

إجابات تدريبات الدرس

التقعر

تدريب ١

جد فترات التقعر للأسفل وللأعلى لمنحنى الاقتران ق،
حيث ق(س) = س^٤ - ٦س^٣ + ١٢س^٢ - ٥س + ٥.

الحل

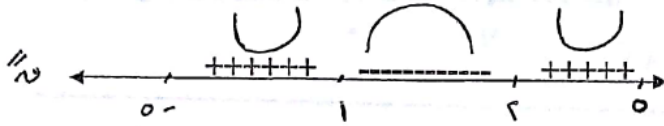
$$ق'(س) = 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5 = 0 \quad (\text{نقسم على } 12)$$

$$س^3 - 4.5س^2 + 2س - 0.4167 = 0$$

$$س^3 - 4.5س^2 + 2س - 0.4167 = 0$$

$$س = 1, 2$$



مقعر للأعلى في $[-5, 2]$ ، $[1, 5-]$

مقعر للأسفل في $[2, 1]$

تدريب ٢

ليكن ق(س) = س^٣، جد مجالات التقعر لمنحنى الاقتران ق.

الحل

$$ق'(س) = 3س^2 = 0$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 3س^2 = 0 \Rightarrow س = 0$$

ق غير موجودة عند س = 0



ق مقعر للأسفل على ح

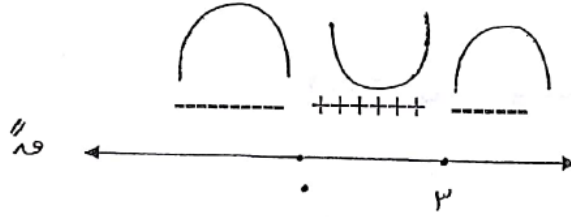
تدريب ٣

إذا كان ق(س) = $6س^2 - ٤س$ ، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وُجدت).

الحل



$$\begin{aligned} \text{ق}^{\prime}(س) &= ١٢س - ٤ \\ \text{ق}^{\prime}(س) &= ١٢س - ٤ = ٠ \\ ١٢س - ٤ &= ٠ \leftarrow س = \frac{٤}{١٢} = \frac{١}{٣}, س = ٠ \end{aligned}$$



نقط الانعطاف (٠، ٠) ، (١/٣، ٢/٣)



تدريب ٤

حلّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

إذا كان ق(س) = $٢جتا س + \frac{١}{٢} جا ٢س$ ، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق.

الحل

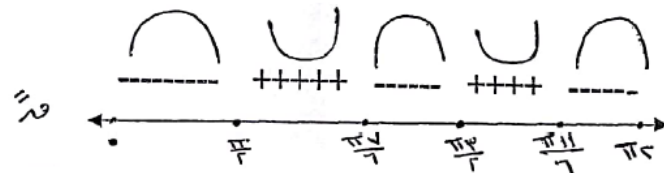


$$\begin{aligned} \text{ق}^{\prime}(س) &= ٢-جتا س + ١-جتا ٢س \\ \text{ق}^{\prime}(س) &= ٢-جتا س - ٢جتا ٢س = ٠ \\ ٢-جتا س - ٢جتا ٢س &= ٠ \\ ٢-جتا س &= ٢جتا ٢س \\ ١-جتا س &= ١جتا ٢س \end{aligned}$$

$$١-جتا س = ١جتا ٢س \leftarrow س = \frac{\pi}{٢}, \frac{٣\pi}{٢}$$

$$١+جتا س = ٠ \leftarrow س = \frac{\pi}{٢}, \frac{٣\pi}{٢}$$

$$س = \frac{\pi}{٦}, \frac{١١\pi}{٦}$$



نقط الانعطاف (٠، ٢) ، (١١\pi/٦، ٠) ، (٣\pi/٢، ٠) ، (٣\pi/٢، ٠) ، (١١\pi/٦، ٠) ، (٠، ٢)



تدريب ٥

ليكن $ق(س) = س^٣ - ١٢س + ٣$ ، جد نقط القيم القصوى المحلية للاقتزان $ق$ باستخدام اختبار المشتقة الثانية.

الحل

$$ق''(س) = ٣س^٢ - ١٢ = ٠ \quad \leftarrow \quad ١٢ = ٣س^٢ \quad \leftarrow \quad ٤ = س^٢ \quad \leftarrow \quad س = ٢, -٢$$

$$ق''(س) = ١٢ > ٠ \quad \text{ق(س) = ٦}$$

$$ق''(س) = ١٢ < ٠ \quad \text{ق(س) = -٢ هي ق(٢) = -١٣}$$

$$ق''(س) = ١٢ > ٠ \quad \text{ق(س) = -٢ هي ق(-٢) = ١٩}$$