

إجابات أسئلة الوحدة

التفاضل - إجابات دليل المعلم

(١) إذا كان $ق(س) = ظاس$ وتغيرت $س$ من $س$ إلى $س + هـ$ ، فأثبت أن معدل التغير للاقتران $ق$ يساوي:

$$\frac{قأس \times ظاه}{هـ (١ - ظاس \times ظاه)}$$

الحل

طبق قاعدة معدل التغير على فترة، وأجرِ العمليات الحسابية اللازمة ثم استخدم المتطابقات المثلثية المناسبة.

(٢) إذا كان $ق(س) = جا٢س$ ، فاستخدم تعريف المشتقة لإيجاد $ق'(\frac{\pi}{٤})$.

الحل

طبق تعريف مشتقة اقتران عند نقطة وأجرِ العمليات اللازمة. الإجابة صفر.

$$\left. \begin{array}{l} ٠ < س < ١ ، \\ ١ <= س <= ٣ ، \\ جد ق(س). \end{array} \right\} (٣) \text{ ليكن } ق(س) = \left. \begin{array}{l} س٢ + ٢س + ٢ \\ [س] + ٤ \end{array} \right\}$$

الحل

$$\left. \begin{array}{l} ٠ < س < ١ ، \\ ١ <= س <= ٢ ، \\ ٢ <= س <= ٣ ، \\ س = ٠ ، ٣ ، ٢ لأن ق غير متصل عند س = ٢ \end{array} \right\} ق(س) = \left. \begin{array}{l} ٢س + ٢ \\ ٤ \\ ٤ \end{array} \right\}$$

غير موجودة

(٤) إذا كان l (س) اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند $s = 1$ ، $l(1) = 1$ ، $l'(1) = 2$ فجد $q(1-s)$ في كلِّ مما يأتي :

منهاجي

$$(ب) \quad q(s) = \frac{l(s)^2}{s^2 - s}$$

$$(أ) \quad q(s) = \sqrt{s + 5} \times l(s)$$

$$(د) \quad q(s) = \text{ظا} \left(\frac{\pi}{3} l(s) \right)$$

$$(ج) \quad q(s) = l(s) - \frac{l(s)}{s}$$

الحل

منهاجي

$$(د) \quad \frac{\pi 8}{3}$$

(ج) ٥

$$(ب) \quad \frac{11}{4}$$

$$(أ) \quad \frac{1}{4}$$

(٥) (أ) إذا علمت أن $v = s$ ظا s ، فأثبت أن :

منهاجي

$$ص^2 = 2 ق^2 س (ص + 1)$$

(ب) إذا كان $جا$ $v = s$ ، $|s| > 1$ ، فأثبت أن :

منهاجي

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{s^2 - 1}} ، \exists ص (0, \frac{\pi}{2})$$

الحل

(أ) اشتق مرتين وأجرِ العمليات اللازمة ثم عوض بالعلاقة الأصلية.

(ب) اشتق الطرفين ثم جد $جا$ v بدلالة s ثم عوض.

(٦) إذا كان $v = 2n - 4$ ، $s = 2n - 5$ ، فجد $\frac{ص}{س}^2$ عند $n = 6$

منهاجي

الحل

$$\frac{1}{2}$$

(٧) إذا كان $ق$ ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق؛ بحيث كان هـ $(س) = ق(س)$ ،

$ق(س) = هـ(س) - هـ(س)$ ، وكان $ل(س) = هـ(س) + ق(س)$ ، فجد $ل(س)$.

منهاجي

الحل

اشتق الطرفين ثم عوض بالمعلومات المعطاة . الإجابة صفر .

٨ (إذا كان ق(س) = $\begin{cases} (س+١)^٤ ، & س \geq ٠ \\ (س-١)^٤ ، & س < ٠ \end{cases}$) منهاجي

فأجب عن كلِّ مما يأتي :

أ (جد ق(س) لجميع قيم س ، س ≠ ٠) منهاجي
ب) بين أن ق اقتران غير قابل للاشتقاق عند س = ٠ .

الحل

منهاجي $\begin{cases} ٤(س+١)^٣ ، & س > ٠ \\ ٤(س-١)^٣ ، & س < ٠ \end{cases}$ (أ) ق(س) =
منهاجي $\begin{cases} \text{غير موجودة} ، & س = ٠ \end{cases}$ (ب) اختبر قابلية ق للاشتقاق عند س = ٠ .

٩ (إذا كان ص = ق(٤س - ٢س) ، ق(٥) = ٤ ، ق(٥) = ٨ - ، فجد $\left. \frac{دص}{دس} \right|_{س=١}$)

الحل

استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة (- ٣)

١٠ (إذا كان ق(س) = جاه(س) ، هـ(١) = $\frac{\pi}{٣}$ ، هـ(١) = ٠ ، هـ(١) = ٤ ، فجد ق(١) علمًا بأن ق ، ق قابلان للاشتقاق .

