أتدرب وأحل المسائل

قاعدة السلسلة الأسئلة (1 - 24)

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(1) $f(x) = e^{4x + 2}$

$f'(x) = 4e^{4x + 2}$

(2) $f(x) = 50e^{2x - 10}$

$f'(x) = 100e^{2x - 10}$

(3) $f(x) = \cos(x^2 - 3x - 4)$

$f'(x) = -(2x - 3)\sin(x^2 - 3x - 4)$

$f'(x) = (3 - 2x)\sin(x^2 - 3x - 4)$

(4) $f(x) = 10x^2$ e-x2

$f'(x) = (10x^2)(-2x\text{e-x2}) + (\text{e-x2})(20x) = 20x\text{e-x2}(1 - x^2)$

(5) $f(x) = x + 1x$

$f(x) = x + 1x = 1 + 1x$

$f'(x) = -1x21 + 1x2 = - -12x2\ 1 + 1x$

(6) $f(x) = x^2 \tan 1x$

$f'(x) = (x^2)(-1x2\sec^2 1x) + (\tan 1x)(2x)$

$f'(x) = -\sec^2 1x + 2x \tan 1x$

(7) $f(x) = 3x - 5\cos(\pi x)^2$

$f'(x) = 3 + 5(2)(\pi x)(\pi)\sin(\pi x)^2 = 3 + 10\pi^2 x \sin(\pi x)^2$

(8) $f(x) = \ln (1 + ex1 - ex)$

$f'(x) = \ln (1 + ex1 - ex) = \ln (1 + e^x) - \ln (1 - e^x)$

$f'(x) = ex1 + ex + ex1 - ex = 2ex1 - e2x$

(9) $f(x) = (\ln x)^4$

$f'(x) = 4x (\ln x)^3$

(10) $f(x) = \sin x3 + \sin x3$

$f'(x) = 13x23 \cos x3 + \cos x3 \sin 2 x3$

(11) $f(x) = x2 + 8x5$

$f'(x) = 2x + 85(x2 + 8x)45$

(12) $f(x) = 32xx$

$f'(x) = (x) (2 \ln 3) 32x - 32xx2 = (-1 + 2x \ln 3) 32x x2$

(13) $f(x) = 2^{-x} \cos \pi x$

$f'(x) = (2^{-x}) (-\pi \sin \pi x) + (\cos \pi x) (-\ln 2) 2^{-x}$

$= - \pi 2^{-x} \sin \pi x - 2^{-x} (\cos \pi x) \ln 2$

(14) $f(x) = 10 \log 4 xx$

$f'(x) = 10xx \ln 4 - 10 \log 4 xx2 = 10 \ln 4 - 10 \log 4 xx2$

(15) $f(x) = (\sin x1 + \cos x)^2$

$f'(x) = 2 (\sin x1 + \cos x)^1 x (1 + \cos x) (\cos x) - (\sin x) (-\sin x)(1 + \cos x)2$

$= 2 x \sin x1 + \cos x x 11 + \cos x$

$= 2 \sin x(1 + \cos x)2$

(16) $f(x) = \log_3 (1 + x \ln x)$

$f'(x) = (x)(1x) + (\ln x)(1)(\ln 3)(1 + x \ln x) = 1 + \ln x(\ln 3)(1 + x \ln x)$

(17) $f(x) = e^{\sin 2x} + \sin(e^{2x})$

$f'(x) = 2e^{\sin 2x} \cos 2x + 2e^{2x} \cos(e^{2x})$

(18) $f(x) = \tan^4(\sec(\cos x))$

$f'(x) = 4(\tan(\sec(\cos x)))^3 \sec^2(\sec(\cos x)) \times \sec(\cos x) \tan(\cos x) \times (-\sin x)$

$= -4 \tan^3(\sec(\cos x)) \sec^2(\sec(\cos x)) \sec(\cos x) \tan(\cos x) \sin x$

أجد معادلة المماس لكل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

(19) $f(x)=4e-0.5x2$, $x=-2$

$f(x)=4e-0.5x2 f(-2)=4e-0.5(-2)2=4e2 f'(x)=-4xe-0.5x2$

ميل المماس هو:

$m=f'(-2)=-4(-2)e-0.5(-2)2=8e2$

معادلة المماس هي:

$y-4e2=8e2(x+2) \rightarrow y=8e2x+20e2$

(20) $f(x)=x+\cos 2x$, $x=0$

$f(x)=x+\cos 2x f(0)=0+\cos(0)=1 f'(x)=1-2\sin 2x$

ميل المماس هو:

$m=f'(0)=1-2\sin 2(0)=1$

معادلة المماس هي:

$y-1=1(x-0)\rightarrow y=x+1$

(21) $f(x)=2x$, $x=0$

$f(x)=2xf(0)=20=1f'(x)=(\ln 2)2x$

ميل المماس هو:

$m=f'(0)=(\ln 2)20=\ln 2$

معادلة المماس هي:

$y-1=(\ln 2)(x-0)\rightarrow y=(\ln 2)x+1$

(22) $f(x)=x+1\sin\pi x2$, $x=3$

$f(x)=x+1\sin\pi x2f(3)=2\sin 3\pi 2=-2f'(x)=(x+1)(\pi 2\cos\pi x2)+(\sin\pi x2)(12x+1)$

ميل المماس هو:

$m=f'(3)=(2)(0)+(-1)(14)=-14$

معادلة المماس هي:

$y+2=-14(x-3)\rightarrow y=-14x-54$

(23) إذا كان: $A(x)=f(g(x))$ ،
وكان: $f(-2)=8,\ f'(-2)=4,f'(5)=3,\ g(5)=-2,\ g'(5)=6$ فأجد $A'(5)$.

$A'(x)=f'(g(x))\times g'(x)A'(5)=f'(g(5))\times g'(5)=f'(-2)\times 6=4\times 6=24$

(24) إذا كان: $f(x)=xx2+1$ ، فأثبت أنّ $f'(x)=1(x2+1)3$.

$f(x)=xx2+1f'(x)=(x2+1)(1)-(x)(xx2+1)x2+1=(x2+1-x2x2+1)x2+1=1(x2+1)x2+1=1(x2+1)3$