

أتحقق من فهمي

قوانين اللوغاريتمات

أتحقق من فهمي 



إذا كان: $\log_b 7 \approx 1.21$ وكان: $\log_b 2 \approx 0.43$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

a) $\log_b 14$

b) $\log_b \frac{2}{7}$

c) $\log_b 32$

d) $\log_b \frac{1}{49}$

$$(a) \log_b 14 = \log_b (2 \times 7)$$

$$= \log_b 2 + \log_b 7$$

$$\approx 0.43 + 1.21 \approx 1.64$$

$$(b) \log_b 27 = \log_b 2 - \log_b 7$$

$$\approx 0.43 - 1.21 \approx -0.78$$

$$(c) \log_b 32 = \log_b 2^5 = 5 \log_b 2$$

$$\approx 5 \times 0.43 \approx 2.15$$

$$(d) \log_b 149 = \log_b 1 - \log_b 49$$

$$= 0 - \log_b 7^2$$

$$\approx 0 - 2 \log_b 7$$

$$\approx 0 - 2 \times 1.21 \approx -2.42$$

أتحقق من فهمي 

أكتب كل مقدار لوغاريتمي ممّا يأتي بالصورة المُطوّلة، علمًا بأنّ المُتغيّرات جميعها تُمثّل أعدادًا حقيقيةً

a) $\log_2 a^2 b^9$

b) $\log_5 \frac{(x+1)^3}{8}$

موجبةً:

c) $\log_3 \frac{x^7 y^3}{z^5}$

d) $\log_b \sqrt[3]{\frac{x^7 b^2}{y^5}}$

منهاجي 

$$\begin{aligned} \text{(a)} \log_2 a^2 b^9 &= \log_2 a^2 + \log_2 b^9 \\ &= 2 \log_2 a + 9 \log_2 b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \log_5 (x+1)^3 8 &= \log_5 (x+1)^3 - \log_5 8 \\ &= 3 \log_5 (x+1) - \log_5 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \log_3 x^7 y^3 z^5 &= \log_3 x^7 y^3 - \log_3 z^5 \\ &= \log_3 x^7 + \log_3 y^3 - \log_3 z^5 \\ &= 7 \log_3 x + 3 \log_3 y - 5 \log_3 z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \log_b x^7 b^2 y^5 &= \log_b (x^7 b^2 y^5)^{13} \\ &= 13 \log_b x^7 b^2 y^5 \\ &= 13 (\log_b x^7 b^2 - \log_b y^5) \\ &= 13 (\log_b x^7 + \log_b b^2 - \log_b y^5) \\ &= 13 (7 \log_b x + 2 \log_b b - 5 \log_b y) \\ &= 73 \log_b x + 23 \log_b b - 53 \log_b y \\ &= 73 \log_b x + 23 - 53 \log_b y \end{aligned}$$

أتحقق من فهمي 

أكتب كل مقدار لوغاريتمي مما يأتي بالصورة المُختصرة، علمًا بأنَّ المتغيرات جميعها تُمثل أعدادًا حقيقية موجبة:

a) $\log_5 a + 3 \log_5 b$

b) $5 \log_b x + \frac{1}{2} \log_b y - 9 \log_b z$

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \log_5 a + 3 \log_5 b &= \log_5 a + \log_5 b^3 \\ &= \log_5 ab^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 5 \log_b x + 12 \log_b y - 9 \log_b z &= \log_b x^5 + \log_b y^{12} - \log_b z^9 \\ &= \log_b x^5 y^{12} - \log_b z^9 \\ &= \log_b x^5 y^{12} z^9 \\ &= \log_b x^5 y z^9 \end{aligned}$$

أتحقق من فهمي 

يُمثل الاقتران: $M(t) = 92 - 28 \log_{10}(t + 1)$ النسبة المئوية للموضوعات التي يتذكَّرها طالب من مادَّة مُعيَّنة بعد t شهرًا من إنجائه دراستها. أجد النسبة المئوية للموضوعات التي يتذكَّرها هذا الطالب بعد 29 شهرًا من إنجائه دراسة المادَّة، علمًا بأنَّ $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ، مُقرَّبًا إيجابيًا إلى أقرب عدد صحيح.

$$\begin{aligned} M(t) &= 92 - 28 \log_{10}(t + 1) \\ M(29) &= 92 - 28 \log_{10}(29 + 1) \\ &= 92 - 28 \log_{10} 30 \\ &= 92 - 28 \log_{10}(10 \times 3) \\ &= 92 - 28 (\log_{10} 10 + \log_{10} 3) \end{aligned}$$

$$\approx 92 - 28 (1 + 0.4771)$$

$$\approx 92 - 28 (1.4771)$$

$$\approx 92 - 41.3588$$

$$\approx 51$$

النسبة المئوية للموضوعات التي يتذكرها هذا الطالب بعد 29 شهراً هي 51% تقريباً.