

## إجابات تدريبات الدرس

### التكامل بالأجزاء - إجابات دليل المعلم

#### تدريب ١

جد كلاً من التكاملات الآتية :

$$(1) \int s \text{جتاس} \, ds \quad \text{منهاجي} \quad (2) \int s \text{جاهس} \, ds$$

$$(3) \int (2s - 3) \, ds \quad (4) \int s \text{قاس} \, ds$$

الحل

$$(1) \int s \text{جاس} + \text{جتاس} + \text{ج} \, ds$$

$$(2) \int \frac{1}{s} \text{جتاهس} + \frac{1}{s} \text{جاهس} + \text{ج} \, ds$$

$$(3) \int (2s - 3) \, ds = s^2 - 3s + \text{ج}$$

$$(4) \int s \text{ظاس} + \text{لوس} | \text{جتاس} | + \text{ج} \, ds$$

#### تدريب ٢

جد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(1) \int s \text{جا}^2 \, ds \quad \text{منهاجي} \quad (2) \int s \text{لوس}^3 \, ds$$

$$(3) \int \frac{s}{s^2 - 1} \, ds \quad (4) \int \frac{s}{s^2 - 1} \, ds$$

الحل

$$(1) \int s \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} \right) \, ds = \int 1 - \frac{1}{s} \, ds = s - \ln|s| + \text{ج}$$

$$(2) \int \frac{s^3}{s^2 - 1} \, ds = \int \frac{s^2 + s - \frac{1}{s}}{s^2 - 1} \, ds = \int \left( 1 + \frac{s}{s^2 - 1} - \frac{1}{s} \right) \, ds$$

$$(3) \int \frac{s}{s^2 - 1} \, ds = \int \frac{1}{2} \frac{2s}{s^2 - 1} \, ds = \frac{1}{2} \ln|s^2 - 1| + \text{ج}$$

$$(4) \int \frac{s}{s^2 - 1} \, ds = \int \frac{1}{2} \frac{2s}{s^2 - 1} \, ds = \frac{1}{2} \ln|s^2 - 1| + \text{ج}$$

#### تدريب ٣

جد كلاً من التكاملات الآتية :

$$(1) \int s^2 \, ds \quad \text{منهاجي} \quad (2) \int s \text{لوس}^2 \, ds$$

الحل

$$(1) \int s^2 \, ds = \frac{s^3}{3} + \text{ج}$$

$$(2) \int s \text{لوس}^2 \, ds = \int \frac{s^3}{s^2 - 1} \, ds = \int \left( s + \frac{s}{s^2 - 1} \right) \, ds = \frac{s^2}{2} + \frac{1}{2} \ln|s^2 - 1| + \text{ج}$$

### تدريب ٤

جد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(1) \int s^3 \operatorname{arcs} s \, ds \quad \text{منهاجي} \quad (2) \int s^2 \operatorname{arcs} s \, ds$$

$$(3) \int (s-2) \operatorname{arcs} s \, ds \quad (4) \int s^2 (1+s)^{-1} \, ds$$

الحل

$$(1) \int s^3 \operatorname{arcs} s \, ds = s^3 \operatorname{arcs} s - \int 3s^2 \operatorname{arcs} s \, ds$$

$$(2) \int s^2 \operatorname{arcs} s \, ds = \frac{1}{4} s^2 \operatorname{arcs} s - \int \frac{1}{8} s \operatorname{arcs} s \, ds + \int \frac{1}{32} \operatorname{arcs} s \, ds$$

$$(3) \int (s-2) \operatorname{arcs} s \, ds = \frac{1}{2} (s-2) \operatorname{arcs} s + \int \frac{1}{4} (1-s^2) \operatorname{arcs} s \, ds$$

$$(4) \int s^2 (1+s)^{-1} \, ds = \frac{s^2 (1+s)^{-1}}{12} + \frac{s (1+s)^{-1}}{84} + \frac{(1+s)^{-1}}{1344} + C$$

### تدريب ٥

جد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(1) \int \operatorname{arcs} \sqrt{s} \, ds \quad \text{منهاجي} \quad (2) \int \operatorname{arcs} s \, ds$$

$$(3) \int \operatorname{arcs} (s^2+1) \, ds \quad (4) \int \operatorname{arcs} s \, ds$$

الحل

$$(1) \int \operatorname{arcs} \sqrt{s} \, ds = \frac{2}{3} \sqrt{s} \operatorname{arcs} \sqrt{s} - \int \frac{1}{3\sqrt{s}} \operatorname{arcs} \sqrt{s} \, ds$$

$$(2) \int \operatorname{arcs} s \, ds = \frac{1}{2} s \operatorname{arcs} s - \int \frac{1}{2} \operatorname{arcs} s \, ds$$

$$(3) \int \operatorname{arcs} (s^2+1) \, ds = \frac{1}{2} \sqrt{s^2+1} \operatorname{arcs} (s^2+1) + \int \frac{s}{2\sqrt{s^2+1}} \operatorname{arcs} (s^2+1) \, ds$$

$$(4) \int \operatorname{arcs} s \, ds = \frac{1}{2} s \operatorname{arcs} s - \int \frac{1}{2} \operatorname{arcs} s \, ds$$