

إجابات تمارين ومسائل الدرس

التزايد والتناقص



(١) حدّد فترات التزايد وفترات التناقص لكلٍّ من الاقترانات الآتية:

- أ (ق(س) = ٤س - س^٢ ، س ∈ ح .
 ب (ق(س) = |٩ - ٢س| ، س ∈]٥ ، -٥[
 ج (ق(س) = جتا^٢س ، س ∈]٠ ، ٢π[
 د (ق(س) = (س - ١)^٢ ، س ∈ ح .
 هـ (ق(س) = (س - ٢)^٤ ، س ∈ ح .
 و (ق(س) = √(٢٥ - س^٢) ، س ∈]٥ ، -٥[
 ز (ق(س) = √(٤ - س)^٣ ، س ∈ ح .
 ح (ق(س) = جتا^٢س - ١/٣ ، س ∈]٠ ، ٢π[



- ط (ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ٣ - س^٢ ، س \geq ١ \\ ٢/س ، س < ١ \end{array} \right\}$

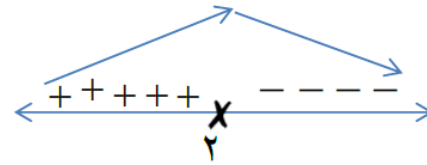
$$(ي) \text{ ق (س)} = \left. \begin{array}{l} 1 > س^2 ، 4 - س^3 \\ 1 \leq س ، \frac{3}{س} \end{array} \right\}$$

الحل

$$(أ) \text{ وه (س)} = 4 - س^2 ، س \geq 0$$

$$\text{وه (س)} = 4 - س^2$$

$$\text{وه (س)} = 0 = 4 - س^2 \leftarrow س = 2$$



فترات التزايد $(-\infty, 2)$

فترات التناقص $[2, \infty)$

$$(ب) \text{ وه (س)} = |س^2 - 9| ، س \in [0, 5]$$

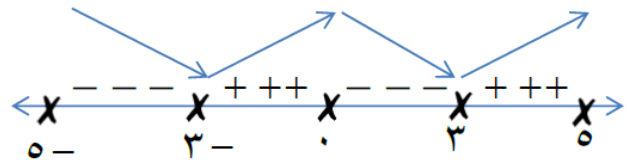
$$س^2 - 9 = 0 \leftarrow س = 3 \pm$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 - س \geq 0 ، 9 - س^2 \\ 3 > س \geq 3 - ، 2س - 9 \\ 0 \geq س > 3 ، 9 - س^2 \end{array} \right\} \text{ وه (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 - س > 0 ، 2س \\ 3 > س > 3 - ، 2س - 2 \\ 0 > س > 3 ، 2س \end{array} \right\} \text{ وه (س)}$$

$$\text{وه (س)} = 0 \leftarrow س = 0$$

$$\text{وه (س)} \text{ غير موجودة عند } س = 3 \pm$$



فترات التزايد $[-0, 3] \cup [0, 3-]$

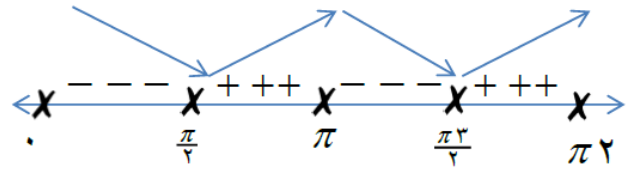
فترات التناقص $[-3, 0] \cup [3-, 5-]$

$$(ج) \text{ وه (س)} = 2س^2 ، س \in [0, 2\pi]$$

$$\text{وه (س)} = 2س^2 - 2س$$

$$\text{وه (س)} = 0 \leftarrow 2س^2 - 2س = 0$$

$$س = \frac{\pi}{2} ، \pi ، \frac{3\pi}{2} \text{ و غير موجودة عند } س = 0 ، 2\pi$$