منهاجي

الحل

٢

١١ (إذا كان ق(س) = س^٣ + ٢س ، هـ(س) = ٣س^٢ ، فجد كلاً مما يأتي :

أ) (ق(٥) هـ(٢)) (ب) (ق(٥) هـ(٢))

منهاجي

الحل

ب) ١٢٩٦

أ) ٨٦٤

(١٢) إذا كان ل (س) = ق (هـ س)، وكان هـ (١) = ٤ ، ل (١) = ٢ ، ق (٤) = -٥ ، فجد هـ (١)

الحل
 $\frac{2-}{5}$
منهاجي

(١٣) إذا كان ص = س هـ (س)، وكان هـ (١-١) = ٦ ، هـ (١-١) = ٢ ، فجد $\frac{ص}{س}$ عند س = -١

الحل
٤
منهاجي

(١٤) إذا كان جا ص = ظا س ، فأثبت أن : $\frac{ص}{٢ ق٢س + (ص)٢} =$ اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٥) إذا كان ق (١-٣س) = $\frac{١}{س٢} - \frac{٢}{س}$ ، س $\neq ٠$ ، فأثبت أن ق (٥) = $\frac{١}{١٢}$ اشتق الطرفين باستخدام قاعدة السلسلة وقواعد الاشتقاق ثم عوض.

منهاجي

(١٦) إذا كان جتا ص - س ص = ٢س ، فأثبت أن :
ص (س + جا ص) + ص (٢ + ص جتا ص) = ٠ اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٧) إذا كانت ص = أ جاس - ب جتاس ، أ ، ب ثابتان ، فأثبت أن : (ص)٢ + ص٢ = أ٢ + ب٢
جد ص ثم جد مربع كل من ص ، ص ثم عوض.

منهاجي

١٨) إذا كان $v = 3$ ق (٢ س - ٢ س)، ق (٦) = ٤، ق (٦) = ٨، فجد $\frac{v}{s}$ عند $s = 2$.

الحل

منهاجي

استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة ٣-

١٩) إذا كان ق (س) = $3s^2 - 2s$ ، هـ (س) = $3s^2 + 2s$ ، فجد كلاً مما يأتي:

أ) (ق هـ) (١) ب) (ق هـ) (١)

الحل

منهاجي

أ) (١٥٤) ب) (٤٢٦)

٢٠) اعتماداً على الشكل (٢-٤) الذي يمثل منحنى الاقتران ق في الفترة $[-3, 3]$ ، جد كلاً مما يأتي:

أ) قيم س حيث $3 - 3 > s > 3$ التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل.

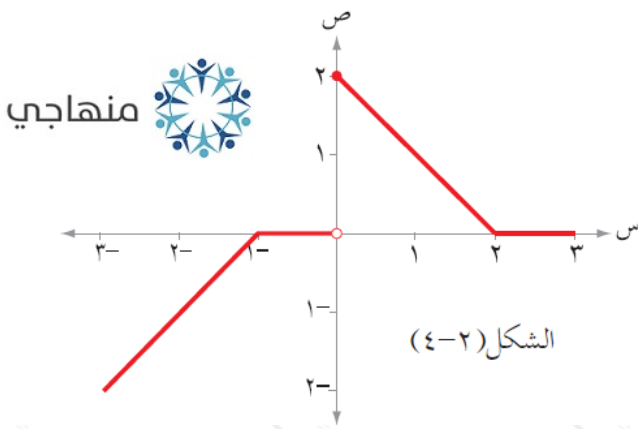
ب) قيم س حيث $3 - 3 > s > 3$ التي يكون عندها الاقتران ق غير قابل للاشتقاق.

الحل

منهاجي


أ) $s = 0$

ب) $s = -1, 0, 2$




(٢١) يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ويلي كل فقرة أربعة بدائل واحد فقط منها صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:


(١) إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٢، ٣)، وكان المماس المرسوم لمنحنى ق عندهذه النقطة يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فإن:

منهاجي  نها ق (س) - ٣ تساوي: $\frac{3-s}{s^3-6}$ س ← ٢

أ (١) ب) $\frac{1}{3}$ ج) $-\frac{1}{3}$ د) ٣ - ✓

(٢) منهاجي  نها ق (س) - ١ تساوي: $\frac{1-s}{\frac{\pi}{4}-s}$ س ← $\frac{\pi}{4}$

أ (١) ب) صفر ✓ ج) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ د) $\sqrt{2}$


(٣) منهاجي  نها ق (هـ) - $\frac{1}{2}$ تساوي: $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{3} + هـ$

أ) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{1}{2}$ ج) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ د) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ✓

(٤) إذا كان ق (٢) = ٦، فإن نها ق (٢) - (٣) تساوي: $\frac{ق(٢) - (٣) - ٦}{٦ - ٣}$

أ) ١٨ - ✓ ب) ١٨ ج) ٦ - د) ٢ -

(٥) إذا كان معدّل التغير في الاقتران ق (س) في الفترة [٢، م] يساوي


منهاجي  $\frac{٤-٢م}{٢+م}$ فإن ق (٢) - (٣) تساوي:

أ) ٢ ب) صفر ج) ٤ - ✓ د) ٤

(٦) إذا كان مقدار التغير في الاقتران ق (س) عندما تتغير س من س إلى س + هـ يساوي

س هـ + س هـ + $\frac{1}{3}$ هـ، فإن ق (٣) - (٢) تساوي:

أ) ٩ ✓ ب) ٩ - ج) صفر د) ٣ -

(٧) منهاجي  إذا كان ق (س) = |٢ - ٤| س فإن ق (٢) - (٣):

أ) ٢ ب) ٢ - ج) صفر د) غير موجودة ✓

(٨) إذا كان ق (٤) = ٥، ق (٤) = ١، ق (٤) = ٢، فإن $\frac{ق}{ق} = (٤)$ تساوي:

أ) ١١ ب) ٩ - ✓ ج) ٦ - د) ٦