

إجابات أسئلة الوحدة

التفاضل - إجابات دليل المعلم

(١) إذا كان $ق(س) = ظاس$ وتغيرت $س$ من $س$ إلى $س + هـ$ ، فأثبت أن معدل التغير للاقتران $ق$ يساوي:

$$\frac{قأس \times ظاه}{هـ (١ - ظاس \times ظاه)}$$

الحل

طبق قاعدة معدل التغير على فترة، وأجرِ العمليات الحسابية اللازمة ثم استخدم المتطابقات المثلثية المناسبة.

(٢) إذا كان $ق(س) = جا٢س$ ، فاستخدم تعريف المشتقة لإيجاد $ق'(\frac{\pi}{٤})$.



طبق تعريف مشتقة اقتران عند نقطة وأجرِ العمليات اللازمة. الإجابة صفر.

$$\left. \begin{array}{l} ٠ < س < ١ ، \\ ١ <= س <= ٣ ، \\ جد ق(س) . \end{array} \right\} (٣) \text{ ليكن } ق(س) = \left. \begin{array}{l} س٢ + ٢س + ٢ \\ [س] + ٤ \end{array} \right\}$$

الحل

$$\left. \begin{array}{l} ٠ < س < ١ ، \\ ١ <= س <= ٢ ، \\ ٢ <= س <= ٣ ، \\ س = ٠ ، ٣ ، ٢ لأن ق غير متصل عند س = ٢ \end{array} \right\} ق(س) = \left. \begin{array}{l} ٢س + ٢ \\ ٤ \\ ٤ \end{array} \right\} \text{ غير موجودة}$$



(٤) إذا كان ل (س) اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند س = ١ - ، ل (١ -) = ١ ، ل (١ -) = ٢
فجد ق (١ -) في كلِّ مما يأتي :

منهاجي

$$(ب) ق(س) = \frac{ل(س)^2}{س^2 - ٢}$$

$$(أ) ق(س) = \sqrt{س + ٥} \times ل(س)$$

$$(د) ق(س) = ظا\left(\frac{\pi}{٣} ل(س)\right)$$

$$(ج) ق(س) = ل(س) - \frac{ل(س)}{س}$$

الحل

منهاجي

$$(د) \frac{\pi 8}{٣}$$

(ج) ٥

$$(ب) \frac{١١}{٤}$$

$$(أ) \frac{١}{٤}$$

(٥) (أ) إذا علمت أن ص = س ظا س ، فأثبت أن :

منهاجي

$$ص^2 = ٢ ق(س) (١ + ص)$$

(ب) إذا كان جا ص = س ، |س| > ١ ، فأثبت أن :

منهاجي

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{٢س - ١} ، \exists ص \left(\frac{\pi}{٢}, ٠\right)$$

الحل

(أ) اشتق مرتين وأجرِ العمليات اللازمة ثم عوض بالعلاقة الأصلية.

(ب) اشتق الطرفين ثم جد جتا ص بدلالة س ثم عوض.

(٦) إذا كان ص = ن^٢ - ٤ ن ، س = ٢ ن - ٥ ، فجد $\frac{ص}{س}$ عند ن = ٦

منهاجي

الحل

$$\frac{١}{٢}$$


(٧) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق؛ بحيث كان هـ (س) = ق(س) ،

ق(س) = هـ (س) ، وكان ل(س) = هـ(س) + ق(س) ، فجد ل(س) .


منهاجي

الحل



اشتق الطرفين ثم عوض بالمعلومات المعطاة . الإجابة صفر .


منهاجي  $\left. \begin{array}{l} \text{س} \geq 0 \\ \text{س} < 0 \end{array} \right\} = \text{ق(س) إذا كان ق(س)}$

فأجب عن كلِّ مما يأتي :

منهاجي  (أ) جد ق(س) لجميع قيم س ، س ≠ 0
(ب) بين أن ق اقتران غير قابل للاشتقاق عند س = 0


الحل

منهاجي  $\left. \begin{array}{l} \text{س} > 0 \\ \text{س} < 0 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$
منهاجي  غير موجودة
(ب) اختبر قابلية ق للاشتقاق عند س = 0

منهاجي  (٩) إذا كان ص = ق(٤س - ٢س) ، ق(٥) = ٤ ، ق(٥) = ٨- ، فجد $\left. \frac{\text{ص}}{\text{س}} \right|_{\text{س}=1}$

الحل


استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة (- ٣)

منهاجي  (١٠) إذا كان ق(س) = جاه(س) ، هـ(١) = $\frac{\pi}{3}$ ، هـ(١) = ٠ ، هـ(١) = ٤ ، فجد ق(١) علمًا بأن ق ، ق قابلان للاشتقاق .

