

## إجابات أسئلة الوحدة

### التفاضل - إجابات دليل المعلم

(١) إذا كان  $ق(س) = ظاس$  وتغيرت  $س$  من  $س$  إلى  $س + هـ$ ، فأثبت أن معدل التغير للاقتران  $ق$  يساوي:

$$\frac{قأس \times ظاه}{هـ (١ - ظاس \times ظاه)}$$

الحل

طبق قاعدة معدل التغير على فترة، وأجرِ العمليات الحسابية اللازمة ثم استخدم المتطابقات المثلثية المناسبة.

(٢) إذا كان  $ق(س) = جا٢س$ ، فاستخدم تعريف المشتقة لإيجاد  $ق'(\frac{\pi}{٤})$ .

الحل

طبق تعريف مشتقة اقتران عند نقطة وأجرِ العمليات اللازمة. الإجابة صفر.

$$\left. \begin{array}{l} ٢ + س^٢ + س^٢ \\ [س] + ٤ \end{array} \right\} = ق(س) \text{ ليكن } ق(س) = \left. \begin{array}{l} ٠ \leq س < ١ \\ ١ \leq س < ٣ \end{array} \right\} \text{، جد } ق'(س).$$

الحل

$$\left. \begin{array}{l} ٢ + س^٢ \\ ٤ \\ ٤ \end{array} \right\} = ق(س) \text{ غير موجودة}$$

$٠ < س < ١$  ،  
 $١ \leq س < ٢$  ،  
 $٢ \leq س < ٣$  ،  
 $س = ٠$  ،  $٣$  ،  $٢$  لأن  $ق$  غير متصل عند  $س = ٢$

(٤) إذا كان ل (س) اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند س = ١ - ، ل (١ -) = ١ ، ل (١ -) = ٢  
فجد ق (١ -) في كلِّ مما يأتي :

منهاجي

$$(ب) ق(س) = \frac{ل(س)^2}{س^2 - ٢}$$

$$(أ) ق(س) = \sqrt{س + ٥} \times ل(س)$$

$$(د) ق(س) = ظا\left(\frac{\pi}{٣} ل(س)\right)$$

$$(ج) ق(س) = ل(س) - \frac{ل(س)}{س}$$

الحل

منهاجي

$$(د) \frac{\pi ٨}{٣}$$

(ج) ٥

$$(ب) \frac{١١}{٤}$$

$$(أ) \frac{١}{٤}$$

(٥) (أ) إذا علمت أن ص = س ظا س ، فأثبت أن :

منهاجي

$$ص^٢ = ٢ ق(س) (١ + ص)$$

(ب) إذا كان جا ص = س ، |س| > ١ ، فأثبت أن :

منهاجي

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{١ - س^٢} ، \exists ص (٠, \frac{\pi}{٢})$$

الحل

(أ) اشتق مرتين وأجرِ العمليات اللازمة ثم عوض بالعلاقة الأصلية.

(ب) اشتق الطرفين ثم جد جتا ص بدلالة س ثم عوض.

(٦) إذا كان ص = ن<sup>٢</sup> - ٤ ن ، س = ٢ ن - ٥ ، فجد  $\frac{ص}{س}$  عند ن = ٦

منهاجي

الحل

$$\frac{١}{٢}$$


(٧) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق؛ بحيث كان هـ (س) = ق(س) ،

ق(س) = هـ (س) - هـ (س) ، وكان ل(س) = هـ (س) + ق(س) ، فجد ل(س) .


منهاجي

الحل



اشتق الطرفين ثم عوض بالمعلومات المعطاة . الإجابة صفر .

منهاجي   $\left. \begin{array}{l} \text{س} \geq 0 \\ \text{س} < 0 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$  إذا كان ق(س) =  $\begin{cases} (س+1)^4 \\ (س-1)^4 \end{cases}$

فأجب عن كلِّ مما يأتي :

منهاجي  أ) جد ق(س) لجميع قيم س ، س ≠ 0  
ب) بين أن ق اقتران غير قابل للاشتقاق عند س = 0

الحل

منهاجي   $\left. \begin{array}{l} \text{س} > 0 \\ \text{س} < 0 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$   $\begin{cases} 4(س+1)^3 \\ 4(س-1)^3 \end{cases}$   
منهاجي  ب) اختبر قابلية ق للاشتقاق عند س = 0

9) إذا كان ص<sup>3</sup> = ق(4س<sup>2</sup> - س) ، ق(5) = 4 ، ق(5) = -8 ، فجد  $\left. \frac{دص}{دس} \right|_{س=1}$

الحل

استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة (-3)

10) إذا كان ق(س) = جاه(س) ، هـ(1) =  $\frac{\pi}{3}$  ، هـ'(1) = 0 ، هـ''(1) = 4 ، فجد ق'(1) علمًا بأن ق ، ق قابلان للاشتقاق .

