أتدرب وأحل المسائل

اقترانات كثيرات الحدود

أُحدِّدُ إذا كانَ كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أمْ لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورةِ القياسيةِ، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

1. $f(x) = 4 - x$
2. $g(x) = \dfrac{5x^2 + 2x}{x}$
3. $h(x) = 3x(4x-7) + 2x - 12$
4. $L(x) = 3x^2 + 5.3x^3 - 2x$
5. $j(t) = \sqrt{7}\,t - 16t^2$
6. $k(x) = 5x^{\frac{3}{2}} + 2x - 1$
7. $f(x) = 13(2)^x + 6$
8. $f(y) = y^3(4 - y^2)^2$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

1) كثير حدود، صورته القياسية: $f(x) = -x + 4$، درجته 1، معامله الرئيس: -1، حده الثابت: 4

2) ليس كثير حدود؛ لأن فيه عاملًا أسه سالب (x الموجودة في المقام).

3) كثير حدود، صورته القياسية: $h(x) = 12x^2 - 19x - 12$، ودرجته 2، ومعامله الرئيس: 12، وحده الثابت: -12

4) كثير حدود، صورته القياسية: $L(x) = 5.3x^3 + 3x^2 - 2x$، ودرجته 3، ومعامله الرئيس: 5.3، وحده الثابت: 0

5) كثير حدود، صورته القياسية: $j(x) = -16t^2 + \sqrt{7}\,t$، ودرجته 2، ومعامله الرئيس: -16، وحده الثابت: 0

منهاجي
متعة التعليم الهادف

6) ليس كثير حدود؛ لأن فيه أسًّا كسريًّا.

7) ليس كثير حدود؛ لأن الأس فيه متغير، فهو اقتران أسي.

8) كثير حدود، صورته القياسية: $f(y) = y^7 - 8y^5 + 16y^3$، ودرجته 7، ومعامله الرئيس: 1، وحده الثابت: 0

لفهم درس اقترانات كثيرات الحدود شاهد الفيديو

أُمثِّلُ كلَّ اقترانٍ ممّا يأتي بيانيًّا، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:

10) $f(x) = -4x^2 + 8x + 3$

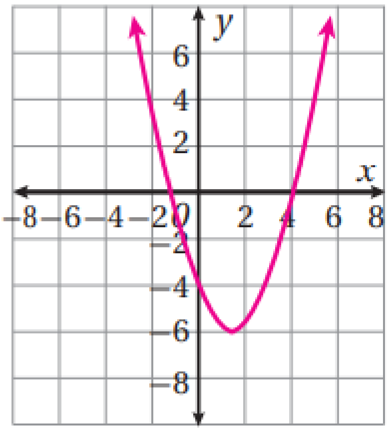
9) $f(x) = x^2 - 3x - 4$

12) $y = 3x^2 - x^3 + 9x - 4, \ -3 \le x \le 4$

11) $y = 2x^3 - 6x + 4, \ -2 \le x \le 3$

9)

x	-2	0	1.5	3	5
$y = f(x)$	6	-4	-6.25	-4	6

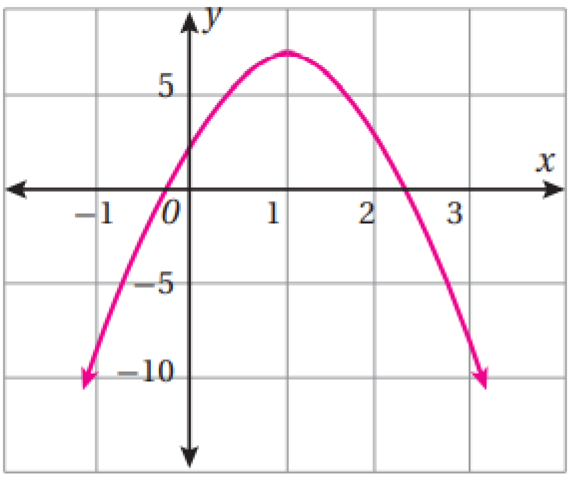


المجال: جميع الأعداد الحقيقية.

المدى: $y \geq 6.25$، أو الفترة $[6.25, \infty)$.

10)

x	-1	0	1	2	3
$y = f(x)$	-9	3	7	3	-9

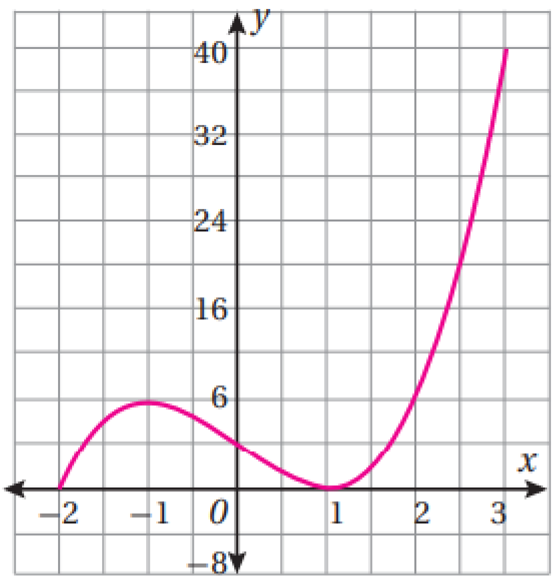


المجال: جميع الأعداد الحقيقية.

