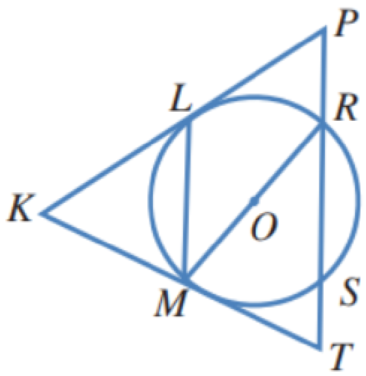
حل أسئلة أتدرب وأحل المسائل

أوتار الدائرة وأقطارها ومماساتها

أتدرب وأحل المسائل

يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ دائرةً مركزُها O. أُسمّي:



1 نصفَيْ قُطْرَيْنِ. $\overline{OR}\ ;\ \overline{OM}$

2 وترَيْنِ. $\overline{LM}\ ;\ \overline{MR}\ ;\ \overline{RS}$

3 مماسَّيْنِ. $\overrightarrow{KP}\ ;\ \overrightarrow{KT}$

4 قاطعًا. $\overleftrightarrow{PT}$

$\overline{AB}$ وَ $\overline{CD}$ وترانِ لهُما الطولُ نفسُهُ في دائرةٍ مركزُها O:

5 ما نوعُ المثلثِ AOB؟ أُبرِّرُ إجابتي.

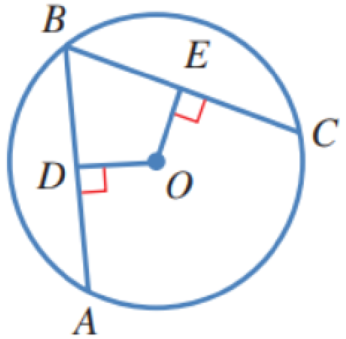
متطابق الضلعين؛ لأن $\overline{OA}$ و $\overline{OB}$ نصفا قطرين في الدائرة، فهما متطابقان.

6 هلِ المثلثانِ AOB وَ COD مُتطابِقانِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

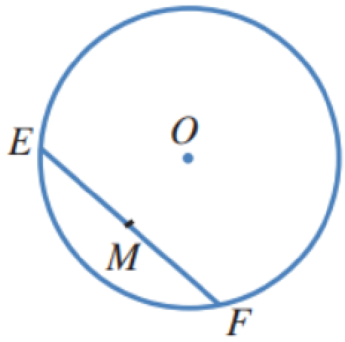
نعم؛ لأن أضلاعهما المتناظرة متطابقة.
$OA = OC, OB = OD, AB = CD$

7 إذا كانَ قياسُ الزاويةِ OAB هوَ $65°$، فما قياسُ الزاويةِ COD؟ $50°$

8 جَبْرٌ: في الشكلِ المجاورِ، $\overline{AB}$ وَ $\overline{CB}$ وترانِ مُتطابِقانِ في دائرةٍ مركزُها O.
إذا كانَ $OE = x + 9$ ، وَ $OD = 3x - 7$، فما قيمةُ x؟ 8



في الشكلِ المجاورِ، $\overline{EF}$ وترٌ في دائرةٍ مركزُها O، والنقطةُ M هيَ منتصفُ الوترِ $\overline{EF}$:



9 هلِ المثلثانِ EOM، وَ FOM مُتطابِقانِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

نعم، متطابقان؛ لأن أضلاعهما المتناظرة متطابقة.

(لأن M منتصف EF) $EM = MF$

(لأنهما نصفا قطرين في الدائرة) $OE = OF$

(ضلع مشترك) $OM = OM$

10 هلِ الزاويةُ EMO قائمةٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

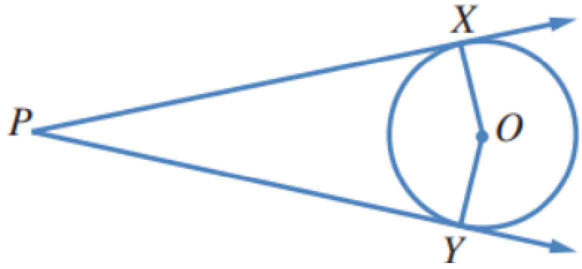
الزاوية EMO قائمة؛ لأن $m\angle EMO = m\angle FMO$ ، ومجموعهما $180°$،
لأن EMF خط مستقيم، فقياس كلٍّ منهما يساوي $90°$

11 إذا كانَ قياسُ الزاويةِ MOF هوَ $72°$، فما قياسُ الزاويةِ MEO؟ أُبرِّرُ إجابتي.

