

إجابات تمارين ومسائل الدرس

التقعر - إجابات دليل المعلم

(١) حدد فترات التقعر إلى الأعلى والتقعر إلى الأسفل لكل من منحنيات الاقتارات الآتية:

أ) $ق(س) = س + \frac{٤}{س}$

ب) $ق(س) = \sqrt[٢]{١٦س - س^٢}$

س ∈ [٤، -٤]

س > ٢ ،

س ≤ ٢ ،



ج) $ق(س) = \left. \begin{matrix} ١ - س^٢ \\ س - ٥ \end{matrix} \right\}$

د) هـ) $ق(س) = \left(\frac{١-س}{س} \right)^٢$

هـ) $ق(س) = جتاس - جاس + ١$ ، س ∈ [٠، π] منهاجي

الحل

أ) منحنى الاقتاران ق مقعر للأسفل في الفترة (٠، ∞)

منحنى الاقتاران ق مقعر للأعلى في الفترة (∞، ٠)



ب) منحنى الاقتاران ق مقعر للأسفل في الفترة (٤، -٤)

ج) منحنى الاقتاران ق مقعر للأعلى في الفترة (٢، ∞)

د) منحنى الاقتاران ق مقعر للأعلى في الفترتين (٠، ∞) ، (٠، ٣/٢)

منحنى الاقتاران ق مقعر للأسفل في الفترة (∞، ٣/٢)



هـ) منحنى الاقتاران ق مقعر للأعلى في الفترة (π، π/٤)

منحنى الاقتاران ق مقعر للأسفل في الفترة (π/٤، ٠)

٢) حدد نقط الانعطاف (إن وجدت) لكل من منحنيات الاقتارات الآتية:

أ) $ق(س) = ٢ - ٣س + ٦س^٢ + ٩س^٣ + ٢$ ، $س \in ح$ ،

ب) $ق(س) = ٢س - \frac{١}{٣}$ ، $س \in ح$ ،

ج) $ق(س) = \frac{٣}{٥}س$ ، $س \in ح$ ، منهاجي

د) $ق(س) = س - ظا س$ ، $س \in (\frac{\pi}{٢}, -\frac{\pi}{٢})$ ،

الحل

أ) للاقتران ق نقطة انعطاف عند $س = ٢$ هي $(٢, ٤)$ منهاجي

ب) للاقتران ق نقطتي انعطاف عند $س = ٠$ ، $س = ١$ هما $(٠, ٠)$ ، $(٠, ١)$ ،

ج) للاقتران ق نقطة انعطاف عند $س = ٠$ هي $(٠, ٠)$ منهاجي

د) للاقتران ق نقطة انعطاف عند $س = ٠$ هي $(٠, ٠)$

٣) جد القيم العظمى والقيم الصغرى المحلية لكل من الاقتارات الآتية، باستخدام اختبار المشتقة الثانية،

إن أمكن ذلك:

أ) $ق(س) = س - جاس - جتاس$ ، منهاجي $س \in [\pi ٢, ٠]$ ،

ب) $ق(س) = س^٤$ ، $س \in ح$ ،

ج) $ق(س) = ٤ - |س - ٢| - |س + ١|$ ، منهاجي $س \in ح$ ،

د) $ق(س) = س^٢ + \frac{١٢٨}{س}$ ، $س \neq ٠$ ،

الحل

أ) للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند $س = \frac{\pi ٧}{٤}$ هي ق $(\frac{\pi ٧}{٤}) = -\sqrt{٢}$ منهاجي

ب) للاقتران ق قيمة عظمى محلية عند $س = \frac{\pi ٣}{٤}$ هي ق $(\frac{\pi ٣}{٤}) = \sqrt{٢}$ منهاجي


ب) يفشل اختبار المشتقة الثانية، ومن اختبار المشتقة الأولى نجد أن للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند $س = ٠$ هي ق $(٠) = ٠$ ،

ج) يفشل اختبار المشتقة الثانية، ومن اختبار المشتقة الأولى نجد أن للاقتران ق قيمة عظمى محلية

