

إجابات الأسئلة التكامل المحدود

السؤال الأول

احسب قيمة كل مما يأتي :

$$(أ) \int_1^6 2 - x \, dx$$

$$(ج) \int_0^6 (2x^2 + 8x^3 - 5x^4 + 7) \, dx$$

$$(ب) \int_1^8 \frac{1}{\sqrt[3]{8x}} \, dx$$

$$(د) \int_{-2}^2 (3x^2 - 2)(x + 1) \, dx$$

الحل :

$$(أ) \int_1^6 2 - x \, dx = 2x - \frac{1}{2}x^2 \Big|_1^6 = 10 - 5 \times 2 = (1 - 6) 2 = 10 - 5 \times 2 = 10 - 10 = 0$$

$$(ب) \int_1^8 \frac{1}{\sqrt[3]{8x}} \, dx = \int_1^8 \frac{1}{\sqrt[3]{8} \sqrt[3]{x}} \, dx = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} \int_1^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \, dx = \frac{1}{2} \int_1^8 x^{-\frac{1}{3}} \, dx = \frac{1}{2} \left[\frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} \right]_1^8 = \frac{3}{4} \left[\sqrt[3]{8^2} - \sqrt[3]{1^2} \right] = \frac{3}{4} \left[\sqrt[3]{64} - 1 \right] = \frac{3}{4} [8 - 1] = \frac{3}{4} \times 7 = \frac{21}{4}$$

$$= \frac{3}{16} \left[\sqrt[3]{(8)^2} - \sqrt[3]{(1)^2} \right] = \frac{3}{16} \left[\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{1} \right] = \frac{3}{16} [8 - 1] = \frac{3}{16} \times 7 = \frac{21}{16}$$

$$= \frac{3}{16} - \frac{3}{16} \times 4 = \frac{3}{16} - \frac{12}{16} = \frac{3}{16} - \frac{12}{16} = \frac{3 - 12}{16} = \frac{-9}{16} = -\frac{9}{16}$$

$$(ج) \int_0^2 (2s^2 + 8s^3 - 5s^4 + 7) ds = (2s^3 + 2s^4 - s^5 + 7s) \Big|_0^2 =$$

$$18 = 14 + 32 - 32 + 4 = (2) \cdot 7 + (2) - (2) \cdot 2 + (2) =$$

$$(د) \int_0^2 (2 - s + 3s^2) ds = \int_0^2 (2 - s + 3s^2) ds = \int_0^2 (1 + s) (2 - s) ds =$$

$$(2 - s) \times 2 - \frac{(2-s)^2}{2} + 3(2-s) = \left[(2-s)^2 - \frac{(2-s)^2}{2} + 3(2-s) \right]_0^2 =$$

$$8 = 2 - 6 = (4 + 2 + 8) - (4 - 2 + 8) =$$

شاهد الفيديو التالي لفهم درس التكامل المحدود

السؤال الثاني

$$\text{إذا كان } \int_1^m 4 ds = 20, \text{ فجد قيمة الثابت } m.$$

الحل :

$$4 = m \leq 5 = 1 + m \leq 20 = (1 + m) 4 \leq 20 = (1 - m) 4$$

السؤال الثالث

إذا كان الاقتران ق معرفاً على الفترة [1, 5] ، وكان ق(س) = 2س + 1 ، فجد قيمة ق(5) - ق(1)

الحل :

$$\int_1^5 (2s + 1) ds = \left[s^2 + s \right]_1^5 = (25 + 5) - (1 + 1) = 28$$

$$28 = 2 - 30 = (1 + 21) - (5 + 25) = \left[(2s + 1) ds \right]_1^5 =$$

السؤال الرابع

احسب قيمة التكامل الآتي : $\int_2^2 (4s - 2s^2 + 3) ds$.

الحل :

$$\int_2^2 (4s - 2s^2 + 3) ds = \left[2s^2 - \frac{2}{3}s^3 + 3s \right]_2^2$$

$$= \left(2(2)^2 - \frac{2}{3}(2)^3 + 3(2) \right) - \left(2(2)^2 - \frac{2}{3}(2)^3 + 3(2) \right) = 0$$

وهذه من خصائص التكامل المحدود $\int_a^a f(x) dx = 0$.

السؤال الخامس

احسب قيمة كل من التكاملات الآتية :-

(أ) $\int_1^2 (4 - 2s^2) ds$

(ب) $\int_1^2 (3 - s^2) ds$

(ج) $\int_1^2 \frac{s^2 + 2s - 1}{s - 1} ds$

الحل :

(أ) $\int_1^2 (4 - 2s^2) ds = \left[4s - \frac{2}{3}s^3 \right]_1^2$

$$= \left(4(2) - \frac{2}{3}(2)^3 \right) - \left(4(1) - \frac{2}{3}(1)^3 \right) = \left(8 - \frac{16}{3} \right) - \left(4 - \frac{2}{3} \right) = \frac{24 - 16}{3} - \frac{12 - 2}{3} = \frac{8 - 10}{3} = -\frac{2}{3}$$

شاهد الفيديو التالي لفهم حل أسئلة درس التكامل المحدود

$$(ب) \int_1^{-1} (3 - 2s)^2 ds = \int_1^{-1} (9 + 4s^2 - 12s) ds = \int_1^{-1} (9 + 4s^2 - 12s) ds$$

$$(1 \times 9 + 4 \times 1^2 - 12 \times 1) - (1 \times 9 + 4 \times (-1)^2 - 12 \times (-1)) = \frac{62}{3} - (18 - \frac{4}{3} - 12) = \frac{62}{3} - (6 - \frac{4}{3}) = \frac{62}{3} - \frac{14}{3} = \frac{48}{3} = 16$$

$$(ج) \int_1^{-1} \frac{7 - 6s + 2s^2}{1 - s} ds = \int_1^{-1} \frac{(7 + 2s)(1 - s)}{1 - s} ds = \int_1^{-1} (7 + 2s) ds$$

$$12 - (7 + 2 \times (-1)) = 12 - 3 = 9$$