

أُتدرب وأحل المسائل

اقتِرانات كثرات الحدود

أُحدّد إذا كان كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أم لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبهُ بالصورة القياسية، ثمَّ أجدُّ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

1 $f(x) = 4 - x$

2 $g(x) = \frac{5x^2 + 2x}{x}$

3 $h(x) = 3x(4x - 7) + 2x - 12$

4 $L(x) = 3x^2 + 5.3x^3 - 2x$

5 $j(t) = \sqrt{7}t - 16t^2$

منهاجي



6 $k(x) = 5x^{\frac{3}{2}} + 2x - 1$

7 $f(x) = 13(2)^x + 6$

متعة التعليم الهادف

8 $f(y) = y^3(4 - y^2)^2$

1 كثير حدود، صورته القياسية: $f(x) = -x + 4$ ، درجته 1، معامله الرئيس: -1، حده الثابت: 4

2 ليس كثير حدود؛ لأن فيه عاملاً أسه سالب (x الموجودة في المقام).

3 كثير حدود، صورته القياسية: $h(x) = 12x^2 - 19x - 12$ ، ودرجته 2، ومعامله الرئيس: 12، وحده الثابت: -12

4 كثير حدود، صورته القياسية: $L(x) = 5.3x^3 + 3x^2 - 2x$ ، ودرجته 3، ومعامله الرئيس: 5.3، وحده الثابت: 0

5 كثير حدود، صورته القياسية: $j(x) = -16t^2 + \sqrt{7}t$ ، ودرجته 2، ومعامله الرئيس: -16، وحده الثابت: 0



6 ليس كثير حدود؛ لأن فيه أسًا كسريًا.

7 ليس كثير حدود؛ لأن الأس فيه متغير، فهو اقتران أسّي.

8 كثير حدود، صورته القياسية: $f(y) = y^7 - 8y^5 + 16y^3$ ، ودرجته 7، ومعامله الرئيس: 1، وحده الثابت: 0

لفهم درس اقترانات كثيرات الحدود شاهد الفيديو

أمثل كل اقترانٍ ممّا يأتي بيانياً، مُحدِّدًا مجاله ومداه:

9 $f(x) = x^2 - 3x - 4$

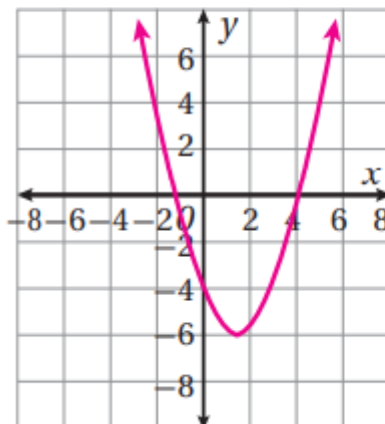
10 $f(x) = -4x^2 + 8x + 3$

11 $y = 2x^3 - 6x + 4, -2 \leq x \leq 3$

12 $y = 3x^2 - x^3 + 9x - 4, -3 \leq x \leq 4$

(9)

x	-2	0	1.5	3	5
$y = f(x)$	6	-4	-6.25	-4	6



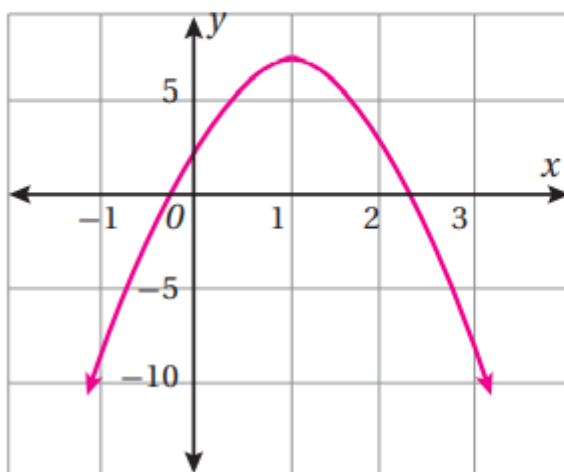
المجال: جميع الأعداد الحقيقية.

