

إجابات تمارين ومسائل الدرس

اقتران اللوغاريتم الطبيعي - إجابات دليل المعلم

(١) جد المشتقة الأولى لكل من الاقتارات الآتية:

- أ) $q(s) = \ln s^2$
 ب) $q(s) = \ln 5s^2$
 ج) $q(s) = \ln |s^2 + 4s - 5|$
 د) $q(s) = \ln (s^2 + 5s + 3)$
 هـ) $q(s) = \ln s^2$
 و) $q(s) = \ln (s + 2)$
 ز) $q(s) = \ln s^3 \ln s$
 ح) $q(s) = \ln \left(\frac{s}{s^2 + 1} \right)$
 ط) $q(s) = \ln (s^2)$
 ي) $q(s) = \ln \frac{(s^2 + 5)^2}{(s^2 - 7)^2}$
 ك) $q(s) = \ln \sqrt[3]{5s^2 + 4s}$
 ل) $q(s) = \ln (\ln s)$

الحل

- أ) $\frac{d}{ds} \ln s^2 = \frac{1}{s}$
 ب) $\frac{d}{ds} \ln 5s^2 = \frac{2s}{5s^2} = \frac{2}{5s}$
 ج) $\frac{d}{ds} \ln |s^2 + 4s - 5| = \frac{2s + 4}{s^2 + 4s - 5}$
 د) $\frac{d}{ds} \ln (s^2 + 5s + 3) = \frac{2s + 5}{s^2 + 5s + 3}$
 هـ) $\frac{d}{ds} \ln s^2 = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$
 و) $\frac{d}{ds} \ln (s + 2) = \frac{1}{s + 2}$
 ز) $\frac{d}{ds} \ln s^3 \ln s = \frac{3s^2}{s^3} + \frac{1}{s} = \frac{3}{s} + \frac{1}{s} = \frac{4}{s}$
 ح) $\frac{d}{ds} \ln \left(\frac{s}{s^2 + 1} \right) = \frac{1}{s} - \frac{2s}{s^2 + 1} = \frac{1 - 2s^2}{s(s^2 + 1)}$
 ط) $\frac{d}{ds} \ln (s^2) = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$
 ي) $\frac{d}{ds} \ln \frac{(s^2 + 5)^2}{(s^2 - 7)^2} = \frac{2(s^2 + 5)}{(s^2 + 5)^2} - \frac{2(s^2 - 7)}{(s^2 - 7)^2} = \frac{1}{s^2 + 5} - \frac{1}{s^2 - 7}$
 ك) $\frac{d}{ds} \ln \sqrt[3]{5s^2 + 4s} = \frac{1}{3} \frac{2s + 4}{5s^2 + 4s} = \frac{2s + 4}{3(5s^2 + 4s)}$
 ل) $\frac{d}{ds} \ln (\ln s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s^2}$



(٢) إذا كان ق(س) = لوم (س + √(١ - ٢س) + ١) أثبت أن ق(س) = $\frac{1}{\sqrt{1-2س}}$ الحل

منهاجي 

$$\frac{\frac{س^2}{\sqrt{1-2س}} + 1}{\sqrt{1-2س} + س} = \frac{ص}{دس}$$

منهاجي 

$$\frac{\frac{س}{\sqrt{1-2س}} + 1}{\sqrt{1-2س} + س} = \frac{ص}{دس}$$

منهاجي 

$$\frac{\sqrt{1-2س} + س}{\sqrt{1-2س}(\sqrt{1-2س} + س)} = \frac{ص}{دس}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-2س}} = \frac{ص}{دس}$$

(٣) إذا كان [ق(س) - (س)] لوم (قاس + ظاس) + س٢ فأثبت أن: ق(س) = س٣ + قاس الحل

منهاجي 

باشتقاق الطرفين: ق(س) - (س) = س٢ + $\frac{\text{قاس ظاس} + \text{قاس}^2}{\text{قاس} + \text{ظاس}}$

منهاجي 

$$\text{ق(س)} = (س) + س٢ + \frac{\text{قاس}(\text{ظاس} + \text{قاس})}{\text{قاس} + \text{ظاس}}$$

$$\text{ق(س)} = \text{قاس} + س٣$$

(٤) بين أن الاقتران م(س) = لوم جاس هو معكوس لمشتقة الاقتران ق(س) = ظتاس.

منهاجي 

ق(س) متصل على مجاله

م(س) = $\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}} = \text{ظتاس} = \text{ق(س)}$ ، إذن م(س) هو معكوس لمشتقة الاقتران ق.

٥) جد كلاً من التكاملات الآتية:

ب) $\int \frac{1 + 3s}{s + 5} ds$

منهاجي

أ) $\int \frac{s^2}{s^2 + 3} ds$

د) $\int \frac{3s^2}{s^2 + 5} ds$

ج) $\int \frac{5 + 5\cos s}{\cos s} ds$

و) $\int \frac{s - 2}{s^2 - 4} ds$

منهاجي

هـ) $\int \frac{s + 5}{s} ds$

ح) $\int \frac{3s}{s^2 + 1} ds$

ز) $\int \frac{|2s|}{s^2 + 1} ds$

ي) $\int \frac{1}{s} ds$

ط) $\int \frac{s^2 - 1}{s(s - 1)} ds$

منهاجي

الحل

ب) $\int \frac{1}{s} ds + \int \frac{3s}{s + 5} ds$

أ) $\int \frac{1}{s} ds + \int \frac{3}{s^2 + 3} ds$

د) $\int \frac{3s^2}{s^2 + 5} ds + \int \frac{5}{\cos s} ds$

ج) $\int \frac{5}{\cos s} ds + \int \frac{5\cos s}{\cos s} ds$

و) $\int \frac{s - 2}{s^2 - 4} ds - \int \frac{2}{s^2 - 4} ds$

هـ) $\int \frac{s + 5}{s} ds = \int \frac{s}{s} ds + \int \frac{5}{s} ds$

ح) $\int \frac{3s}{s^2 + 1} ds + \int \frac{1}{s} ds$

منهاجي

ز) $\int \frac{2|s|}{s^2 + 1} ds + \int \frac{1}{s} ds$

ي) $\int \frac{1}{s} ds + \int \frac{1}{s} ds$

ط) $\int \frac{1}{s} ds + \int \frac{s^2 - 1}{s(s - 1)} ds$

٦) جد معكوساً لمشتقة كلٍّ من الاقترانات الآتية:

ب) ق(س) = $\frac{3\cos^3 s}{5 + 3\cos s}$

منهاجي

أ) ق(س) = $\frac{s^2}{s^2 + 4}$

الحل

ب) م(س) = $\int \frac{3\cos^3 s}{5 + 3\cos s} ds + \int \frac{1}{s} ds$

أ) م(س) = $\int \frac{1}{s} ds + \int \frac{s^2}{s^2 + 4} ds$