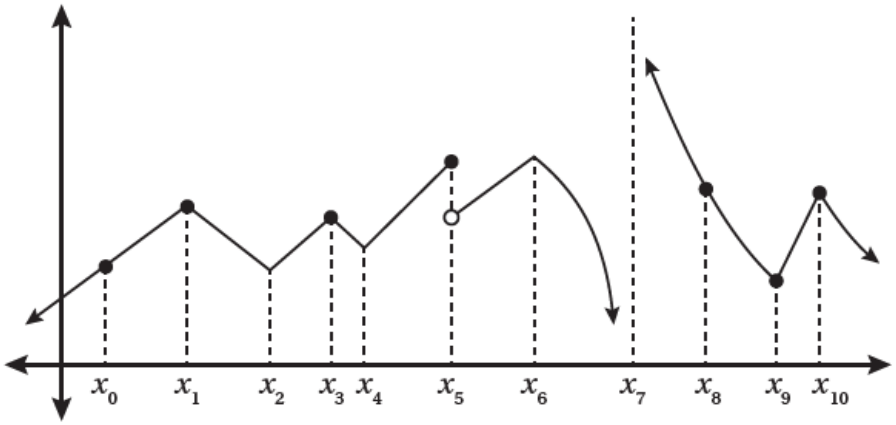
إجابات كتاب التمارين

مشتقة اقترانات خاصة

(1) يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x)$. أحدد قيم x للنقاط التي يكون عندها الاقتران $f(x)$ غير قابل للاشتقاق، مبرراً إجابتي.



f غير قابل للشتقاق عند القيم $x_1, x_2, x_3, x_4, x_6, x_9, x_{10}$ بسبب وجود زاوية لمنحنى الاقتران عند كل منها رغم أنه متصل.

fو غير قابل للاشتقاق عند القيم x_5, x_7 وذلك لأنه غير متصل عندها، والاتصال شرط ضروري.

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

(2) $f(x) = 9e^x + 1x3$

$f(x) = 9e^x + 13x\text{-}12$

$f'(x) = 9e^x - 16x\text{-}32 = 9e^x - 16x3$

(3) $f(x) = 2e^x + 1x2$

$f(x) = 2e^x + x^{-2}$

$f'(x) = 2e^x - 2x^{-3} = 2e^x - 2x3$

(4) $f(x) = \pi 2 \sin x - \cos x$

$f'(x) = \pi 2 \cos x + \sin x$

---

(5) أجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران: $f(x)\ 2e^x + x$ عندما $x = 2$.

$f(x) = 2e^x + x \quad , \quad x = 2$

$f(2) = 2e^2 + 2$

$f'(x) = 2e^x + 1$

ميل المماس:

$f'(2) = 2e^2 + 1$

معادلة المماس:

$y - 2e^2 - 2 = (2e^2 + 1)(x - 2)$

$y = (2e^2 + 1)x - 2e^2$

---

(6) أثبت عدم وجود مماس أفقي لمنحنى الاقتران: $f(x) = 3x + \sin x + 2$.

$f'(x) = 3 + \cos x$

$f'(x) = 0$ عند المماس الأفقي يكون

$3 + \cos x = 0 \rightarrow \cos x = -3$

$-1 \leq \cos x \leq 1$ وهذه المعادلة ليس لها حلّ؛ لأن

إذن، لا توجد مماسات أفقية لمنحنى f .

موقع جُسيم يتحرّك في مسار مستقيم، حيث s يمثل الاقتران: $s(t) = 3t^2 - t^3 \ , \ t \geq 0$

الموقع بالأمتار، و t الزمن بالثواني:

(7) أجد سرعة الجسيم وتسارعه بعد t ثانية.

$s(t) = 3t^2 - t^3 \quad , \quad t \geq 0$

السرعة:

$v(t) = 6t - 3t^2$

التسارع:

$a(t) = 6 - 6t$

(8) أجد الموقع (المواقع) الذي يكون عنده الجُسيم في حالة سكون لحظي.

يكون الجُسيم في حالة سكون لحظي عندما $v(t) = 0$

$v(t) = 6t - 3t^2 = 0 \Rightarrow 3t(2 - t) = 0 \Rightarrow t = 0 \quad , \quad t = 2$

$s(0) = 0, s(2) = 12 - 8 = 4$

إذن يكون الجُسيم في حالة سكون لحظي عندما يكون في كل من الموقعين:

$s = 0 \text{ m} \quad , \quad s = 4 \text{ m}$

إذا كان: $f(x) = \ln x^2$ ، حيث $x > 0$ ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تباعاً:

(9) أجد معادلة مماس منحنى الاقتران عندما $x = e^2$.

$f(x) = \ln x^2 = 2 \ln x \quad , \quad x = e^2$

$f(e^2) = 2 \ln e^2 = 4 \Rightarrow (e^2 , 4)$

$f'(x) = 2x$

ميل المماس:

$f'(e^2) = 2e2$

معادلة المماس:

$y - 4 = 2e2\ (x - e^2) \Rightarrow y = 2e2\ x + 2$

(10) أجد الإحداثي x للنقطة التي يكون المماس عندها موازياً للمستقيم $6x - 2y + 5 = 0$

ميل المستقيم الذي معادلته 6 يساوي 3 $x - 2y + 5 = 0$

$f'(x) = 2x = 3 \Rightarrow x = 23$

إذا كان: $f(x) = 2 \sin x - 4 \cos x$ ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تباعاً:

(11) أجد ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عندما $x = 0$.

$f'(x) = 2 \cos x + 4 \sin x$

$f'(0) = 2 \cos 0 + 4 \sin 0 = 2$

(12) أجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عندما $x = \pi 2$.

نجد الإحادثي y عندما $x = \pi 2$

$f(\pi 2) = 2 \sin \pi 2 - 4 \cos \pi 2 = 2$

ميل المماس:

$f'(\pi 2) = 2 \cos \pi 2 + 4 \sin \pi 2 = 4$

معادلة المماس:

$y - 2 = 4\ (x - \pi 2) \Rightarrow y = 4x - 2\pi + 2$