إجابات الأسئلة

التكامل المحدود

السـؤال الأول

احسب قيمة كل مما يأتي :

أ) $\int_{1}^{6} -2 \, \text{د س}$

ب) $\int_{8}^{1} \frac{1}{8\sqrt[3]{\text{س}}} \, \text{د س}$

جـ) $\int_{0}^{6} (2\text{س} + 8\text{س}^{3} - 5\text{س}^{4} + 7) \, \text{د س}$

د) $\int_{-2}^{2} (3\text{س} - 2)(\text{س} + 1) \, \text{د س}$

الحـل :

أ) $\int_{1}^{6} -2 \, \text{د س} = -2\,(6 - 1) = -2 \times 5 = -10$

ب) $\int_{8}^{1} \frac{1}{8\sqrt[3]{\text{س}}} \, \text{د س} = \int_{8}^{1} \frac{1}{8\,\text{س}^{\frac{1}{3}}} \, \text{د س} = \int_{8}^{1} \frac{1}{8} \text{س}^{\frac{-1}{3}} \, \text{د س} = \frac{1}{8} \times \left[\frac{\text{س}^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} \right]_{8}^{1}$

$= \frac{3}{16} \left[\text{س}^{\frac{2}{3}} \right]_{8}^{1} = \frac{3}{16} \left[\sqrt[3]{\text{س}^{2}} \right]_{8}^{1} = \frac{3}{16} \sqrt[3]{(1)^{2}} - \frac{3}{16} \sqrt[3]{(8)^{2}}$

$= \frac{3}{16} - \frac{3}{16} \times 4 = \frac{3}{16} - \frac{12}{16} = -\frac{9}{16}$

جـ) $\int_{٠}^{٢} (٢\text{س} + ٨\text{س}^{٣} - ٥\text{س}^{٤} + ٧)\,\text{د س} = \Big[(\text{س}^{٢} + ٢\text{س}^{٤} - \text{س}^{٥} + ٧\text{س})\Big]_{٠}^{٢}$

$= ((٢)^{٢} + ٢\,(٢)^{٤} - (٢)^{٥} + ٧\,(٢)) - \text{صفر} = ٤ + ٣٢ - ٣٢ + ١٤ = ١٨$

د) $\int_{-٢}^{٢} (٣\text{س} - ٢)(\text{س} + ١)\,\text{د س} = \int_{-٢}^{٢} (٣\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ٢\text{س} - ٢)\,\text{د س} = \int_{-٢}^{٢} (٣\text{س}^{٢} + \text{س} - ٢)\,\text{د س}$

$= \Big[(\text{س}^{٣} + \frac{\text{س}^{٢}}{٢} - ٢\text{س})\Big]_{-٢}^{٢} = ((٢)^{٣} + \frac{(٢)^{٢}}{٢} - ٢ \times ٢) - ((-٢)^{٣} + \frac{(-٢)^{٢}}{٢} - ٢ \times -٢)$

$= (٨ + ٢ - ٤) - (-٨ + ٢ + ٤) = ٦ - -٢ = ٨$

شاهد الفيديو التالي لفهم درس التكامل المحدود

السـؤال الـثـانـي

إذا كان $\int_{-١}^{\text{م}} ٤\,\text{دس} = ٢٠$ ، فجد قيمة الثابت م .

الحـل :

$٤\,(\text{م} - -١) = ٢٠ \Longleftarrow ٤\,(\text{م} + ١) = ٢٠ \Longleftarrow \text{م} + ١ = ٥ \Longleftarrow \text{م} = ٤$

السـؤال الـثـالـث

إذا كان الاقتران ق معرفا على الفترة [١ ، ٥] ، وكان قَ(س) = ٢س + ١ ، فجد قيمة ق(٥) – ق(١)

الحـل :

$\int_{١}^{٥} \text{قَ}(\text{س})\,\text{د س} = \Big[\text{ق}(\text{س})\Big]_{١}^{٥} = \text{ق}(٥) - \text{ق}(١)$

$\int_{١}^{٥} (٢\text{س} + ١)\,\text{د س} = \Big[(\text{س}^{٢} + \text{س})\Big]_{١}^{٥} = (٥^{٢} + ٥) - (١^{٢} + ١) = ٣٠ - ٢ = ٢٨$

السؤال الرابع

احسب قيمة التكامل الآتي : $\int_{٢}^{٢} (٤س - ٦س^٢ + ٣)\ د\ س$.

