

إجابات تدريبات الدرس

المشتقات العليا

تدريب ١

(١) إذا كان $Q(s) = 5s^3 - 4s^2 + 6s + 1$ ، فجد $Q'(-1)$.

(٢) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل

$$(١) \text{ عدد } (s) = 15s^5 - 8s^6 + 7$$

$$\text{عدد } (s) = 3s - 8$$

$$\text{و } Q'(-1) = (3(-1) - 8) = -11 = 8 - 3 = -11$$

$$(٢) \text{ عدد } (s) = (3 - 8s^2)(4 + 5s) + 5s \times (1 + 2s - 3s^2)$$

$$= 12s - 32s^2 - 20s^3 + 20s^4 + 5s + 10s^2 - 15s^3 = 17s - 22s^2 - 5s^3 + 20s^4$$

$$\text{و } (s) = 17 - 44s + 60s^2 - 15s^3 + 80s^4$$

$$\text{و } (s) = 17 - 44s + 60s^2 - 15s^3 + 80s^4$$

$$\text{و } (-1) = 17 + 44 + 60 + 15 = 136$$

و يمكن إيجاد المشتقة الثانية باستخدام قانون حاصل ضرب اثنين

تدريب ٢

إذا كان $q(s) = \frac{1}{s^n}$ ، وكان $Q(s) = s^2$ ، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

$$Q(s) = \frac{1}{s^{n-1}}$$

$$Q(s) = \frac{1}{s^{n-2}} = \frac{1}{s} (1-n)$$

$$Q(s) = \frac{1}{s^{n-3}} = \frac{1}{s} (1-n)(2-n)$$

$$P = \frac{1}{s^2} = \frac{1}{s} (1-n)(2-n)$$

$$n-3 = 2 \Rightarrow n = 5$$

$$P = \frac{1}{s^2} = \frac{1}{s} (1-5)(2-5) = 6$$

تدريب ٣

إذا كان $q(s) = \begin{cases} s^2, & s \leq 0 \\ s, & s > 0 \end{cases}$ ، فأجب عن كل مما يأتي:

(١) بين أن $Q(s)$ كلاً من $Q(0)$ ، $Q'(0)$ موجودة، ثم جد قيمة كل منها.

(٢) اكتب قاعدة كل من $Q(s)$ ، $Q'(s)$ لجميع قيم $s \in \mathbb{R}$.

(٣) بين أن $Q(s)$ غير موجودة.

الحل

وه متصل عند $s = 0$

$$Q(s) = \begin{cases} s^2 & s \leq 0 \\ s & s > 0 \end{cases}$$

$$Q'(s) = \begin{cases} 2s & s < 0 \\ 1 & s > 0 \end{cases} = \begin{cases} 0 & s = 0 \\ 1 & s = 0 \end{cases}$$

وه متصل عند $s = 0$

$$Q'(s) = \begin{cases} 2s & s \leq 0 \\ 1 & s > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{مُد}^+(0) &= \text{مُد}^-(0) = 4 \\ \text{مُد}^+(s) &= \text{مُد}^-(s) = 4s \\ \left. \begin{aligned} \cdot & < s < 6 \\ \cdot & > s > 6 \end{aligned} \right\} = \text{مُد}^+(s) \end{aligned}$$

$$\text{مُد}^+(0) \neq \text{مُد}^-(0) \Rightarrow \text{مُد}^+(0) \text{ غير موجودة}$$