المدى: $y \leq 7$، أو الفترة $(-\infty, 7]$

11)

x	-2	-1	0	1	2	3
y	0	8	4	0	8	40



المجال: $-2 \le x \le 3$ ، أو

الفترة $[-2, 3]$

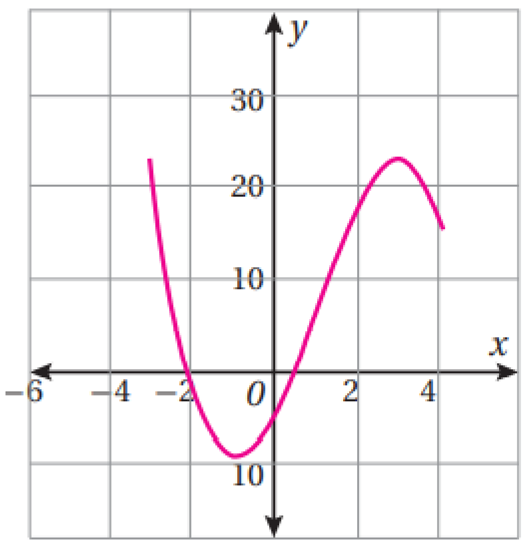
المدى: $0 \le y \le 40$، أو

الفترة $[0, 40]$.

لمعرفة طريقة التمثيل البياني لكثيرات الحدود شاهد الفيديو

12)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	23	-2	-9	-4	7	18	23	16



المجال: $-3 \le x \le 4$ ، أو

الفترة $[-3, 4]$

المدى: $-9 \le y \le 23$ ، أو

الفترة $[-9, 23]$.

إذا كانَ $f(x) = 2x+1, g(x) = 5x^2 - 2x^3 + 4, h(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 6$ ، فأَجِدُ كلًّا ممّا يأتي بالصورةِ القياسيةِ:

13) $h(x) + g(x)$

14) $g(x) - h(x)$

15) $f(x) \cdot h(x)$

16) $x(f(x)) + h(x)$

17) $(f(x))^2 - g(x)$

18) $h(x) - x(g(x))$

13) $h(x) + g(x) = x^4 - 2x^3 + 3x - 2$

14) $g(x) - h(x) = -x^4 - 2x^3 + 10x^2 - 3x + 10$

15) $f(x) \cdot h(x) = 2x^5 + x^4 - 10x^3 + x^2 - 9x - 6$

16) $x(f(x)) + h(x) = x^4 - 3x^2 + 4x - 6$

17) $(f(x))^2 - g(x) = 2x^3 - x^2 + 4x - 3$

18) $h(x) - x(g(x)) = 3x^4 - 5x^3 - 5x^2 - x - 6$

لفهم طريقة جمع وطرح وضرب كثيرات الحدود شاهد الفيديو

---

19) صاروخٌ: أُطلِقَ صاروخٌ إلى أعلى، وكانَ ارتفاعُهُ بالأمتارِ فوقَ سطحِ البحرِ بعدَ t ثانيةً منْ إطلاقِهِ $h(t) = -4.9t^2 + 229t + 234$. أَجِدُ أقصى ارتفاعٍ يبلغُهُ الصاروخُ.

أقصى ارتفاع للصاروخ هو ارتفاعه عندما

$t = \frac{-b}{2a} = \frac{-229}{2(-4.9)} \approx 23.4$ ، وهو يساوي $h(23.4) \approx 2910$ m

---

منهاجي
متعة التعليم الهادف

20 **زراعــةٌ:** وجدَ مُزارِعٌ أنَّهُ إذا زرعَ 75 شــجرةَ فاكهةٍ في بُســتانِهِ، فإنَّ مُعدَّلَ مــا يجنيهِ منْ كلِّ شــجرةٍ هــوَ 21 صندوقًا فــي الموســمِ. وكلَّما نقصَ عددُ الأشــجارِ شــجرةً واحدةً زادَ مُعدَّلُ ما يجنيهِ منْ كلِّ شــجرةٍ بمقدارِ 3 صناديقَ؛ فتباعدُ الأشــجارِ بعضِها عنْ بعضٍ يُعزِّزُ فرصَها في الحصولِ على حاجاتِها منَ التربةِ. ما عددُ الأشــجارِ التي يتعيَّنُ عليْهِ زراعتُها لإنتاجِ أكبرِ قدرٍ منَ الثمرِ؟ ما مقدارُ هذا الثمرِ؟

