إجابات تمارين ومسائل الدرس

التزايد والتناقص – إجابات دليل المعلم

١) حدِّد فترات التزايد وفترات التناقص لكلٍّ من الاقترانات الآتية:

أ) $ق(س) = ٤س - س^{٢}$ ، $س \in ح$.

ب) $ق(س) = |س^{٢} - ٩|$ ، $س \in [-٥ ، ٥]$

جـ) $ق(س) = جتا^{٢}س$ ، $س \in [٠ ، ٢\pi]$

د) $ق(س) = (١ - س)^{٣}$ ، $س \in ح$.

هـ) $ق(س) = (٢ - س)^{٤}$ ، $س \in ح$.

و) $ق(س) = \sqrt{٢٥ - س^{٢}}$ ، $س \in [-٥ ، ٥]$

ز) $ق(س) = \sqrt[٣]{(س - ٤)^{٢}}$ ، $س \in ح$.

ح) $ق(س) = جتا\,س - \frac{١}{٢} جتا\,٢س$ ، $س \in [٠ ، ٢\pi]$

ط) $ق(س) = \begin{cases} ٣ - س^{٢} & ،\ س \le ١ \\ \frac{٢}{س} & ،\ س > ١ \end{cases}$

ي) $ق(س) = \begin{cases} ٤ - س^{٣} & ،\ س < ١ \\ \frac{٣}{س} & ،\ س \ge ١ \end{cases}$

الحل

أ) ق(س) متزايد في الفترة (−∞ ، ٢] .
ق(س) متناقص في الفترة [٢ ، ∞) .

ب) ق(س) متزايد في الفترتين [−٣، ٠] ، [٣، ٥].
ق(س) متناقص في الفترتين [−٥، −٣] ، [٠، ٣].

جـ) ق(س) متزايد في الفترتين $[\frac{\pi}{٢}، \pi]$ ، $[\frac{٣\pi}{٢}، ٢\pi]$.
ق(س) متناقص في الفترتين $[٠ ، \frac{\pi}{٢}]$ ، $[\pi، \frac{٣\pi}{٢}]$.

د) ق(س) متناقص على ح .

هـ) ق(س) متزايد في الفترة [٢، ∞).
ق(س) متناقص في الفترة (−∞، ٢].

و) ق(س) متزايد في الفترة [−٥، ٠].
ق(س) متناقص في الفترة [٠، ٥] .

ز) ق(س) متزايد في الفترة [٤، ∞) .
ق(س) متناقص في الفترة (−∞ ، ٤] .

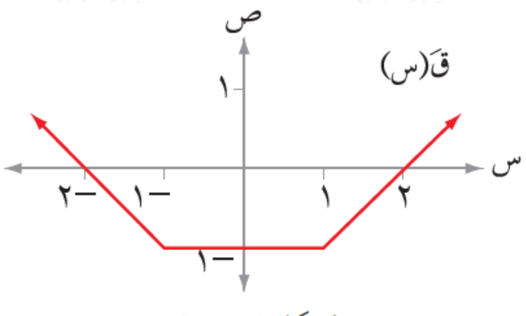
ح) ق(س) متزايد في الفترتين $[٠ ، \frac{\pi}{٣}]$ ، $[\pi ، \frac{٥\pi}{٣}]$.
ق(س) متناقص في الفترتين $[\frac{\pi}{٣}، \pi]$ ، $[\frac{٥\pi}{٣}، ٢\pi]$.

ط) ق(س) متزايد في الفترة (−∞ ، ٠] .
ق(س) متناقص في الفترة [٠، ∞) .

ي) ق(س) متناقص على ح .

---

٢) يمثل الشكل (٣−١٢) منحنى اقتران المشتقة الأولى للاقتران ق،حدد فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.



الشكل (٣−١٢)

الحل

ق(س) متزايد في الفترتين (−∞ ، −٢] ، [٢، ∞) .
ق(س) متناقص في الفترة [−٢، ٢] .

٣) إذا كان ق(س) اقترانًا متصلًا على الفترة [أ ، ب] وقابلًا للاشتقاق على الفترة (أ ، ب) وكان قَ(س) > ٠ ، لكلِّ س ∈ (أ ، ب)، وكان هـ (س) = ق(س) + س^٣، فأثبت أنَّ هـ (س) متزايد على الفترة [أ ، ب].

منهاجي

الحل

هَـ(س) = قَ(س) + ٣س^٢ > ٠ ، س ∈ (أ ، ب)

هـ(س) متزايد في الفترة [أ ، ب].