

إجابات تمارين ومسائل الدرس

النقطة الحرجة

(١) جد النقط الحرجة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ب) ق(س) = جاس + جتا س ، س ∈ [٠، π٢]

ج) ق(س) = س^٢ |س - ١| ، س ∈ [-٣، ٢]

د) ق(س) = √جتا س ، س ∈ [٠، π]

هـ) ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ١ + س^٢ \\ س^٢ \end{array} \right\}$ ، $١ \geq س \geq ٢ -$ ،
 $٢ \geq س \geq ١$ ،

الحل

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ق(س) = س^٣ - ٤

ق(س) = س^٣ - ٤ ، س ∈ [-٢، ٢]

س = ١

النقاط الحرجة:

(١، -٢) ، (٢، ٩) ، (-٢، ٥)

ب) $\forall (s) \exists [0, \pi] \text{ جاس} + \text{جتاس} = s$

$\forall (s) \text{ جتاس} - \text{جاس} = s$

$\forall (s) \text{ جتاس} - \text{جاس} = 0 \leftarrow \text{جتاس} = \text{جاس}$

$s = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$

النقاط الحرجة :

$(1, \pi/2), (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}), (1, 0)$

ج) $\forall (s) \exists [0, \pi] |s-1| = s^2$

$s-1 = 0 \leftarrow s = 1$

$\longleftarrow \begin{matrix} 1-s & 1-s \end{matrix} \longrightarrow$

$\forall (s) \left. \begin{matrix} 1 > s \geq 3-s^2 \\ 2 \geq s \geq 1 \end{matrix} \right\} = (s)$

$\forall (s) \left. \begin{matrix} 1 > s > 3-s^2 \\ 2 > s > 1 \end{matrix} \right\} = (s)$

$\forall (s) (1)_+ \neq (1)_- \leftarrow (1)$ غير موجودة

$\forall (s) \exists [0, \frac{\pi}{2}] \text{ جتاس} = s$

النقاط الحرجة :

$(0, 0), (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}), (0, 1), (1, 2), (3, 3)$

د) $\forall (s) \exists [0, \pi] \sqrt{\text{جتاس}^2} = s$

$\forall (s) |\text{جتاس}| = s$

$\text{جتاس} = 0 \leftarrow s = \frac{\pi}{2}$

$\forall (s) \left. \begin{matrix} \frac{\pi}{4} > s \geq 0 \\ \pi \geq s \geq \frac{\pi}{4} \end{matrix} \right\} = (s)$

$\forall (s) \left. \begin{matrix} \frac{\pi}{4} > s > 0 \\ \pi > s > \frac{\pi}{4} \end{matrix} \right\} = (s)$

النقاط الحرجة :

$(0, \frac{\pi}{4}), (1, \pi), (1, 0)$

هـ) $\forall (s) \left. \begin{matrix} 1 > s \geq 2-s^2 \\ 2 \geq s \geq 1 \end{matrix} \right\} = (s)$

$\forall (s) \left. \begin{matrix} 1 > s > 2-s^2 \\ 2 > s > 1 \end{matrix} \right\} = (s)$

$\forall (s)$ متصل عند $s = 1$ و قابل للأشتقاق

النقاط الحرجة : $(1, 0), (0, 2), (1, 2)$

٢) جد قيم أ، ب التي تجعل للاقتران ق(س) = س^٣ + أس^٢ + ب س نقطتين حرجتين عند س = -١، س = ٣.



الحل

$$ق(س) = س^٣ + ٢س + ب$$

$$ق(١-) = ٠ ← ٠ = ٣ - ٢ + ب$$

$$١ - ب = ٣ - ٢$$

$$ق(٣) = ٠ ← ٠ = ٢٧ + ٢٦ + ب$$

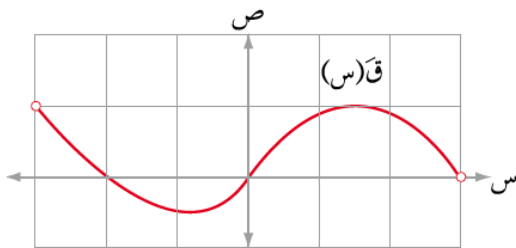
$$٢٧ - ب = ٢٦$$

$$٢ - ١$$

$$٣ - = ١٢ - ب$$

$$٩ - = ب ← ٣ - = ١ ← ٢٧ - = ب + ١٦$$

$$٢٤ = ١٨ -$$



الشكل (٣-٩)

٣) يمثل الشكل (٣-٩) منحنى المشتقة الأولى للاقتران كثير الحدود ق المعرف على الفترة [٣، ٣-] اعتمد على ذلك في تعيين النقط الحرجة للاقتران ق.

الحل

$$ق(٣-) = ٠ ← ٠ = ٢ - ٤٠ = س$$

$$ق(٣) = ٠ ← ٠ = ٣ - ٣ = س$$



$$(٤) \text{ جد النقط الحرجة للاقتزان ق(س) } = \frac{١ - ٣س}{١ + ٣س}$$

الحل

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٢ \times (١ - ٣س) - ٢س٢ \times (١ + ٣س)}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = ٠ \leftarrow ٠ = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢} \leftarrow ٠ = س$$

النقطة الحرجة: (٠-١)