إجابات تدريبات الدرس

المساحة

٢) $م(س) = ٣س^{٢} - ١٢س$ ، $[٠, ٥]$

$٣س^{٢} - ١٢س = صفر$

$٣س(س - ٤) = صفر$

$٣س = صفر \Leftarrow س = صفر$

$س - ٤ = صفر \Leftarrow س = ٤$

$م = \int_{٠}^{٥} (٣س^{٢} - ١٢س)\, دس$

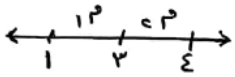
$= [س^{٣} - ٦س^{٢}]_{٠}^{٥}$

$= ٥^{٣} - ٦(٥)^{٢} - صفر = ٨ - ٢٤$

$م = |-١٦| \quad م = ١٦$ وحدة مساحة.

٣) $م(س) = ٦ - ٢س$ ، $[١, ٤]$

$٦ - ٢س = صفر \Leftarrow ٢س = ٦ \Leftarrow س = ٣$



$م_{١} = \int_{١}^{٣} (٦ - ٢س)\, دس$

$= [٦س - س^{٢}]_{١}^{٣}$

$= (٦ \times ٣ - ٣^{٢}) - (٦ \times ١ - ١)$

٢) $م(س) = ٣س^{٢} - ١٢س$ ، $[٠, ٥]$

$٣س^{٢} - ١٢س = صفر$

$٣س(س - ٤) = صفر$

$٣س = صفر \Leftarrow س = صفر$

$س - ٤ = صفر \Leftarrow س = ٤$

$م = \int_{٠}^{٤} (٣س^{٢} - ١٢س)\, د س$

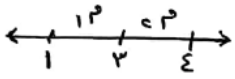
$= [س^{٣} - ٦س^{٢}]_{٠}^{٤}$

$= ٤^{٣} - ٦(٤)^{٢} - صفر = ٨ - ٣٢$

$م = |-٢٤| \quad م = ٢٤$ وحدة مساحة.

٣) $م(س) = ٦ - ٢س$ $[١, ٤]$

$٦ - ٢س = صفر \Leftarrow ٢س = ٦ \Leftarrow س = ٣$



$م_{١} = \int_{١}^{٣} (٦ - ٢س)\, د س$

$= [٦س - س^{٢}]_{١}^{٣}$

$= (٦ \times ٣ - ٣^{٢}) - (٦ \times ١ - ١)$

$= ١٨ - ٩ - ٥ = ٤$ وحدة مربعة

$م_{٢} = \int_{٣}^{٤} (٦ - ٢س)\, د س$

$= [٦س - س^{٢}]_{٣}^{٤}$

$= (٦ \times ٤ - ٤^{٢}) - (٦ \times ٣ - ٣^{٢}) = ٢٤ - ١٦ - ٩$

$م_{٢} = |-١| = ١$

$م_{٢} = ١$ وحدة مربعة

$م = م_{١} + م_{٢} = ٤ + ١ = ٥$ وحدة مربعة.

تدريب ٢

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ص = ق(س) = س^{٢} − ٢س − ٣، ومحور السينات.

الحل

س^{٢} − ٢س − ٣ = صفر

(س − ٣)(س + ١) = صفر

س − ٣ = صفر ⇐ س = ٣

س + ١ = صفر ⇐ س = −١

$$م = \int_{-١}^{٣} (س^{٢} - ٢س - ٣)\, دس$$

$$= \left[\frac{س^{٣}}{٣} - س^{٢} - ٣س\right]_{-١}^{٣}$$

$$= \left(\frac{٣^{٣}}{٣} - ٣^{٢} - ٣\times٣\right) - \left(\frac{-١}{٣} + ١ - ٣\right)$$

$$= ٩ - ٩ - ٩ + ٣ + ١ + \frac{١}{٣}$$

$$= -١١ + \frac{١}{٣} = \frac{-٣٣}{٣} + \frac{١}{٣}$$

$$م = |\frac{-٣٢}{٣}|$$

$$م = \frac{٣٢}{٣} \text{ وحدة مربعة.}$$

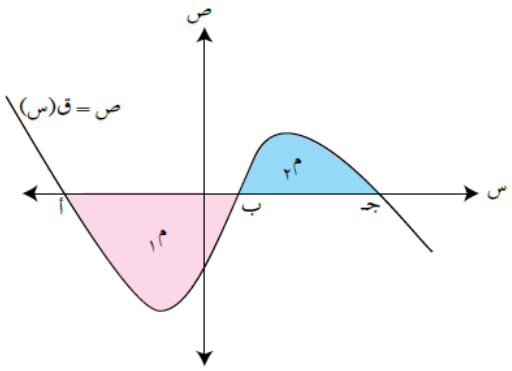
تدريب ٣

يمثل الشكل (٤ – ١٠) منحنى الاقتران ص = ق(س). فإذا كانت المساحة م$_{١}$ = ٨ وحدات مربعة، والمساحة م$_{٢}$ = ٥ وحدات مربعة، فجد قيمة كل مما يأتي، مبرِّرًا إجابتك:

١) $\int_{أ}^{ب}$ ق(س) دس

٢) $\int_{ب}^{جـ}$ ق(س) دس

٣) $\int_{أ}^{جـ}$ ق(س) دس



الشكل (٤–١٠).

٤) مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق ومحور السينات على الفترة [أ، جـ].

الحل

١) $\int_{أ}^{ب}$ ق(س) دس = –٨ (لأنه المنحنى تحت محور السينات)

٢) $\int_{ب}^{جـ}$ ق(س) دس = ٥ (لأنه المنحنى فوق محور السينات)

٣) $\int_{أ}^{جـ}$ ق(س) دس = $\int_{أ}^{ب}$ ق(س) دس + $\int_{ب}^{جـ}$ ق(س) دس

= –٨ + ٥ = –٣

٤) مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق ومحور السينات على الفترة [أ، جـ]

م = م١ + م٢

م = ٨ + ٥

م = ١٣ وحدة مربعة

المساحة دائمًا موجبة لكن التكامل يمكن أن يكون سالب.