}{\text{ع} - ٣}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to ٣} \frac{٤\text{ع}^{٢} - ٣٦}{\text{ع} - ٣}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to ٣} \frac{٤(\text{ع}^{٢} - ٩)}{\text{ع} - ٣}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to ٣} \frac{٤\cancel{(\text{ع} - ٣)}(\text{ع} + ٣)}{\cancel{\text{ع} - ٣}}$$

$$= ٤ \times ٦ = ٢٤$$

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = س^{٣} ، فجد قَ(س) باستخدام التعريف.

الحل:

$$\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣}$$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \lim_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\text{ع}^{٣} - \text{س}^{٣}}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\cancel{(\text{ع} - \text{س})}(\text{ع}^{٢} + \text{ع}\text{س} + \text{س}^{٢})}{\cancel{\text{ع} - \text{س}}}$$

$$= \lim_{\text{ع} \to \text{س}} (\text{ع}^{٢} + \text{ع}\text{س} + \text{س}^{٢})$$

$$= \text{س}^{٢} + \text{س}^{٢} + \text{س}^{٢} = ٣\text{س}^{٢}.$$

تدريب ٤

إذا كان ق(س) = $\sqrt{٢\text{س}}$ ، س > ٠ ، فجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة، ثم جد قَ(٨).

الحل:

$$\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{٢\text{س}}$$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \text{نها}_{\text{ع}\to\text{س}} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \text{نها}_{\text{ع}\to\text{س}} \frac{\sqrt{٢\text{ع}} - \sqrt{٢\text{س}}}{\text{ع} - \text{س}} \times \frac{\sqrt{٢\text{ع}} + \sqrt{٢\text{س}}}{\sqrt{٢\text{ع}} + \sqrt{٢\text{س}}}$$

$$= \text{نها}_{\text{ع}\to\text{س}} \frac{٢\text{ع} - ٢\text{س}}{(\text{ع} - \text{س})(\sqrt{٢\text{ع}} + \sqrt{٢\text{س}})}$$

$$= \text{نها}_{\text{ع}\to\text{س}} \frac{٢\cancel{(\text{ع} - \text{س})}}{(\sqrt{٢\text{ع}} + \sqrt{٢\text{س}})\cancel{(\text{ع} - \text{س})}} = \frac{٢}{٢\sqrt{٢\text{س}}} = \frac{١}{\sqrt{٢\text{س}}}$$

$$\text{قَ}(٨) = \frac{١}{\sqrt{٢\times٨}} = \frac{١}{\sqrt{١٦}} = \frac{١}{٤} .$$

تدريب ٥

إذا كان ق(س) = $\frac{١}{١-٣\text{س}}$ ، س ≠ $\frac{١}{٣}$ ، فجد قَ(س) باستخدام التعريف، ثم جد قَ($\frac{١}{٢}$).

الحل:

$$\text{ق}(\text{س}) = \frac{١}{١-٣\text{س}}$$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \text{نها}_{\text{ع}\to\text{س}} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \text{نها}_{\text{ع}\to\text{س}} \frac{\frac{١}{١-٣\text{ع}} - \frac{١}{١-٣\text{س}}}{\text{ع} - \text{س}} = \text{نها}_{\text{ع}\to\text{س}} \frac{\frac{(١-٣\text{س}) - (١-٣\text{ع})}{(١-٣\text{س})(١-٣\text{ع})}}{(\text{ع} - \text{س})}$$

$$= \text{نها}_{\text{ع}\to\text{س}} \frac{\cancel{١} - ٣\text{س} - \cancel{١} + ٣\text{ع}}{(\text{ع} - \text{س})(١-٣\text{س})(١-٣\text{ع})}$$

$$= \text{نها}_{\text{ع}\to\text{س}} \frac{٣\text{ع} - ٣\text{س}}{(\text{ع} - \text{س})(١-٣\text{س})(١-٣\text{ع})}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٣\cancel{(ع-س)}}{(١-٣ع)(١-٣س)\cancel{(ع-س)}}$$

$$= \frac{٣}{(١-٣س)(١-٣س)} = \frac{٣}{(١-٣س)^{٢}}$$

$$ق'(\tfrac{١}{٢}) = \frac{٣}{(١-٣\times\frac{١}{٢})^{٢}} = \frac{٣}{(١-\frac{٣}{٢})^{٢}} = \frac{٣}{(\frac{-١}{٢})^{٢}}$$

$$= \frac{٣}{\frac{١}{٤}} = ٣ \div \frac{١}{٤} = ٣ \times ٤ = ١٢$$