$18°$ ؛ لأن: $m\angle MFO = 90° - 72° = 18°$

$m\angle MEO = m\angle MFO$

في الشكلِ المجاورِ، $\overrightarrow{PX}$ وَ $\overrightarrow{PY}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها O:



12 هلْ قياسُ الزاويةِ PXO هوَ 90°؟

أُبرِّرُ إجابتي.

نعم؛ لأن المماس يعامد نصف القطر المار بنقطة التماس.

13 أُبيِّنُ أنَّ المثلثيْنِ XPO وَ YPO مُتطابِقانِ.

$OX = OY$ (نصفا قطرين في الدائرة).

$PO = PO$ (ضلع مشترك).

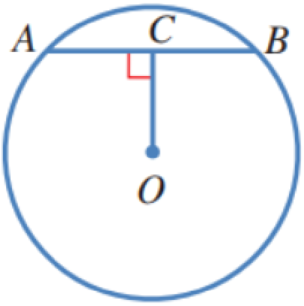
$m\angle PXO = m\angle PYO = 90^\circ$ (المماس يعامد نصف القطر).

يتطابق المثلثان القائمان بضلع ووتر.

14 إذا كانَ قياسُ الزاويةِ XPO هوَ 17°، فما قياسُ الزاويةِ XOY؟ 146°

15 في الشكلِ المجاورِ، $\overline{AB}$ وترٌ طولُهُ 6 cm في دائرةٍ مركزُها O. إذا كانَ قياسُ الزاويةِ ACO هوَ 90°، وَ $OC = 4\text{ cm}$، فما طولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ؟

5 cm

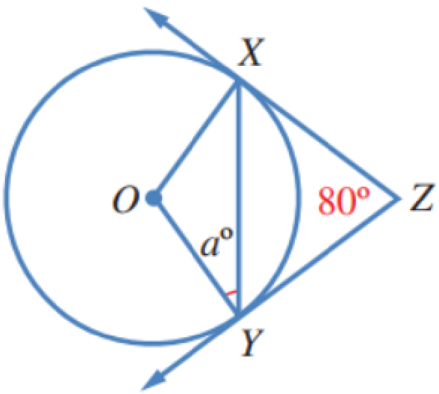


16 أَحُلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.

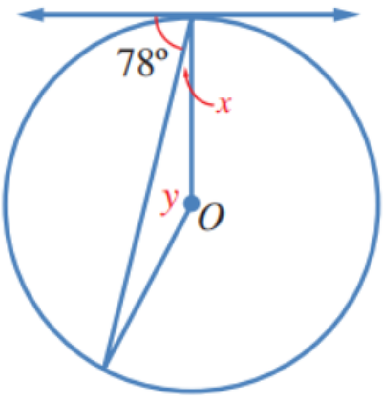
تُعيَّن نقطتان على حافة الطاولة، ويوصَل بينهما بقطعة مستقيمة، ثم يُستعمَل فرجار ومسطرة لرسم المنصف العمودي لهذه القطعة المستقيمة، ويُمَدُّ هذا العمود من الجهتين حتى يقطع حافة الطاولة في نقطتين تسميان C, D، ثم يُرسَم المنصف العمودي للقطعة المستقيمة $\overline{CD}$، فتكون نقطة تقاطع هذا المنصف مع $\overline{CD}$ هي مركز الطاولة.

17 في الشكلِ المجاورِ، $\overrightarrow{ZX}$ وَ $\overrightarrow{ZY}$ مماسّانِ لدائرةٍ مركزُها O. أَجِدُ قيمةَ a.

