

إجابات تمارين ومسائل الدرس

تطبيقات هندسية

١ () جد ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س²+٦س-٥ عند النقطة (١ ، ٢).

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ٨ = ٢ & ٢ = ١ & ١ = ١ \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = ٢ = ٦ + س \leftarrow ٨ = ٢$$

معادلة المماس :

$$٦ - س٨ = ص \leftarrow (١ - س)٨ = ٢ - ص$$



٢ () جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س² ، عند نقطة تقاطعه مع المستقيم ص - س - ٦ = ٠

الحل



$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ ١٢ = ٢ & ٨ = ١ & ٢ = ١ \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = ص = س^3 \leftarrow ٦ + س$$

$$٢ = س^3 \leftarrow ٠ = ٦ - س$$

$$\text{وه } (س) = ٣ = س^2 \leftarrow ١٢ = ٢$$

معادلة المماس :

$$٨ - ص = ١٢ = (٢ - س)$$



٣ () جد النقط الواقعة على منحنى الاقتران ق(س) = س² - ٣س + ٣ التي يصنع عندها المماس

زاوية قياسها $\frac{\pi^3}{٤}$ راد مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل



$$\text{وه } (س) = ١ = س \leftarrow ١ - ٣ = ٢ - س$$

النقطة : (١، ١)

٤ (جد النقط الواقعة على منحنى العلاقة (ص-٤) = ٢ + س التي يكون عندها المماس موازياً

للمستقيم الذي معادلته: ٣س + ٦ص + ٢ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 2 \\ \frac{3-2-}{6} = \text{ص} \end{array}$$



$$2(4-ص) \times 1 = 1 \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2(4-ص)}$$

$$1 \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2(4-ص)}$$

$$1 = \frac{3-}{6} = \text{ص} \leftarrow$$

بما أن المماس يوازي المستقيم

$$1 = \frac{1}{2(4-ص)} \leftarrow \text{ص} = \frac{1}{2(4-ص)}$$

$$3 = \text{ص} \leftarrow (4-ص) 2 = 2$$

$$1 = \text{ص} \leftarrow 2 + \text{س} = 1 \leftarrow 2 + \text{س} = 2 \leftarrow (4-3) = 1$$

٥ (جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = ٢س - ٤س + ٣ بحيث يكون المماس عمودياً

على المستقيم الذي معادلته: ٦ص - ٣س - ٥ = ٠.



الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & & \searrow \\ \text{ص} = 1 & & \text{س} = 0 \\ 2- = 2 \end{array}$$



$$\text{ق(س)} = 2س - ٤س + ٣ \leftarrow \text{ق(س)} = 2س - ٤س + ٣$$

$$\frac{1}{2} = \text{ص} \leftarrow \frac{٥+٣س}{6} = \text{ص}$$

$$1 = \text{ص} \leftarrow \text{ق(س)} = 2س - ٤س + ٣$$

$$1 = \text{ص} \leftarrow 1 = \frac{1}{2} \times 4 - 2س + 3 = 1$$

$$\text{ق(س)} = 2س - ٤س + ٣ = 1$$

$$\text{ص} = 1 \leftarrow (1-س) 2 = 1 \leftarrow \text{ص} = 1 \leftarrow 2س - 1 = 1$$



٦ (جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\frac{2}{س}$ عند النقطة (١، ٢))

الحل



$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \frac{1}{2} = ل , 2 - = 2 \quad 2 = 1 \quad 1 = 1 \end{array}$$

$$و(س) = \frac{2}{س} \leftarrow و(س) = \frac{2-}{س}$$

$$و(١) = 2 - = 2$$

معادلة المماس :

$$ص - 2 = 2 - (س - 1)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1-}{2} = ل$$

معادلة العمودي على المماس

$$ص - 2 = \frac{1}{2} (س - 1)$$



٧ (جد قيمة كل من الثابتين ب، ج اللتين تجعلان المستقيم الذي معادلته: ص - س - ٢ = ٠ مماساً

لمنحنى الاقتران ق(س) = $س^2 + ب س + ج$ عند النقطة (٠، ٢).

