

أتحقق من فهمي

التكامل بالكسور الجزئية

عوامل المقام كثيرات حدود خطية مختلفة

أتحقق من فهمي صفحة (49):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x-7x^2-x-6)dx \text{ (a)}$$

$$\begin{aligned} x-7x^2-x-6 &= x-7(x-3)(x+2) = Ax-3+Bx+2 \Rightarrow x-7 = A(x+2)+B(x-3) \\ x-7 &= 3A+2B \Rightarrow A = -45 \\ x-7 &= -2B-3 \Rightarrow B = 95 \\ \int (x-7x^2-x-6)dx &= \int (-45x-3+95x+2)dx = -\frac{45}{2}x^2 - 3x + \frac{95}{2}x^2 + 2x + C \\ &= \frac{50}{2}x^2 - 3x + 2x + C = 25x^2 - x + C \end{aligned}$$

$$(3x-1x^2-1)dx \text{ (b)}$$

$$\begin{aligned} 3x-1x^2-1 &= 3x-1(x-1)(x+1) = Ax-1+Bx+1 \Rightarrow 3x-1 = A(x+1)+B(x-1) \\ 3x-1 &= Ax+1+Bx-1 \Rightarrow 3x-1 = (A+B)x + (A-B) \\ 3 &= A+B \\ -1 &= A-B \Rightarrow A = 1, B = 2 \\ \int (3x-1x^2-1)dx &= \int (1x-1+2x+1)dx = \frac{1}{2}x^2 - x + x^2 + x + C \\ &= \frac{3}{2}x^2 + C \end{aligned}$$

عوامل المقام كثيرات حدود خطية، أحدها مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (51):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x+4)(2x-1)(x-1)^2 dx \text{ (a)}$$

$$\begin{aligned} x+4 &= A(2x-1) + B(x-1) + C(x-1)^2 \\ x+4 &= 2Ax-A+Bx-B+Cx^2-2Cx+C \\ x+4 &= Cx^2 + (2A+B-2C)x + (-A-B+C) \\ 1 &= C \\ 4 &= -A-B+C \Rightarrow 4 = -A-B+1 \Rightarrow A+B = -3 \\ 0 &= 2A+B-2C \Rightarrow 0 = 2A+B-2 \Rightarrow B = -2A+2 \\ A &= 18, B = -34, C = 1 \\ \int (x+4)(2x-1)(x-1)^2 dx &= \int (18(2x-1) - 34(x-1) + (x-1)^2) dx \\ &= \int (36x-18-34x+34+x^2-2x+1) dx \\ &= \int (x^2-2x+17) dx = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 17x + C \end{aligned}$$

$$(x^2-2x-4x^3-4x^2+4x)dx \text{ (b)}$$

$$x^2 - 2x - 4 = x^2 - 2x - 4(x-2)^2 = Ax - 2 + B(x-2)^2 + Cx \Rightarrow x^2 - 2x - 4 = Ax(x-2) + Bx + C(x-2)^2$$

$$x=2 \Rightarrow B = -2, x=0 \Rightarrow C = -1, x=1 \Rightarrow -5 = -A + B + C \Rightarrow A = 2$$

$$\int x^2 - 2x - 4 \, dx = \int (2x - 2 + -2(x-2)^2 + -1x) \, dx = 2|x| + C|x-2| + 2x + 2 - \ln|x|$$

عوامل المقام كثيرات حدود، أحدها تربيعي غير قابل للتحليل، وغير مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (52):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (3x+4)(x-3)(x^2+4) \, dx \quad (a)$$

$$3x+4 = A(x^2+4) + (Bx+C)(x-3)$$

$$x=3 \Rightarrow A = 1, x=0 \Rightarrow 4 = 4A - 3C \Rightarrow C = 0, x=1 \Rightarrow 7 = 5A - 2B - 2C \Rightarrow B = -1$$

$$\int \frac{3x+4}{(x-3)(x^2+4)} \, dx = \int \left(\frac{1}{x-3} - \frac{x}{x^2+4} \right) \, dx = \ln|x-3| - \frac{1}{2} \ln|x^2+4| + C$$

$$\int (7x^2 - x + 1)(x^3 + 1) \, dx \quad (b)$$

$$7x^2 - x + 1 = A(x+1) + Bx + C(x^2 - x + 1)$$

$$x = -1 \Rightarrow A = 3, x = 0 \Rightarrow 1 = A + C \Rightarrow C = -2, x = 1 \Rightarrow 7 = A + 2B + 2C \Rightarrow B = 4$$

$$\int (7x^2 - x + 1)(x^3 + 1) \, dx = \int (3x + 1 + 4x - 2x^2 - x + 1) \, dx = 3 \ln|x^3 + 1| + C$$

