إجابات تمارين ومسائل الدرس

نظريات النهايات – إجابات دليل المعلم

١) إذا كان ق(س) = $س^{٢}$ − س − ٦ ، ل(س) = $س^{٢}$ − ٢ س − ٣ ، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـــا}} \left(\text{ق(س)} + \text{ل(س)}\right)$

ب) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـــا}} \text{ق(س)} \times \text{ل(س)}$

جـ) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـــا}} \dfrac{\text{ل (س)}}{\text{ق (س)}}$

د) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \left(\text{ل(س)}\right)^{٤}$

هـ) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \sqrt[٣]{١ - \text{ل(س)}}$

و) $\underset{س \leftarrow -١}{\text{نهـــا}} \dfrac{\text{ل (س)}}{\text{ق (س)}}$

الحل

أ	ب	جـ	د	هـ	و
−١٠	٢٤	$\dfrac{٢}{٣}$	٨١	$\sqrt[٣]{٤}$	صفر

٢) إذا كانت $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}}$ ٢ ع(س) = ١٠ ، $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}}$ ٣ ل(س) + ١ = ٧ ، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \left(٢\,\text{ع(س)} + \text{ل(س)}\right)$

ب) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \left(\text{ع}^{٣}\text{(س)} - \text{ل}^{٢}\text{(س)}\right)$

جـ) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \dfrac{\sqrt{\text{ل (س)}}}{\text{ع (س)}}$

د) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \left(\text{ع}^{٢}\text{(س)} - \text{ل}^{٢}\text{(س)}\right)$

الحل

أ	ب	جـ	د
١٢	١٢١	$\dfrac{\sqrt{٢}}{٥}$	٢١

٣) جد كلًّا مما يأتي:

أ) $\underset{س \leftarrow ٥^{+}}{\text{نهـا}} |س^{٢} - ٢٥|$

ب) $\underset{س \leftarrow ٥^{-}}{\text{نهـا}} |س^{٢} - ٢٥|$

جـ) $\underset{س \leftarrow ٢^{-}}{\text{نهـا}} |س - ٢|$

د) $\underset{س \leftarrow ٨}{\text{نهـا}} |س^{٢} - ٦٤|$

هـ) $\underset{س \leftarrow -٤}{\text{نهـا}} [س - ٢]$

و) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}} \left(س\,[س] + |س|\right)$

ز) $\underset{س \leftarrow ٥^{-}}{\text{نهـا}} \sqrt{٥ - س}$

ح) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـا}} \sqrt{١ - س^{٢}}$

ط) $\underset{س \leftarrow -٢}{\text{نهـا}} \sqrt{س^{٢} + ٤س + ٤}$

الحل

أ	ب	جـ	د	هـ	و	ز	ح	ط
صفر	صفر	صفر	صفر	غير موجودة	غير موجودة	صفر	غير موجودة	صفر

---

٤) جد قيم جـ التي تجعل $\underset{س \leftarrow جـ}{\text{نهـا}} \sqrt{٦ - س}$ غير موجودة.

الحل

قيم جـ $\in$ $(٦ ، \infty)$

---

٥) إذا كان ق(س)= [٢,٠س]، فجد قيم جـ التي تجعل $\underset{س \leftarrow جـ}{\text{نهـا}} [٢,٠س] = -١$

الحل

جـ $\in$ $(-٥ ، ٠)$

---

٦) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} - ٤أ & ، \quad س \geq ٣ \\ [٦ - س] & ، \quad س < ٣ \end{cases}$

وكانت $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نهـا}}$ ق(س) موجودة ، فجد قيمة الثابت أ.

الحل

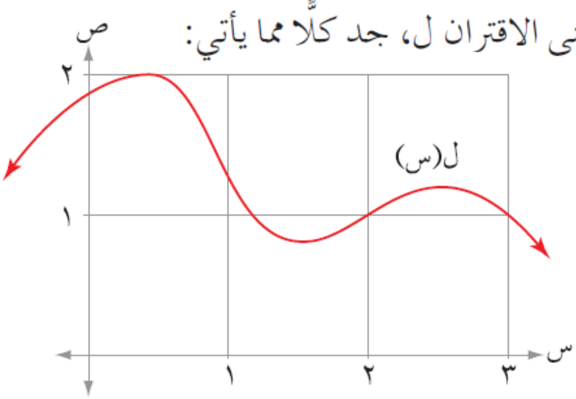
بما أنَّ النهاية موجودة إذن ٩ − ٤أ = ٣ ومنه أ = $\frac{٣}{٢}$