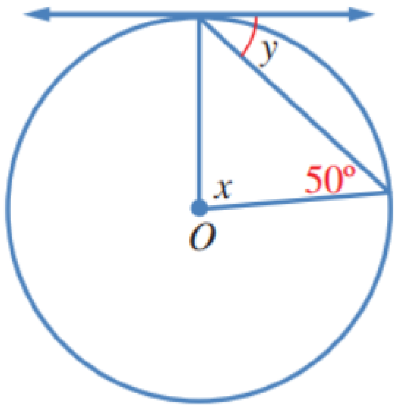
40



يَظهرُ في كلٍّ منَ الشكليْنِ الآتييْنِ مماسٌّ لدائرةٍ مركزُها O. أَجِدُ قيمةَ x وَ y في كلِّ حالةٍ.

18


$x = 12°\ ,\ \ y = 156°$

19


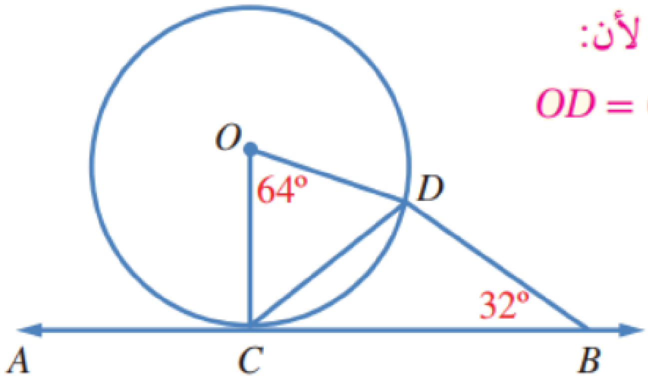
$x = 80°\ ,\ \ y = 40°$

20 في الشكلِ المجاورِ، $\overleftrightarrow{AB}$ مماسٌّ لدائرةٍ مركزُها O في النقطةِ C.

لماذا يُعَدُّ المثلثُ BCD مُتطابِقَ الضلعيْنِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

المثلث ODC متطابق الضلعين؛ لأن:

نصفا قطرين في الدائرة $OD = OC$



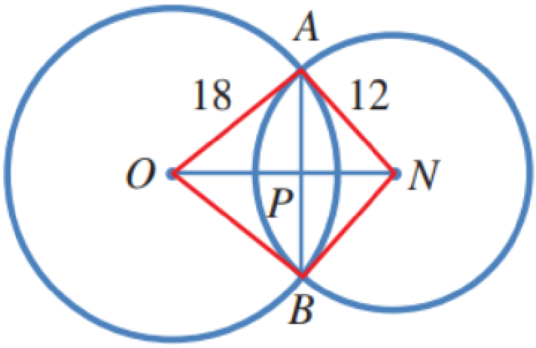
$m\angle CDO = m\angle DCO = (180° - 64°) \div 2 = 58°$

$n\angle DCB = 90° - 58° = 32°,\ \ m\angle DCB = m\angle DBC = 32°$

إذن: المثلث BCD متطابق الضلعين؛ لأن فيه زاويتين متطابقتين.

مهارات التفكير العليا

21 **تحدٍّ:** $\overline{AB}$ وترٌ مشـــتركٌ بينَ دائرتيْنِ متقاطعتيْنِ، وهوَ عموديٌّ على القطعةِ المســـتقيمةِ $\overline{ON}$ الواصلةِ بينَ مركزيْهِما. إذا كانَ $AB = 14\text{ cm}$، فما طولُ $\overline{ON}$؟ أُبرِّرُ إجابتي.