الحل :

$\int_{٢}^{٢} (٤س - ٦س^٢ + ٣)\ دس = \left[(٢س^٢ - ٢س^٣ + ٣س)\right]_{٢}^{٢}$

$= ((٢)٢^٢ - ٢(٢)^٣ + ٣(٢)) - ((٢)٢^٢ - ٢(٢)^٣ + ٣(٢))$

$= (٨ - ١٦ + ٦) - (٨ - ١٦ + ٦) = -٢ - -٢ = ٢ + ٢ =$ صفر

وهذه من خصائص التكامل المحدود $\int_{أ}^{أ} ق(س)\ دس =$ صفر

السؤال الخامس

احسب قيمة كل من التكاملات الآتية :-

أ) $\int_{١}^{٢} ٣س\ (٤ - ٢س^٢)\ دس$

ب) $\int_{١}^{-١} (٢س - ٣)^٢\ د\ س$

جـ) $\int_{٠}^{-٢} \frac{س^٢ + ٦س - ٧}{س - ١}\ دس$

الحل :

أ) $\int_{١}^{٢} ٣س\ (٤ - ٢س^٢)\ دس = \int_{١}^{٢} (١٢س - ٦س^٣)\ دس = \left[(٦س^٢ - \frac{٦}{٤}س^٤)\right]_{١}^{٢}$

$= (٦ \times ٢^٢ - \frac{٦}{٤} \times ٢^٤) - (٦ \times ١^٢ - \frac{٦}{٤} \times ١^٤)$

$= (٢٤ - ٢٤) - (٦ - \frac{٦}{٤}) =$ صفر $- (\frac{٢٤ - ٦}{٤}) = \frac{-١٨}{٤} = \frac{-٩}{٢}$

شاهد الفيديو التالي لفهم حل أسئلة درس التكامل المحدود

ب)

$$\int_{١}^{-١} (٢\text{س} - ٣)^{٢}\, \text{د س} = \int_{١}^{-١} (٤\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} + ٩)\, \text{دس} = \left[\left(\frac{٤}{٣}\text{س}^{٣} - ٦\text{س}^{٢} + ٩\text{س}\right) \right]_{١}^{-١}$$

$$= \left(\frac{٤}{٣} \times (-١)^{٣} - ٦ \times (-١)^{٢} + ٩ \times -١\right) - \left(\frac{٤}{٣} \times ١^{٣} - ٦ \times ١^{٢} + ٩ \times ١\right)$$

$$= \left(\frac{-٤}{٣} - ١٥\right) - \left(\frac{٤}{٣} + ٣\right) = \frac{-٤}{٣} - ١٥ - \frac{٤}{٣} - ٣ = -\frac{٨}{٣} - ١٨ = -\frac{٦٢}{٣}$$

جـ)

$$\int_{٠}^{-٢} \frac{\text{س}^{٢} + ٦\text{س} - ٧}{\text{س} - ١}\, \text{دس} = \int_{٠}^{-٢} \frac{(\text{س} - ١)(\text{س} + ٧)}{\text{س} - ١}\, \text{دس} = \int_{٠}^{-٢} (\text{س} + ٧)\, \text{دس}$$

$$= \left[\left(\frac{\text{س}^{٢}}{٢} + ٧\text{س}\right) \right]_{٠}^{-٢} = \left(\frac{(-٢)^{٢}}{٢} + ٧ \times -٢\right) - \text{صفر} = ٢ - ١٤ = -١٢$$