# أتحقق من فهمي

## الاشتقاق الضمني

### العلاقة الضمنية ومشتقتها

أتحقق من فهمي صفحة 60

أجد dydx لكلّ ممّا يأتي:

(a) $x^2 + y^2 = 13$

$x^2 + y^2 = 13$

$2x + 2y\ dydx = 0$

$dydx = -2x2y = -xy$

(b) $2x + 5y^2 = \sin y$

$2x + 5y^2 = \sin y$

$2 + 10y\ dydx = \cos y\ dydx$

$dydx(10y - \cos y) = -2$

$dydx = -210y - \cos y$

---

أتحقق من فهمي صفحة 62

أجد dydx لكلّ ممّا يأتي:

(a) $3xy^2 + y^3 = 8$

$3xy^2 + y^3 = 8$

$6xy\ dydx + 3y^2 + 3y^2\ dydx = 0$

$dydx = - 3y26xy + 3y2$

(b) $\tan(x - y) = 2xy^3 + 1$

$\tan(x - y) = 2xy^3 + 1$

$(1 - dydx)\sec^2(x - y) = 6xy^2\, dydx + 2y^3$

$\sec^2(x - y) - \sec^2(x - y)\, dydx = 6xy^2\, dydx + 2y^3$

$dydx(6xy^2 + \sec^2(x - y)) = \sec^2(x - y) - 2y^3$

$dydx = sec2\,(x - y) - 2y36xy2 + sec2\,(x - y)$

(c) $x^2 = x - yx + y$

$x^2 = x - yx + y$

$2x = (x + y)(1 - dydx) - (x - y)(1 + dydx)(x + y)2$

$2x(x + y)^2 = x - x\, dydx + y - y\, dydx - x - x\, dydx + y + y\, dydx$

$2x\, dydx = 2y - 2x(x + y)^2$

$dydx = 2y - 2x(x + y)22x = y - x(x + y)2x$

أو يمكن تبسيط العلاقة قبل الاشتقاق كالآتي:

$x^2 = x - yx + y \quad \rightarrow \quad x^3 + x^2y = x - y$

$\rightarrow \; 3x^2 + x^2\, dydx + 2xy = 1 - dydx$

$\rightarrow \; dydx + x^2\, dydx = 1 - 3x^2 - 2xy$

$\rightarrow \; dydx(1 + x^2) = 1 - 3x^2 - 2xy$

$\rightarrow \; dydx = 1 - 3x2 - 2xy1 + x2$

---

ميل المماس لمنحنى علاقة ضمنية

أتحقق من فهمي صفحة 63

(a) أجد ميل مماس منحنى العلاقة: $y^2 = \ln x$ عند النقطة $(e, 1)$.

$y^2 = \ln x \rightarrow 2y\, dydx = 1x$

$\rightarrow dydx = 12xy$

$dydx\ (e, 1) = 12e$

(b) أجد ميل العلاقة: $(y - 3)^2 = 4(x - 5)$ عندما $x = 6$ .

نجد قيمة $y$ عندما $x = 6$ .

$(y - 3)^2 = 4(6 - 5) \rightarrow (y - 3)^2 = 4$

$\rightarrow \ y - 3 = \pm 2$

$\rightarrow \ y = 5$ or $y = 1$

باشتقاق طرفي العلاقة $(y - 3)^2 = 4(x - 5)$ بالنسبة إلى $x$ ينتج أنّ:

$2\ (y - 3)\ dydx = 4$

$dydx = 2y\ -3$

ميل المماس عند النقطة الأولى هو:

$dydx\ (6, 1) = 21\ -3 = -1$

ميل المماس عند النقطة الثانية هو:

$dydx\ (6, 5) = 25\ -3 = 1$

---

## معادلة المماس لمنحنى علاقة ضمنية

أتحقق من فهمي صفحة 65

أجد معادلة المماس لمنحنى العلاقة: $x^2 + y^3 - 3xy = 17$ عند النقطة $(2, 3)$.

$x^3 + y^3 - 3xy = 17 \rightarrow 3x^2 + 3y^2 dydx - 3x dydx - 3y = 0$

بتعويض $x = 2$ ، و $y = 3$ ينتج أنّ:

$3(2)^2 + 3(3)^2 dydx - 3(2) dydx - 3(3) = 0$

$dydx\ (2, 3) = -17$

-17ميل المماس هو:

إذن معادلة المماس هي:

$y - 3 = -17(x - 2)$

$y = -17x + 237$

---

## المشتقة الثانية للعلاقات الضمنية

أتحقق من فهمي صفحة 66

إذا كان: $xy + y^2 = 2x$ ، فأجد d2ydx2 .

$xy + y^2 = 2x \rightarrow x dydx + y + 2y dydx = 2$

$\rightarrow dydx = 2 - yx + 2y$

$\rightarrow d2ydx2 = (x + 2y)(-dy\ dx) - (2 - y)(1 + 2dy\ dx)(x + 2y)2$

$= (x + 2y)(y - 2x + 2y) - (2 - y)(1 + 22 - y\ x + 2y)(x + 2y)2$

$= (x + 2y)(y - 2) - (2 - y)(x + 4)(x + 2y)3$

$= 2xy - 4x + 2y2 - 8(x + 2y)3$

---

## المشتقة الثانية للمعادلات الوسيطية

## أتحقق من فهمي صفحة 67

أجد d2ydx2 للمعادلة الوسيطية الآتية عندما $t = 2$ :

$$x = 3t^2 + 1 \ , \ y = t^3 - 2t^2$$

dydx = dydtdxdt = 3t2 - 4t6t = 12 $t$ - 23

d2ydx2 = ddt(dydt)dxdt = 126t = 112t

d2ydx2 t=2 = 124

---

## الاشتقاق اللوغارتيمي

## أتحقق من فهمي صفحة 69

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي باستعمال الاشتقاق اللوغاريتمي:

(a) $y = xx \ , \ x > 0$

$y = xx \rightarrow \ln y = \ln xx$

$\rightarrow \ln y = x \ln x$

$\rightarrow 1y \ (dydx) = x \ (1x) + 12x \ln x$

$\rightarrow dydx = yx + y2 \ x \ln x \rightarrow dydx = xxx + xx2 \ x \ln x$

(b) $y = x - 1x4 + 1$

$y = x - 1x4 + 1 \rightarrow \ln y = \ln x - 1x4 + 1$

$\rightarrow \ln y = 12 \ln x - 1x4 + 1$

$\rightarrow \ln y = 12 \ (\ln (x - 1) - \ln (x^4 + 1))$

$\rightarrow 1y \ (dydx) = 12 \ (x - 1) + 2x3x4 + 1$

$\rightarrow dydx = (12 \ (x - 1) + 2x3x4 + 1) \ x - 1x4 + 1$