

حلول التمارين

السؤال الأول :

إذا كان $ق (س) = \frac{3}{س} + س^2$ ، جد :

أ) التغير في الاقتران $ق (س)$ عندما تتغير $س$ من 3 إلى 5 .

ب) متوسط التغير في الاقتران $ق (س)$ عندما تتغير $س$ من 1 إلى 4 .

الحل :

أ) $\Delta ق (س) = ق (س_2) - ق (س_1) = ق (5) - ق (3)$

$$= \left(\frac{3}{5} + 25 \right) - \left(\frac{3}{3} + 9 \right) =$$

$$= \left(\frac{3}{5} + 25 \right) - (10 + 9) =$$

$$= \frac{3}{5} + 25 - 19 = \frac{3}{5} + 6 = \frac{33}{5}$$

ب) متوسط التغير = $\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{ق (س_2) - ق (س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{ق (4) - ق (1)}{4 - 1}$

$$= \frac{\left(\frac{3}{4} + 16 \right) - (1 + 1)}{4 - 1} = \frac{\left(\frac{3}{4} + 16 \right) - 2}{3} =$$

$$= \frac{16 - \frac{3}{4} - 2}{3} = \frac{12 - \frac{3}{4}}{3} = \frac{48 - 3}{12} = \frac{45}{12} = \frac{15}{4}$$

السؤال الثاني :

إذا كان q (س) = جتا ٣ - جتا ٣ جاس جد متوسط التغير في الاقتران q (س) في الفترة $[\frac{\pi}{2}, \pi]$.

الحل :

$$\text{متوسط التغير} = \frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v(\frac{\pi}{2}) - v(\pi)}{\frac{\pi}{2} - \pi} = \frac{(\text{جتا } 3 - \frac{\pi}{2} \text{ جتا } 3) - (\pi \text{ جتا } 3 - \pi)}{\frac{\pi}{2}} = \frac{4}{\pi}$$

السؤال الثالث :

$$\left. \begin{array}{l} 6 - s \\ s^2 + 2s \end{array} \right\} = (s) \text{ إذا كان ق (س) ، } \begin{array}{l} s > 2 \\ s \leq 2 \end{array}$$

وكان متوسط التغير للاقتان ق (س) عندما تتغير س من (1) إلى (أ) ، $2 < أ$ ، يساوي 9 ، احسب قيمة أ .

الحل :

$$9 = \frac{v(1) - v(1)}{1 - 1} = \frac{\Delta v}{\Delta s} = \text{متوسط التغير}$$

$$9 = \frac{(1-6) - 2 + 2}{1-1}$$

$$9 = \frac{5 - 22}{1-1}$$

$$\therefore 9 - 22 = 5 - 22 \implies 9 - 22 = 5 - 22$$

$$\therefore (1 - 22) (4 - 2) = 0 \implies \text{إما } 2 = \frac{1}{4} \text{ وهذه قيمة مرفوضة لأن } 2 < 4$$

أو $4 = 2$ وهي القيمة الصحيحة.

∴ قيمة $2 = 4$

السؤال الرابع :

إذا كان متوسط التغير للاقتران ق (س) في الفترة [١ ، ٣] يساوي (٤) ، وكان ك (س) = س^٢ + ٣ ق (س) ، جد متوسط التغير للاقتران ك (س) في نفس الفترة.

الحل :

$$\text{متوسط التغير} = \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{(١) \text{ص} - (٣) \text{ص}}{١ - ٣} = \text{٤} \text{ ومنه } ٨ = (١) \text{ص} - (٣) \text{ص}$$

$$\text{متوسط التغير للاقتران ك (س)} = \frac{\text{ك} (١) - \text{ك} (٣)}{١ - ٣} = \frac{((١) \text{ص} + ٣) - ((٣) \text{ص} + ٩)}{١ - ٣}$$

$$= \frac{٨ \times ٣ + ٨}{٢} = \frac{((١) \text{ص} - (٣) \text{ص}) ٣ + ٨}{٢} = \frac{(١) \text{ص} ٣ - ١ - (٣) \text{ص} ٣ + ٩}{٢} = ١٦$$

السؤال الخامس :

إذا قطع المستقيم ل منحنى الاقتران ق (س) في النقطتين (١ ، أ) ، (٣ ، ب) وصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات. احسب متوسط التغير في الاقتران ه (س) = ٣ ق (س) + س^٢ - ١ في الفترة [١ ، ٣].