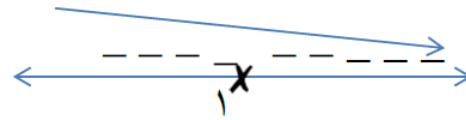
فترات التزايد : $[\pi, \frac{\pi}{3}] \cup [\frac{2\pi}{3}, 2\pi]$

فترات التناقص : $[\frac{\pi}{3}, \pi] \cup [\frac{\pi}{3}, 0]$

(د) $\exists s \in \mathcal{E}, (s-1)^3 = (s)$

$\bar{w}(s) = (s-1)^3 - (s)$

$\bar{w}(s) = 0 \leftarrow s = 1$

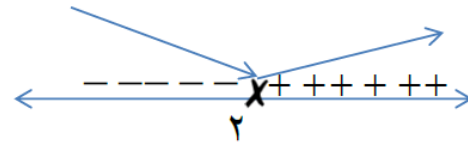


$\forall (s)$ متزايد لكل $s \in \mathcal{E}$

(هـ) $\exists s \in \mathcal{E}, (s-2)^4 = (s)$

$\bar{w}(s) = (s-2)^4 - (s)$

$\bar{w}(s) = 0 \leftarrow s = 2$

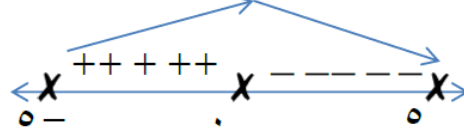


متزايد على الفترة $[\infty, 2)$ ، متناقص على الفترة $(-\infty, 2)$

(و) $\forall (s) = (s-2)^2 - (s)$ ، $\exists s \in \mathcal{E}, (s-2)^2 = (s)$

$\bar{w}(s) = \frac{s^2 - 2s - (s)}{s^2 - 2s - 2}$

$\bar{w}(s) = 0 \leftarrow s = 0$ و غير موجودة عند $s = \pm 2$

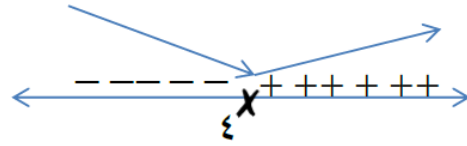


متزايد على الفترة $[-5, 0]$ متناقص على الفترة $[0, 5]$

(ز) $\exists s \in \mathcal{E}, (s-4)^3 = (s)$

$\bar{w}(s) = \frac{2}{\frac{1}{3}(s-4)^3}$

$\bar{w}(s) = 0$ ولاكن $\bar{w}(s)$ غير موجودة عند $s = 4$



متزايد على الفترة $(-\infty, 4]$ ، متناقص على الفترة $(4, \infty)$

ح) $f(x) = \sin(x) - \frac{1}{3} \cos(2x)$ ، $x \in [0, 2\pi]$

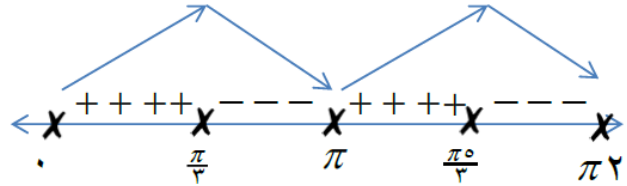
$f'(x) = \cos(x) + \frac{2}{3} \sin(2x)$

$f'(x) = 0 \Rightarrow \cos(x) + \frac{2}{3} \sin(2x) = 0$

$\frac{2}{3} \cos(x) \sin(x) - \sin(x) = 0 \Rightarrow \sin(x) \left(\frac{2}{3} \cos(x) - 1 \right) = 0$

$\sin(x) = 0 \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$

$\frac{2}{3} \cos(x) - 1 = 0 \Rightarrow \cos(x) = \frac{3}{2}$ (لا يوجد حل)