منهاجي 

الحل

2

11) إذا كان ق(س) = س<sup>3</sup> + 2س ، هـ(س) = 3س<sup>2</sup> ، فجد كلاً مما يأتي :

أ) (ق' هـ) (2)      ب) (ق' هـ) (2)

منهاجي 

الحل

أ) 864      ب) 1296

(١٢) إذا كان ل (س) = ق (هـ س)، وكان هـ (١) = ٤ ، ل (١) = ٢ ، ق (٤) = -٥ ، فجد هـ (١)

الحل  
 $\frac{2-}{5}$   
منهاجي

(١٣) إذا كان ص = س هـ (س)، وكان هـ (١-١) = ٦ ، هـ (١-١) = ٢ ، فجد  $\frac{ص}{س}$  عند س = -١

الحل  
٤  
منهاجي

(١٤) إذا كان جا ص = ظا س ، فأثبت أن : ظا ص =  $\frac{ص}{٢ ق ا س + (ص)^2}$  اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٥) إذا كان ق (١-٣س) =  $\frac{١}{س^2} - \frac{٢}{س}$  ، س ≠ ٠ ، فأثبت أن ق (٥) =  $\frac{١}{١٢}$  اشتق الطرفين باستخدام قاعدة السلسلة وقواعد الاشتقاق ثم عوض.

منهاجي

(١٦) إذا كان جتا ص - س ص = ٢س ، فأثبت أن :  
ص (س + جا ص) + ص (٢ + ص جتا ص) = ٠ اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٧) إذا كانت ص = أ جاس - ب جتاس ، أ ، ب ثابتان، فأثبت أن : (ص)² + ص² = أ² + ب²  
جد ص ثم جد مربع كل من ص، ص ثم عوض.

منهاجي

١٨) إذا كان  $v = 3$  ق ( $2$  س  $- 2$  س)، ق ( $6$ ) =  $4$ ، ق ( $6$ ) =  $8$ ، فجد  $\frac{v}{s}$  عند  $s = 2$ .

الحل

منهاجي

استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة ٣-

١٩) إذا كان ق ( $s$ ) =  $s^3 - s^2$ ، هـ ( $s$ ) =  $3s^2 + s$ ، فجد كلاً مما يأتي:

أ) (ق هـ) (١)      ب) (ق هـ) (١)

الحل

منهاجي

أ) (١٥٤)      ب) (٤٢٦)

٢٠) اعتماداً على الشكل (٢-٤) الذي يمثل منحنى الاقتران ق في الفترة  $[-3, 3]$ ، جد كلاً مما يأتي:

أ) قيم  $s$  حيث  $3 - s > 3 > s$  التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل.

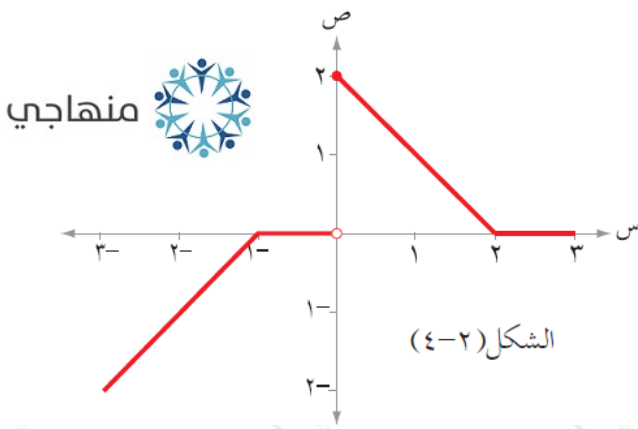
ب) قيم  $s$  حيث  $3 - s > 3 > s$  التي يكون عندها الاقتران ق غير قابل للاشتقاق.

الحل

منهاجي


أ)  $s = 0$

ب)  $s = -1, 0, 2$




(٢١) يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ويلي كل فقرة أربعة بدائل واحد فقط منها صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:


(١) إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٢، ٣)، وكان المماس المرسوم لمنحنى ق عندهذه النقطة يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فإن:

منهاجي  نها  $\frac{ق(س) - ٣}{٣ - ٦س}$  تساوي:

أ (١) ب)  $\frac{١}{٣}$  ج)  $-\frac{١}{٣}$  د)  $٣ -$

منهاجي  نها  $\frac{١ - ٢س}{\frac{\pi}{٤} - س}$  تساوي:

أ (١) ب) صفر ج)  $\frac{١}{٢}$  د)  $٢$


منهاجي  نها  $\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣} (٢ + هـ)$  تساوي:

أ (١) ب)  $\frac{١}{٢}$  ج)  $\frac{٣}{٢}$  د)  $\frac{٣}{٢}$

(٤) إذا كان ق (٢) = ٦، فإن نها  $\frac{ق(٢) - (٢ + ٣هـ)ق}{٦ - هـ}$  تساوي:

أ (١) ب) ١٨ ج) ٦ د) ٢

(٥) إذا كان معدّل التغير في الاقتران ق(س) في الفترة [٢، م] يساوي


منهاجي  نها  $\frac{٤ - ٢م}{٢ + م}$  فإن ق (٢) تساوي:

أ (٢) ب) صفر ج) ٤ د) ٤

(٦) إذا كان مقدار التغير في الاقتران ق(س) عندما تتغير س من س إلى س + هـ يساوي

س<sup>٢</sup>هـ + س هـ<sup>٢</sup> +  $\frac{١}{٣}$  هـ<sup>٣</sup>، فإن ق (٣) تساوي:

أ (٩) ب) ٩ ج) صفر د) ٣

منهاجي  نها إذا كان ق(س) = |٢س - ٤| فإن ق (٢):

أ (٢) ب) ٢ ج) صفر د) غير موجودة

(٨) إذا كان ق(٤) = ٥، ق(٤) = ١، ق(٤) = ٢، فإن  $\frac{ق}{ق}$  (٤) تساوي:

أ (١١) ب) ٩ ج) ٦ د) ٦