

إجابات أسئلة الدرس

الاشتقاق الضمني

(١) جد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

أ) $x^2 + 4y^2 = 16$

ب) $x^2 + 3y^2 = 3$

ج) $\sqrt{x^2 + 3y^2} = 2$

د) $(x^2 + y^2)^2 = 3$

الحل

أ) $x^2 + 4y^2 = 16$
 $\frac{d}{dx}(x^2 + 4y^2) = \frac{d}{dx}(16)$

$2x + 8y \frac{dy}{dx} = 0$
 $8y \frac{dy}{dx} = -2x$

$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{8y} = \frac{-x}{4y}$

ب) $x^2 + 3y^2 = 3$
 $\frac{d}{dx}(x^2 + 3y^2) = \frac{d}{dx}(3)$

$2x + 6y \frac{dy}{dx} = 0$

$6y \frac{dy}{dx} = -2x$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{6y} = \frac{-x}{3y}$

$$(ج) \quad 1 \times c + c' s = c' c^3 + c^3 s'$$

$$c^3 s' - c' c^3 = c' c - c' c^3$$

$$\frac{c^3 s' - c' c^3}{s - c^3} = \frac{(c - c^3)}{c - c^3} c'$$

$$\frac{c^3 s' - c' c^3}{s - c^3} = c'$$

$$(د) \quad \text{حيث } (s) = (s + c^3) \quad c^2 =$$

$$s' = (s + c^3)' = s' + 3c^2 c'$$

$$\frac{s' - 3c^2 c'}{s} = c^2$$

$$s' - 3c^2 c' = c^2 s$$

$$\frac{s' - 3c^2 c' = c^2 s}{s} = c^2$$

(٢) جد $\frac{y^2}{x^2}$ لكل مما يأتي :

(ب) $4x^2 + 3y^2 = 16$

(د) $\sqrt{y} = x + 2$

أ) $(x^2 - 4)^2 = 4$

ج) $x = 3y$

الحل

أ) $x^2 - 4 = 2$

$2x^2 - 8 = 4$

$2x^2 = 12$

$x^2 = 6$

$x = \sqrt{6}$

$x = \sqrt{6}$

$x = \sqrt{6}$

$x = \sqrt{6}$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} - \frac{y^2 - 2x^2}{x^2 y} = 0$$

$$(ب) \quad y^2 = x^2 + 2x^2 = 3x^2$$

$$y^2 - 2x^2 = x^2$$

$$\frac{y^2 - 2x^2}{x^2} = \frac{x^2}{x^2}$$

$$\frac{y^2}{x^2} - 2 = 1$$

$$\frac{y^2}{x^2} = 3$$

$$\frac{d}{dx} (y^2 - 2x^2) = \frac{d}{dx} (x^2)$$

$$2y \frac{dy}{dx} - 4x = 2x$$

$$2y \frac{dy}{dx} = 6x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6x}{2y} = \frac{3x}{y}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x}{\sqrt{3x^2}} = \frac{3x}{\sqrt{3}x} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x}{\sqrt{3x^2}} = \frac{3x}{\sqrt{3}x} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$(ج) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \quad \text{حيث } y = x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$y = x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = 2x$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = 2x$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = 2x$$

$$(د) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

(٣) جد قيمة $\frac{y}{x}$ لكل من العلاقات الآتية عند النقط المبينة إزاء كل منها :

أ) $8x^2 + y^2 = \pi^2$ ، $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

ب) $2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

ج) $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$ ، $(1, 4)$

الحل

أ) $8x^2 + y^2 = \pi^2$ ؟
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$

$16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$

$16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$

$\frac{16x^2 + 2y^2}{16x^2 - 2y^2} = \frac{2\pi^2}{16x^2 - 2y^2}$

عند $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

$\frac{16 \times \frac{\pi^2}{4} + 2 \times \frac{\pi^2}{16}}{16 \times \frac{\pi^2}{4} - 2 \times \frac{\pi^2}{16}} = \frac{y}{x}$

$\frac{4\pi^2 + \frac{\pi^2}{8}}{4\pi^2 - \frac{\pi^2}{8}} = \frac{y}{x}$

ب) $2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$

ج) $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$ ، $(1, 4)$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

