إجابات تمارين ومسائل الدرس

المشتقات العليا - إجابات دليل المعلم

١) جد المشتقة الثانية لكلٍّ من الاقترانات الآتية :

أ) ص = ٤س^{٣} − $\frac{٧}{٢}$ س^{٢} − ٦ س

ب) ص = $\frac{س^{٢}+١}{س}$

جـ) ص = |س| (س^{٢} + س)

منهاجي

الحل

أ) ٢٤ س − ٧

ب) $\frac{٢}{س^{٣}}$

جـ) قً(س) = $\begin{cases} ٦س+٢ & ، س > ٠ \\ \text{غير موجودة} & ، س = ٠ \\ -٦س-٢ & ، س < ٠ \end{cases}$

---

٢) إذا كان ق(س) = (س^{٢} + ٤س) (س^{٣} + ١)، فجد قيمة قَ (−١)× قً(−١)

الحل

− ٢٧٠

---

٣) إذا كان ق(س) = س^{ن} ، ن عدد صحيح موجب وكانت قً(س) = أ س فجد قيمة الثابت أ .

الحل

إيجاد ن أولًا ثم أ ، أ = ٢٤

---

٤) إذا كان ص = $\frac{٢}{س}$ ، س ≠ ٠ ، فأثبت أنَّ صً = $\frac{١}{٢}$ ص^{٣}

الحل

تطبيق قواعد الاشتقاق مرتين.

---

٥) إذا كان ق(س) = س^{٤} + ٣س^{٣} − ٦ س^{٢} − س ، فجد قيم س التي تحقق ما يأتي :

أ) قً(س) = ٠ ب) قً(س) ≤ ٠ جـ) قً(س) < ٠

الحل

أ) س = −٢ ، $\frac{١}{٢}$ ب) الفترتين (−∞، −٢] ، [$\frac{١}{٢}$ ، ∞) جـ) $(-٢، \frac{١}{٢})$

---

٦) جد المشتقة الثالثة لكلٍّ من الاقترانات الآتية :

أ) ص = س^{٤} − ٣س$^{-٥}$

ب) ص = أس^{٣} + ب س^{٢} + جـ س ، حيث أ ، ب، جـ ثوابت.

الحل

أ) ٢٤ س + ٦٣٠ س$^{-٨}$ ب) ٦ أ

---

٧) جد قيمة كلٍّ مما يأتي :

أ) قً(π) حيث ق(س) = س^{٢} − ٦س

ب) قً(−١) حيث ق(س) = $\frac{١}{٢٠}$س^{٥} − $\frac{١}{٣}$ س^{٣}

جـ) ق$^{(٤)}$(١) حيث ق (س) = $\frac{١}{س}$

الحل

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢٤

---

٨) إذا كان كلٌّ من ل ، لَ ، لً قابلًا للاشتقاق عند س، وكان ق(س) = س^{٢} ل(س) فجد قً (س) ، قً (س).

الحل

قً(س) = س^{٢} لَ(س) + ٤ س لَ(س) + ٢ ل(س)

قً (س) = س^{٢} لً(س) + ٦ س لً(س) + ٦ لَ(س)

٩) إذا كان كلٌّ من الاقترانين ل، هـ قابلًا للاشتقاق مرتين، فأثبت أنَّ :

(ل × هـ)ً (س) = (لً× هـ) (س) + ٢(لَ × هـَ) (س) + (ل × هـً) (س)

الحل

استخدام قواعد الاشتقاق مرتين.

---

١٠) جد قاعدة اقتران كثير الحدود ق من الدرجة الثانية الذي فيه ق(١) = ٣، قَ (١) = −٢ قً(١) = ٤ .

الحل

ق(س) = أ س٢ + ب س + جـ . جد قَ(س) ، قً(س).

طبّق المعلومات المعطاة لتحصل على ق(س) = ٢ س٢ − ٦ س + ٧

---

١١) إذا كان كلٌّ من الاقترانين ل، هـ قابلًا للاشتقاق مرتين فأثبت أنَّ :

ل(س) هـً (س) − لً(س) هـ(س) = $\frac{ك}{ك س}$ (ل(س) هـَ (س) − لَ(س) هـ(س))

الحل

اشتق الطرف الأيسر لتحصل على الطرف الأيمن.

---

١٢) إذا كانت ل، ق، هـ اقترانات قابلة للاشتقاق حتى المشتقة الثالثة وكان

هـ (س) = ل(س) × ق(س) ، لَ(س) × قَ(س) = جـ ، حيث جـ عدد ثابت فأثبت أنَّ:

هـً (س) = ل(س) × قً(س) + ق(س) × لً(س)

الحل

جد هـً (س) ،استخدم العلاقة لَ(س)× قَ(س) = جـ ثم اشتقها.

جد هـً (س) وعوض لتحصل على المطلوب.

---

١٣) إذا كان ق(س) = أ س٤ + $\frac{١٦}{س}$ ، أ ثابت ، وكان قً (٢) = ٩٠ فجد قيمة الثابت أ.

الحل

٢

١٤) إذا كان ق(س) = ٨ س − ٤(م − ٣) س^{٢} ، فجد قيم الثابت م التي تجعل قً(س) < ٠

الحل

منهاجي

م > ٣