$\overline{NP}$ يعامد الوتر $\overline{AB}$؛ فهو ينصفه؛

أي إن: $AP = 7\text{ cm}$

بتطبيق نظرية فيثاغورس على المثلث القائم APN، فإن:

$$(PN)^2 = (AN)^2 - (AP)^2$$
$$= 12^2 - 7^2 = 95$$
$$PN = \sqrt{95} \approx 9.75\text{ cm}$$

وبتطبيق نظرية فيثاغورس على المثلث القائم APO، فإن:

$$OP \approx 16.58\text{ cm}$$
$$ON = OP + PN \approx 26.33\text{ cm}$$

22 **برهانٌ:** $\overline{AB}$ ، وَ $\overline{CD}$ وترانِ متساويانِ في دائرةٍ مركزُها N. أُثبِتُ أنَّ لهُما البُعْدَ نفسَهُ عنِ النقطةِ N.

وصل O مع A, D، فينتج مثلثان قائمي الزاوية OMA, OND فيهما:

$OA = OD$ (نصفا قطرين في الدائرة).

$m\angle OND = m\angle OMA = 90°$

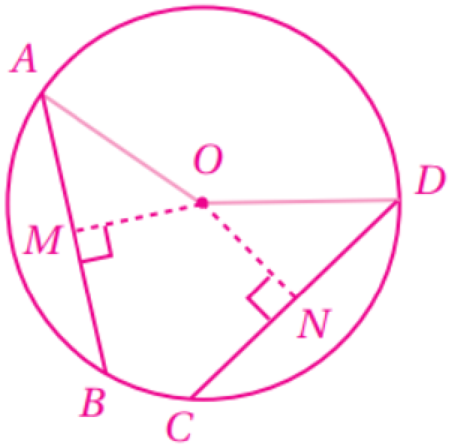
$ND = \frac{1}{2} DC$ (العمود المرسوم من مركز الدائرة إلى وتر فيها ينصفه).

$AM = \frac{1}{2} AB$ (العمود المرسوم من مركز الدائرة إلى وتر فيها ينصفه).

$ND = AM$ (لأن $CD = AB$).

فيتطابق المثلثان القائمان بضلع ووتر، وتكون عناصرهما المتناظرة متطابقة.

إذن: $ON = OM$؛ أي إن الوترين AB, CD يبعدان المسافة نفسها عن المركز O.



23 **تبريرٌ:** $\overleftrightarrow{AB}$ مماسٌّ لدائرةٍ مركزُها N في النقطةِ A، وطولُ نصفِ قُطْرِها 3 cm، وَ $BA = 5\text{ cm}$. قالَتْ سارةُ إنَّ $BN = 4\text{ cm}$؛ لأنَّ $(BA)^2 - (AN)^2 = 16 = (BN)^2$. هلْ قولُ سارةَ صحيحٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

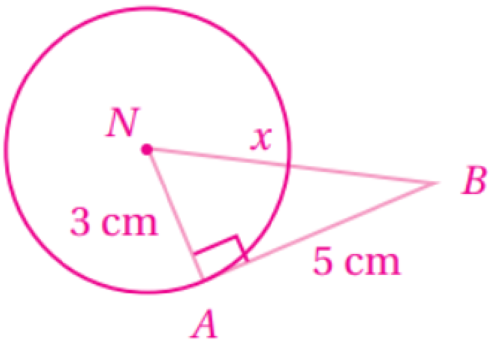
رسم شكل، وافتراض أن $BN = x$

قول سارة غير صحيح؛ لأن BN هو وتر في المثلث القائم ABN وعليه، فإن:

$$(BN)^2 = (AB)^2 + (AN)^2$$

$$x^2 = 25 + 9 = 34$$

$$x = \sqrt{34} \approx 5.8\text{ cm}$$



24 **أَكتبُ:** كمْ مماسًّا يُمكِنُ أنْ يُرسَمَ للدائرةِ منْ نقطةٍ عليْها، ومنْ نقطةٍ خارجَها، ومنْ نقطةٍ داخلَها؟ أُبرِّرُ إجابتي.

يمكن رسم مماس واحد فقط للدائرة من نقطة عليها، ويمكن رسم مماسين للدائرة من نقطة خارجها، ولا يمكن رسم أي مماس للدائرة من نقطة داخلها؛ لأن أي مستقيم مرسوم من نقطة داخل الدائرة يقطعها في نقطتين.

لفهم درس أوتار الدائرة وأقطارها ومماساتها ، شاهد الفيديو