إجابات تدريبات الدرس

الاتصال والاشتقاق

تدريب ١

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{٤}{س} + ١ & ، س \leq ٢ \\ ٥س - ١ & ، س > ٢ \end{cases}$ ، فأجب عن كلٍّ مما يأتي:

١) ابحث في اتصال الاقتران ق عند س=٢

٢) ابحث في قابلية اشتقاق الاقتران ق عند س = ٢

الحل

أ) $ق(٢) = \frac{٤}{٢} + ١ = ٣$

٢) $\lim_{س \to ٢^+} ق(س) = ٣$

$\lim_{س \to ٢^-} ق(س) = ٥ \times ٢ - ١ = ٩$

$\lim_{س \to ٢^+} ق(س) \neq \lim_{س \to ٢^-} ق(س)$ ⇐ $\lim_{س \to ٢} ق(س)$ غير موجودة

⇐ ق غير متصل عند س=٢.

٣) لأن ق غير متصل عند س=٢ فإنه غير قابل للاشتقاق عند س=٢.

تدريب ٢

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \sqrt{س + ١} & ، \quad ٠ \leq س < ٢ \\ س^{٢} - ١ & ، \quad ٢ \leq س \leq ٥ \end{cases}$

فابحث قابلية الاقتران ق للاشتقاق عند س = ٢ ، س = ٤ .

الحل

١ عند س = ٢

١) ق(٢) = $٢^{٢} - ١ = ٣$

٢) $\lim_{س \to ٢^{+}}$ ق(س) = ٣

$\lim_{س \to ٢^{-}}$ ق(س) = $\sqrt{٣}$

$\lim_{س \to ٢^{+}}$ ق(س) ≠ $\lim_{س \to ٢^{-}}$ ق(س) ⇐ $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) غير موجودة

∴ ق غير متصل عند س = ٢

∴ ق غير قابل للاشتقاق عند س = ٢

٢ عند س = ٤

$س^{٢} - ١$ كثير حدود متصل عند س = ٤

ق'(٤) = $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{ق(س) - ق(٤)}{س - ٤}$

= $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{س^{٢} - ١ - ١٥}{س - ٤}$

= $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{س^{٢} - ١٦}{س - ٤}$

= $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{(س - ٤)(س + ٤)}{س - ٤}$

= $\lim_{س \to ٤}$ (س + ٤)

= ٤ + ٤ = ٨ .