الحل

$$ص = 2 + س \leftarrow ص = 1$$

$$و(س) = 2 + س + ب س + ج \leftarrow و(س) = 2 + س + ب$$

بما أن الاقتران ص يمس و(س) عند النقطة (٠، ٢)

$$ص = و(٠)$$

$$\leftarrow و(٠) = 2 + ٠$$

$$١ = 2 + ٠ + ب$$

$$٠ = 2 + ٠ + ب + ج$$

$$\leftarrow ب = 1$$

$$\leftarrow ج = 2$$



٨ (إذا كان المستقيم $2s - v + j = 0$ يمس منحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (s_1, v_1) فجد قيم الثابت جـ.

الحل

$$2s - v + j = 0 \quad \leftarrow \quad 2 = \bar{v}$$

$$v = (s) \quad \leftarrow \quad \frac{2}{s} = \bar{v}$$

بما أن الاقتران ص يمس $v = (s)$ عند النقطة (s_1, v_1)

$$\begin{array}{l|l} v = (s) & v = (s) \\ \hline 2s - v + j = 0 & \frac{2}{s} = j + 1 \end{array}$$

$$2 - 4 = j - 1 \quad \leftarrow \quad \frac{2}{1} = j + 1 \times 2$$

$$-2 = j - 1 \quad \leftarrow \quad \frac{2}{1} = j + (1) \times 2$$



٩ (جد معادلتني المماسين لمنحنى العلاقة $s = v^2 - 4v$ عند نقطتي تقاطع منحناها مع محور الصادات.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ s = v^2 - 4v & & s = v^2 - 4v \\ \downarrow & & \downarrow \\ s = 0 & & s = 0 \\ v = 0 & & v = 4 \end{array}$$

$$s = v^2 - 4v = 0 \quad \leftarrow \quad v = 0 \text{ or } v = 4$$

في التعويض في المعادلة:

$$s = 0 \quad \leftarrow \quad 0 = (0)^2 - 4 \times 0 = 0$$

$$s = 0 \quad \leftarrow \quad 0 = (4)^2 - 4 \times 4 = 0$$

$$1 = 2v - 4 \quad \leftarrow \quad \frac{1}{2v - 4} = \bar{v}$$

$$\frac{1}{4 - 0} = \frac{1}{4 - 0 \times 2} = 2 \quad \leftarrow \quad (0, 0)$$

$$\text{معادلة المماس : } v = 0 \quad \leftarrow \quad \frac{1}{4} = (s - 0)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4 - 4 \times 2} = 2 \quad \leftarrow \quad (4, 0)$$

$$\text{معادلة المماس : } v = 4 \quad \leftarrow \quad \frac{1}{4} = (s - 4)$$



١٠) جد قياس الزاوية التي يصنعها مماس منحنى العلاقة: $ص^2 + 2س + 2ص - 6 = 0$ عند

النقطة $(3, 1)$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

الحل

$$ص^2 + 2س + 2ص - 6 = 0$$

$$\leftarrow 2ص + 2س - 6 = 0$$

$$\leftarrow 2ص = 6 - 2س$$

$$\leftarrow (3, 1) = \frac{3 \times 2 - 2}{(6 + 2 \times 1)} = 1$$

$$\leftarrow 1 = \frac{\pi \times 3}{4}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١١) جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = 3س^2 + 2س$ عند

$$س = \frac{\pi}{4}$$

الحل

$$س = \frac{\pi}{4}, \quad 3س^2 + 2س = 2, \quad 2س = 2, \quad س = 1$$

$$\leftarrow 3س^2 + 2س = 2 \Rightarrow 3(1)^2 + 2(1) = 5$$

$$\leftarrow 3س^2 + 2س = 2 \Rightarrow 3(1)^2 + 2(1) = 5$$

$$\leftarrow 3س^2 + 2س = 2 \Rightarrow 3(1)^2 + 2(1) = 5$$

معادلة المماس:

$$ص - 5 = (س - 1) \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

معادلة العمودي على المماس:

$$ص - 5 = \frac{1}{4} (س - 1)$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١٢) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = \sqrt{s} عند نقطة تماسه مع منحنى الاقتران

