

أتحقق من فهمي

التكامل بالتعويض

التكامل بالتعويض للتكاملات غير المحدودة

أتحقق من فهمي صفحة (58):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(6x^2(2x^3-3)^4 dx) \quad (a)$$

$$6x^2(2x^3-3)^4 dx \quad u=2x^3-3 \Rightarrow du/dx=6x^2 \Rightarrow dx=du/6x^2 \int 6x^2(2x^3-3)^4 dx = \int 6x^2 u^4 \times du/6x^2 = \int u^4 du = 1/5 u^5 + C = 1/5 (2x^3-3)^5 + C$$

$$(x e^{x^2+1} dx) \quad (b)$$

$$x e^{x^2+1} dx \quad u=x^2+1 \Rightarrow du/dx=2x \Rightarrow dx=du/2x \int x e^{x^2+1} dx = \int x e^u \times du/2x = \int 1/2 e^u du = 1/2 e^u + C = 1/2 e^{x^2+1} + C$$

$$(4x+8)2x^2+8 dx \quad (c)$$

$$(4x+8)2x^2+8 dx \quad u=2x^2+8x \Rightarrow du/dx=4x+8 \Rightarrow dx=du/(4x+8) \int (4x+8)2x^2+8 dx = \int (4x+8)u \times du/(4x+8) = \int u du = 1/2 u^2 + C = 1/2 (2x^2+8x)^2 + C$$

$$(x e^{x^2+1} dx) \quad (d)$$

$$x^2 dx = \int u^2 x \times x du = \int u^2 du = 1/3 u^3 + C = 1/3 (\ln x)^3 + C$$

$$((x^4-5) dx) \quad (e)$$

$$(x^4-5) dx = (x^4-5) dx \quad u=x^4-5 \Rightarrow du/dx=4x^3 \Rightarrow dx=du/4x^3 \int (x^4-5) dx = \int (u+5) du/4x^3 = \int (u+5) du/4x^3 = 1/4 \int (u+5) du = 1/4 (1/2 u^2 + 5u) + C = 1/8 (x^4-5)^2 + 5/4 (x^4-5) + C$$

$$(x dx) \quad (f)$$

$$x dx = \int u^4 \sin x \times dx = \int u^4 \cos x dx \Rightarrow dx=du/\cos x \int u^4 \sin x \times dx = \int u^4 \cos x \times du/\cos x = \int u^4 du = 1/5 u^5 + C = 1/5 \cos^5 x + C$$

أتحقق من فهمي صفحة (60):

تجارة: يمثل الاقتران $p(x)$ سعر القطعة الواحدة (بالدينار) من منتج معين، حيث x عدد القطع المباعة (بالمئات) من المنتج، إذا كان $p'(x) = -300x(36+x^2)^3$ هو معدل التغير في سعر القطعة الواحدة من المنتج، فأجد $p(x)$ ، علماً بأن سعر القطعة الواحدة JD75 عندما يكون عدد القطع المباعة 800 قطعة.

أولاً نجد تكامل الاقتران:

$$P(x) = \int -300x(36+x^2)^3 dx \quad u = 36+x^2 \Rightarrow du = 2x dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2x}$$

$$P(x) = \int -300x(36+x^2)^3 \frac{du}{2x} = -150 \int u^3 du = -150 \left(\frac{u^4}{4} \right) + C = -37.5u^4 + C$$

$$P(x) = -37.5(36+x^2)^4 + C$$

بما أن سعر القطعة الواحدة هو 75 ديناراً عندما يكون عدد القطع المباعة 800 قطعة، إذن $P(8) = 75$ ومنه:

$$P(x) = -37.5(36+x^2)^4 + C$$

$$P(8) = -37.5(36+64)^4 + C = 75$$

$$-37.5(100)^4 + C = 75$$

$$C = 75 + 37.5(100)^4$$

$$P(x) = -37.5(36+x^2)^4 + 75 + 37.5(100)^4$$

التكامل بالتعويض للتكاملات المحدودة

أتحقق من فهمي صفحة (62):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int_0^1 x^2(x^3-1)^4 dx \quad (a)$$

$$\int_0^1 x^2(x^3-1)^4 dx \quad u = x^3-1 \Rightarrow du = 3x^2 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{3x^2}$$

$$\int_0^1 x^2(x^3-1)^4 \frac{du}{3x^2} = \frac{1}{3} \int_{-1}^0 u^4 du = \frac{1}{3} \left(\frac{u^5}{5} \right) \Big|_{-1}^0 = \frac{1}{3} \left(\frac{0^5}{5} - \frac{(-1)^5}{5} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{5} \right) = \frac{1}{15}$$

$$\int_{10}^{100} x^3(2-x^4)^7 dx \quad (b)$$

$$\int_{10}^{100} x^3(2-x^4)^7 dx \quad u = 2-x^4 \Rightarrow du = -4x^3 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{-4x^3}$$

$$\int_{10}^{100} x^3(2-x^4)^7 \frac{du}{-4x^3} = -\frac{1}{4} \int_{-14}^{-2} u^7 du = -\frac{1}{4} \left(\frac{u^8}{8} \right) \Big|_{-14}^{-2} = -\frac{1}{32} \left((-2)^8 - (-14)^8 \right) = -\frac{1}{32} (256 - 147456) = -\frac{1}{32} (-147200) = 4600$$

2

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C \Rightarrow u = \ln|x| \Rightarrow \frac{du}{dx} = \frac{1}{x} \Rightarrow dx = x du = e^u du \Rightarrow u = \ln|x| \Rightarrow \int \frac{1}{x} dx = \int 1 du = u + C = \ln|x| + C$