إجابات تدريبات الدرس

الاشتقاق الضمني

تدريب ١

جد $\frac{ص}{س}$ لكلٍّ مما يأتي:

١) $٣ س^{٢} - ٤ ص^{٢} = ٨$

٢) $٢ س ص - ص^{٣} + ١ = س + ٢ ص$

٣) $س^{٢} + ص = ظاص$

الحل

١) $٣ س^{٢} - ٤ ص^{٢} = ٨$

$٦ س - ٨ ص \frac{د ص}{د س} = صفر$

$\frac{٦ س}{٨ ص} = \frac{د ص}{د س}$

$\frac{٨ ص}{٨ ص}$

$\frac{٣ س}{٤ ص} = \frac{د ص}{د س}$

٢) $٢ س ص - ص^{٣} + ١ = س + ٢ ص$

$٢ ص + ٢ ص \frac{د ص}{د س} - ٣ ص^{٢} \frac{د ص}{د س} + ١ = \frac{د ص}{د س}$

$٢ ص - ١ = \frac{د ص}{د س} - ٢ ص + ٣ ص^{٢} \frac{د ص}{د س}$

$$\frac{\frac{دص}{دس}(2س - 3ص^2 - 2)}{2 - 3ص^2 - 3س^2} = \frac{2ص - 1}{2 - 3ص^2 - 3س^2}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{ص < -1}{2 - 3ص^2 - 3س^2}$$

٩) $س^2 + ص = ظا ص$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دس} + 2س \quad ق^2 ص$$

$$2س = \frac{دص}{دس} - \frac{دص}{دس} \quad ق^2 ص$$

$$2س = (ق^2 ص - 1) \frac{دص}{دس}$$

$$2س = (ق^2 ص - 1) \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{2س}{ق^2 ص - 1}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{2س}{ظا^2 ص}$$

تدريب ٢

جد $\frac{ص}{س}$ لكلٍّ مما يأتي:

١) $\sqrt{ص} + جتا\ س = ٤$

٢) $(س - ص)^{٢} - ص = ٠$

الحل

١) $\frac{١}{٢\sqrt{ص}} \frac{ص}{س} + -جا\ س = ٠$

$\frac{١}{٢\sqrt{ص}} \frac{ص}{س} = جا\ س$

$\frac{ص}{س} = ٢\sqrt{ص}\ جا\ س$

٢) $٢(س - ص)(١ - \frac{ص}{س}) - \frac{ص}{س} = ٠$

$٢(س - ص) - ٢(س - ص)\frac{ص}{س} - \frac{ص}{س} = ٠$

$-٢(س - ص) - \frac{ص}{س}(١ + ٢(س - ص)) = ٠$

$\frac{ص}{س} = \frac{-٢(س - ص)}{١ + ٢(س - ص)}$

تدريب ٣

إذا كان جتا ص = س ، ص ∈ $(0 ، \frac{\pi}{2})$، فأثبت أنَّ :

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{-1}{\sqrt{1 - \text{س}^{2}}}$$

الحل

$$-\text{حا ص} \frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = 1$$

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{-1}{\text{حا ص}}$$

لكن $\text{جا}^{2}\text{ص} + \text{جتا}^{2}\text{ص} = 1$

$\text{حا}^{2}\text{ص} = 1 - \text{جتا}^{2}\text{ص}$

$\text{حا}^{2}\text{ص} = 1 - \text{س}^{2}$

$\text{حا ص} = \sqrt{1 - \text{س}^{2}}$

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{-1}{\text{حا ص}}$$

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{-1}{\sqrt{1 - \text{س}^{2}}}$$

تدريب ٤

إذا كان س = جا ٣ن ، ص = جتا٣ن ، فجد $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ عند ن = $\frac{\pi}{٣}$

الحل

$\frac{دس}{دن} = ٣ جتا ٣ن$

$\frac{دص}{دن} = -٣ جا ٣ن$

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دن} \times \frac{دن}{دس}$

$= -٣ جا ٣ن \times \frac{١}{٣ جتا ٣ن}$

$= -\frac{جا ٣ن}{جتا ٣ن}$

$\frac{دص}{دس} = -ظا ٣ن$.

$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} = -٣ قا^{٢} ٣ن \times \frac{دن}{دس}$ (مهم بالنسبة الى س)

$= -٣ قا^{٢} ٣ن \times \frac{١}{٣ جتا ٣ن}$ جد $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ عند ن = $\frac{\pi}{٣}$

$= -قا^{٢} ٣ن \times قا ٣ن$

$= -قا^{٣} ٣ن$

عندما $ن = \frac{\pi}{٣}$

$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} = -(قا \frac{\pi}{٣} \times ٣)^{٣} = -٢ \times -١ = ١$