أتحقق من فهمي

التكامل بالتعويض

التكاملات بالتعويض للتكاملات غير المحدودة

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (32):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(4x2x3−5dx (a∫

u=x3−5⇒dudx=3x2⇒dx=du3x2∫4x2x3−5dx=∫4x2u×du3x2=∫43u12du=89u32+C=89(x3−5)3+C

(12xexdx (b∫

u=x⇒dudx=12x⇒dx=2xdu∫12xexdx=∫12xeu×2xdu=∫eudu=eu+C=ex+C

(x)3xdx (cln)∫

x)3xdx=∫u3x×xdu=∫u3du=14u4+C=x⇒dudx=1x⇒dx=xdu∫(lnu=lnx)4+C14(ln

(x)xdx (d(lncos∫

uudu=sinux×xdu=∫cosx)xdx=∫cos(lnx⇒dudx=1x⇒dx=xdu∫cosu=lnx)+C(ln+C=sin

(5xdx (e5xsincos4∫

5x5xdx=∫u4sin5xsin5x∫cos45x⇒dx=du−5sin5x⇒dudx=−5sinu=cos5x+C5x=∫−15u4du=−125u5+C=−125cos5×du−5sin

(x2x2dx (f∫

2u=x2⇒dudx=2x⇒dx=du2x∫x2x2dx=∫x2u×du2x=∫122udu=122uln22x2−1+C+C=1ln

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (34):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(x1+2xdx (a∫

u=1+2x⇒dudx=2⇒dx=du2,x=u−12∫x1+2xdx=∫12(u−1)u12×du2=
14∫(u12−u−12)du=14(23u32−2u12)+C=16(1+2x)32−12(1+2x)12
+C=16(1+2x)3−121+2x+C

(x7(x4−8)3dx (b∫

u=x4−8⇒dudx=4x3⇒dx=du4x3,x4=u+8∫x7(x4−8)3dx=∫x7u3×du
4x3=14∫x4u3du=14∫(u+8)u3du=14∫(u4+8u3)du=14(15u5+2u4)+
C=120(x4−8)5+12(x4−8)4+C

(e3x(1−ex)2dx (c∫

u=1−ex⇒dudx=−ex⇒dx=du−ex,ex=1−u∫e3x(1−ex)2dx=∫e3xu2×
du−ex=∫−e2xu2du=∫−(1−u)2u2du=∫−1+2u−u2u2du=∫(−u−2+2
|1−ex|−1+ex+C|u|−u)+C=11−ex+2lnu−1)du=(u−1+2ln

التكاملات بالتعويض للتكاملات تحوي المقدار ax+bn

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (35):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(dxx+x3 (a∫

u=x3⇒dudx=13x−23⇒dx=3x23du,x=u3∫dxx+x3=∫3x23duu3+u=∫
(x23(u2+1)+C=32ln3u2u3+udu=∫3uu2+1du=32∫2uu2+1du=32ln
+1)+C

(x(1−x)23dx (b∫

u=1−x⇒dudx=−1⇒dx=−du,x=1−u∫x(1−x)23dx=∫xu23×−du=∫−(

1−u)uu23du=∫−(1−u)u23du=∫(−u23+u53)du=−35u53+38u83+C
=−35(1−x)53+38(1−x)83+C=−35(1−x)53+38(1−x)83+C

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (37):

أسعار: يمثل الاقتران p(x) سعر قطعة (بالدينار) تستعمل في أجهزة الحاسوب، حيث x عدد القطع المبيعة منها بالمئات. إذا كان: p′(x)=−135x9+x2 هو معدل تغير سعر هذه القطعة، فأجد p(x)، علماً بأن سعر القطعة الواحدة هـو JD 30 عندما يكون عدد القطع المبيعة منها 400 قطعة.

p(x)=∫−135x9+x2dxu=9+x2⇒dudx=2x⇒dx=du2xp(x)=∫−135xu×
du2x=−1352∫u−12du=−135u12+Cp(x)=−1359+x2+Cp(4)=−1359
+16+C=−135(5)+C30=−675+C⇒C=705p(x)=705−1359+x2

التكامل بالتعويض لاقترانات تتضمن اقتراني الجيب وجيب التمام المرفوعين إلى أس فردي

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (39):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(xdx (asin3∫

x⇒dxx⇒dudx=−sinx)dxu=cosx(1−cos2xdx=∫sinxsin2xdx=∫sinsin3∫
x=∫(u2−1)du=13u3−u+C=x(1−u2)du−sinxdx=∫sinx∫sin3=du−sin
x+Cx−cos13cos3

(xdx (bxsin2cos5∫

x=∫xu2ducosxdx=∫cos5xsin2x∫cos5x⇒dx=ducosx⇒dudx=cosu=sin
x)2u2du=∫(1−u2)2u2du=∫(u2−2u4+u6)du=1xu2du=∫(1−sin2cos4
x+Cx+17sin7x−25sin53u3−25u5+17u7+C=13sin3

التكامل بالتعويض لاقترانات تتضمن الظل أو ظل التمام، أو القاطع، أو قاطع التمام

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (41):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

(xdx (atan4∫

x−tan2xsec2x−1)dx=∫tan2x(sec2xdx=∫tan2xtan2xdx=∫tan2tan4∫
x−1)dxu=taxdx−∫(sec2xsec2xdx=∫tan2xdx−∫tan2xsec2xdx=∫tan2
x−∫(sec2x×dusec2xdx=∫u2sec2x⇒tanx⇒dx=dusec2x⇒dudx=sec2n
x+xx−tanx+x+C=13tan3x−1)dx=13u3−tanx−1)dx=∫u2du−∫(sec2
+C

(xdx (bcot5∫

x−1)2dxu=csx(csc2x)2dx=∫cotx(cot2xdx=∫cotxcot4xdx=∫cotcot5∫
x(u2−1)2×xdx=∫cotx⇒∫cot5xcotx⇒dx=du−cscxcotx⇒dudx=−cscc
x=∫(u2−1)2du−u=∫u4−2u2+1−udu=∫(−u3+2u−1u)duxcotdu−csc
x|+C|cscx−lnx+csc2|u|+C=−14csc4=−14u4+u2−ln

(xdx (cxtan6sec4∫

xu6×dusexdx=∫sec4xtan6x∫sec4x⇒dx=dusec2x⇒dudx=sec2u=tan
x)u6du=∫(1+u2)u6du=∫(u6+u8)du=17xu6du=∫(1+tan2x=∫sec2c2
x+Cx+19tan9u7+19u9+C=17tan7

التكامل بالتعويض للتكاملات المحدودة

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (43):

أجد قيمة كل من التكاملين الآتيين:

(02x(x+1)3dx (a∫

u=x+1⇒udx=1⇒dx=du,x=u−1x=0⇒u=1x=2⇒u=3∫02x(x+1)3dx=∫
13(u−1)u3du=∫13(u4−u3)du=(15u5−14u4)|13=15(3)5−14(3)4−(1
5(1)5−14(1)4)=1425=28.4

(x+2dx (bxsecxtan0π/3sec∫

xx=0⇒u=3x=π3⟹u=4∫xtanx⇒dx=dusecxtanx+2⇒dudx=secu=sec
x=∫34udu=23u32|xtanxudusecxtanx+2dx=∫34secxsecxtan0π3sec
34=23(8−33)≈1.87