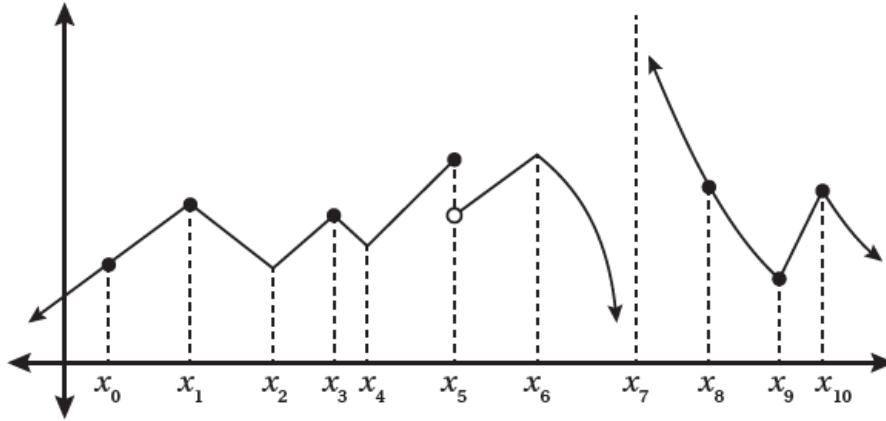


## إجابات كتاب التمارين

### مشتقة اقترانات خاصة

(1) يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران  $f(x)$ . أعدد قيم  $x$  للنقاط التي يكون عندها الاقتران  $f(x)$  غير قابل للاشتقاق، مبرراً إجابتي.



$f$  غير قابل للاشتقاق عند القيم  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_6, x_9, x_{10}$  بسبب وجود زاوية لمنحنى الاقتران عند كل منها رغم أنه متصل.

$f$  غير قابل للاشتقاق عند القيم  $x_5, x_7$  وذلك لأنه غير متصل عندها، والاتصال شرط ضروري.

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

$$(2) f(x) = 9e^x + 1x^3$$

$$f(x) = 9e^x + 13x - 12$$

$$f'(x) = 9e^x - 16x - 32 = 9e^x - 16x - 3$$

$$(3) f(x) = 2e^x + 1x^2$$

$$f(x) = 2e^x + x^{-2}$$

$$f'(x) = 2e^x - 2x^{-3} = 2e^x - 2x^3$$

$$(4) f(x) = \pi^2 \sin x - \cos x$$

$$f'(x) = \pi^2 \cos x + \sin x$$

(5) أجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران:  $f(x) = 2e^x + x$  عندما  $x = 2$ .

$$f(x) = 2e^x + x, \quad x = 2$$

$$f(2) = 2e^2 + 2$$

$$f'(x) = 2e^x + 1$$

ميل المماس:

$$f'(2) = 2e^2 + 1$$

معادلة المماس:

$$y - 2e^2 - 2 = (2e^2 + 1)(x - 2)$$

$$y = (2e^2 + 1)x - 2e^2$$

(6) أثبت عدم وجود مماس أفقي لمنحنى الاقتران:  $f(x) = 3x + \sin x + 2$ .

$$f'(x) = 3 + \cos x$$

$f'(x) = 0$  عند المماس الأفقي يكون

$$3 + \cos x = 0 \rightarrow \cos x = -3$$

$\cos x \leq 1$  وهذه المعادلة ليس لها حل؛ لأن  $-1 < -3$

إذن، لا توجد مماسات أفقية لمنحنى .

$s(t) = 3t^2 - t^3, t \geq 0$  يمثل الاقتران: موقع جسيم يتحرك في مسار مستقيم، حيث  $s$

الموقع بالأمتار، و  $t$  الزمن بالثواني:

(7) أجد سرعة الجسم وتسارعه بعد  $t$  ثانية.

$$s(t) = 3t^2 - t^3, \quad t \geq 0$$

السرعة:

$$v(t) = 6t - 3t^2$$

التسارع:

$$a(t) = 6 - 6t$$

(8) أجد الموقع (المواقع) الذي يكون عنده الجسم في حالة سكون لحظي.

$v(t) = 0$  يكون الجسم في حالة سكون لحظي عندما

$$v(t) = 6t - 3t^2 = 0 \Rightarrow 3t(2 - t) = 0 \Rightarrow t = 0, \quad t = 2$$

$$s(0) = 0, \quad s(2) = 12 - 8 = 4$$

إذن يكون الجسم في حالة سكون لحظي عندما يكون في كل من الموقعين:

$$s = 0 \text{ m}, \quad s = 4 \text{ m}$$

$f(x) = \ln x^2$  إذا كان: ، حيث ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تبعاً:  $x > 0$

(9) أجد معادلة مماس منحنى الاقتران عندما  $x = e^2$ .

$$f(x) = \ln x^2 = 2 \ln x, \quad x = e^2$$

$$f(e^2) = 2 \ln e^2 = 4 \Rightarrow (e^2, 4)$$

$$f'(x) = 2x$$

ميل المماس:

$$f'(e^2) = 2e^2$$

معادلة المماس:

$$y - 4 = 2e^2 (x - e^2) \Rightarrow y = 2e^2 x + 2$$

(10) أجد الإحداثي  $x$  للنقطة التي يكون المماس عندها موازياً للمستقيم  $6x - 2y + 5 = 0$

$x - 2y + 5 = 0$  ميل المستقيم الذي معادلته 6 يساوي 3

$$f'(x) = 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$f(x) = 2 \sin x - 4 \cos x$  إذا كان: ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تبعاً:

(11) أجد ميل المماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$  عندما  $x = 0$ .

$$f'(x) = 2 \cos x + 4 \sin x$$

$$f'(0) = 2 \cos 0 + 4 \sin 0 = 2$$

(12) أجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$  عندما  $x = \frac{\pi}{2}$ .

لنجد الإحداثي عندما  $x = \frac{\pi}{2}$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{2} - 4 \cos \frac{\pi}{2} = 2$$

ميل المماس:

$$f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{2} + 4 \sin \frac{\pi}{2} = 4$$

معادلة المماس:

$$y - 2 = 4 (x - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow y = 4x - 2\pi + 2$$