إجابات كتاب التمارين

المعدلات المرتبطة

cm^3/s ملىء بالون بالهيليوم بمعدل 8 . أجد معدل تغير نصف قطر البالون في كل من الحالات الآتية:

(1) عندما يكون طول نصف قطره 12 cm .

المعطى: $dVdt=8$

المطلوب: $drdt|r=12$

$V=43\pi r3\rightarrow dVdt=4\pi r2drdt\rightarrow dVdt|r=12=576\pi drdt|r=12=8\rightarrow drdt|r=12=8576\pi=172\pi cm/s$

(2) عندما يكون حجمه $1435\ cm^3$ (أقرّب إجابتي إلى أقرب جزء من مئة).

المطلوب: $d\gamma dt|V=1435$

$r=3V4\pi3=(3V4\pi)13drdt|r=12=13(3V4\pi)-23\times34\pi dVdt|r=12=13(3(1435)4\pi)-23\times34\pi\times8=2\pi(43054\pi)-23=2\pi(4\pi4305)23=2\pi\times(4\pi4305)23\approx0.01cm/s$

حل آخر:

$4\pi3\approx7cm(1435)3$ عندما يكون الحجم 1435 cm^3 يكون طول نصف القطر

نستعمل العلاقة بين المعدلين من السؤال 1 السابق.

$dVdt=4\pi r2drdtdVdt|r=7=196\pi drdt|r=7=8\rightarrow drdt|r=7=8196\pi\approx0.01cm/s$

(3) إذا ملىء مدّة 33.5 s .

$t=33.5\rightarrow V=8\times33.5=268cm3$

$4\pi3\approx4cm(268)3$ عندما يكون الحجم 268 cm^3 يكون طول نصف القطر

$\rightarrow \frac{dV}{dt}|_{r=4} = 64\pi \frac{dr}{dt}|_{r=4} = 8 \rightarrow \frac{dr}{dt}|_{r=4} = \frac{8}{64\pi} = \frac{1}{8\pi} \approx 0.04 cm/s$

(4) تمثل المعادلة: $V = IR$ جهد الدارة الكهربائية (بالفولت) المبينة في الشكل المجاور، حيث I شدة التيار بالأمبير، و R المقاومة بالأوم. إذا كان جهد الدارة يزداد بمعدل 1 volt/sec ، وشدة التيار تقل بمعدل 13amp/sec ، فأوجد معدل تغير R عندما $V = 12$ ، و $I = 2$.

$V = IR \quad \frac{dV}{dt} = I\frac{dR}{dt} + R\frac{dI}{dt}$

المعطى: $\frac{dV}{dt} = 1, \frac{dI}{dt} = -13$

المطلوب: $\frac{dR}{dt}$ عندما $V = 12 \ , \ I = 2$

عندما $V = 12 \ , \ I = 2$ ، فإن $R = 6$ بالتعويض في المعادلة أعلاه ينتج أنّ:

$1 = 2\frac{dR}{dt} + 6(-13) \rightarrow \frac{dR}{dt} = 1.5 \Omega/s$