

## إجابات تمارين ومسائل الدرس

### النقطة الحرجة

(١) جد النقط الحرجة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = س<sup>٤</sup> - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ب) ق(س) = جاس + جتاس ، س ∈ [٠، π٢]

ج) ق(س) = س<sup>٢</sup> |س-١| ، س ∈ [-٣، ٢]

د) ق(س) = √جتاس<sup>٢</sup> ، س ∈ [٠، π]

هـ) ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} ١ + س^٢ \\ س^٢ \end{array} \right\}$  ،  $١ \geq س \geq ٢-$  ،  $٢ \geq س \geq ١$  ،

الحل

أ) ق(س) = س<sup>٤</sup> - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ق(س) = س<sup>٣</sup> - ٤

ق(س) = س<sup>٣</sup> - ٤ = ٠ ← س<sup>٣</sup> = ٤

س = ١

النقاط الحرجة:

(١، -٢) ، (٢، ٩) ، (-٢، ٥)

(ب)  $\forall (s) \Rightarrow \text{جاس} + \text{جتاس} = s, s \in [0, 2\pi]$   
 $\bar{\forall} (s) \Rightarrow \text{جتاس} - \text{جاس} = s$   
 $\bar{\forall} (s) \Rightarrow \text{جتاس} - \text{جاس} = 0, \text{جتاس} = \text{جاس}$   
 $s = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$   
 النقاط الحرجة:

$(1, 2\pi), (\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{4}), (\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{\pi}{4}), (1, 0)$

(ج)  $\forall (s) \Rightarrow |s-1| = s^2, s \in [-3, 2]$   
 $s-1 = 0, s=1$

$\longleftarrow \frac{1-s}{1-s} \longrightarrow$

$\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 > s \geq 3-s, s^2 - 2s - 3 \\ 2 \geq s \geq 1, s^2 - 3s - 2 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 > s > 3-s, s^2 - 2s - 3 \\ 2 > s > 1, s^2 - 3s - 2 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow (1)_+ \neq (1)_- \leftarrow (1) \bar{\forall}$  غير موجودة

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow 0 = s \leftarrow s = \frac{2}{3}, 0$

النقاط الحرجة:

$(0, 0), (\frac{4}{3}, \frac{2}{3}), (0, 1), (4, 2), (-3, 6, 3)$

(د)  $\forall (s) \Rightarrow \sqrt{\text{جتاس}^2 + s} = s, s \in [0, \pi]$   
 $\forall (s) \Rightarrow |\text{جتاس}| = s$

$\text{جتاس} = 0 \leftarrow s = \frac{\pi}{2}$   
 $\longleftarrow \frac{\text{جتاس} - \text{جتاس}}{\frac{\pi}{2}} \longrightarrow$

$\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} > s \geq 0, \text{جتاس} \\ \pi \geq s \geq \frac{\pi}{2}, \text{جتاس} - \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} > s > 0, \text{جاس} \\ \pi > s > \frac{\pi}{2}, \text{جاس} - \end{array} \right\}$

النقاط الحرجة:

$(0, \frac{\pi}{2}), (1, \pi), (1, 0)$

(هـ)  $\forall (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 > s \geq 2-s, s^2 + 1 \\ 2 \geq s \geq 1, s^2 \end{array} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 > s > 2-s, s^2 \\ 2 > s > 1, s^2 \end{array} \right\}$

$\forall (s) \Rightarrow$  متصل عند  $s=1$  و قابل للأشتقاق

النقاط الحرجة:  $(4, 2), (5, 2-), (1, 0)$

(٢) جد قيم أ، ب التي تجعل للاقتران ق(س) = س<sup>٣</sup> + أس<sup>٢</sup> + ب س نقطتين حرجتين عند س = ١، س = ٣.



الحل

$$ق(س) = س^3 + ٢س + ب$$

$$ق(١) = ٠ \leftarrow ٠ = ١ - ٣ + ٢ + ب$$

$$\boxed{١} \dots \dots ٣ - = ١٢ - ب \leftarrow$$

$$ق(٣) = ٠ \leftarrow ٠ = ٢٧ + ٢٦ + ب$$

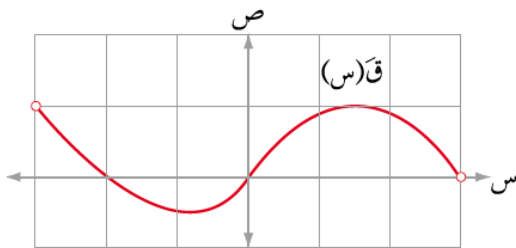
$$\boxed{٢} \dots \dots ٢٧ - = ب + ١٦$$

$$\boxed{٢} - \boxed{١}$$

$$٣ - = ١٢ - ب$$

$$٩ - = ب \leftarrow ٣ - = ١ \leftarrow \frac{٢٧ - = ب + ١٦}{٢٤ = ١٨ -}$$

$$٢٤ = ١٨ -$$



الشكل (٣-٩)

(٣) يمثل الشكل (٣-٩) منحنى المشتقة الأولى للاقتران كثير الحدود ق المعروف على الفترة [٣، ٣-] اعتمد على ذلك في تعيين النقط الحرجة للاقتران ق.

الحل

$$ق(٣) = ٠ \leftarrow ٠ = ٢ - ٤٠ = س$$

$$ق(٣-) = ٣٠ = س \text{ غير موجودة عند } س = ٣، ٣-$$



$$(٤) \text{ جد النقط الحرجة للاقتزان ق(س) } = \frac{١ - ٣س}{١ + ٣س}$$

الحل

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٢ \times (١ - ٣س) - ٢س٢ \times (١ + ٣س)}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = ٠ = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢} \leftarrow ٠ = س$$

النقطة الحرجة: (٠-١)