إجابات أسئلة الدرس

التزايد والتناقص

١) جد فترات التزايد والتناقص لكل مما يأتي:

أ) ق(س) = ٣ − ٤س

ب) ق(س) = ٨س − س^{٢}

جـ) ق(س) = ٤س^{٣} − ٦س^{٢} + ٢

د) ق(س) = (س + ٢) (س + ٣)

الحل

أ) م(س) = ٣ − ٤س

م′(س) = −٤ لا يوجد أصفار للمشتقة

إشارة م′

−∞ ∞

م(س) متناقص على (−∞، ∞)

ب) م(س) = ٨س − س^{٢}

م′(س) = ٨ − ٢س

٨ − ٢س = صفر ⇐ ٢س = ٨ ⇐ س = ٤

إشارة م′

−∞ ٤ ∞

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ب) $م(س) = ٤س^{٣} - ٦س^{٢} + ٢$

$م'(س) = ١٢س^{٢} - ١٢س$.

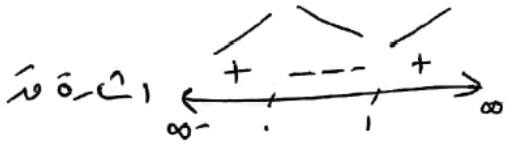
$١٢س^{٢} - ١٢س = صفر$

$١٢س(س - ١) = صفر$

$١٢س = ٠ \Leftarrow س = صفر$

$س - ١ = صفر \leftarrow س = ١$

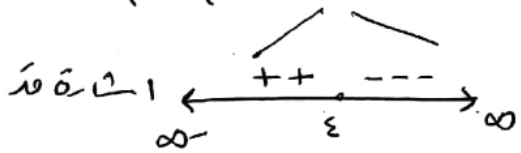
١+ ١+



$(-\infty, ٠]$ ، $[١, \infty)$ تزايد

$[٠, ١]$ تناقص .

$٨ - ٢س = صفر \Leftarrow ٢س = ٨ \leftarrow س = ٤$



ج) $م(س) = (س+٢)(س+٣)$ حاصل ضرب اقترانين

$م'(س) = ١ \times (س+٢) + ١ \times (س+٣)$

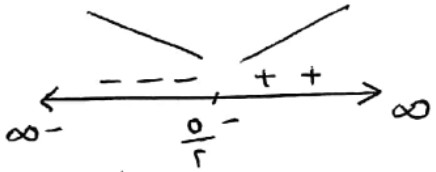
$= س + ٢ + س + ٣$

$م'(س) = ٢س + ٥$.

$٢س + ٥ = ٠$

$٢س = -٥$

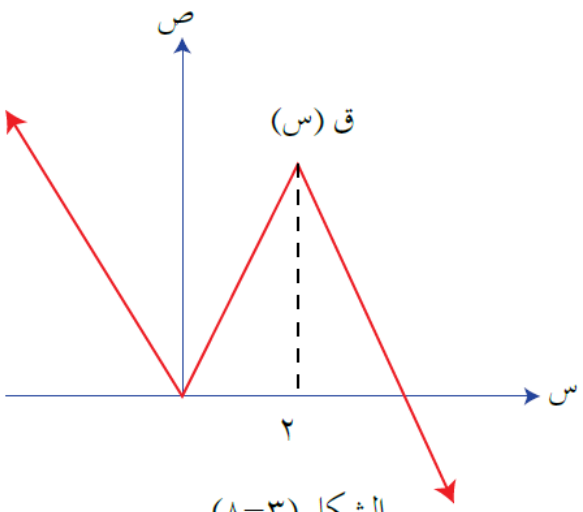
$س = -\frac{٥}{٢}$



$(-\infty, -\frac{٥}{٢}]$ متناقص

$[-\frac{٥}{٢}, \infty)$ متزايد .

٢) اعتمادًا على الشكل (٣–٨) الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح، جد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق.



الشكل (٣–٨).

الحل

الشكل يمثل منحنى الاقتران وهو لتحديد فترات التزايد والتناقص ننظر للشكل من جهة اليسار.

إذا كان ↗ (صاعد) فإنه يكون متزايد

إذا كان ↘ (نازل) فإنه يكون متناقص.

$(-\infty, 0]$ متناقص $[0, 2]$ متزايد $[2, \infty)$ متناقص.

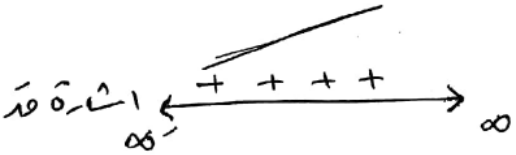
---

٣) بيِّن أن الاقتران ق(س) = $س^{3} + ٢س + ٥$ يكون متزايدًا لقيم س جميعها.

الحل

$ق'(س) = ٣س^{2} + ٢$ لا يوجد أصفار للاقتران.

إشارة الاقتران $ق'$ دائمًا موجبة



تذكير: الاقتران التربيعي الذي لا يحلل (لا يوجد له جذور) إشارته نفس إشارة معامل $س^{2}$

إذن ق(س) متزايد كل $(-\infty, \infty)$

٤) إذا كان قَ(س) = هـَ(س)، فأثبت أن ق(س) = هـ (س) + جـ، حيث جـ عدد ثابت.

الحل

بما أن قَ(س) = هَ(س)

⇐ قَ(س) − هَ(س) = صفر .

لكن قَ(س) − هَ(س) = (ق − هـ)َ(س) .

(ق − هـ)َ(س) = صفر

⇐ (ق − هـ)(س) = جـ (ثابت)

ق(س) − هـ(س) = جـ

⇐ ق(س) = هـ(س) + جـ وهو المطلوب .