

إجابات أسئلة الدرس

الاشتقاق الضمني

(١) جد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يأتي :

أ) $x^2 + 4y^2 = 16$

ب) $x^2 + 3y = 2$

ج) $x^2 + 3y = 2$

د) $x^2 = 3y$

الحل

أ) $x^2 + 4y^2 = 16$

$$\frac{d}{dx}(x^2 + 4y^2) = \frac{d}{dx}(16)$$

$$2x + 8y \frac{dy}{dx} = 0$$

$$8y \frac{dy}{dx} = -2x$$

ب) $x^2 + 3y = 2$

$$\frac{d}{dx}(x^2 + 3y) = \frac{d}{dx}(2)$$

$$2x + 3 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$(ج) \quad 1 \times c + c' s = c' c^3 + c^3 c'$$

$$c^3 - c = c' s - c' c^3$$

$$\frac{c^3 - c}{s - c^3} = \frac{(s - c^3) c'}{s - c^3}$$

$$\frac{c^3 - c}{s - c^3} = c'$$

$$(د) \quad \text{حيث } (s) = (s + c) = c^2$$

$$s = c' \text{ حيث } (s) = c + c' \text{ حيث } (s) = c^2$$

$$\frac{s - c' \text{ حيث } (s) = c^2}{s \text{ حيث } (s) = c^2} = c'$$

$$\frac{s - c' \text{ حيث } (s) = c^2}{s \text{ حيث } (s) = c^2} = c'$$

$$\frac{s - c' \text{ حيث } (s) = c^2}{s \text{ حيث } (s) = c^2} = c'$$

(٢) جد $\frac{y^2}{x^2}$ لكل مما يأتي :

(ب) $4x^2 + 3y^2 = 16$
 (د) $\sqrt{y} = x + 2$

أ) $(x^2 - 4)^2 = 3$
 ج) $x = 3y$

الحل

أ) $x^2 - 4 = 3^{1/2}$
 $x^2 = 3^{1/2} + 4$
 $x = \sqrt{3^{1/2} + 4}$
 $\frac{d}{dx} \sqrt{3^{1/2} + 4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3^{-1/2} = \frac{1}{4\sqrt{3}}$

ج) $x = 3y$
 $\frac{d}{dy} 3y = 3$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} - \frac{y^2 - 2x^2}{x^2 y^2} = 0$$

(ب) $0 = \frac{y^2 - 2x^2}{x^2 y^2} + \frac{y}{x}$

$$0 = \frac{y^2 - 2x^2}{x^2 y^2} + \frac{y^2}{x^2 y}$$

$$\frac{y^2 - 2x^2}{x^2 y^2} = -\frac{y^2}{x^2 y}$$

$$\frac{y^2 - 2x^2}{x^2 y^2} = -\frac{y}{x}$$

$$\frac{y^2 - 2x^2}{x^2 y^2} + \frac{y}{x} = 0$$

$$\frac{y^2 - 2x^2 + x^2 y}{x^2 y^2} = 0$$

$$\frac{y^2 - 2x^2 + x^2 y}{x^2 y^2} = 0$$

$$\frac{y^2 - 2x^2 + x^2 y}{x^2 y^2} = 0$$

$$\frac{y^2 - 2x^2 + x^2 y}{x^2 y^2} = 0$$

$$\frac{y^2 - 2x^2 + x^2 y}{x^2 y^2} = 0$$

$$(ج) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \quad \text{حيث } y = x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$y = x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = 2x$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = 2x$$

$$\frac{d(x^2)}{dx} = 2x$$

$$(د) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\ln y = \ln x + C$$

$$\ln y = \ln x + C$$

$$\ln y = \ln x + C$$

$$\ln y = \ln x + C$$

٣) جد قيمة $\frac{y}{x}$ لكل من العلاقات الآتية عند النقط المبينة إزاء كل منها :

أ) $8x^2 + y^2 = \pi^2$ ، $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

ب) $2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

ج) $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$ ، $(1, 4)$

الحل

أ) $8x^2 + y^2 = \pi^2$ ؟
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$
 $16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$

$16x^2 + 2y^2 = 2\pi^2$
 $8x^2 + y^2 = \pi^2$

$8x^2 + y^2 = \pi^2$
 $8x^2 + y^2 = \pi^2$

$\frac{8x^2 + y^2}{8x^2 - y^2} = \frac{\pi^2}{\pi^2}$

عند $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$

$\frac{\frac{\pi}{2} \times 8 - \frac{\pi}{4} \times 8}{\frac{\pi}{2} \times 8 - \frac{\pi}{4} \times 8} = \frac{y}{x}$

$\frac{\pi \times 4 - \pi \times 2}{\pi \times 4 - \pi \times 2} = \frac{y}{x}$

ب) $2x^2 + y^2 = 2$ ، $(1, 1)$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

$4x^2 + 2y^2 = 4$
 $4x^2 + 2y^2 = 4$

ج) $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$ ، $(1, 4)$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

$3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$
 $3 = \frac{2}{x} + \frac{4}{y}$

٤) إذا كان جا(س + ص) = ص^٢ جتا(س)، فجد ص'.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\begin{aligned} \text{جبا}(س + ص) &= (ص + ١) (ص + ١) = ص^٢ \text{جتا}(س) + \text{جا}(س) - \text{ص} \text{جتا}(س) \\ \text{جبا}(س + ص) + \text{جبا}(س + ص) &= \text{ص}' (ص + ص) = \text{ص}' (٢ص) \\ \text{جبا}(س + ص) (ص + ص) &= \text{ص}' (٢ص) \\ \text{ص}' (٢ص) &= \text{ص}' (٢ص) - \text{ص}' (٢ص) + \text{ص}' (٢ص) \\ \text{ص}' (٢ص) &= \text{ص}' (٢ص) - \text{ص}' (٢ص) + \text{ص}' (٢ص) \end{aligned}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\frac{\text{ص}' (٢ص) - \text{ص}' (٢ص)}{\text{ص}' (٢ص)} = \text{ص}'$$

