

## إجابات كتاب التمارين

### تكامل اقترانات خاصة

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int (x^2 - 1) dx$$

$$\int (x^2 - 1) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$$

$$\int (5e^x + 4) dx$$

$$\int (5e^x + 4) dx = 5e^x + 4x + C$$

$$\int (e^{2x} - 3) dx$$

$$\int (e^{2x} - 3) dx = \frac{1}{2}e^{2x} - 3x + C$$

$$\int (2x - \cos 2x) dx$$

$$\int (2x - \cos 2x) dx = x^2 - \sin 2x + C$$

$$\int (32x - 1) dx$$

$$\int (32x - 1) dx = 16x^2 - x + C$$

$$\int (5 - 5x) dx$$

$$\int (5 - 5x) dx = 5x - \frac{5}{2}x^2 + C$$

$$\int (13x - 2) dx$$

$$\int (13x - 2) dx = \frac{13}{2}x^2 - 2x + C$$

$$\int (2x - 1 + 85x + 4) dx$$

$$\int (2x - 1 + 85x + 4) dx = x^2 - x + 85x^2 + 4x + C$$

$$\int (x + 5x + 4x^2) dx$$

$$\int (x + 5x + 4x^2) dx = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x^2 + \frac{4}{3}x^3 + C$$

$$\int (x^2 - 4x + Cx + 5 \ln x + 5x + 4x^2) dx = 3 \sin 3 \cos 3 \int$$

$$\int (3x+2)^5 dx \quad (10) \int$$

$$\int 3x+2)^5 dx = 118(3x+2)^6 + C \int$$

$$\int (x+1x^2+2x+5) dx \quad (11) \int$$

$$\int (x^2+2x+5) + Cx + 1x^2+2x+5 dx = 12 \int 2x+2x^2+2x+5 dx = 12 \ln \int$$

$$\int ((2x-1)) dx \quad (12) \int e^{2x} - 12 \sin \int$$

$$\int (2x-1) + C(2x-1)) dx = 12e^{2x} + 14 \cos e^{2x} - 12 \sin \int$$

$$\int ((3x+2)) dx \quad (13) \int (2x+3) + \cos \sin \int$$

$$\int (3x+2) + C(2x+3) + 13 \sin(3x+2)) dx = -12 \cos(2x+3) + \cos \sin \int$$

$$\int (18x^{3/2} - 4x) dx \quad (14) \int$$

$$\int (x^2 + C18x^{3/2} - 4x) dx = 120x^{5/2} - 4 \ln \int$$

$$\int (1x-1) dx \quad (15) \int$$

$$\int 1x-1 dx = \int (x-1) - 12 dx = 2(x-1)^{1/2} + C = 2x-1 + C \int$$

أجد قيمة كل من التكاملات الآتية:

$$\int (011+7x) dx \quad (16) \int$$

$$\int 011+7x dx = \int 01(1+7x)^{1/2} dx = 221(1+7x)^{3/2} \Big|_0^1 = 221(1+7(1))^{3/2} - 22 \int$$

$$1(1+7(0))^{3/2} = 2215^{1/2} - 221$$

$$\int (01e^x(4-e^x)) dx \quad (17) \int$$

$$\int 01e^x(4-e^x) dx = \int 01(4e^x - e^{2x}) dx = (4e^x - 1/2 e^{2x}) \Big|_0^1 = 4e - 1/2 e^2 - 72 \int$$

$$\int (1+1x) dx \quad (18) \int$$

$$\int 3|x| \Big|_0^3 = 2 + \ln|1+1x| dx = (x + \ln) \Big|_0^3 \int$$

(19) إذا كان ميل المماس لمحنى العلاقة هو  $y: bbb$ ، فأجد قاعدة العلاقة  $dydx=6e^{2x}+2e^{-x}$ ، علماً بأن منحناها يمر بالنقطة  $(0,2)$ .

$$y=f(x)=\int(6e^{2x}+2e^{-x})dx=3e^{2x}-2e^{-x}+C$$

$$y=f(x)=3e^{2x}-2e^{-x}+C$$

$$f(0)=2\Rightarrow 3-2+C=2\Rightarrow C=1\Rightarrow y=3e^{2x}-2e^{-x}+1$$

في كل مما يأتي المشتقة الأولى للاقتران  $f(x)$ ، ونقطة يمر بها منحنى  $y=f(x)$ . أستعمل المعلومات المعطاة لإيجاد قاعدة الاقتران  $f(x)$ :

$f'(x)=e^{-x};(0,3)$  (20)

$$f(x)=\int e^{-x}dx=-e^{-x}+C$$

$$f(0)=3\Rightarrow -1+C=3\Rightarrow C=4\Rightarrow f(x)=-e^{-x}+4$$

$f'(x)=3x-4;(1,0)$  (21)

$$f(x)=\int(3x-4)dx=\frac{3}{2}x^2-4x+C$$

$$f(1)=0\Rightarrow \frac{3}{2}-4+C=0\Rightarrow C=\frac{5}{2}\Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x^2-4x+\frac{5}{2}$$

$f'(x)=4e^x-2;(0,1)$  (22)

$$f(x)=\int(4e^x-2)dx=4e^x-2x+C$$

$$f(0)=1\Rightarrow 4+C=1\Rightarrow C=-3\Rightarrow f(x)=4e^x-2x-3$$

(23) تلوث: يعالج التلوث في بحيرة باستعمال مضاد للبكتيريا. إذا كان عدد الخلايا البكتيرية الضارة لكل مليلتر من الماء في البحيرة يتغير بمعدل:  $N'(t)=-2000t+2t^2$ ، حيث  $N(t)$  عدد الخلايا البكتيرية لكل مليلتر من الماء بعد  $t$  يوماً من استعمال المضاد، فأجد  $N(t)$ ، علماً بأن العدد الابتدائي للخلايا هو 5000 خلية لكل مليلتر.

$$N(t)=\int(-2000t+2t^2)dt=-1000t^2+\frac{2}{3}t^3+C$$

$$N(0)=5000\Rightarrow C=5000\Rightarrow N(t)=-1000t^2+\frac{2}{3}t^3+5000$$

(24) أحدد أوجه الاختلاف بين التكاملين الآتيين من دون إيجاد التكامل:

$$\int (3 \sin 3x + 1) dx$$

$$\int (3 \sin (3x + 1)) dx$$

التكامل الأيسر هو مجموع تكاملين لاقترايين، أحدهما مثلثي هو  $3f(x)=3\sin$  والآخر ثابت هو  $g(x)=1$ .

بينما التكامل الأيمن هو اتقتران مثلثي واحد فقط هو  $h(x)=3\sin(3x+1)$ .