

إجابات تمارين ومسائل الدرس

قواعد الاشتقاق 1 - إجابات دليل المعلم

(١) جد $\frac{ص}{س}$ في كلٍّ مما يأتي:

(ب) $ص = (س^٢ - ٢س + ١)(٣ - س)$

(أ) $ص = س^٢(س + ١)$

(د) $ص = \frac{١ - س^٢}{٣ + س^٢}$

(ج) $ص = \frac{س^٢}{س - ١}$

منهاجي

الحل

(ب) $١٠ + س - ١٦س^٢ - ٩س^٢ - ١٦س^٢ + ١٠$

(أ) $٥س^٢ + ٢س$

(د) $\frac{٢س^٢ + ٦س + ٢}{٢(٣ + س^٢)}$

(ج) $\frac{٢س^٣ - ٢س^٢}{٢(س - ١)}$

(٢) جد ق(س) في كلٍّ مما يأتي:

(أ) $ق(س) = س(س + ٢)(س^٢ - ٣س - ٦)$

(ب) $ق(س) = |س - ٣| (س + ٢)$

منهاجي

(ج) $ق(س) = \frac{س^٢ - ٢س + ٤}{س + ٤}$

(د) $ق(س) = \frac{|س - ٥| (س + ٤)}{س(س - ١)}$ ، $س \in (١, ٥]$

الحل

(أ) $٣س^٣ - ٤س^٢ - ٣س + ١٢$ ، (ب) ق(س) غير موجودة ، $٣ < س < ٥$ ، $٣ = س$ ، $٣ > س$ ، $٣ + ٢س^٣ - ٤س$

منهاجي

منهاجي

(د) ق(س) غير موجودة ، $٤ > س > ١$ ، $٥ = س$ ، $٥ > س > ٤$ ، $\frac{٤}{س^٢}$ ، $\frac{٤}{س}$

(ج) $\frac{٨ - ٢س^٢}{٢(س + ٤)}$

(٣) إذا علمت أن هـ (س) قابل للاشتقاق وأن هـ (٢) = ٣ ، هـ (٢) = -١ ، فجد ق (٢) في كل مما يأتي:

أ) ق (س) = س هـ (س) ب) ق (س) = ٣س^٢ هـ (س) - ٥س

ج) ق (س) = هـ (س) - $\frac{1}{هـ(س)}$ د) ق (س) = $\frac{1+س^2}{هـ(س)}$ - ٣ هـ (س)

أ) ١ ب) ١٩ ج) $\frac{1}{9}$ د) $\frac{11}{27}$

(٤) إذا كان ل، هـ اقتراين قابلين للاشتقاق وكان ل (٢-) = ٣ ، ل (٢-) = -١ ، هـ (٢-) = ٤ هـ (٢-) = ٦ ، فجد ق (٢-) في كل مما يأتي:

أ) ق (س) = ل (س) × هـ (س) ب) ق (س) = $\frac{هـ(س)}{1+ل(س)}$

أ) ٢٢ - ب) $\frac{5}{4}$

(٥) جد ق (س) في كل مما يأتي، عند قيمة س المبينة إزاء كل منها:

أ) ق (س) = $س^2 - [١ + س^٢]$ ، س = ٤ ، ١

ب) ق (س) = $\frac{[٣ + س \frac{1}{4}]}{|١ - س^٢|}$ ، س = ٢

ج) ق (س) = $\frac{١ + س^٢}{س^٢ - ٤}$ ، س = -١

أ) ٢، ٨ ب) $\frac{2}{3}$ ج) $\frac{8-}{9}$

٦) إذا كانت ل، م، هـ اقترانات قابلة للاشتقاق عند س، فاستخدم قاعدة مشتقة حاصل ضرب اقترانين لإثبات أن:



$$\frac{d}{ds} (ل(س) \times م(س) \times هـ(س)) = ل(س) \times م'(س) \times هـ(س) + ل'(س) \times م(س) \times هـ(س) + ل(س) \times م(س) \times هـ'(س)$$

الحل

اعتبر ل(س) × م(س) الاقتران الأول، هـ(س) الاقتران الثاني ثم طبق مشتقة ضرب اقترانين مرتين.

٧) اعتمد على النتيجة في السؤال (٦) لإثبات أن:



$$\frac{d}{ds} (ل(س))^3 = 3(ل(س))^2 \times ل'(س)$$

الحل

بفرض م(س) = هـ(س) = ل(س) ثم تطبيق النتيجة في سؤال ٦.



$$\left. \begin{array}{l} ٤س^٣ ، ١ \geq س \\ ٣س^٤ + ١ ، ١ < س \end{array} \right\} = \text{إذا كان ق(س)}$$

الحل



$$\left. \begin{array}{l} ١٢س^٢ ، ١ \geq س \\ ١٢س^٣ ، ١ < س \end{array} \right\} = \text{ق(١) = ١٢ ، ق(س)}$$

٩) إذا كان ق(س) = |س| (س^٢ + ٦س)، فابحث في قابلية الاقتران ق للاشتقاق لجميع قيم س ∈ ح.

الحل



$$\left. \begin{array}{l} ٠ < س ، ١٢س^٢ + ٢س^٣ \\ ٠ = س ، ٠ \\ ٠ > س ، ١٢س^٢ - ٢س^٣ \end{array} \right\} = \text{ق(٠) = ٠ ، ق(س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} - 2\text{ب} = \text{س} \\ \text{أس} + 3\text{ب} - 4 = \text{س} \end{array} \right\} = (10) \text{ إذا كان ق (س)}$$

منهاجي

وكان ق اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند $\text{س} = 2$ ، فجد كلاً من الثابتين أ ، ب .

الحل

$$\text{أ} = 11 \text{ ، } \text{ب} = -3$$

منهاجي