إجابات الأسئلة

التكامل غير المحدود

السؤال الأول

جد كلا مما يأتي :

أ) $\int \frac{1}{2}$ د س

ب) $\int \frac{\text{د س}}{\text{س}^{5}}$ $\quad \text{س} \neq 0$

جـ) $\int (2 - \text{س}^{2})$ د س

د) $\int 3\,\text{س}^{2}$ د س

هـ) $\int \frac{-2}{\text{س}^{-5}}$ د س

الحل :

أ) $\int \frac{1}{2}$ د س $= \frac{1}{2}$ س $+$ جـ

ب) $\int \frac{\text{د س}}{\text{س}^{5}} = \int \frac{1}{\text{س}^{5}} \times$ د س $= \int \text{س}^{-5}$ د س $= \frac{\text{س}^{-4}}{-4} +$ جـ

جـ) $\int (2 - \text{س}^{2})$ د س $= 2\text{س} - \frac{\text{س}^{3}}{3} +$ جـ

د) $\int 3\,\text{س}^{2}$ د س $= \text{س}^{3} +$ جـ

هـ) $\int \frac{-2}{\text{س}^{-5}}$ د س $= \int -2\text{س}^{5}$ د س $= -2 \times \frac{\text{س}^{6}}{6} +$ جـ $= \frac{-\text{س}^{6}}{3} +$ جـ

السؤال الثاني

جد كلا مما يأتي :

أ) $\int (١٠س^{٢} - \sqrt[٦]{س} + ٣ قا^{٢}س)\, د س$

ب) $\int (٢ - س)(٤س + ١)\, د س$

جـ) $\int ٣ ظا س \, جتا س \, د س$

د) $\int \frac{س^{٢} + ٦س + ٨}{س + ٢}\, د س$ ، $س \neq -٢$

الحل :

أ) $\int (١٠س^{٢} - \sqrt[٦]{س} + ٣ قا^{٢}س)\, د س = \int (١٠س^{٢} - س^{\frac{١}{٦}} + ٣ قا^{٢}س)\, د س$

$= \frac{١٠ س^{٣}}{٣} - \frac{س^{\frac{٧}{٦}}}{\frac{٧}{٦}} + ٣ ظا س + جـ = \frac{١٠ س^{٣}}{٣} - \frac{٦ س^{\frac{٧}{٦}}}{٧} + ٣ظا س + جـ$

ب) $\int (٢ - س)(٤س + ١)\, د س = \int (٨ س + ٢ - ٤س^{٢} - س)\, د س$

$= \int (٧ س + ٢ - ٤س^{٢})\, د س = \frac{٧س^{٢}}{٢} + ٢س - \frac{٤ س^{٣}}{٣} + جـ$

جـ) $\int ٣ ظا س \, جتا س \, د س = \int ٣ \frac{جا س}{جتا س} \times جتا س \, د س = \int ٣ جا س \, د س$

د) $\int \frac{س^{٢} + ٦س + ٨}{س + ٢}\, د س = \int \frac{(س + ٢)(س + ٤)}{س + ٢}\, د س = \int (س + ٤)\, د س = \frac{س^{٢}}{٢} + ٤س + جـ$

السؤال الثالث

جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ٥ ، حيثُ ص = $\int \frac{٤س + ١}{س}$ د س ، س ≠ ٠

الحل :

نقوم باشتقاق الطرفين ،،

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د}{د س} \int \frac{٤س + ١}{س}$ د س (مشتقة التكامل تعطي ما داخل التكامل) ، إذن:

$\frac{د ص}{د س} = \frac{٤س + ١}{س}$

$\frac{د ص}{د س}\Big|_{س = ٥} = \frac{٤(٥) + ١}{٥} = \frac{٢٠ + ١}{٥} = \frac{٢١}{٥}$

السؤال الرابع

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان قَ(س) = ٦س - ٨س^{٣} + ٥ ، وكان ق (-١) = ٢ فجد قاعدة الاقتران ق .

