إجابات أسئلة كتاب التمارين

حل المعادلات المثلثية

أَحُلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ المثلثيةِ الآتيةِ في الفترةِ $[0^\circ, 360^\circ]$:

1. $\sin x = \frac{1}{3}$ $x \approx 19.47^\circ, x \approx 160.53^\circ$
2. $\tan x = \sqrt{3}$ $x = 60^\circ, x = 240^\circ$
3. $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ $x \approx 125.26^\circ, x \approx 234.74^\circ$
4. $\cos x = -\frac{1}{2}$ $x = 120^\circ, x = 240^\circ$
5. $\tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ $x = 150^\circ, x = 330^\circ$
6. $2\sin x + 3 = 1$ $x = 270^\circ$
7. $\sqrt{2}\cos x + 1 = 2$ $x = 45^\circ, x = 315^\circ$
8. $\sqrt{3}\tan x + 4 = 1$ $x = 120^\circ, x = 300^\circ$
9. $3\tan x + 2 = 7 - 2\tan x$ $x = 45^\circ, x = 225^\circ$
10. $5 - 3\sin x = \sin x + 1$ $x = 90^\circ$
11. $2(3\sin x + 1) + 2 = 4\sin x + 5$ ϕ
12. $3(2 - \cos x) + 4 = 5\cos x + 2$ $x = 0^\circ$
13. $3 + 2\cos(3x) = 1$, $0^\circ < x < 120^\circ$
    $x = 60^\circ$
14. $5 + 2\tan(4x) = 7$, $0^\circ < x < 90^\circ$
    $x = 11.25^\circ, x = 56.25^\circ$
15. $4\sin x \cos x + 3\sin x = 0$
    $x = 0^\circ, x = 180^\circ, x \approx 138.59^\circ, x \approx 221.41^\circ$
16. $2\cos x \sin x = \cos x$
    $x = 90^\circ, x = 270^\circ, x = 30^\circ, x = 150^\circ$
17. $4\sin^2 x = 1$
    $x = 30^\circ, x = 150^\circ, x = 210^\circ, x = 330^\circ$
18. $\tan^2 x - 9 = 0$
    $x \approx 71.57^\circ, x \approx 251.57^\circ,$
    $x \approx 108.43^\circ, x \approx 288.43^\circ$
19. $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$
    $x = 0^\circ, x = 360^\circ, x = 60^\circ, x = 300^\circ$
20. $3\sin^2 x + 5\sin x + 2 = 0$
    $x = 270^\circ, x \approx 221.81^\circ, x \approx 318.19^\circ$

21 $2\tan^2\theta - 5\tan\theta - 3 = 0$

$\theta \approx 71.57°, \theta \approx 251.57°,$

$\theta \approx 153.43°, \theta \approx 333.43°$

22 $6\sin^2 x + 7\sin x - 3 = 0$

$x \approx 19.47°, x \approx 160.53°$

23 $9\cos^2 x - 9\cos x + 2 = 0$

$x \approx 70.53°, x \approx 289.47°,$

$x \approx 48.19°, x \approx 311.81°$

24 $\tan^2\theta + 4\tan\theta - 12 = 0$

$\theta \approx 63.43°, \theta \approx 243.43°,$

$\theta \approx 260.54°, \theta \approx 279.46°$

25 **قياساتٌ**: يرتكزُ سُلَّمٌ طولُهُ 5 m على أرضٍ أفقيةٍ وحائطٍ رأسيٍّ. إذا كانَ أسفلُ السُّلَّمِ يبعدُ 1.5 m عنِ الحائطِ، فما ارتفاعُ رأسِ السُّلَّمِ عنِ الأرضِ؟ ما قياسُ الزاويةِ التي يصنعُها السُّلَّمُ معَ الأرضِ؟

$y^2 = 5^2 - 1.5^2 = 22.75 \Rightarrow y \approx 4.77 \text{ m}$

$\sin\theta = \frac{4.77}{5} \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{4.77}{5}\right) \Rightarrow \theta \approx 72.55°$

26 **ســـاريةٌ**: رصدَ سامرٌ قمَّةَ ساريةِ علمٍ ارتفاعُها عنِ الأرضِ 12 m منْ نقطةٍ على الأرضِ تبعدُ 30 m عنْ قاعدةِ الساريةِ. إذا كانَ طولُ سامرٍ 1.75 m، فما قياسُ الزاويةِ التي ينظرُ فيها سامرٌ إلى قمَّةِ الساريةِ؟ انظر ملحق الإجابات

$\tan\theta = \frac{12 - 1.75}{30} = \frac{10.25}{30}$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{10.25}{30} \Rightarrow \theta \approx 18.86°$