

إجابات تدريبات الدرس

المشتقة الأولى

تدريب ١

أجب عن كل مما يأتي:

(١) إذا كان $ق(س) = س^٢ + ٢س$ ، فجد $ق'(١-)$.

(٢) إذا كان $ق'(٠) = ٦$ ، فجد نهبا $\frac{ق(٠) - ق(٥٥)}{٥٣}$.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$(١) \text{ ق}'(١-) = \frac{ق(س) - ق(١-)}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - (١-^٢ + ٢(١-))}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - (١- - ٢ + ٢س - ٢س^٢)}{س - ١-}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - ١ + ٢ - ٢س + ٢س^٢}{س - ١-}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$= \frac{٢س^٢ + ٢س - ١ + ٢ - ٢س + ٢س^٢}{س - ١-}$$

$$= ٥ = ٢ + (١ + ١ + ١) =$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٢) بفرض أن $م = ٥٥ = ه$ $\frac{م}{٥} = ه$

عندما $ه = ٠$ فإن $م = ٠$.

$$\frac{ق(٠) - ق(م)}{٠ - م} = \frac{ق(٠) - ق(م)}{٠ - م} \times \frac{٥}{٥} = \frac{ق(٠) - ق(م)}{\frac{٠}{٥} - \frac{م}{٥}}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$= \frac{ق(٠) - ق(٠)}{\frac{٠}{٥} - \frac{٠}{٥}} = \frac{٠ - ٠}{٠} =$$

تدريب ٢

إذا كان $v = c(s) = \frac{s}{1+s}$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند $s = 2$

الحل

$$c'(2) = \lim_{s \rightarrow 2} \frac{c(s) - c(2)}{s - 2} = \lim_{s \rightarrow 2} \frac{\frac{s}{1+s} - \frac{2}{3}}{s - 2} = \lim_{s \rightarrow 2} \frac{\frac{s - 2(1+s)}{(1+s)3}}{s - 2} = \lim_{s \rightarrow 2} \frac{s - 2 - 2s}{3(1+s)} = \lim_{s \rightarrow 2} \frac{-s - 2}{3(1+s)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 2} \frac{1}{2-s} \times \frac{2-s-2}{3(1+s)} = \lim_{s \rightarrow 2} \frac{1}{2-s} \times \frac{-s-2}{3(1+s)}$$

$$= \frac{1}{(1+s)^3} \lim_{s \rightarrow 2} \frac{1}{2-s} \times \frac{s-2}{(1+s)^3} = \frac{1}{(1+s)^3} \lim_{s \rightarrow 2} \frac{1}{2-s} \times \frac{s-2}{(1+s)^3}$$

$$= \frac{1}{9} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{(1+2)^3} =$$

تدريب ٣

إذا كان $c(s) = \frac{s}{1+s}$ ، فإن وجد $c'(s)$ عند $s = 2$ و $s = 3$ ، $1 > s \geq 3 -$ ، $1 + s \geq 4$ ، $5 \geq s \geq 1$ ، $3 + s \geq 2$ }
جد $c'(1)$ ، $c'(2)$ ، $c'(3)$ إن وجدت.

الحل

$$c'(1) = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{c(s) - c(1)}{s - 1} = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{\frac{s}{1+s} - \frac{1}{2}}{s - 1} = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{\frac{s - 2(1+s)}{(1+s)2}}{s - 1} = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{s - 2 - 2s}{2(1+s)} = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{-s - 2}{2(1+s)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{1}{1+s} \times \frac{1-2}{2(1+s)} = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{1}{1+s} \times \frac{-1}{2(1+s)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 1} \frac{1}{1+s} \times \frac{1-2}{2(1+s)} = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{1}{1+s} \times \frac{-1}{2(1+s)}$$

$$= \frac{1}{4} = \frac{1}{(1+1)^2} =$$

عند $s = 1$ نجد النهاية من اليمين ومن اليسار

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^+} -(s-1) = 0$$

$$f(s) = \frac{(s-1)^2}{1-s} = \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^+} -(s-1) = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -(s-1) = 0$$

$$f(s) = \frac{(s-1)^2}{1-s} = \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -(s-1) = 0$$

نجد (1) غير موجودة لأنه

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s) \neq \lim_{s \rightarrow 1^-} f(s)$$

تدريب ٤

إذا كان $f(s) = \frac{s}{s^2+1}$ فجد $f'(s)$ باستخدام تعريف المشتقة.

الحل

$$f'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(s+h) - f(s)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{s+h}{(s+h)^2+1} - \frac{s}{s^2+1}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{(s+h)(s^2+1) - s((s+h)^2+1)}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{hs^2 + h + s^2 + s - (s^2 + 2sh + h^2 + s^2 + 1)}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{hs^2 + h - 2sh - h^2 - 1}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$\frac{1}{(1+\epsilon)(1+\epsilon)} \times \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \times 1 + \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \times \frac{\epsilon}{1-\epsilon} = \frac{1}{1+\epsilon}$$

$$\frac{1}{1+\epsilon} \times (1 + (1-\epsilon)) = \frac{1}{1+\epsilon} \times (2-\epsilon)$$

$$\frac{1}{1+\epsilon} \times (2-\epsilon) =$$

$$\frac{2-\epsilon}{1+\epsilon} =$$

تدريب ٥

صفحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بانتظام محافظة على شكلها. جد معدل التغير في مساحة هذه الصفحة بالنسبة إلى طولها، عندما يكون طولها ٢٠ سم.

الحل

$$\text{المساحة } M = (s)^2$$

$$\text{المطرفة } M' = 2s$$

$$\frac{M'(20)}{M} = \frac{2(20)}{(20)^2} = \frac{40}{400} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{M'}{M} = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{2}{20} =$$