

إجابات تدريبات الكتاب المشتقة الأولى

تدريب ١

إذا كان $Q(s) = 3 + 4s$ ، فجد $Q'(2)$ باستخدام التعريف.
الحل:

$$Q(s) = 3 + 4s$$

$$Q'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{Q(2+h) - Q(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3 + 4(2+h)) - (3 + 4 \cdot 2)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3 + 8 + 4h) - (3 + 8)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 \cancel{h}}{\cancel{h}} = \lim_{h \rightarrow 0} 4 = 4$$

$$Q'(2) = 4$$

$$4 = 4 \quad Q'(2) = \frac{(3 + 4(2+h)) - (3 + 4 \cdot 2)}{h} = 4$$

تدريب ٢

إذا كان ق(س) = ٤س^٢ - ٣، فجد ق'(٣) باستخدام التعريف.
الحل:

$$هـ (س) = ٤س^٢ - ٣$$

$$هـ (٣) = \frac{هـ(٣) - هـ(٤)}{٣ - ٤} = \frac{٣٦ - ٤٤}{٣ - ٤}$$

$$= \frac{٣ - ٩ \times ٤}{٣ - ٤} = \frac{٣ - ٣٦}{٣ - ٤}$$

$$= \frac{٣٦ - ٤٤}{٣ - ٤} = \frac{٣٦ - ٤٤}{٣ - ٤}$$

$$= \frac{٩ - ٤}{٣ - ٤} = \frac{٩ - ٤}{٣ - ٤}$$

$$= \frac{(٣+٤)(٣-٤)}{٣-٤} = \frac{٣+٤}{٣-٤}$$

$$= ٢٤ = ٦ \times ٤ =$$

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = ٣س^٣، فجد ق'(س) باستخدام التعريف.
الحل:

$$هـ (س) = ٣س^٣$$

$$هـ (س) = \frac{هـ(س) - هـ(٤)}{س - ٤} = \frac{٣س^٣ - ٤٨}{س - ٤}$$

$$= \frac{٣س^٣ - ٤٨}{س - ٤} = \frac{٣س^٣ - ٤٨}{س - ٤}$$

$$= \frac{٣(س^٣ - ١٦)}{س - ٤} = \frac{٣(س - ٤)(س^٢ + ٤س + ١٦)}{س - ٤}$$

$$= ٣(س^٢ + ٤س + ١٦) = ٣س^٢ + ١٢س + ٤٨$$

$$= ٣س^٢ + ١٢س + ٤٨ = ٣س^٢ + ١٢س + ٤٨$$

تدريب ٤

إذا كان $Q(s) = \sqrt{2s}$ ، $s < 0$ ، فجد $Q'(s)$ باستخدام تعريف المشتقة، ثم جد $Q'(\frac{1}{8})$.
الحل:



$$Q(s) = \sqrt{2s}$$

$$Q'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2(s+h)} - \sqrt{2s}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2s+2h} + \sqrt{2s}}{\sqrt{2s+2h} + \sqrt{2s}} \times \frac{\sqrt{2s+2h} - \sqrt{2s}}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2s+2h - 2s}{(\sqrt{2s+2h} + \sqrt{2s})(h)} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{(\sqrt{2s+2h} + \sqrt{2s})h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{2s+2h} + \sqrt{2s}} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2 \times \frac{1}{8}} + \sqrt{2 \times \frac{1}{8}}} = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}}} = \frac{2}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{2}{1} = 2$$



تدريب ٥

إذا كان $Q(s) = \frac{1}{s^3 - 1}$ ، $s \neq 1$ ، فجد $Q'(s)$ باستخدام التعريف، ثم جد $Q'(\frac{1}{2})$.
الحل:



$$Q(s) = \frac{1}{s^3 - 1}$$

$$Q'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(s+h)^3 - 1} - \frac{1}{s^3 - 1}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{(s^3 - 1) - ((s+h)^3 - 1)}{((s+h)^3 - 1)(s^3 - 1)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{s^3 - 1 - (s^3 + 3s^2h + 3sh^2 + h^3) + 1}{((s+h)^3 - 1)(s^3 - 1)}}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{-3s^2h - 3sh^2 - h^3}{((s+h)^3 - 1)(s^3 - 1)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3s^2 - 3sh - h^2}{((s+h)^3 - 1)(s^3 - 1)}$$

$$= \frac{-3s^2}{((s^3 - 1)^2)} = \frac{-3 \times \frac{1}{8}}{((\frac{1}{8} - 1)^2)} = \frac{-\frac{3}{8}}{(\frac{-7}{8})^2} = \frac{-\frac{3}{8}}{\frac{49}{64}} = -\frac{3}{8} \times \frac{64}{49} = -\frac{24}{49}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x-4)^3}{(x-4)(x^2-1)(x^3-1)} \\
 &= \frac{x^3}{(x^3-1)(x^3-1)} \\
 &= \frac{x^3}{\left(\frac{1}{x}-1\right)} = \frac{x^3}{\left(\frac{1}{x} \times x^3 - 1\right)} = \left(\frac{1}{x}\right) \text{ فد } \\
 &12 = 4 \times 3 = \frac{1}{4} \div 3 = \frac{3}{\frac{1}{4}} =
 \end{aligned}$$