

إجابات أسئلة الدرس

قواعد الاشتقاق 1

(1) جد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات الآتية :

أ) $y = \sqrt{3x}$

ب) $y = 4x^{10}$

ج) $y = 4\pi x^2$

د) $y = \left(\frac{1}{3}x\right)^4$

الحل

أ) $y' = \frac{1}{2}\sqrt{3}x^{-\frac{1}{2}}$

ب) $y' = 40x^9$

ج) $y' = 8\pi x = 8\pi x^1$

د) $y' = \frac{4}{3}x^3$

د) $y' = \frac{4}{3}x^3 = \frac{4}{3}x^3$

د) $y' = \frac{4}{3}x^3 = \frac{4}{3}x^3$

د) $y' = \frac{4}{3}x^3 = \frac{4}{3}x^3$

د) $y' = \frac{4}{3}x^3 = \frac{4}{3}x^3$

(٢) جد $\frac{d}{ds}$ لكل من الاقتارات الآتية :

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(أ) $v = 2s^3 + 3s - 4$ (ب) $v = \frac{1}{4}(s^2 + 8)$
 (ج) $v = \frac{4}{3}\pi s^2$ (د) $v = \frac{1}{4}s^4 + \frac{1}{3}s^2 - s$

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(أ) $v = 2s^3 + 3s - 4$

$\frac{dv}{ds} = 6s^2 + 3$

(ب) $v = \frac{1}{4}(s^2 + 8)$

$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{2}s$

(ج) $v = \frac{4}{3}\pi s^2$

$\frac{dv}{ds} = \frac{8}{3}\pi s$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(د) $v = \frac{1}{4}s^4 + \frac{1}{3}s^2 - s$

$\frac{dv}{ds} = s^3 + \frac{2}{3}s - 1$

$= s^3 + \frac{2}{3}s - 1$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٣) جد ق(س) لكل من الاقترانات الآتية عند قيمة س المبينة إزاء كل منها :

أ) ق(س) = $\frac{1}{4}س$ ، س = 1

ب) ق(س) = $|س - 3| + 2$ ، س = 3

ج) ق(س) = $\frac{1}{4}س + 5 - 2س$ ، س = 2, 4

د) ق(س) = $3س + [س + 1, 0] - |س|$ ، س = 1

الحل

١) ق(س) = $\frac{1}{4}س$
 ق(1) = $\frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4}$
 ق(3) = $(3-1) + 2 = 2$
 ٢) ق(س) = $\frac{1}{4}س + 5 - 2س$
 ق(2) = $\frac{1}{4} \times 2 + 5 - 2 \times 2 = \frac{1}{2} + 5 - 4 = \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{1}{2}$
 ق(4) = $\frac{1}{4} \times 4 + 5 - 2 \times 4 = 1 + 5 - 8 = -2$
 ٣) ق(س) = $3س + [س + 1, 0] - |س|$
 ق(1) = $3 \times 1 + [1 + 1, 0] - |1| = 3 + 2 - 1 = 4$

٤) ق(س) = $\frac{1}{4}س$ ، س = 2
 ق(2) = $\frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}$
 ق(4) = $\frac{1}{4} \times 4 = 1$
 ق(8) = $\frac{1}{4} \times 8 = 2$

٥) ق(س) = $\frac{1}{4}س + 5 - 2س$ ، س = 19, 2
 ق(19) = $\frac{1}{4} \times 19 + 5 - 2 \times 19 = \frac{19}{4} + 5 - 38 = \frac{19}{4} - 33 = \frac{19 - 132}{4} = -\frac{113}{4}$
 ق(2) = $\frac{1}{4} \times 2 + 5 - 2 \times 2 = \frac{1}{2} + 5 - 4 = 1\frac{1}{2}$

٦) ق(س) = $3س + [س + 1, 0] - |س|$ ، س = 1
 ق(1) = $3 \times 1 + [1 + 1, 0] - |1| = 3 + 2 - 1 = 4$
 ق(4) = $3 \times 4 + [4 + 1, 0] - |4| = 12 + 5 - 4 = 13$
 ق(8) = $3 \times 8 + [8 + 1, 0] - |8| = 24 + 9 - 8 = 25$

٤) إذا كان ل، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ل = (٢ -) هـ، هـ = (٢ -) هـ، هـ = (٢ -) هـ، فجد ق(٢ -) في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = ٦ ل(س) - ٢ هـ(س)
ب) ق(س) = $\frac{1}{٢}$ ل(س) + هـ(س) + س^٢

الحل

٤) هـ(س) = ٦ ل(س) - ٢ هـ(س)
هـ'(س) = ٦ ل'(س) - ٢ هـ'(س)
هـ'(٢ -) = ٦ ل'(٢ -) - ٢ هـ'(٢ -)

$$٣ - ٤٢ = ٦ - ٤٢$$

$$٣ = ٦ + ٢٤ =$$

ب) هـ(س) = $\frac{1}{٢}$ ل(س) + هـ(س) + س^٣

هـ'(س) = $\frac{1}{٢}$ ل'(س) + هـ'(س) + ٣س^٢

هـ'(٢ -) = $\frac{1}{٢}$ ل'(٢ -) + هـ'(٢ -) + ٣(٢ -)^٢

$$١٢ + ٣ - + ٤ \times \frac{1}{٢} =$$

$$١١ = ١٢ + ٣ - ٢ =$$

(5) إذا كان ق(س) = $\left. \begin{array}{l} أس^2 + ب س ، \quad س \geq 1 \\ -٤ - ب س^2 + أس ، \quad س < 1 \end{array} \right\}$ وكانت ق(1) موجودة ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب.

الحل

ق(1) موجودة \Leftrightarrow متصل عند $س=1$
هنا $س=1$ هنا $س=1$
 $-1-٤$ $+1-٤$

$$\begin{array}{l} ب+٢ = ٢+١-٤ \\ ٢-١+ \end{array}$$

$$\boxed{٢ = ١} \Leftrightarrow \frac{ب}{٢} = \frac{٤}{٢}$$

$$ق(1)^- = ق(1)^+$$

$$\left. \begin{array}{l} ١ > ١ \quad ب + ٢س \\ ١ < ١ \quad ٢ - ب س \end{array} \right\} = ق(س)$$

$$٢ + ب س = ٢ + ب$$

$$\begin{array}{l} ٢ + ٤ - = ٢ + ٢ \\ ٢ - \quad \quad \quad ٢ - \end{array}$$

$$\boxed{٢ - = ٢} \Leftrightarrow ٤ - = ٢ + ٢$$

(6) إذا كان ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ل(س) ، \quad س \geq ج \\ ل(ج) - (س-ج) ، \quad س < ج \end{array} \right\}$

وكان ق(س) اقتراناً متصلًا عند $س=ج$ ، وكان ل(س) اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند $س=ج$.

فأثبت أن الاقتران ق قابل للاشتقاق عند $س=ج$ ، ثم جد ق(ج) .

الحل

متصل عند $س=ج$

$$\left. \begin{array}{l} ق(س) = ل(س) \quad ١ < س < ج \\ ق(س) = ل(ج) - (س-ج) \quad ١ > س > ج \end{array} \right\}$$

$$ق(ج)^+ = ل(ج)$$

$$ق(ج)^- = ل(ج) - (ج-ج)$$

$$\therefore ق(ج) موجودة = ل(ج)$$