متزايد على الفترة $[0, \frac{\pi}{3}] \cup [\pi, \frac{5\pi}{3}]$

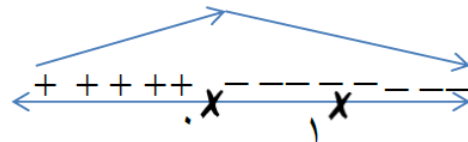
متناقص على الفترة $[\frac{\pi}{3}, \pi] \cup [\frac{5\pi}{3}, 2\pi]$

ط) $f(x) = \frac{3-x}{s} \geq 1 \Rightarrow 3-x \geq s$

$f(x) = \frac{3-x}{s} < 1 \Rightarrow 3-x < s$

$f(x) = 1$ متصل عند $s = 1$ و قابل للأشتقاق

$f'(x) = \frac{1}{s} > 0 \Rightarrow f(x)$ متزايد



متزايد على الفترة $(-\infty, 0]$

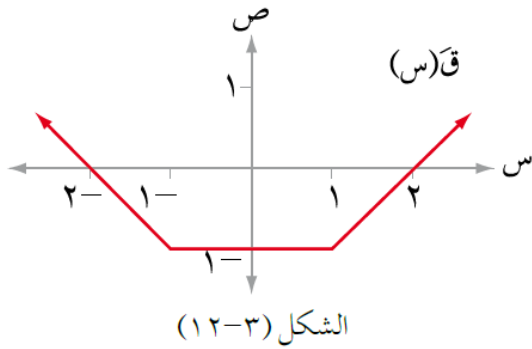
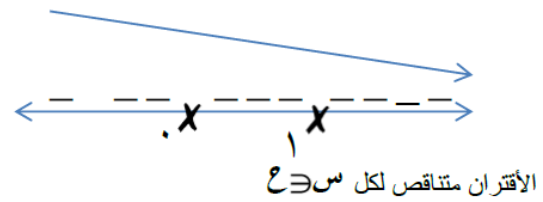
متناقص على الفترة $(0, \infty)$

$$\begin{cases} 1 \geq s, & 4 - s^2 \\ 1 < s, & \frac{3}{s} \end{cases} = (s) \text{ و } (ي)$$

$$\begin{cases} 1 > s, & 2s^3 - \\ 1 < s, & \frac{3-}{s^2} \end{cases} = \overline{(s)}$$

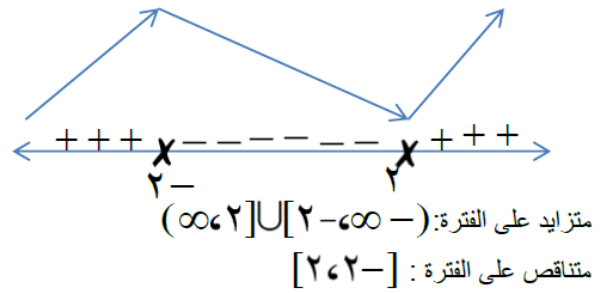
و (س) متصل عند $s = 1$ و قابل للأشتقاق

$$\overline{(s)} = 0 \leftarrow s = 0$$



(٢) يمثل الشكل (١٢-٣) منحنى اقتران المشتقة الأولى للاقتران ق، حدد فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.

الحل



٣) إذا كان $q(s)$ اقتراناً متصلًا على الفترة $[a, b]$ وقابلًا للاشتقاق على الفترة (a, b) وكان $q'(s) < 0$ ، لكل $s \in (a, b)$ ، وكان $h(s) = q(s) + s^2$ ، فأثبت أن $h(s)$ متزايد على الفترة $[a, b]$.

الحل

$$h'(s) = q'(s) + 2s$$

ولا يمكن $q'(s) < 0$ على الفترة (a, b)

و $2s > 0$ على الفترة (a, b)

فيكون $h'(s) > 0$ على الفترة

$\therefore h(s)$ متزايد على الفترة $[a, b]$

