

إجابات تدريبات الدرس

التقعر

تدريب ١

جد فترات التقعر للأسفل وللأعلى لمنحنى الاقتران ق،
حيث ق(س) = س^٤ - ٦س^٣ + ١٢س^٢ - ٥س + ٥.

الحل

$$ق'(س) = 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5 = 0 \quad (\text{نقسم على } 12)$$

$$س^3 - ٤.٥س^2 + ٢س - ٠.٤١٦٦٦٦ = 0$$

$$٠ = (س - ١)(س - ٢)$$

$$س = ١ ، س = ٢$$



مقعر للأعلى في $[0, 1]$ ، $[2, 5]$

مقعر للأسفل في $[1, 2]$

تدريب ٢

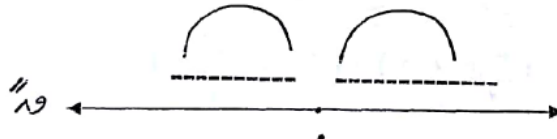
ليكن ق(س) = س^٣، جد مجالات التقعر لمنحنى الاقتران ق.

الحل

$$ق'(س) = 3س^2$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 3س^2 = 0 \Rightarrow س = 0$$

ق غير موجودة عند س = 0



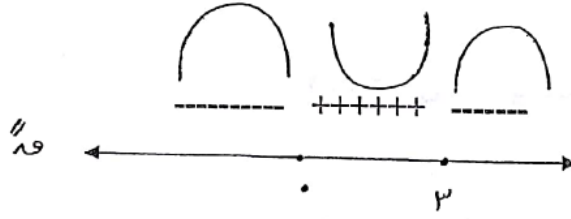
ق مقعر للأسفل على ح

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = ٦س^٢ - ٤س^٤، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وُجدت).

الحل

$$\begin{aligned} \text{ق}^{\prime}(س) &= ١٢س - ١٦س^٣ \\ \text{ق}^{\prime\prime}(س) &= ١٢ - ٤٨س^٢ \\ ١٢ - ٤٨س^٢ &= ٠ \quad \leftarrow \text{س} = ٠, \text{س} = ٣ \end{aligned}$$



نقط الانعطاف (٠، ٠) ، (٣، ١٢)

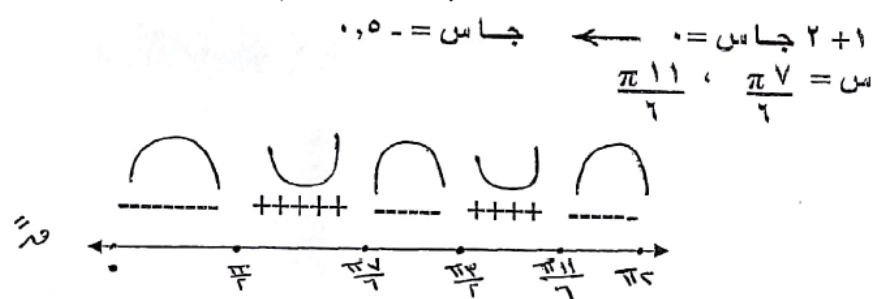
تدريب ٤

حلّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

إذا كان ق(س) = ٢جتا س + ١/٢ جا ٢س ، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق.

الحل

$$\begin{aligned} \text{ق}^{\prime}(س) &= ٢-جتا س + ٢جتا ٢س \\ \text{ق}^{\prime\prime}(س) &= ٢-جتا ٢س - ٢جتا ٤س \\ ٢-جتا ٢س - ٢جتا ٤س &= ٠ \\ ٢-جتا ٢س &= ٢جتا ٤س \\ ١-جتا س &= ٢جتا ٢س \\ \frac{\pi}{٢} &، \frac{\pi}{٢} = س \quad \leftarrow \end{aligned}$$



نقط الانعطاف (٠، ٢) ، (١/٢، ١) ، (٣/٢، ١) ، (٢، ٢)

تدريب ٥

ليكن $ق(س) = س^٣ - ١٢س + ٣$ ، جد نقط القيم القصوى المحلية للاقتزان $ق$ باستخدام اختبار المشتقة الثانية.

الحل

$$\begin{aligned} ق''(س) = ٣س^٢ - ١٢ &= ٠ \\ ٣س^٢ - ١٢ &= ٠ \quad \leftarrow \\ ٣س^٢ &= ١٢ \quad \leftarrow \\ س^٢ &= ٤ \\ س &= ٢, -٢ \end{aligned}$$

$$ق''(س) = ٦س$$

$$ق''(٢) = ٦ \times ٢ = ١٢ > ٠ \text{ صغرى محلية للاقتزان } ق \text{ عند } س = ٢ \text{ هي } ق(٢) = -١٣$$

$$ق''(-٢) = ٦ \times (-٢) = -١٢ < ٠ \text{ عظمى محلية للاقتزان } ق \text{ عند } س = -٢ \text{ هي } ق(-٢) = ١٩$$