

إجابات تدريبات الدرس

التكامل بالأجزاء - إجابات دليل المعلم

تدريب ١

جد كلاً من التكاملات الآتية :

$$(1) \int s \text{جتاس} \, ds \quad \text{منهاجي} \quad (2) \int s \text{جاهس} \, ds$$

$$(3) \int (2s - 3) \text{هـ} \, ds \quad (4) \int s \text{قأس} \, ds$$

الحل

$$(1) \int s \text{جاس} + \text{جتاس} + \text{ج} \, ds$$

$$(2) \int \frac{1}{5} \text{جتاهس} + \frac{1}{5} \text{جاهس} + \text{ج} \, ds$$

$$(3) \int (2s - 3) \text{هـ} - 2 \text{هـ} + \text{ج} \, ds$$

$$(4) \int s \text{ظاس} + \text{لو} | \text{جتاس} | + \text{ج} \, ds$$

تدريب ٢

جد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(1) \int s \text{جا}^2 \text{س} \, ds \quad \text{منهاجي} \quad (2) \int s \text{لو}^3 \text{س}^3 \, ds$$

$$(3) \int \frac{s^3}{3} \text{س} \text{جاس} \, ds \quad (4) \int \frac{s}{-1 - \text{جتاس}^2} \, ds$$

الحل

$$(1) \int \frac{1}{4} s(s - 1) \, ds - \int \frac{1}{4} \left(\frac{s^2}{2} + \text{جتاس}^2 \right) + \text{ج} \, ds$$

$$(2) \int \frac{3}{4} s^2 \text{لو}^3 - \frac{3}{4} s^2 + \text{ج} \, ds$$

$$(3) \int \frac{1}{3} s \text{ظاس} + \frac{1}{3} \text{لو} | \text{جاس} | + \text{ج} \, ds$$

تدريب ٣

جد كلاً من التكاملات الآتية :

$$(1) \int s^2 \text{هـ} \, ds \quad \text{منهاجي} \quad (2) \int s (\text{لو}^3) \, ds$$

الحل

$$(1) \int s^2 \text{هـ} - 2s \text{هـ} + 2 \text{هـ} + \text{ج} \, ds$$

$$(2) \int \frac{s^2}{2} (\text{لو}^3) - 2 \frac{s^2}{2} \text{لو}^3 + \frac{s^2}{4} + \text{ج} \, ds$$

تدريب ٤

جد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(1) \int s^3 e^{-s} ds \quad (2) \int s^2 \cot^2 s ds$$

$$(3) \int (s-2) \csc^2 s ds \quad (4) \int s^2 (1+s)^{-1} ds$$

الحل

$$(1) \int s^3 e^{-s} ds = s^3 e^{-s} - 3 \int s^2 e^{-s} ds + 6 \int s e^{-s} ds - 6 \int e^{-s} ds + C$$

$$(2) \int s^2 \cot^2 s ds = \int s^2 (\csc^2 s - 1) ds = \int s^2 \csc^2 s ds - \int s^2 ds + C$$

$$(3) \int (s-2) \csc^2 s ds = \int s \csc^2 s ds - 2 \int \csc^2 s ds = -s \cot s + \csc s - 2(-\cot s) + C = -s \cot s + \csc s + 2 \cot s + C$$

$$(4) \int s^2 (1+s)^{-1} ds = \int \frac{s^2}{1+s} ds = \int \frac{s^2 + s - s}{1+s} ds = \int \frac{s(s+1) - s}{1+s} ds = \int (s - \frac{s}{1+s}) ds = \frac{s^2}{2} - \int \frac{s}{1+s} ds + C$$

تدريب ٥

جد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(1) \int \csc^2 s \operatorname{arctan} s ds \quad (2) \int \csc^2 s \operatorname{arcsin} s ds$$

$$(3) \int \csc^2 s \sqrt{1+s^2} ds \quad (4) \int \csc^2 s \operatorname{arccot} s ds$$

الحل

$$(1) \int \csc^2 s \operatorname{arctan} s ds = -\cot s \operatorname{arctan} s + \int \frac{1}{1+s^2} \cot s ds + C$$

$$(2) \int \csc^2 s \operatorname{arcsin} s ds = -\cot s \operatorname{arcsin} s + \int \frac{1}{\sqrt{1-s^2}} \cot s ds + C$$

$$(3) \int \csc^2 s \sqrt{1+s^2} ds = -\cot s \sqrt{1+s^2} + \int \frac{1}{\sqrt{1-s^2}} \cot s ds + C$$

$$(4) \int \csc^2 s \operatorname{arccot} s ds = -\cot s \operatorname{arccot} s + \int \frac{1}{1+s^2} \cot s ds + C$$