٥) جد النقطة على منحنى العلاقة $\sqrt{ص} + \sqrt{س} = ٣$ التي يكون عندها المماس أفقيًا.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\begin{aligned} ٣ &= \sqrt{ص} + \sqrt{س} \\ ٠ &= \frac{١}{٢\sqrt{ص}} \text{ص}' + \frac{١}{٢\sqrt{س}} \end{aligned}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$\frac{١}{٢\sqrt{ص}} \text{ص}' = -\frac{١}{٢\sqrt{س}} \Rightarrow \text{ص}' = -\frac{\sqrt{س}}{\sqrt{ص}}$$

المماس أفقي $\Leftrightarrow \text{ص}' = ٠$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$-\frac{\sqrt{س}}{\sqrt{ص}} = ٠ \Rightarrow \sqrt{س} = ٠ \Rightarrow س = ٠$$

$$\begin{aligned} \text{نعوض } س = ٠ \text{ في } \sqrt{ص} + \sqrt{س} = ٣ &\Rightarrow \sqrt{ص} = ٣ \Rightarrow ص = ٩ \\ \text{المماس أفقي عند } (٠, ٩) & \end{aligned}$$

(٦) إذا كان $v = \sqrt{2s + 1}$ فجد $\frac{dv}{ds}$.

الحل

$$v^2 = 2s + 1 \Rightarrow 2v \frac{dv}{ds} = 2$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{2}{2v} = \frac{1}{v}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2s + 1}}$$

(٧) إذا كان $s = \cos v$ ، فأثبت أن $v = \arccos s$.

الحل

$$s = \cos v$$

$$1 = \cos v \times \frac{1}{\cos v}$$

$$v = \arccos \frac{1}{\cos v} = \arccos s$$

نوعنا

$$v = \arccos s$$

$$v = \arccos s$$

$$v = \arccos s \Rightarrow \frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos v} = \frac{1}{s}$$

(٨) إذا كان $v = \arcsin s$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند النقطة $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$.

الحل

$$v = \arcsin s \Rightarrow s = \sin v$$

$$s = \sin v \Rightarrow \frac{ds}{dv} = \cos v \Rightarrow \frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos v}$$

$$\text{عند } (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos v} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{dv}{ds} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} = \frac{dv}{ds}$$

٩) إذا كان $s = \cos$ ، فأثبت أن: $s' = -2s + s^2 + s = 0$

الحل

$$s = \cos$$

$$-s' = \sin = -\cos^2$$

$$s' = \cos^2 - \sin^2 = \cos^2 - (1 - \cos^2) = 2\cos^2 - 1$$

$$s' = 2s^2 - 1$$

$$s' - 2s^2 + 1 = 0 \quad (\text{عند } s = \cos)$$

$$s' - 2s^2 + 1 = 0 \quad \text{وهو المطلوب}$$

١٠) إذا كان $v = 2n^2 + 3n$ ، $\frac{dv}{dn} = 4n$ ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند $n = 1$.

الحل

$$v = 2n^2 + 3n$$

$$\frac{dv}{dn} = 4n + 3 = 7 \quad \text{عند } n = 1$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{dn} \times \frac{dn}{ds} = 7 \times \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{4} \times (4n + 3) = \frac{4n + 3}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{4 \times 1 + 3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{4n + 3}{4} = \frac{4 \times 1 + 3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{7}{4}$$

$$\text{عند } n = 1$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{7}{4} = \frac{7}{4} = \frac{7}{4}$$

(١١) إذا كان $s + v = \text{جاس}$ ، فأثبت أن:

$$v' = 2 \text{ص}'' \text{ (ظنا ص - قناص)}$$

الحل

$$v = \text{ص} + \text{جاس}$$

$$1 + v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' \text{ (تستعمل قاعدة المشتقة)}$$

$$v' = \text{ص}'' + \text{جاس}'' - 1$$

$$v' - \text{جاس}'' = \text{ص}'' - 1$$

$$v' - \text{جاس}'' = \text{ص}'' - 1$$

$$v' - \text{جاس}'' = \text{ص}'' - 1$$

$$v' - \text{جاس}'' = \text{ص}'' - 1$$

$$v' - \text{جاس}'' = \text{ص}'' - 1 \text{ وهو المطلوب}$$

(١٢) إذا كان $v = \text{جاس} + s$ ، فأثبت أن:

$$v' = \frac{2 \text{ص}''}{s-1}$$

الحل

$$v = \text{جاس} + s$$

$$v' = \text{جاس}' + s'$$

$$v' = \text{جاس}' + s'$$

$$v' - s' = \text{جاس}'$$

$$v' - s' = \text{جاس}'$$

$$v' - s' = \text{جاس}'$$

$$v' - s' = \text{جاس}'$$

$$v' - s' = \text{جاس}'$$

$$v' - s' = \text{جاس}'$$

$$v' - s' = \text{جاس}'$$

$$v' - s' = \text{جاس}'$$

$$\frac{c'}{s-1} = \frac{(c''+c')(s-1)}{s-1}$$

وهو المطلوب $\frac{c'}{s-1} = c''+c'$