حلول التمارين

السؤال الأول :

جد قَ(س) في كل مما يأتي عند قيم س إزاء كلّ منها :

أ) ق (س) = س^{٥} – س^{٢} + جـ ، حيثُ جـ ثابت ، عندما س = -١

ب) ق (س) = (س^{٣} – ١) (١٢ + س) ، عندما س = ٣

ج) ق (س) = $\frac{س^{٢}}{٥ - س^{٢}}$ ، عندما س = -٢

الحل :

أ) قَ (س) = ٥س^{٤} – ٢س

قَ (-١) = ٥ (-١)^{٤} – ٢ (-١) = ٥ + ٢ = ٧

ب) قَ(س) = (س^{٣} – ١) × ١ + (١٢ + س) × ٣س^{٢}

قَ (٣) = ((٣)^{٣} – ١) + (١٢ + ٣) × ٣ (٣)^{٢}

= (٢٦) + ١٥ × ٢٧ = ٢٦ + ٤٠٥ = ٤٣١

ج) قَ (س) = $\frac{(٥ - س^{٢}) \times ٢س - س^{٢} \times -٢س}{(٥ - س^{٢})^{٢}}$

قَ (-٢) = $\frac{(٥ - (-٢)^{٢}) \times ٢ \times -٢ - (-٢)^{٢} \times -٢(-٢)}{(٥ - (-٢)^{٢})^{٢}}$

= $\frac{١ \times -٤ - ٤ \times ٤}{١}$ = – ٤ – ١٦ = –٢٠

السؤال الثاني :

بالاعتماد على المعطيات في الجدول المجاور ، جد ما يأتي :-

أ) (ق + هـ^{٢})َ (١)

ب) (س^{٢} ق − $\frac{٣}{هـ}$)َ (١)

ق(١)	قَ(١)	هـ(١)	هـَ(١)
٢	٣	−١	−٣

الحل :

أ) (ق + هـ^{٢})َ (١) = (ق + هـ × هـ)َ (١)

= قَ (١) + هـ (١) × هـَ (١) + هـ (١) × هـَ (١)

= ٣ + -١ × -٣ + -١ × -٣

= ٣ + ٣ + ٣

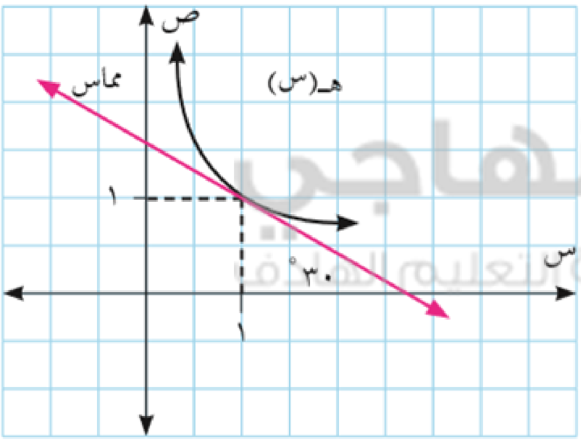
= ٩

ب) (س^{٢} ق − $\frac{٣}{هـ}$)َ (١) = س^{٢} × قَ (١) + ق (١) × ٢س − $\frac{-٣ \times هـَ(١)}{هـ^{٢}(١)}$

= (١)^{٢} × ٣ + ٢ × ٢(١) − $\frac{-٣ \times -٣}{(-١)^{٢}}$

= ٣ + ٤ − ٩ = -٢

السؤال الثالث :



إذا كان ق (س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢}+١}$ وكان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران هـ (س) ، فجد $(\frac{\text{ق}}{\text{هـ}})'(١)$.

الحل :

* ق (١) = $\frac{١}{٢}$

* قَ (س) = $\frac{(\text{س}^{٢}+١)\times ١ - \text{س}\times ٢\text{س}}{(\text{س}^{٢}+١)^{٢}}$

قَ (١) = $\frac{٢-٢}{٢}$ = صفر

* هـ (١) = ١ حيثُ النقطة (١ ، ١) تقع على منحنى الاقتران هـ (س).

* زاوية ميل المماس = ١٥٠° ==> ظا ١٥٠° = $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$

∴ هـَ (١) = $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$

∴ $(\frac{\text{ق}}{\text{هـ}})'(١)$ = $\frac{\text{هـ}(١)\times\text{ق}'(١)-\text{ق}(١)\times\text{هـ}'(١)}{\text{هـ}^{٢}(١)}$

= $\frac{١\times ٠-\frac{١}{٢}\times\frac{-١}{\sqrt{٣}}}{١}$ = $\frac{١}{٢\sqrt{٣}}$

السؤال الرابع :

أ) إذا كان ص = $\frac{س}{س+1}$ ، س ≠ -1 ، أثبت أن : 2ص صَ + س صً = 0

ب) إذا كان ص = أ س^5 + $\frac{5}{س^4}$ ، س ≠ 0 ، أثبت أنّ : صً = $\frac{20 ص}{س^2}$

الحل :

أ) صَ = $\frac{(س+1)(1) - س(1)}{(س+1)^2} = \frac{1}{(س+1)^2}$

صً = $\frac{(س+1)^2 \times 0 - 1 \times 2(س+1)}{(س+1)^4} = \frac{-2}{(س+1)^3}$

∴ $2 \times \frac{س}{س+1} \times \frac{1}{(س+1)^2} + س \times \frac{-2}{(س+1)^3}$

⇐ $\frac{2س}{(س+1)^3} + \frac{-2س}{(س+1)^3}$ = صفر ✓

ب) صَ = 5 أ س^4 + $\frac{-5 \times 4 س^3}{س^8}$ = 5 أ س^4 − $\frac{20}{س^5}$

صً = 20 أ س^3 + $\frac{100}{س^6}$

$\frac{20 ص}{س^2} = \frac{20(أ س^5 + \frac{5}{س^4})}{س^2}$ = 20 أ س^3 + $\frac{100}{س^6}$

∴ صً = $\frac{20 ص}{س^2}$ ✓