٤) إذا كان جا(س + ص) = ص^٢ جتا(س)، فجد ص'.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\begin{aligned} \text{جبا}(س + ص) &= (ص + ١) (ص + ١) = ص^٢ \text{جتا}(س) + ص \text{جتا}(س) + \text{جتا}(س) \\ \text{جبا}(س + ص) + \text{جبا}(س + ص) &= ص' (ص + ص) + \text{جتا}(س) = ص' (٢ص) + \text{جتا}(س) \\ \text{جبا}(س + ص) (ص + ص) &= ص' (٢ص) + \text{جتا}(س) \\ \text{جبا}(س + ص) (٢ص) &= ص' (٢ص) + \text{جتا}(س) \\ \text{جبا}(س + ص) &= \frac{\text{جتا}(س) + \text{جتا}(س)}{٢ص} = \frac{٢ \text{جتا}(س)}{٢ص} = \frac{\text{جتا}(س)}{ص} \end{aligned}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٥) جد النقطة على منحنى العلاقة $\sqrt{ص} + \sqrt{س} = ٣$ التي يكون عندها المماس أفقيًا.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\begin{aligned} ٣ &= \sqrt{ص} + \sqrt{س} \\ \frac{١}{\sqrt{ص}} &= \frac{١}{\sqrt{ص} + \sqrt{س}} \\ \frac{١}{\sqrt{ص}} &= \frac{١}{\sqrt{ص} + \sqrt{س}} \\ \frac{١}{\sqrt{ص}} &= \frac{١}{\sqrt{ص} + \sqrt{س}} \\ \frac{١}{\sqrt{ص}} &= \frac{١}{\sqrt{ص} + \sqrt{س}} \end{aligned}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\begin{aligned} \frac{١}{\sqrt{ص}} &= \frac{١}{\sqrt{ص} + \sqrt{س}} \\ \frac{١}{\sqrt{ص}} &= \frac{١}{\sqrt{ص} + \sqrt{س}} \\ \frac{١}{\sqrt{ص}} &= \frac{١}{\sqrt{ص} + \sqrt{س}} \\ \frac{١}{\sqrt{ص}} &= \frac{١}{\sqrt{ص} + \sqrt{س}} \end{aligned}$$

(٦) إذا كان $v = \sqrt{2s + 1}$ فجد $\frac{dv}{ds}$.

الحل

$$v^2 = 2s + 1 \Rightarrow 2v \frac{dv}{ds} = 2$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{2}{2v} = \frac{1}{v}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2s + 1}}$$

(٧) إذا كان $s = \cos v$ ، فأثبت أن $v = \arccos s$.

الحل

$$s = \cos v$$

$$1 = \cos v \times \frac{1}{\cos v}$$

$$v = \arccos \frac{1}{\cos v} = \arccos s$$

$$v = \arccos s \Rightarrow \cos v = s$$

$$v = \arccos s \Rightarrow \sin v = \sqrt{1 - s^2}$$

$$v = \arccos s \Rightarrow \tan v = \frac{\sqrt{1 - s^2}}{s}$$

(٨) إذا كان $v = \arcsin s$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند النقطة $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$.

الحل

$$v = \arcsin s \Rightarrow \sin v = s$$

$$\cos v \frac{dv}{ds} = 1 \Rightarrow \frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos v}$$

$$\text{عند } (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos(\frac{\pi}{4})} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos v} = \frac{1}{\sqrt{1 - s^2}}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\sqrt{1 - s^2}}$$

$$\sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{1 - s^2}}$$

٩) إذا كان $s = \cos$ ، فأثبت أن: $s' = -2s + s^2 + s = 0$

الحل

$$s = \cos$$

$$-s' = \sin = -\cos^2$$

$$s' = \cos^2 - \sin^2 = \cos^2 - (1 - \cos^2) = 2\cos^2 - 1$$

$$s' = 2s^2 - 1$$

$$s' - 2s^2 + 1 = 0 \quad (\text{عند } s = \cos)$$

$$s' - 2s^2 + 1 = 0 \quad \text{وهو المطلوب}$$

١٠) إذا كان $v = 2n^2 + 3n$ ، $\frac{dv}{dn} = 4n$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند $n = 1$.

الحل

$$v = 2n^2 + 3n$$

$$\frac{dv}{dn} = 4n + 3 = 7 \quad \text{عند } n = 1$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{dn} \times \frac{dn}{ds} = 7 \times \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{4} \times (2n + 3) = \frac{2n + 3}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{2 \times 1 + 3}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{2 \times 1 + 3}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{5}{4}$$

$$\text{عند } n = 1$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{5}{4} = \frac{12 - 7}{4} = \frac{5}{4}$$

(١١) إذا كان $s + v = \text{جاس}$ ، فأثبت أن:

$$v' = 2 \text{ص}'' \text{ (ظنا ص - قناص)}$$

الحل

$$v = \text{ص} + \text{جاس}$$

$$1 + v' = \text{ص}' + \text{جاس}' \text{ (تستعمل قاعدة المشتقة)}$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' \text{ (جاس}'' = \text{ص}'' + \text{جاس}'')$$

$$\text{ص}'' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' - \text{ص}''$$

$$0 = \text{جاس}''$$

$$\text{جاس}'' = 0$$

$$\text{ص}'' = 0$$

$$\text{ص}'' = 0 \text{ (وهو المطلوب)}$$

(١٢) إذا كان $v = \text{جاس} + s$ ، فأثبت أن:

$$v' = \frac{2v''}{s-1}$$

الحل

$$v = \text{جاس} + s$$

$$v' = \text{جاس}' + s'$$

$$v' = \text{جاس}' + s'$$

$$v' = \text{جاس}' + s'$$

$$v' = \text{جاس}' + s'$$

$$v' = \text{جاس}' + s'$$

$$v' = \text{جاس}' + s'$$

$$v' = \text{جاس}' + s'$$

$$v' = \text{جاس}' + s'$$

$$v' = \text{جاس}' + s'$$

$$v' = \text{جاس}' + s'$$

$$\frac{c'}{s-1} = \frac{(c''+c')(s-1)}{s-1}$$

وهو المطلوب $\frac{c'}{s-1} = c''+c'$