المدى: $y \geq 6.25$, أو الفترة $[6.25, \infty)$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(10)

x	-1	0	1	2	3
$y = f(x)$	-9	3	7	3	-9



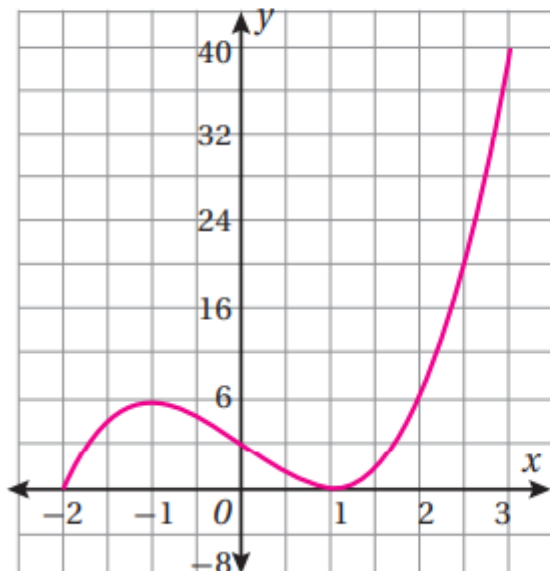
المجال: جميع الأعداد الحقيقية.

المدى: $y \leq 7$, أو الفترة $(-\infty, 7]$.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(11)

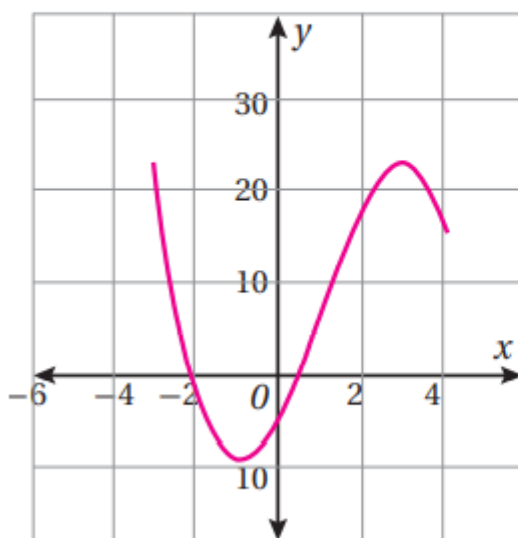
x	-2	-1	0	1	2	3
y	0	8	4	0	8	40

المجال: $-2 \leq x \leq 3$ ، أوالفترة $[-2, 3]$ المدى: $0 \leq y \leq 40$ ، أوالفترة $[0, 40]$.

لمعرفة طريقة التمثيل البياني لكثيرات الحدود شاهد الفيديو

(12)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	23	-2	-9	-4	7	18	23	16

المجال: $-3 \leq x \leq 4$ ، أوالفترة $[-3, 4]$ المدى: $-9 \leq y \leq 23$ ، أوالفترة $[-9, 23]$.

إذا كانَ $f(x) = 2x+1$, $g(x) = 5x^2 - 2x^3 + 4$, $h(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 6$ فأجِدْ
كلَّ ممَّا يأتي بالصورة القياسية:

13 $h(x) + g(x)$

15 $f(x) \cdot h(x)$

17 $(f(x))^2 - g(x)$

منهاجي
متعة التعليم الهادف



14 $g(x) - h(x)$

16 $x(f(x)) + h(x)$

18 $h(x) - x(g(x))$

13 $h(x) + g(x) = x^4 - 2x^3 + 3x - 2$

14 $g(x) - h(x) = -x^4 - 2x^3 + 10x^2 - 3x + 10$

15 $f(x) \cdot h(x) = 2x^5 + x^4 - 10x^3 + x^2 - 9x - 6$

16 $x(f(x)) + h(x) = x^4 - 3x^2 + 4x - 6$

17 $(f(x))^2 - g(x) = 2x^3 - x^2 + 4x - 3$

18 $h(x) - x(g(x)) = 3x^4 - 5x^3 - 5x^2 - x - 6$

لفهم طريقة جمع وطرح وضرب كثيرات الحدود شاهد الفيديو

19 صاروخٌ: أُطلق صاروخٌ إلى أعلى، وكان ارتفاعه بالأمتار فوق سطح البحر بعد t

ثانيةً من إطلاقه $h(t) = -4.9t^2 + 229t + 234$. أجد أقصى ارتفاع يبلغه الصاروخ.