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\text{هـ(س)} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4}$$

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{2} = 2 & 1 = 1 & 1 = 1 \end{array}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\text{و هـ(س)} = \sqrt{s} \leftarrow \text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{هـ(س)} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\leftarrow \text{هـ(س)} = 2s - \frac{3}{2}$$

بما أن و هـ(س) يمس هـ(س)

$$\text{و هـ(س)} = \text{و هـ(س)}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\sqrt{s} = s^2 - \frac{3}{2}s + \frac{3}{4} \leftarrow \text{بالتجريب } \boxed{1 = 1}$$

$$\text{و هـ(س)} = \text{و هـ(س)}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = 2s - \frac{3}{2} \leftarrow 4s - \frac{3}{2} = \sqrt{2}$$

$$\leftarrow \boxed{1 = 1} \text{ بالتجريب}$$

$$\text{و هـ(س)} = 1 = \sqrt{2}$$

$$\text{و هـ(س)} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\text{معادلة المماس : } 1 - s = \frac{1}{2}(1 - s)$$

١٣) جد مساحة المثلث القائم الزاوية، المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة \sqrt{s} ، $s < 4$ عند النقطة $(2, 4)$ ومحور السينات والمستقيم $s = 4$.

الحل

$$\frac{1}{4} = 2 \quad 2 = 1 \quad 4 = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{s}} = (s) \leftarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = (s)$$

$$\frac{1}{4} = 2 \leftarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = (4)$$

معادلة المماس :

$$ص - 2 = \frac{1}{4}(س - 4)$$

محور السينات : $ص = 0$

المستقيم : $س = 4$

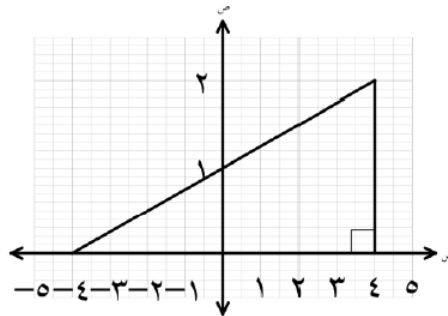
$$\text{المماس} = \text{محور السينات} : 2 - 0 = \frac{1}{4}(س - 4)$$

$$2 - 0 = \frac{1}{4}(س - 4) \leftarrow 2 - 0 = س - 4 \leftarrow 2 = س - 4 \leftarrow 2 + 4 = س$$

$$\text{المماس} = \text{المستقيم} : 2 - 4 = \frac{1}{4}(س - 4)$$

$$ص - 2 = 0 \leftarrow 2 = ص \leftarrow 2 = ص$$

$$\text{محور السينات} = \text{المستقيم} \leftarrow (2, 4)$$



المثلث

$$\frac{1}{2} \times ((4 - 0) - 2) \times (0 - 2) =$$

$$2 = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} =$$

١٤) حُلِّ المسألة الواردة بداية الدرس.

الحل

$$\begin{array}{ccc} \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \frac{1}{3} = 1, & 2 = 2 & 2 = 1, \text{ ص} & 1 = 1, \text{ س} \end{array}$$

$$\text{وه } (س) = 1 + 2 \leftarrow \text{وه } (س) = 2$$

$$\text{وه } (1) = 2 \leftarrow 2 = 2$$

معادلة المماس :

$$\text{ص} - 2 = 2(1 - س)$$

معادلة العمودي على المماس :

$$\text{ص} - 2 = \frac{1}{2}(1 - س)$$

محور السينات : ص = 0

المماس = محور السينات

$$0 = 2 - 2(1 - س) \leftarrow س = 0 \leftarrow (0, 0)$$

العمودي على المماس = محور السينات

$$0 = 2 - \frac{1}{2}(1 - س) \leftarrow س = 5 \leftarrow (0, 5)$$

العمودي = المماس : عند نقطة التماس دائماً (2, 1)

المثلث

$$5 = (0 - 2) \times (0 - 5) \frac{1}{2} =$$