درجة كثيرة الحدود في البسط مساوية لدرجة كثيرة الحدود في المقام، أو أكبر منها

أتحقق من فهمي صفحة (53):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (4x^3 - 52x^2 - x - 1) \, dx \quad (a)$$

$$4x^3 - 52x^2 - x - 1 = \int (2x+1 + 3x - 42x^2 - x - 1) \, dx = 3x^2 - 42x^3 - x - 1 = 3x^2 - 42x^3 - x - 1$$

$$-4(2x+1)(x-1)=A2x+1+Bx-1 \Rightarrow 3x-4=A(x-1)+B(2x+1)x=-12 \Rightarrow A=113x=1 \Rightarrow B=-13$$

$$\int 4x^3-52x^2-x-1 dx = \int (2x+1+1132x+1+-13x-1|x-1|+C|2x+1|-13\ln) dx = x^2+x+116\ln$$

$$(x^2+x-1x^2-x dx) (b) \int$$

$$|x^2-x|+Cx^2+x-1x^2-x dx = \int (1+2x-1x^2-x) dx = x+\ln \int$$

التكامل بالكسور الجزئية لتكاملات محدودة

أتحقق من فهمي صفحة (54):

أجد كل قيمة من التكاملين الآتيين:

$$(342x^3+x^2-2x-4x^2-4 dx) (a) \int$$

$$|x^2-342x^3+x^2-2x-4x^2-4 dx = \int 34(2x+1+6xx^2-4) dx = (x^2+x+3\ln \int 1255)=8+3\ln 12)-(12+3\ln 4)|34=(20+3\ln$$

$$(563x-10x^2-7x+12 dx) (b) \int$$

$$3x-10x^2-7x+12=3x-10(x-3)(x-4)=Ax-3+Bx-4 \Rightarrow 3x-10=A(x-4)+B(x-3)x=3 \Rightarrow A=1x=4 \Rightarrow B=2$$

$$\int 563x-10x^2-7x+12 dx = \int 56(1x-3+2x62=\ln 3+\ln 1)=\ln 2+2\ln 2-(\ln 3+2\ln|x-4|)|56=\ln|x-3|+2\ln|x-4| dx = (\ln$$

التكامل بالكسور الجزئية، والتكامل بالتعويض

أتحقق من فهمي صفحة (57):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(x-1 dx) (a) \int \tan^2 \sec^2$$

$$xu^2-x-1 dx = \int \sec^2 x \tan^2 x \int \sec^2 x \Rightarrow dx = du \sec^2 x \Rightarrow du dx = \sec^2 u = \tan$$

$$x = \int 1u^2-1 du 1u^2-1 = 1(u-1)(u+1) = Au-1+Bu+1 \Rightarrow 1 = A(u+1) du \sec^2$$

$$\int \frac{1}{(u-1)u} du = \int \frac{A}{u-1} + \frac{B}{u} du = \int \frac{12u-1}{(u-1)u} du = \int \frac{12u-1}{u^2-1} du = \int \frac{12u-1}{(u-1)(u+1)} du$$

$$= \int \frac{12u-1}{(u-1)(u+1)} du = \int \frac{12u-1}{(u-1)(u+1)} du = \int \frac{12u-1}{(u-1)(u+1)} du = \int \frac{12u-1}{(u-1)(u+1)} du$$

$$= \int \frac{12u-1}{(u-1)(u+1)} du = \int \frac{12u-1}{(u-1)(u+1)} du = \int \frac{12u-1}{(u-1)(u+1)} du = \int \frac{12u-1}{(u-1)(u+1)} du$$

$$\int \frac{1}{(ex-1)(ex+4)} dx \quad (b)$$

$$u = ex \Rightarrow \frac{du}{dx} = ex \Rightarrow dx = \frac{du}{ex}$$

$$\int \frac{1}{(ex-1)(ex+4)} dx = \int \frac{1}{(u-1)(u+4)} \frac{du}{ex}$$

$$= \frac{1}{ex} \int \frac{1}{(u-1)(u+4)} du = \frac{1}{ex} \int \frac{A}{u-1} + \frac{B}{u+4} du = \frac{1}{ex} \int \frac{A(u+4) + B(u-1)}{(u-1)(u+4)} du$$

$$= \frac{1}{ex} \int \frac{(A+B)u + 4A - B}{(u-1)(u+4)} du = \frac{1}{ex} \int \frac{15u - 4}{(u-1)(u+4)} du = \frac{1}{ex} \int \frac{15u - 4}{(u-1)(u+4)} du$$

$$= \frac{1}{ex} \int \frac{15u - 4}{(u-1)(u+4)} du = \frac{1}{ex} \int \frac{15u - 4}{(u-1)(u+4)} du = \frac{1}{ex} \int \frac{15u - 4}{(u-1)(u+4)} du = \frac{1}{ex} \int \frac{15u - 4}{(u-1)(u+4)} du$$