أقصى ارتفاع للصاروخ هو ارتفاعه عندما

$$h(23.4) \approx 2910 \text{ m} \text{ وهو يساوي } t = \frac{-b}{2a} = \frac{-229}{2(-4.9)} \approx 23.4$$



20 زراعة: وجدَ مُزارعٌ أَنَّهُ إِذا زرعَ 75 شجرةً فاكهةً في بستانه، فإنَّ مُعدَّلَ ما يجنيه من كلِّ شجرةٍ هوَ 21 صندوقاً في الموسم. وكلَّما نقصَ عددُ الأشجارِ شجرةً واحدةً زادَ مُعدَّلُ ما يجنيه من كلِّ شجرةٍ بمقدارِ 3 صناديقٍ؛ فتباعداً الأشجارِ بعضها عن بعضٍ يُعزِّزُ فرصها في الحصولِ على حاجاتها من التربة. ما عددُ الأشجارِ التي يتعيَّنُ عليه زراعتها لإنتاج أكبرِ قدرٍ من الثمرِ؟ ما مقدارُ هذا الثمرِ؟

ليكن عدد الأشجار x (حيث $x > 75$)، فيكون ما يجنيه من كل شجرة: $21 + 3(75 - x)$

$$P(x) = x(21 + 3(75 - x))$$

$$= 21x + 3x(75) - 3x^2$$

$$P(x) = -3x^2 + 246x$$

لهذا القطع المكافئ قيمة عظمى عندما:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-246}{2(-3)} = 41$$

إذن، عدد الأشجار الذي يحقق أعلى محصول هو 41 شجرة في البستان.

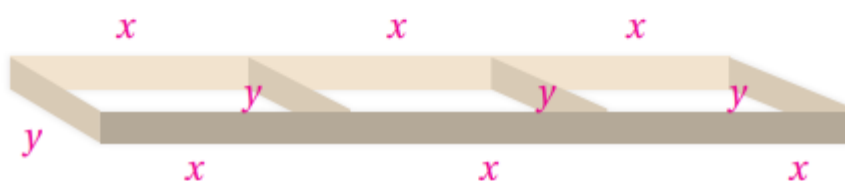
$$P(41) = 5043 \text{ هو: أعلى محصول}$$

21 **سياج**: لدى سعيد 120 m من السياج، أراد أن يستعملها لتسييج 3 حظائرٍ مستطيلةٍ متساويةٍ

كما في المخطط الآتي. ما أكبر مساحةٍ ممكنةٍ لهذه الحظائر؟



ليكن طول كل حظيرة x ، وعرضها y ، فيكون طول السياج الكلي للحظائر الثلاث:



$$6x + 4y = 120, \text{ ومنه ينتج أن: } y = \frac{120 - 6x}{4}$$

المساحة الكلية للحظائر الثلاث:

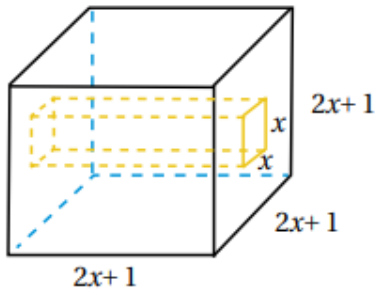
$$A = 3xy = 3x \left(\frac{120 - 6x}{4} \right)$$

$$A(x) = 90x - 4.5x^2$$

تكون هذه المساحة أكبر ما يمكن عندما:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-90}{-9} = 10$$

إذن، أكبر مساحة ممكنة لهذه الحظائر هي: $A(10) = 450 \text{ m}^2$



22 هندسة: مكعبٌ من الخشب، طول ضلعيه $(2x + 1)$ cm، حُفِرَ فيه تجويفٌ مقطّعهُ مُرَبَّعٌ، طول ضلعيه x cm، وهو يمتدُّ من أحدِ الأوجهِ إلى الوجهِ المقابلِ. أكتبُ بالصورةِ القياسيةِ الاقترانَ الذي يُمثِّلُ حجمَ الجزءِ المُتَبَقِّي منَ المكعبِ.

حجم ما تبقى من المكعب يساوي حجم المكعب الأصلي مطروحاً منه حجم التجويف.

حجم المكعب الأصلي هو $(2x + 1)^3$ ، وحجم التجويف هو $x^2(2x+1)$

إذا كان حجم الجزء المتبقي هو $R(x)$ ، فإن:

$$\begin{aligned} R(x) &= (2x + 1)^3 - x^2(2x + 1) \\ &= 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 - (2x^3 + x^2) \\ &= 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1 \end{aligned}$$



23 أحلُّ المسألة الواردة في بداية الدرس.



يُتَبَّعُ مصنعُ ثُرَيَّاتٍ عددها x ثُرَيَّاتٍ أسبوعياً، حيثُ $0 \leq x \leq 350$ ، ويبيِعُ الواحدة منها بسعرٍ $(150 - 0.3x)$ ديناراً. إذا كانت تكلفة إنتاج x مِنَ الثُرَيَّاتِ هي $(6300 + 60x - 0.1x^2)$ ديناراً، فأجدُ ربحَ المصنِعِ من إنتاج x ثُرَيَّاتٍ أسبوعياً وبيعها.

$$P(x) = -0.2x^2 + 90x - 6300$$