

إجابات تمارين ومسائل الدرس

اقتران اللوغاريتم الطبيعي - إجابات دليل المعلم

(١) جد المشتقة الأولى لكل من الاقتران الآتية:

أ) $q(s) = \ln s^2$	ب) $q(s) = \ln s^2$
ج) $q(s) = \ln s^2 + 4s - 5 $	د) $q(s) = \ln (s^2 + 5s + 3)$
هـ) $q(s) = \ln s^2$	و) $q(s) = \ln (s^2 + 2)$
ز) $q(s) = \ln s^2$	ح) $q(s) = \ln \left(\frac{s}{s^2 + 1} \right)$
ط) $q(s) = \ln (s^2)$	ي) $q(s) = \ln \frac{(s^2 + 5)^2}{(s^2 - 7)^2}$
ك) $q(s) = \ln (s^2 + 5s^3 + 4s)$	ل) $q(s) = \ln (s^2)$

الحل

أ) $\frac{d}{ds} \ln s^2 = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$	ب) $\frac{d}{ds} \ln s^2 = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$
ج) $\frac{d}{ds} \ln s^2 + 4s - 5 = \frac{2s + 4}{s^2 + 4s - 5}$	د) $\frac{d}{ds} \ln (s^2 + 5s + 3) = \frac{2s + 5}{s^2 + 5s + 3}$
هـ) $\frac{d}{ds} \ln s^2 = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$	و) $\frac{d}{ds} \ln (s^2 + 2) = \frac{2s}{s^2 + 2}$
ز) $\frac{d}{ds} \ln s^2 = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$	ح) $\frac{d}{ds} \ln \left(\frac{s}{s^2 + 1} \right) = \frac{1}{s} - \frac{2s}{s^2 + 1}$
ط) $\frac{d}{ds} \ln (s^2) = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$	ي) $\frac{d}{ds} \ln \frac{(s^2 + 5)^2}{(s^2 - 7)^2} = \frac{2(s^2 + 5)}{(s^2 + 5)^2} - \frac{2(s^2 - 7)}{(s^2 - 7)^2}$
ك) $\frac{d}{ds} \ln (s^2 + 5s^3 + 4s) = \frac{2s + 15s^2 + 4}{s^2 + 5s^3 + 4s}$	ل) $\frac{d}{ds} \ln (s^2) = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$



(٢) إذا كان ق(س) = لوس (س + √(١ - ٢س) + ١) أثبت أن ق(س) = $\frac{1}{1 - 2\sqrt{s}}$ الحل

منهاجي 

$$\frac{\frac{s^2}{1 - 2\sqrt{s}} + 1}{1 - 2\sqrt{s} + s} = \frac{ص}{دس}$$

منهاجي 

$$\frac{\frac{s}{1 - 2\sqrt{s}} + 1}{1 - 2\sqrt{s} + s} = \frac{ص}{دس}$$

منهاجي 

$$\frac{1 - 2\sqrt{s} + s}{1 - 2\sqrt{s}(1 - 2\sqrt{s} + s)} = \frac{ص}{دس}$$

$$\frac{1}{1 - 2\sqrt{s}} = \frac{ص}{دس}$$

(٣) إذا كان ق(س) = لوس (س - (س) + ٣س + ٢س) فاثبت أن: ق(س) = قاس + قاس الحل

منهاجي 

باشتقاق الطرفين: ق(س) - س = $\frac{\text{قاس} \cdot \text{قاس} + \text{قاس}^2}{\text{قاس} + \text{قاس}} + ٢س$

منهاجي 

$$\text{ق(س)} = \frac{\text{قاس}(\text{قاس} + \text{قاس})}{\text{قاس} + \text{قاس}} + ٢س + ٣س$$

$$\text{ق(س)} = \text{قاس} + ٣س$$

(٤) بين أن الاقتران م(س) = لوس جاس هو معكوس لمشتقة الاقتران ق(س) = ظتاس.

منهاجي 

ق(س) متصل على مجاله $\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}} = \text{م(س)} = \frac{\text{ظتاس}}{\text{جاس}} = \text{ق(س)}$ ، إذن م(س) هو معكوس لمشتقة الاقتران ق.

٥) جد كلاً من التكاملات الآتية:

ب) $\int \frac{1 + 3x}{x + 5} dx$

منهاجي

أ) $\int \frac{x^2}{x^2 + 3} dx$

د) $\int \frac{3x^2}{x^2 + 5} dx$

ج) $\int \frac{5 + 5x}{x^2} dx$

و) $\int \frac{x - 2}{x^2 - 4} dx$

منهاجي

هـ) $\int \frac{x + 5}{x} dx$

ح) $\int \frac{3x}{x^2 + 1} dx$

ز) $\int \frac{|2x|}{x^2 + 1} dx$

ي) $\int \frac{1}{x} dx$

ط) $\int \frac{x^2 - 1}{x(x - 1)} dx$

منهاجي

الحل

ب) $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

أ) $\int \frac{1}{x^2 + 3} dx = \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + C$

د) $\int \frac{3x^2}{x^2 + 5} dx = 3x - \frac{15}{x^2 + 5} + C$

ج) $\int \frac{5 + 5x}{x^2} dx = \frac{5}{x} + \frac{5}{2} \ln|x| + C$

و) $\int \frac{x - 2}{x^2 - 4} dx = \frac{1}{2} \ln|x - 2| - \frac{1}{2} \ln|x + 2| + C$

هـ) $\int \frac{x + 5}{x} dx = \ln|x| + 5x + C$

ح) $\int \frac{3x}{x^2 + 1} dx = \frac{3}{2} \ln|x^2 + 1| + C$

منهاجي

ز) $\int \frac{|2x|}{x^2 + 1} dx = \ln|x^2 + 1| + C$

ي) $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

ط) $\int \frac{x^2 - 1}{x(x - 1)} dx = \ln|x| + \ln|x - 1| + C$

٦) جد معكوساً لمشتقة كلٍّ من الاقتارات الآتية:

ب) ق(س) = $\frac{3}{5 + 3x}$

منهاجي

أ) ق(س) = $\frac{x^2}{x^2 + 4}$

الحل

ب) م(س) = $5 + 3x = \ln|5 + 3x| + C$

أ) م(س) = $x^2 + 4 = \ln|x^2 + 4| + C$