٧) معتمدًا الشكل (١-٥١) الذي يمثل منحنى الاقتران ل، جد كلًّا مما يأتي:

أ) نهــا ل(٣ س − ٣) (س ← ٢)

(إرشاد: افرض ص = ٣س − ٣)

ب) نهــا (س + ل (س)) (س ← ٢)



الشكل (١-٥١)

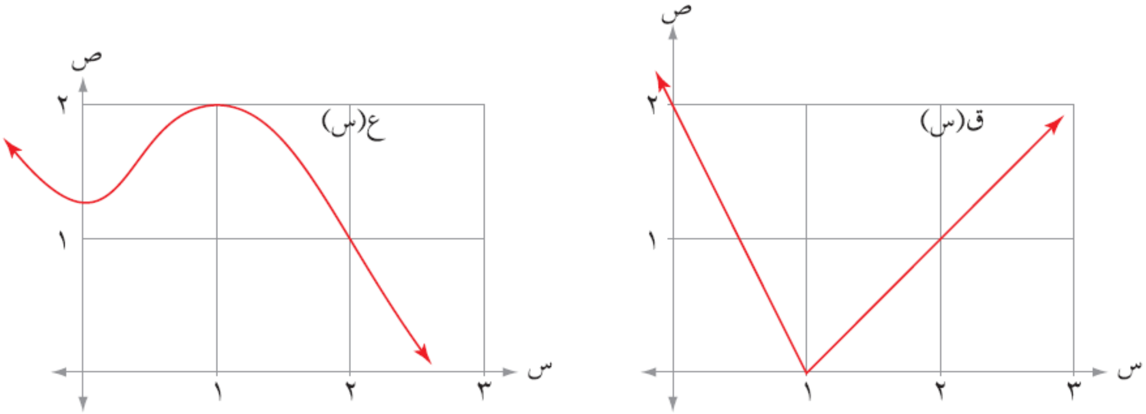
الحل

أ) بفرض ص = ٣س−٣ ، عندما تقترب س من العدد ٢ تقترب ص من العدد ٣

ومنه نهــــا ل(ص) = ١ (ص←٣)

ب) بتوزيع النهاية ينتج أن نهــــا (س + ل(س)) = ٢+١ = ٣ (س←٢)

٨) معتمدًا الشكل (١−١٦)، الذي يمثل منحنيي الاقترانين ق، ع ،جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١−١٦)

أ) $\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نهـــا}} \left(\text{ق(س)} + \text{ع(س)}\right)$

ب) $\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \left(\text{ق(س)} \times \text{ع(س)}\right)$

جـ) $\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نهـــا}} \left(٢\ \text{ق(س} - ١) + \text{ع(س)}\right)$

الحل

أ) بما أنَّ الاقترانين متصلان؛ إذًا يمكن توزيع النهاية، ومنه $\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نهـــا}} (\text{ق}+\text{ع}) = ٢$

ب) $\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} (\text{ق} \times \text{ع}) = ١$

جـ) $\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نهـــا}} \left(٢\ \text{ق(س} - ١) + \text{ع(س)}\right) = ٦$ (افرض ص = س − ١)

---

٩) إذا كان ق كثير حدود يمر بالنقطة (−٣، ٤)، وكانت $\underset{\text{س} \leftarrow -٣}{\text{نهـــا}} \left(\text{س} - \text{ل(س)}\right) = -١٠$

فجد $\underset{\text{س} \leftarrow -٣}{\text{نهـــا}} \left(\text{ق}^{٢}\text{(س)} - ٢\ \text{ل(س)}\right)$

الحل

بتوزيع النهاية ينتج أنَّ: $\underset{\text{س} \leftarrow -٣}{\text{نهـــا}} \text{ل(س)} = ٧$

ومنه $\underset{\text{س} \leftarrow -٣}{\text{نهـــا}} \left(\text{ق}^{٢}\text{(س)} - ٢\text{ل(س)}\right) = ١٦ - ١٤ = ٢$

---

١٠) إذا كان ع كثير حدود باقي قسمته على (س–٢) يساوي ٥ ، فجد $\lim_{س \leftarrow ٢}$ (٣ع(س) + ٤ س^{٢})

الحل

ع(٢)= ٥ (نظرية الباقي)

$\lim_{س \leftarrow ٢}$ (٣ع(س) + ٤س^{٢}) = ٣×٥ + ١٦ = ٣١