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ليكن عدد الأشــجار x (حيث $x < 75$)، فيكون ما يجنيه من كل شجرة: $21 + 3(75 - x)$

المحصول الكلي:

$$P(x) = x(21+3(75-x))$$
$$= 21x + 3x(75) - 3x^2$$
$$P(x) = -3x^2 + 246x$$

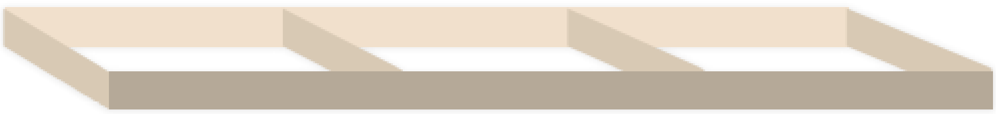
لهذا القطع المكافئ قيمة عظمى عندما:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-246}{2(-3)} = 41$$

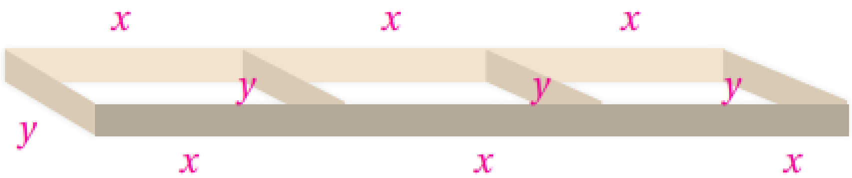
إذن، عدد الأشــجار الذي يحقق أعلى محصول هو 41 شجرة في البستان.

أعلى محصول هو: $P(41) = 5043$

21 سِـــياجٌ: لدى سعيدٍ 120 m منَ السياجِ، أرادَ أنْ يستعملَها لتسييجِ 3 حظائرَ مستطيلةٍ متساويةٍ كما في المُخطَّطِ الآتي. ما أكبرُ مِساحةٍ ممكنةٍ لهذهِ الحظائرِ؟



ليكن طول كل حظيرة x، وعرضها y، فيكون طول الســـياج الكلي للحظائر الثلاث:



$6x + 4y = 120$، ومنه ينتج أن: $y = \dfrac{120 - 6x}{4}$

المساحة الكلية للحظائر الثلاث:

$$A = 3xy = 3x\left(\frac{120 - 6x}{4}\right)$$

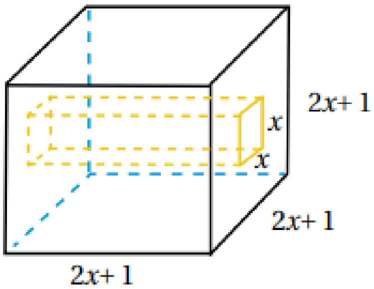
$$A(x) = 90x - 4.5x^2$$

تكون هذه المساحة أكبر ما يمكن عندما:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-90}{-9} = 10$$

إذن، أكبر مساحة ممكنة لهذه الحظائر هي: $A(10) = 450 \text{ m}^2$

22 هندسةٌ: مكعبٌ منَ الخشبِ، طولُ ضلعِهِ $(2x+1)$ cm، حُفِرَ فيهِ تجويفٌ مقطعُهُ مُربَّعٌ، طولُ ضلعِهِ x cm، وهوَ يمتدُّ منْ أحدِ الأوجهِ إلى الوجهِ المقابلِ. أكتبُ بالصورةِ القياسيةِ الاقترانَ الذي يُمثِّلُ حجمَ الجزءِ المُتبقّي منَ المكعبِ.



حجم ما تبقى من المكعب يساوي حجم المكعب الأصلي مطروحًا منه حجم التجويف.

حجم المكعب الأصلي هو $(2x+1)^3$، وحجم التجويف هو $x^2(2x+1)$

إذا كان حجم الجزء المتبقي هو $R(x)$، فإن:

$$R(x) = (2x+1)^3 - x^2(2x+1)$$
$$= 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 - (2x^3 + x^2)$$
$$= 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1$$

---

23 أَحُلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.

يُنتِجُ مصنعٌ ثُرَيّاتٍ عددُها x ثُرَيّا أسبوعيًّا، حيثُ $0 \le x \le 350$، ويبيعُ الواحدةَ منْها بسعرِ $(150 - 0.3x)$ دينارًا. إذا كانَتْ تكلفةُ إنتاجِ x منَ الثُّرَيّاتِ هيَ $(6300 + 60x - 0.1x^2)$ دينارًا، فأَجِدُ ربحَ المصنعِ منْ إنتاجِ x ثُرَيّا أسبوعيًّا وبيعِها.

$$P(x) = -0.2x^2 + 90x - 6300$$