الحل :

$$\text{ق (١) = أ ، ق (٣) = ب ، } \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{(١) \text{ص} - (٣) \text{ص}}{١ - ٣} = \text{ظا } ١٣٥ = -١$$

$$\therefore \frac{\text{ب} - \text{أ}}{٢} = -١ \Rightarrow \text{ب} - \text{أ} = -٢$$

$$\frac{\Delta \text{ه}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ه} (١) - \text{ه} (٣)}{١ - ٣} = \frac{(١ - ١ + (١) \text{ص} ٣) - (١ - ٩ + (٣) \text{ص} ٣)}{٢} = \frac{\Delta \text{ه}}{\Delta \text{س}}$$

$$= \frac{(١) \text{ص} - (٣) \text{ص} ٣ + ٨}{٢} = \frac{(١ - \text{ب}) ٣ + ٨}{٢} = ١$$

السؤال السادس :

يتحرك جسم في خط مستقيم بحيث أن بعده ف بالأمتار عن نقطة الانطلاق بعد ن من الثواني يُعطى بالعلاقة ف = ق (ن) = ن² + ب ن ، وكانت السرعة المتوسطة في الفترة [١ ، ٣] تساوي ٦ م/ث. فما قيمة الثابت ب ؟

الحل :

$$٦ = \frac{[٣+١]-ب٣+٩}{٢} \iff ٦ = \frac{(١)٥ - (٣)٥}{١-٣} = \frac{\Delta ف}{\Delta ن}$$

$$٢ = ب \iff ٤ = ب٢ \iff ١٢ = ٨ + ب٢$$

السؤال السابع :

إذا كان ق (س) = أس^٢ + ب س + ج . أثبت أن متوسط التغير للاقتران ق (س) عندما تتغير س من (٢) إلى (ن) يساوي أ (ن + ٢) + ب

الحل :

$$\frac{(٢)٥ - (ن)٥}{٢-ن} = \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{(٢)٥ - (ن)٥}{٢-ن}$$

$$= \frac{٢٥ - ٢٤ - ن٥ + ٢٤ - ٢٥}{٢-ن} = \frac{٢٥ - ٢٤ - ن٥ + ٢٤}{٢-ن} =$$

$$= \frac{(٢ + (٢+ن)٢)(٢-ن)}{٢-ن} = \frac{(٢-ن)ب + (٢+ن)(٢-ن)٢}{٢-ن} =$$

السؤال الثامن :

- أ) إذا كان ق (س) = س + هـ^{س+١} ، هـ (العدد النيبيري)
 جد متوسط التغير في الاقتران ق (س) عندما تتغير س من (٠) إلى (١)
 ب) إذا كان متوسط التغير للاقتران ق (س) = س + لو^س ، س < ٠
 عندما تتغير س من ١ إلى هـ يساوي $\frac{هـ-٣}{هـ-١}$ ، احسب قيمة ن.

الحل :

$$\text{أ) } \frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v(1) - v(0)}{1 - 0} = \frac{(1) - (0)}{1 - 0} = 1$$

$$\text{ب) } \frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v(1) - v(h)}{1 - h} = \frac{(1) - (h)}{1 - h} = \frac{1 - h}{1 - h} = 1$$

$$\therefore \frac{هـ-٣}{هـ-١} = \frac{١-ن+هـ}{١-هـ} \quad \text{ومن هـ} \quad ١-ن+هـ = ٣-هـ \quad \text{ومن هـ} \quad ٢-ن = ٣-هـ$$