

مسألة اليوم

تكامل اقترانات خاصة



يتغير عدد الطلبة الذين يلتحقون بإحدى الجامعات الجديدة سنوياً بمعدل: $P'(t) = 5000(t+1)^3$, حيث $P(t)$ عدد الطلبة الملتحقين بالجامعة، و t الزمن بالسنوات منذ تأسيس الجامعة. أجد عدد الطلبة الذين درسوا في الجامعة بعد 3 سنوات من تأسيسها، علماً بأن عددهم عند تأسيس الجامعة بلغ 2000 طالب.

أولاً نجد تكامل الاقتران $P'(t)$

$$P(t) = \int 5000(t+1)^3 dt = \int 5000(t+1)^3 \cdot 1 dt = \int 5000(t+1)^3 dt = -10000(t+1)^{-2} + C$$

ثانياً، نجد ثابت التكامل C :

بما أن عدد طلاب الجامعة عند التأسيس إذن $P(0) = 2000$

$$P(t) = -10000(t+1)^{-2} + C \quad P(0) = -10000(0+1)^{-2} + C = 2000 = -10000 + C$$

$$C = 12000 \quad P(t) = -10000(t+1)^{-2} + 12000$$

ثالثاً، نجد عدد الطلبة بعد 3 سنوات من التأسيس:

$$P(3) = -10000(3+1)^{-2} + 12000 \approx 7000$$

إذن، عدد الطلبة بعد 3 سنوات من التأسيس هو 7000 طالب.