

إجابات تدريبات الدرس

التقعر

تدريب ١

جد فترات التقعر للأسفل وللأعلى لمنحنى الاقتران ق،
حيث ق(س) = س^٤ - ٦س^٣ + ١٢س^٢ - ٥س + ٥.

الحل

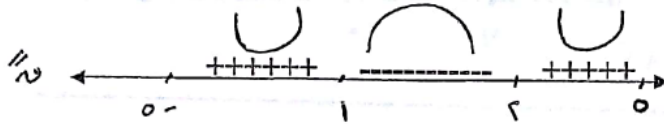
$$ق'(س) = 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 4س^3 - 18س^2 + 24س - 5 = 0 \quad (\text{نقسم على } 12)$$

$$س^3 - ٤.٥س^2 + ٢س - ٠.٤١٦٦٦٦ = 0$$

$$٠ = (س - ١)(س - ٢)$$

$$س = ١, س = ٢$$



مقعر للأعلى في $[0, 1]$ ، $[2, 5]$

مقعر للأسفل في $[1, 2]$

تدريب ٢

ليكن ق(س) = س^٢ - ٣س، جد مجالات التقعر لمنحنى الاقتران ق.

الحل

$$ق'(س) = 2س - 3$$

$$ق'(س) = 0 \Rightarrow 2س - 3 = 0 \Rightarrow س = \frac{3}{2}$$

ق غير موجودة عند س = ٠



ق مقعر للأسفل على ح

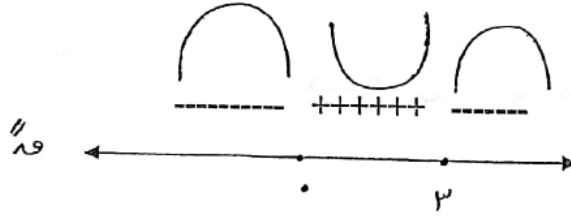
تدريب ٣

إذا كان ق(س) = ٦س^٢ - ٤س^٤، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق (إن وُجدت).

الحل



$$\begin{aligned} \text{ق}^{\prime}(س) &= ١٢س - ١٦س^٣ = ٠ \\ \text{ق}^{\prime\prime}(س) &= ١٢ - ٤٨س^٢ = ٠ \end{aligned}$$



نقط الانعطاف (٠، ٠) ، (٣، ٣)



تدريب ٤

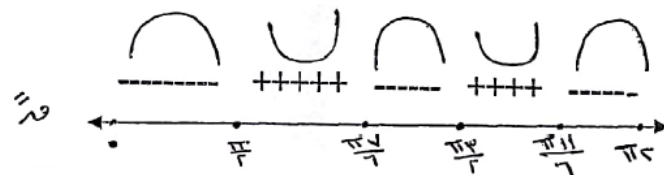
حلّ المسألة الواردة في بداية الدرس.

إذا كان ق(س) = ٢جتا س + ١/٢ جا ٢س، فجد نقط الانعطاف لمنحنى الاقتران ق.

الحل



$$\begin{aligned} \text{ق}^{\prime}(س) &= ٢-٢جتا س + ١جا س = ٠ \\ \text{ق}^{\prime\prime}(س) &= -٢جتا س + ١جا ٢س = ٠ \\ -٢جتا س + ١جا ٢س &= ٠ \\ ٢جتا س &= ١جا ٢س \\ \text{جتا س} &= \frac{١}{٢} \text{جتا س} \end{aligned}$$



نقط الانعطاف (٠، ٢) ، (١/٤، ١) ، (٣/٤، ١) ، (١، ٠)

تدريب ٥

ليكن $ق(س) = س^٣ - ١٢س + ٣$ ، جد نقط القيم القصوى المحلية للاقتزان ق باستخدام اختبار المشتقة الثانية.

الحل

$$\begin{aligned} ق''(س) &= ٣س^٢ - ١٢ = ٠ \\ ٣س^٢ &= ١٢ \quad \leftarrow \quad ٣س = ٤ \quad \leftarrow \quad ٣س = ٢, ٠, ٢ \end{aligned}$$

$$ق''(س) = ٦س$$

$$ق''(٢) = ٢ \times ٦ = ١٢ > ٠ \text{ صغرى محلية للاقتزان ق عند } س = ٢ \text{ هي } ق(٢) = -١٣$$

$$ق''(-٢) = ٢ \times (-٦) = -١٢ < ٠ \text{ عظمى محلية للاقتزان ق عند } س = -٢ \text{ هي } ق(-٢) = ١٩$$