منهاجي 

الحل

٢

منهاجي  (١١) إذا كان ق(س) = س^٣ + ٢س ، هـ(س) = ٣س^٢ ، فجد كلاً مما يأتي :

(أ) (ق هـ) (٢) (ب) (ق هـ) (٢)

منهاجي 

الحل

(أ) ٨٦٤ (ب) ١٢٩٦

(١٢) إذا كان ل (س) = ق (هـ س)، وكان هـ (١) = ٤ ، ل (١) = ٢ ، ق (٤) = -٥ ، فجد هـ (١)

الحل
 $\frac{2-}{5}$
منهاجي

(١٣) إذا كان ص = س هـ (س)، وكان هـ (١-١) = ٦ ، هـ (١-١) = ٢ ، فجد $\frac{ص}{س}$ عند س = -١

الحل
٤
منهاجي

(١٤) إذا كان جا ص = ظا س ، فأثبت أن : $\frac{ص}{٢ ق٢س + (ص)٢} =$ اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٥) إذا كان ق (١-٣س) = $\frac{١}{س٢} - \frac{٢}{س}$ ، س $\neq ٠$ ، فأثبت أن ق (٥) = $\frac{١}{١٢}$ اشتق الطرفين باستخدام قاعدة السلسلة وقواعد الاشتقاق ثم عوض.

منهاجي

(١٦) إذا كان جتا ص - س ص = ٢س ، فأثبت أن :
ص (س + جا ص) + ص (٢ + ص جتا ص) = ٠ اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٧) إذا كانت ص = أ جاس - ب جتاس ، أ ، ب ثابتان، فأثبت أن : (ص)٢ + ص٢ = أ٢ + ب٢
جد ص ثم جد مربع كل من ص، ص ثم عوض.

منهاجي

١٨) إذا كان $v = 3$ ق (2 س 2 - س) ، ق (6) = 4 ، ق (6) = 8 ، فجد $\frac{dv}{ds}$ عند $s = 2$.

الحل

منهاجي

استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة ٣-

١٩) إذا كان ق (س) = $3s^2 - 2s$ ، هـ (س) = $3s^2 + 2s$ ، فجد كلاً مما يأتي :

أ) (ق هـ) (١) ب) (ق هـ) (١)

الحل

منهاجي

أ) (١٥٤) ب) (٤٢٦)

٢٠) اعتماداً على الشكل (٢-٤) الذي يمثل منحنى الاقتران ق في الفترة $[-3, 3]$ ، جد كلاً مما يأتي :

أ) قيم س حيث $3 - 3 > س > 3$ التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل .

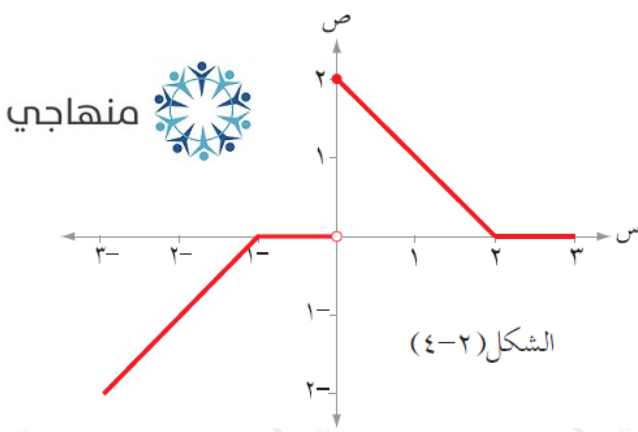
ب) قيم س حيث $3 - 3 > س > 3$ التي يكون عندها الاقتران ق غير قابل للاشتقاق .

الحل

منهاجي


أ) $س = 0$.

ب) $س = -1, 0, 2$.




(٢١) يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ويلي كل فقرة أربعة بدائل واحد فقط منها صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:


(١) إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٢، ٣)، وكان المماس المرسوم لمنحنى ق عندهذه النقطة يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فإن:

نها (س) تساوي: $\frac{3-s}{3-6}$  منهاجي

أ (١) (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $-\frac{1}{3}$ (د) 3 ✓

(٢) نها (س) تساوي: $\frac{1-s}{\frac{\pi}{4}-s}$  منهاجي

أ (١) (ب) صفر ✓ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) 2


(٣) نها (هـ) تساوي: $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{3} + هـ$  منهاجي

أ (١) (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $-\frac{3}{2}$ (د) $\frac{3}{2}$ ✓

(٤) إذا كان ق (٢) = ٦، فإن نها (٢) تساوي: $\frac{ق(٢) - (٣+٢)ق(٢)}{٦-٢}$

أ (١) (ب) ١٨ ✓ (ج) ٦ (د) ٢

(٥) إذا كان معدّل التغير في الاقتران ق (س) في الفترة [٢-، م] يساوي


$\frac{٤-٢م}{٢+م}$ فإن ق (٢) تساوي:  منهاجي

أ (٢) (ب) صفر (ج) ٤ ✓ (د) ٤

(٦) إذا كان مقدار التغير في الاقتران ق (س) عندما تتغير س من س إلى س + هـ يساوي

$س^٢ هـ + س هـ^٢ + \frac{١}{٣} هـ^٣$ ، فإن ق (٣) تساوي:

أ (٩) ✓ (ب) ٩ (ج) صفر (د) ٣

(٧) إذا كان ق (س) = $|٢س - ٤|$ فإن ق (٢):  منهاجي

أ (٢) (ب) ٢ (ج) صفر (د) غير موجودة ✓

(٨) إذا كان ق (٤) = ٥، ق (٤) = ١، ق (٤) = ٢، فإن $\frac{ق}{ق} = (٤)$ تساوي:

أ (١١) (ب) ٩ ✓ (ج) ٦ (د) ٦