عند $س = ٢$ هي ق $(٢) = ١ -$

د) للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند $س = ٤$ هي ق $(٤) = ٤٨$ منهاجي

٤) عيّن قاعدة الاقتران ق(س) = أس^٣ + ب س^٢ + ج س + د ، (أ ≠ ٠ ، ب ، ج ، د أعداد حقيقية) الذي يمر منحناه بالنقطة (١ ، ٥) ، ومعادلة المماس لمنحناه عند نقطة الانعطاف (٢ ، ١) ، هي :

ص ٣ + س - ٧ = ٠ **الحل**
 منهاجي 
 ق(س) = - س^٢ + ٦ س - ١٥ + ١٥

٥) إذا كان ق(س) = $\frac{1}{س}$ ، هـ(س) = س^{١/٣} فأجب عما يأتي:
 أ) قارن مجالات التقعر لكل من الاقترانين ق ، هـ.
 ب) جد قيم س التي يكون عندها كل من الاقترانين ق ، هـ غير متصل.
 ج) جد نقط الانعطاف لكل من الاقترانين ق ، هـ إن وُجدت.

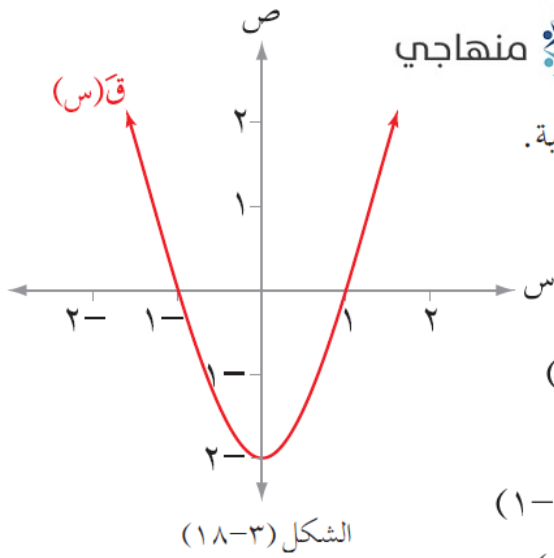
منهاجي 

الحل

منحني ق(س) مقعر للأعلى في الفترة (٠ ، ∞)
 منحني ق(س) مقعر للأسفل في الفترة (-∞ ، ٠)
 لا يوجد لمنحني ق نقطة انعطاف عند س = ٠ ؛ لأن ق غير معرف عند س = ٠.
 منحني هـ(س) مقعر للأسفل في الفترة (٠ ، ∞)
 منحني هـ(س) مقعر للأعلى في الفترة (-∞ ، ٠)
 للاقتران هـ(س) نقطة انعطاف عند س = ٠ هي (٠ ، ٠)

منهاجي 

٦) يمثل الشكل (٣-١٨) منحنى $ق(س)$ ، للاقتران $ق(س)$ المعروف على ح. اعتمد على ذلك في الإجابة عن الأسئلة الآتية:



منهاجي



أ) عيّن مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ق$.

ب) عيّن قيم $س$ التي يكون للاقتران عندها قيم قصوى محلية.

ج) عيّن مجالات التقعر للاقتران $ق$.

د) عيّن نقط الانعطاف للاقتران $ق$.

الحل

أ) $ق(س)$ متزايد في الفترتين $(-\infty, -1]$ ، $[-1, \infty)$

$ق(س)$ متناقص في الفترة $[-1, 1]$

ب) للاقتران $ق$ قيمة عظمى محلية عند $س = -1$ هي $ق(-1)$

للاقتران $ق$ قيمة صغرى محلية عند $س = 1$ هي $ق(1)$

ج) منحنى $ق$ مقعر للأعلى في الفترة $(-\infty, 0]$

منهاجي



منحنى $ق$ مقعر للأسفل في الفترة $[0, \infty)$

د) للاقتران نقطة انعطاف عند $س = 0$ هي $(0, 0)$