

إجابات أسئلة كتاب التمارين

حل المعادلات المثلثية

أحلُّ كلاً من المعادلات المثلثية الآتية في الفترة $[0^\circ, 360^\circ]$:

1 $\sin x = \frac{1}{3} \quad x \approx 19.47^\circ, x \approx 160.53^\circ$

2 $\tan x = \sqrt{3} \quad x = 60^\circ, x = 240^\circ$

3 $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad x \approx 125.26^\circ, x \approx 234.74^\circ$

4 $\cos x = -\frac{1}{2} \quad x = 120^\circ, x = 240^\circ$

5 $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \quad x = 150^\circ, x = 330^\circ$

6 $2\sin x + 3 = 1 \quad x = 270^\circ$

7 $\sqrt{2} \cos x + 1 = 2 \quad x = 45^\circ, x = 315^\circ$

8 $\sqrt{3} \tan x + 4 = 1 \quad x = 120^\circ, x = 300^\circ$

9 $3 \tan x + 2 = 7 - 2 \tan x \quad x = 45^\circ, x = 225^\circ$

10 $5 - 3 \sin x = \sin x + 1 \quad x = 90^\circ$

11 $2(3 \sin x + 1) + 2 = 4 \sin x + 5 \quad \phi$

12 $3(2 - \cos x) + 4 = 5 \cos x + 2 \quad x = 0^\circ$

13 $3 + 2 \cos(3x) = 1, 0^\circ < x < 120^\circ$
 $x = 60^\circ$

14 $5 + 2 \tan(4x) = 7, 0^\circ < x < 90^\circ$
 $x = 11.25^\circ, x = 56.25^\circ$

15 $4 \sin x \cos x + 3 \sin x = 0$

16 $2 \cos x \sin x = \cos x$

$x = 0^\circ, x = 180^\circ, x \approx 138.59^\circ, x \approx 221.41^\circ \quad x = 90^\circ, x = 270^\circ, x = 30^\circ, x = 150^\circ$

17 $4 \sin^2 x = 1$

18 $\tan^2 x - 9 = 0$

$x = 30^\circ, x = 150^\circ, x = 210^\circ, x = 330^\circ$

$x \approx 71.57^\circ, x \approx 251.57^\circ,$
 $x \approx 108.43^\circ, x \approx 288.43^\circ$

19 $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$

20 $3 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$

$x = 0^\circ, x = 360^\circ, x = 60^\circ, x = 300^\circ$

$x = 270^\circ, x \approx 221.81^\circ, x \approx 318.19^\circ$

21 $2\tan^2 \theta - 5\tan \theta - 3 = 0$

$\theta \approx 71.57^\circ, \theta \approx 251.57^\circ,$
 $\theta \approx 153.43^\circ, \theta \approx 333.43^\circ$

23 $9\cos^2 x - 9\cos x + 2 = 0$

$x \approx 70.53^\circ, x \approx 289.47^\circ,$
 $x \approx 48.19^\circ, x \approx 311.81^\circ$

22 $6\sin^2 x + 7\sin x - 3 = 0$

$x \approx 19.47^\circ, x \approx 160.53^\circ$

24 $\tan^2 \theta + 4\tan \theta - 12 = 0$

$\theta \approx 63.43^\circ, \theta \approx 243.43^\circ,$
 $\theta \approx 260.54^\circ, \theta \approx 279.46^\circ$

25 قياسات: يرتكز سُلمٌ طوله 5 m على أرضٍ أفقيةٍ وحائطٍ رأسيٍّ. إذا كان أسفلُ السُّلمِ يبعدُ 1.5 m عن الحائطِ، فما ارتفاعُ رأسِ السُّلمِ عن الأرضِ؟ ما قياسُ الزاوية التي يصنعها السُّلمُ مع الأرضِ؟



$$y^2 = 5^2 - 1.5^2 = 22.75 \Rightarrow y \approx 4.77 \text{ m}$$

$$\sin \theta = \frac{4.77}{5} \Rightarrow \theta = \sin^{-1} \left(\frac{4.77}{5} \right) \Rightarrow \theta \approx 72.55^\circ$$

26 سارية: رصدَ سامرٌ قَمَّةَ ساريةٍ علمِ ارتفاعها عن الأرضِ 12 m من نقطةٍ على الأرضِ تبعدُ 30 m عن قاعدةِ الساريةِ. إذا كان طولُ سامرٍ 1.75 m، فما قياسُ الزاوية التي ينظرُ فيها سامرٌ إلى قَمَّةِ الساريةِ؟ انظر ملحق الإجابات



$$\tan \theta = \frac{12 - 1.75}{30} = \frac{10.25}{30}$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{10.25}{30} \Rightarrow \theta \approx 18.86^\circ$$