الحل :

ق (س) = $\int$ قَ(س) د س = $\int$ (٦س - ٨ س^{٣} + ٥) د س = ٣س^{٢} - ٢ س^{٤} + ٥س + جـ

ق (-١) = ٣ (-١)^{٢} - ٢ (-١)^{٤} + ٥(-١) + جـ = ٢

٣ - ٢ - ٥ + جـ = ٢ <== -٤ + جـ = ٢ <== جـ = ٦

السؤال الخامس

إذا كان $\int$ عَ(س) د س = ٦س^{٣} − ٣ س^{٢} + ٦س − ٥ ، فجد عَ (١) .

الحل :

نقوم باشتقاق الطرفين ،،

$$\frac{د}{د س} \int عَ(س)\, د س = (٦س^{٣} - ٣ س^{٢} + ٦س - ٥)َ$$

عَ(س) = ١٨س^{٢} − ٦س + ٦ ⟸ عَ(١) = ١٨ (١)^{٢} − ٦ (١) + ٦ ⟸ عَ(١) = ١٨

السؤال السادس

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان قَ (س) = ٢س − ٥ ، وكان ق (٢) = ٤ ، فجد قيمة ق(١).

الحل :

ق (س) = $\int$ قَ (س) د س = $\int$ (٢س − ٥) د س = س^{٢} − ٥س + جـ

ق (٢) = (٢)^{٢} − ٥ (٢) + جـ = ٤ ⟸ ٤ − ١٠ + جـ = ٤ ⟸ جـ = ١٠

∴ ق (س) = س^{٢} − ٥س + ١٠ ⟸ ق(١) = (١)^{٢} − ٥ (١) + ١٠ ⟸ ق (١) = ٦

لفهم إجابات أسئلة درس التكامل غير المحدود ، شاهد الفيديو

السؤال السابع

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان قَ(س) = ٣س (٦ − ٥س) + ٤س^{٣} ، وكان ق (٢) = −١ ، فجد قيمة ق (١).

الحل :

قَ (س) = ١٨س − ١٥س^{٢} + ٤س^{٣}

ق (س) = $\int$ قَ (س) د س = $\int$ (١٨س − ١٥س^{٢} + ٤س^{٣}) د س = ٩س^{٢} − ٥ س^{٣} + س^{٤} + جـ

ق (٢) = ٩(٢)^{٢} − ٥ (٢)^{٣} + (٢)^{٤} + جـ = −١ ⟸ ٣٦ − ٤٠ + ١٦ + جـ = −١ ⟸ جـ = −١٣

∴ ق (س) = ٩س^{٢} − ٥ س^{٣} + س^{٤} − ١٣ ⟸ ق (١) = ٩(١)^{٢} − ٥ (١)^{٣} + (١)^{٤} − ١٣ = −٨

السؤال الثامن

إذا كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان قَ (س) = $\frac{س^{٢} + ٦س + ٨ س^{٣}}{س}$ ، س ≠ صفرا ، وكان ق (١) = ١٢ ، فجد قاعدة الاقتران ق.

الحل :

ق (س) = $\left| \right.$ قَ (س) د س = $\left| \right.$ $\frac{س^{٢} + ٦س + ٨ س^{٣}}{س}$ د س = $\left| \right.$ $\frac{س (س + ٦ + ٨ س^{٢})}{س}$ د س

= $\left| \right.$ (س + ٦ + ٨س^{٢}) د س = $\frac{س^{٢}}{٢}$ + ٦س + ٨ $\frac{س^{٣}}{٣}$ + جـ

ق(١) = $\frac{(١)^{٢}}{٢}$ + ٦ (١) + ٨ $\frac{(١)^{٣}}{٣}$ + جـ = ١٢ <== $\frac{١}{٢}$ + ٦ + $\frac{٨}{٣}$ + جـ = ١٢

<== $\frac{١}{٢}$ + $\frac{٨}{٣}$ + جـ = ٦ <== $\frac{١٩}{٦}$ + جـ = ٦ <== جـ = $\frac{١٧}{٦}$

∴ ق (س) = $\frac{س^{٢}}{٢}$ + ٦س + $\frac{٨ س^{٣}}{٣}$ + $\frac{١٧}{٦}$