

إجابات تمارين ومسائل الدرس

النقطة الحرجة

(١) جد النقط الحرجة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ب) ق(س) = جاس + جتا س ، س ∈ [٠، π٢]

ج) ق(س) = س^٢ |س - ١| ، س ∈ [-٣، ٢]

د) ق(س) = √جتا س ، س ∈ [٠، π]

هـ) ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ١ + س^٢ \\ س^٢ \end{array} \right\}$ ، $١ \geq س \geq ٢ -$ ،
 $٢ \geq س \geq ١$ ،

الحل

أ) ق(س) = س^٤ - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ق(س) = س^٣ - ٤

ق(س) = ٠ = س^٣ - ٤ ← س = ٤ ← س = ٣ ← س = ١

س = ١

النقاط الحرجة:

(١، -٢) ، (٢، ٩) ، (-٢، ٥)

ب) وه (س) = جاس + جتاس، $\exists [0, \pi]$
 وه (س) = جتاس - جاس
 وه (س) = جتاس - جاس = 0، \leftarrow جتاس = جاس
 $\frac{\pi}{4}$ ، $\frac{\pi}{2}$ = س
 النقاط الحرجة:

(1, 0)، $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ ، $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ، $(\pi, 2)$

ج) وه (س) = $|س - 1|$ ، $\exists [0, 3]$
 $س - 1 = 0 \leftarrow س = 1$

\longleftarrow $س - 1$ \longrightarrow $س - 1$

وه (س) = $\left. \begin{array}{l} 1 > س \geq 3 - س \\ 2 \geq س \geq 1 \end{array} \right\}$ ، $س - 2$ ، $س - 3$

وه (س) = $\left. \begin{array}{l} 1 > س > 3 - س \\ 2 > س > 1 \end{array} \right\}$ ، $س - 2$ ، $س - 3$

وه (1)₊ \neq وه (1)₋ \leftarrow وه (1) غير موجودة

وه (س) = $س - 0 = 0$ ، $\frac{\pi}{2}$

النقاط الحرجة:
 (0, 0)، $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ ، (0, 1)، (2, 4)، (3, 6)

د) وه (س) = $\sqrt{جتاس^2}$ ، $\exists [0, \pi]$
 وه (س) = |جتاس|

جتاس = 0 \leftarrow س = $\frac{\pi}{2}$
 \longleftarrow جتاس \longrightarrow جتاس $\frac{\pi}{4}$

وه (س) = $\left. \begin{array}{l} \frac{\pi}{4} > س \geq 0 \\ \pi \geq س \geq \frac{\pi}{4} \end{array} \right\}$ ، جتاس

وه (س) = $\left. \begin{array}{l} \frac{\pi}{4} > س > 0 \\ \pi > س > \frac{\pi}{4} \end{array} \right\}$ ، جاس

النقاط الحرجة:

(0, 0)، (1, π)، (1, 0)

هـ) وه (س) = $\left. \begin{array}{l} 1 > س \geq 2 - س \\ 2 \geq س \geq 1 \end{array} \right\}$ ، $س + 1$ ، $س^2$

وه (س) = $\left. \begin{array}{l} 1 > س > 2 - س \\ 2 > س > 1 \end{array} \right\}$ ، $س^2$

وه (س) متصل عند س = 1 وقابل للأشتقاق
 النقاط الحرجة: (0, 0)، (2, 5)، (2, 4)

٢) جد قيم أ، ب التي تجعل للاقتران ق(س) = س^٣ + أس^٢ + ب س نقطتين حرجتين عند س = ١، س = ٣.



الحل

$$ق(س) = س^٣ + ٢س + ب$$

$$ق(١) = ٠ \leftarrow ٠ = ١ - ٣ + ٢ + ب$$

$$\boxed{١} \dots \dots ٣ - = ١٢ - ب \leftarrow$$

$$ق(٣) = ٠ \leftarrow ٠ = ٢٧ + ٢٦ + ب$$

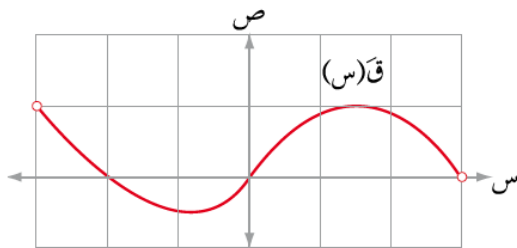
$$\boxed{٢} \dots \dots ٢٧ - = ب + ١٦$$

$$\boxed{٢} - \boxed{١}$$

$$٣ - = ١٢ - ب$$

$$٩ - = ب \leftarrow ٣ - = ١ \leftarrow \frac{٢٧ - = ب + ١٦}{٢٤ = ١٨ -}$$

$$٢٤ = ١٨ -$$



الشكل (٣-٩)

٣) يمثل الشكل (٣-٩) منحنى المشتقة الأولى للاقتران كثير الحدود ق المعرف على الفترة [٣، ٣-] اعتمد على ذلك في تعيين النقط الحرجة للاقتران ق.

الحل

$$ق(٣) = ٠ \leftarrow ٠ = ٢ - ٤٠ = س$$

$$ق(٣-) = ٣٠٣ = س غير موجودة عند س = ٣، ٣-$$



$$(٤) \text{ جد النقط الحرجة للاقتزان ق(س) } = \frac{١ - ٣س}{١ + ٣س}$$

الحل

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٢ \times (١ - ٣س) - ٢س٢ \times (١ + ٣س)}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = ٠ \leftarrow ٠ = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢} \leftarrow ٠ = س$$

النقطة الحرجة: (٠-١)